

الحدوديات النسبية Rational Expressions

الوحدة الثالثة

الرياضة
Sports

الحدوديات النسبية



تهتم دولة الكويت بالنشء والشباب وتحرص على أن يمارسوا الرياضة في جوّ صحيّ وتحت أيدي خبراء وتوفّر لهم الأماكن المناسبة لممارسة رياضاتهم المفضّلة، ومن هذه الأماكن إستاد جابر الأحمد الدولي وهو إستاد رياضي كويتي متعدّد الأغراض يقع في محافظة الفروانية جنوب مدينة الكويت . افتُتح الإستاد رسميًا في ١٨ ديسمبر ٢٠١٥ م ، وتبلغ الطاقة الاستيعابية للإستاد حوالي ٦٠٠٠٠ متفرّج ، ويُعتبَر أكبر إستاد رياضي في الكويت والسابع عربيًا ، والخامس والعشرين عالميًا من حيث السعة .

شكر وعرفان

شكر خاص لمن تطوع بحل الوحدة
الثالثة من كتاب الصف التاسع للعام
الدراسي ٢٠١٩-٢٠٢٠
والذي رفض ذكر اسمه

مع ضرورة التتويه على أن هذه
الحلول لم يتم مراجعتها

صفوة معلمي الكويت

مشروع الوحدة : (القرية الأولمبية)



يتطلع الرياضيون في الكويت إلى بناء قرية أولمبية متكاملة تشمل جميع الألعاب سواء كانت جماعية أو فردية وهو ما سيعود بالنفع على الرياضة والرياضيين في الكويت .
سوف نساهم في تصميم بعض المباني الداخلية للقرية الأولمبية .

خطة العمل :

- المساهمة في تصميم قرية أولمبية بحساب أبعاد ومساحات وتكلفة بعض مرافق القرية الأولمبية .

خطوات تنفيذ المشروع :

- يقسّم المعلم المتعلمين إلى مجموعات .
- لنفترض أنه تم البدء بتحديد قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $(س^2 - ٤)$ وحدة مربعة وأحد بعديها $\frac{س^2 - ٢}{س + ١}$ وحدة طول ، أوجد البعد الآخر .
- إذا أردنا إنشاء ملعب لكرة القدم طوله $\frac{٦٤٠٠٠}{س}$ م وعرضه $\frac{س}{١٠}$ م ، فاحسب مساحته .



- يُراد إنشاء سور حول ملعب كرة القدم كما في الشكل .
أكتب نسبة مساحة الملعب إلى المساحة الكلية داخل السور في أبسط صورة .
- إذا كانت تكلفة بناء فندق داخل المدينة الأولمبية تساوي $\frac{٣س^2 + ٢}{٢س + ٤}$ مليار دينار وتكلفة

تأثيث هذا الفندق تساوي $\frac{٣س^2 + ١}{٢س + ٤}$ مليار دينار ، فأوجد التكلفة الشاملة لهذا الفندق .

علاقات وتواصل :

- تبادل المجموعات الأوراق وتناكد من صحّة الحلّ .

عرض العمل :

- تعرض كل مجموعة عملها وتناقش خطوات الحلّ .

مخطط تنظيمي للوحدة الثالثة

الحدوديات النسبية

العمليات على الحدوديات النسبية

تبسيط الحدوديات النسبية

الجمع
والطرح

القسمة

الضرب



استعدّ للوحدة الثالثة



١ أوجد المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) لكلّ مما يلي :

ب) ٨، ٦

..... = أ.م.أ
٢٤

أ) ٧، ١٤

..... = أ.م.أ
١٤

٢ ضغّ كلّاً مما يلي في أبسط صورة :

ب) $1\frac{3}{4} = \frac{73}{36}$

أ) $\frac{2-}{0} = \frac{10-}{20}$

٣ أوجد ناتج كلّ مما يلي في أبسط صورة :

ب) $\frac{6}{7} \div \frac{22}{35}$

$\frac{11}{10}$

أ) $\frac{2-}{10} \times \frac{3}{4}$

$\frac{1}{10}$

د) $\frac{2}{3} - \frac{5}{7}$

$\frac{1}{21}$

ج) $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$

$\frac{11}{12}$

٤ أوجد ناتج كلّ مما يلي :

ج) $9 \text{ س } 2 \div 3 \text{ س } 2$

٣

ب) $9 \text{ س } 2 \times 3 \text{ س } 2$

٤٧

أ) $9 \text{ س } 2 + 3 \text{ س } 2$

٦



٥ أوجد ناتج جمع $3s - 1$ ، $9 - 5s$ س

$$1 + 5s - 9$$

٦ أوجد الناتج في أبسط صورة: $(3s - 1) - (2s - 5)$ س

$$s + 4$$

٧ أوجد ناتج $3s \times (2s^2 - 1 + s)$ س

$$3s^3 - 3s^2 + 3s$$

٨ اقسِم $(3s^4 - 15s^3 + 21s^2)$ على $3s^2$ س

$$s - 5 + \frac{7}{s}$$

٩ حلّل كلّ ممّا يلي تحليلاً تامّاً:

ب $16 - 2s$ س

$$(4 - s)(4 + s)$$

أ $6s^2 + 3s$ س

$$3s(2s + 1)$$

د $27 - 3s$ س

$$(3 - s)(9 + s^2 + 3s)$$

ج $30 + 11s - 2s^2$ س

$$(5 - s)(6 - s)$$

و $1 + 3s$ س

$$(1 + 3s)(1 - s^2)$$

هـ $6s^2 + s - 5$ س

$$(1 + s)(5 - 6s)$$

الحدوديات النسبية وتبسيطها Simplifying Rational Expressions

١-٣

سوف تتعلم : الحدوديات النسبية وتبسيطها .



نشاط :

حوضي سباحة كلاً منهما على شكل شبه مكعب ،
إذا كان حجم الحوض الأول ١٢ ص^٣ وحدة
مكعبة ، وحجم الحوض الثاني ٢٤ ص^٦ وحدة
مكعبة .

١ أكمل ما يلي :

نسبة حجم الحوض الأول إلى حجم الحوض الثاني
= $\frac{\text{حجم الحوض الأول}}{\text{حجم الحوض الثاني}}$ =

٢ اختصر نسبة حجم الحوض الأول إلى حجم الحوض الثاني ، وذلك بقسمة كلٍّ من
حدّي النسبة على العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ) لهما .

• المقادير التالية : $\frac{ص^٣}{٢ ص}$ ، $\frac{ص+٢}{ص}$ ، $\frac{ص+٢}{ص-٣}$ ، $\frac{ص^٢-٦ ص+٥}{ص^٢-٢٥}$

تسمى **حدوديات نسبية** .

حيث إنّ كلاً من البسط والمقام يمثل حدودية ، والمقام لا يساوي صفرًا .

• عند تبسيط الحدودية النسبية نقوم بقسمة كلٍّ من الحدوديتين في البسط والمقام على

العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ) لهما .

العبارات والمفردات :

تبسيط

Simplify

حدودية نسبية

Rational
Expression

معلومات مفيدة :

يقع مجمع أحواض
السباحة على شارع
الخليج العربي ، ويشتمل
على خمسة أحواض
سباحة تعمل بالماء
العذب ، منها الحوض
الأولمبي وحوض
الغطس وحوض
للمبتدئين وحوضان
للألعاب المائية .



تذكّر أنّ :

المقام أينا وُجد
لا يساوي صفرًا .



تدرّب (١)

ضغ في أبسط صورة كلاً ممّا يلي :

ب $\frac{٤ \text{ س } ٢ \text{ ص}}{١٢ \text{ س } ٣ \text{ ص}} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

أ $\frac{١٤ \text{ س}^٥}{٧ \text{ س}^٢} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

ج $\frac{٢+ع}{(.....+.....)٣} = \frac{٢+ع}{٦+ع٣}$
 $\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$

فكر وناقش

بسّط سالم الحدودية $\frac{٢-س}{٣+س}$ كما يلي : كما يلي $\frac{٢-س}{٣} = \frac{٢-س}{٣+س}$ ،
فهل طريقته صحيحة ؟ ولماذا ؟

مثال :

ضغ في أبسط صورة :

$$\frac{٢ \text{ س } ٢ + ٢ \text{ س}}{٢ + ٣ \text{ س} + ٢}$$

الحل :

$$\frac{٢ \text{ س } ٢ + ٢ \text{ س}}{٢ + ٣ \text{ س} + ٢}$$

$$= \frac{٢ \text{ س} (١ + س)}{(١ + س)(٢ + س)}$$

$$= \frac{٢ \text{ س} \cancel{(١ + س)}}{\cancel{(١ + س)}(٢ + س)}$$

$$= \frac{٢ \text{ س}}{٢ + س}$$

(بتحليل كل من البسط والمقام)

(اقسم على العامل المشترك (س + ١))



تدرّب (٢) :

ضَعْ في أبسط صورة كلاً ممّا يلي :

أ $\frac{س٢ - ٦ + ٥}{س٢ - ٢٥}$

ب $\frac{س٣ - ٩}{س٢ - ٦ + ٩}$

تدرّب (٣) :

ضَعْ في أبسط صورة كلاً ممّا يلي :

أ $\frac{س٢ + ١٣ - ٧}{س٢ + ٤ - ٢١}$

ب $\frac{س٤ - ٢}{س٢ - ١}$

تذكّر أنّ :

$٢ - س = -(س - ٢)$

ج $\frac{س٣ - ٨}{س٢ + ٢ + ٤}$

فكر وناقش

أكتب حدودية نسبية تصبح بعد تبسيطها $\frac{٥}{س+٥}$.

تمرّن :

١ ضع في أبسط صورة كلاً مما يلي :

$$\frac{10+10}{20}$$

$$\frac{4}{4} + 2\frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{9} \text{ س } 3$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{28-2 \text{ س } 17-2 \text{ س } 6}{20-2 \text{ س}}$$

$$\frac{(6-2 \text{ س})}{(5-2 \text{ س})}$$

$$\frac{15+2 \text{ س } 8-2 \text{ س}}{9-2 \text{ س}}$$

$$5-2 \text{ س}$$
$$3+2 \text{ س}$$

$$\frac{25-2 \text{ س}}{125-2 \text{ س}}$$

$$5+2 \text{ س}$$
$$25+2 \text{ س}+5+2 \text{ س}$$

$$\frac{64+2 \text{ س}}{16+2 \text{ س}}$$

$$(4+2 \text{ س})$$

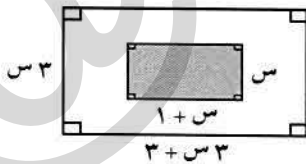
$$\frac{3-2 \text{ س}}{3-2 \text{ س}}$$

$$1-2 \text{ س}$$

$$\frac{4 \text{ س } 16+2 \text{ س } 12+2 \text{ س}}{2 \text{ س } 14-2 \text{ س } 16-2 \text{ س}}$$

$$\frac{2(3+2 \text{ س})}{(1-2 \text{ س})}$$

٢ في الشكل المقابل :



أكتب نسبة مساحة منطقة المستطيل المظلل إلى مساحة منطقة المستطيل الأكبر في صورة حدودية نسبية ، ثم ضعها في أبسط صورة .



ضرب الحدوديات النسبية Multiplying Rational Expressions

٢-٣

سوف تتعلم : ضرب الحدوديات النسبية .



نشاط :



ملعب لكرة القدم طوله $\frac{64000}{\text{س}}$ م ، وعرضه $\frac{\text{س}}{10}$ م ،
أحسب مساحته .

$$\begin{aligned} \text{المساحة} &= \text{الطول} \times \text{العرض} \\ &= \frac{64000}{\text{س}} \times \frac{\text{س}}{10} \\ &= \frac{64000 \times \text{س}}{\text{س} \times 10} \\ &= \frac{64000}{10} \\ &= 6400 \end{aligned}$$

العبارات والمفردات :
ضرب
Multiplying

معلومات مفيدة :

يتراوح طول ملعب
كرة القدم الدولي
بين ١٠٠ م ، ١١٠ م
والعرض يتراوح بين
٦٤ م ، ٩١ م

إذا كانت a ، b ، c ، d تمثل حدوديات حيث $b \neq 0$ ، $d \neq 0$ ،
فإن : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

مثال (١) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{1+m}{1-m} \times \frac{m^4}{1+m}$$

الحل :

(اضرب)

$$\frac{1+m}{1-m} \times \frac{m^4}{1+m}$$

(بسّط)

$$\frac{\cancel{(1+m)} m^4}{(1-m) \cancel{(1+m)}} =$$

$$\frac{m^4}{1-m} =$$

تدرّب (١) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

ب $\frac{3^4}{6^4} \times \frac{5^3}{2^3}$

$$\frac{3^4 \times \dots}{\dots \times \dots} =$$

$$\dots =$$

أ $\frac{7}{2^6} \times \frac{8^3}{3^5}$

$$\dots =$$

$$\dots =$$

ج $\frac{6^3}{4^2 - 1} \times \frac{2^3 + 1}{3}$

$$\frac{6^3(2^3 + 1)}{(4^2 - 1) \cdot 3} =$$

$$\frac{\dots(2^3 + 1)}{\dots} =$$

$$\frac{(\dots)(\dots)}{\dots} =$$

مثال (٢) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{5 - 2n}{3 - n} \times \frac{n^2 + n - 12}{2n^2 + n^3 - 20}$$

الحل :


$$\frac{5 - 2n}{3 - n} \times \frac{n^2 + n - 12}{2n^2 + n^3 - 20}$$

$$\frac{(5 - 2n)(n^2 + n - 12)}{(3 - n)(2n^2 + n^3 - 20)}$$

$$\frac{(5 - 2n)(n - 3)(n + 4)}{(3 - n)(n^2 + n - 20)}$$

$$\frac{(5 - 2n)(n + 4)(n - 3)}{(3 - n)(n^2 + n - 20)}$$

$$1 =$$

تدرّب (٢) : 

أوجد الناتج في أبسط صورة :

١ $(س + ٣) \times \frac{س^٢ - ٢٧}{س^٢ - ٩}$



ب $\frac{س^٢ - ٤٩}{س^٢ - ٦} \times \frac{س + ٢}{س^٢ + ١٤}$

تمرّن :

١ أوجد الناتج في أبسط صورة :

١ $\frac{س^٢}{س} \times \frac{٥}{س}$

ب $\frac{س^٣}{س^٢ - ٦} \times \frac{س^٣}{س - ٢}$

$\frac{س}{س}$

$\frac{٩}{س}$

$$\frac{36 - 2s}{6 + s} \times \frac{1}{s - 6}$$

$$\frac{1}{s - 6}$$

$$\frac{8 + 4m}{1 - 2m} \times \frac{1 - m}{2 + m}$$

$$\frac{4}{1 + 2m}$$

$$\frac{5 + s - 2s}{5 - s} \times \frac{1}{1 + s - 2s}$$

$$\frac{1}{1 - s}$$

$$(ص 25 - ص 3) \times \frac{3}{5 - ص}$$

$$3(ص + 5)$$

$$\frac{5s}{16 - 2s} \times \frac{64 - 3s}{16 + 4s + 2s}$$

$$\frac{5s}{4 + s}$$

$$\frac{3 + 2s}{14s} \times \frac{7s^2 - 28s}{12 - 5s - 2s^2}$$

$$\frac{1}{5s}$$



مجموعتي الكويكب
مجموعتي الكويكب

قسمة الحدوديات النسبية Dividing Rational Expressions

٣-٣



سوف تتعلم : قسمة الحدوديات النسبية .

العبارات والمفردات :

قسمة

Dividing

نشاط :

أكمل ما يلي :

$$\frac{5س}{ص٢} \div \frac{١٥س^٢}{ص٤} \quad ٢$$

$$\frac{\text{-----}}{5س} \times \frac{١٥س^٢}{\text{-----}} =$$

$$\frac{\text{-----} \times ١٥س^٢}{\text{-----} \times \text{-----}} =$$

$$\frac{\text{-----}}{\text{-----}} =$$

$$\frac{٥}{٢} \div \frac{١٥}{٤} \quad ١$$

$$\frac{\text{-----}}{\text{-----}} \times \frac{١٥}{٤} =$$

$$\frac{\text{-----} \times ١٥}{\text{-----} \times \text{-----}} =$$

$$\frac{\text{-----}}{\text{-----}} =$$

تذكر أن :

النظير الضربي

للحدودية $\frac{١}{٢}$ هو $\frac{١}{٢}$ ،
 $\neq ٠$

إذا كانت ١ ، $ب$ ، $ج$ ، $د$ تمثل حدوديات حيث $ب \neq ٠$ ، $ج \neq ٠$ ، $د \neq ٠$

$$\frac{١}{ب} \div \frac{١}{ج} = \frac{ج}{ب} \times \frac{١}{ب} = \frac{ج}{ب} \div \frac{١}{ج}$$

تدرب (١) :

اكتب ما يلي في صورة عملية ضرب ، وغير ما يلزم :

$$\frac{٩ + ٢٣}{٤ - ٢٢} \div \frac{٣ + ٢}{٢ - ٢} \quad ب$$

$$\frac{\text{-----}}{\text{-----}} \times \frac{\text{-----}}{\text{-----}} =$$

$$\frac{٧}{س} \div \frac{١٤}{س} \quad ا$$

$$\frac{\text{س}}{\text{-----}} \times \frac{\text{-----}}{\text{-----}} =$$

معاكس
طهارة الكوكتيل

تدرّب (٢) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$١ \quad \frac{٣+س}{٤+س} \div \frac{١-س}{٤+س}$$

$$\frac{\quad}{\quad} \times \frac{١-س}{٤+س} =$$

$$\frac{\quad}{\quad} =$$

$$\frac{\quad}{\quad} =$$

$$ب \quad \frac{٢+م}{٣-م} \div \frac{١٠+٢٥}{٣-م}$$

$$\frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} =$$

$$\frac{\quad}{\quad} =$$

$$\frac{\quad}{\quad} =$$

مثال :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{١-ن}{٦+ن٤} \div \frac{١-ن^٣}{٣-ن+ن^٢}$$

الحل :

$$\frac{١-ن}{٦+ن٤} \div \frac{١-ن^٣}{٣-ن+ن^٢}$$

$$\frac{٦+ن٤}{١-ن} \times \frac{١-ن^٣}{٣-ن+ن^٢} =$$

$$\frac{(٦+ن٤)(١-ن^٣)}{(١-ن)(٣-ن+ن^٢)}$$

$$\frac{(٣+ن^٢)٢ \times (١+ن+ن^٢)(١-ن)}{(١-ن)(٣+ن^٢)} =$$

$$\frac{(١+ن+ن^٢)٢}{(١-ن)}$$

تدرّب (٣) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$١ \quad (١-س) \div \frac{٤س^٣-٤س}{١+س}$$

$$ب \quad \frac{٢+م}{٧-م} \div \frac{١٨+م١١+م^٢}{٧+م٨-م^٢}$$

$$\frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} =$$

$$\frac{\quad}{\quad} =$$

$$\frac{\quad}{\quad} =$$

$$\frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} =$$

$$\frac{\quad}{\quad} =$$

$$\frac{\quad}{\quad} =$$

تمرّن :

١ أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{٢٣}{١-٢} \div \frac{٢٦}{١-٢}$$

$$\frac{١}{٢}$$

$$\frac{٢٣}{١-٢} \div \frac{٢٦}{١-٢}$$

$$\frac{١}{٢}$$

$$\frac{٩+٣س}{س} \div (٣+س)$$

$$\frac{٣}{س}$$

$$\frac{٥س٢+١٠س-١٥}{٣س٢+٢س-٣} \div \frac{٤٩س٢-١٤س+٤٩}{٤٩س٢}$$

$$\frac{٥(٧+س)}{(٧-س)}$$

$$\frac{٢٧+٣س}{٢٤-٥س-٢س٢} \div \frac{٩+٣س-٢س٢}{١٦-٢س}$$

$$\frac{٢}{٣}$$



٢ إذا كانت $m = \frac{s^2 + 2s}{s^2 + s - 2}$ ، $n = \frac{s^2 - 2s + 1}{s^2 + 4s - 5}$ ، فأوجد :

١ $m \times n$



$\frac{s}{s+5}$

ب $m \div n$

$\frac{s(s+5)}{(s-1)(s-1)}$

٣ يُراد إقامة قرية أولمبية على قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $(s^2 - 4)$

وحدة مربعة وأحد بعديها $\frac{s^2 - s - 2}{s + 1}$ وحدة طول .

أوجد البعد الآخر لقطعة الأرض .

البعد الآخر هو $(s+2)$

جمع الحدوديات النسبية وطرحها

Adding and Subtracting Rational Expressions

٤-٣



سوف تتعلم : جمع الحدوديات النسبية وطرحها.

جمع الحدوديات النسبية

العبارات والمفردات :

جمع
Adding
طرح
Subtracting

نشاط :

أكمل ما يلي :

$$\frac{2}{7s} + \frac{3}{7s} \quad \text{٢}$$

$$\frac{\dots + \dots}{7s} =$$

$$\frac{\dots}{7s} =$$

$$\frac{2}{v} + \frac{3}{v} \quad \text{١}$$

$$\frac{\dots + \dots}{v} =$$

$$\frac{\dots}{v} =$$

إذا كانت a ، b ، c تمثل حدوديات ، $c \neq 0$ ، فإنّ : $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$

تدرّب (١) :

أوجد ناتج كلّ ممّا يلي في أبسط صورة :

$$\frac{5}{1+n} + \frac{5n}{1+n} \quad \text{ج}$$

$$\frac{\dots + \dots}{\dots} =$$

$$\frac{\dots}{\dots} =$$

$$\frac{3v}{2-v} + \frac{v}{2-v} \quad \text{ب}$$

$$\frac{\dots + \dots}{\dots} =$$

$$\frac{\dots}{\dots} =$$

$$\frac{4}{5+s} + \frac{3}{5+s} \quad \text{أ}$$

$$\frac{\dots + \dots}{5+s} =$$

$$\frac{\dots}{5+s} =$$

لاحظ لإيجاد م.م.أ (المضاعف المشترك الأصغر) للعددين ٨ ، ١٢ نتبع ما يلي :

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$3 \times 2 \times 2 = 12$$

$$\therefore \text{م.م.أ للعددين } 8 \text{ و } 12 = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

وكذلك لإيجاد م.م.أ للحددين ٦س ، ٤س نتبع نفس الطريقة السابقة :

$$\begin{aligned} 6س &= ٢ \times ٣ \times س \\ 4س &= ٢ \times ٢ \times س \end{aligned}$$

$$\therefore \text{م.م.أ للحددين} = ٢ \times ٣ \times ٢ \times س = ١٢س$$

وأيضًا لإيجاد م.م.أ للحدوديتين (٤ - ٢س) ، (٦ + ٥س - ٦س)

$$٤ - ٢س = (٢ - س)(٢ + س)$$

$$٦ + ٥س - ٦س = (٢ - س)(٣ - س)$$

$$\therefore \text{م.م.أ للحدوديتين} = (٢ - س)(٢ + س)(٣ - س)$$

تدرّب (٢) 

أوجد م.م.أ في كلِّ مما يأتي :

أ.م.أ	الحدوديات	
	س ، ص	١
	١٢ ، ٦ب	٢
٦ص ^٢	٣ص ، ٢ص ^٢	٣
	ص ، (ص - ٥)	٤
	(١ - س) ، (٢ - س)	٥
(١ + ٢س) (١ - ٢س)	(١ - ٢س) ، (١ - ٢س)	٦
	(٣ - ص) ، (٦ - ٢ص)	٧
	(٢ - ص) ، (٢ - ص)	٨
	(١ - س) ، (١ - ٣س)	٩
	(٩ - ٢س) ، (٩ + ٦س)	١٠

مثال (١) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{3}{4س} + \frac{1}{6س^2}$$

الحل :

$$\frac{3}{4س} + \frac{1}{6س^2}$$

$$\frac{3 \times 3}{3 \times 4س} + \frac{2 \times 1}{2 \times 6س^2} =$$

$$\frac{9+2}{12س^2} = \frac{9}{12س^2} + \frac{2}{12س^2} =$$

(م.م.أ. للمقامات هو ١٢ س^٢)

تدرّب (٣) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{3ب}{1-2ب} + \frac{2}{2+ب}$$

(م.م.أ. للمقامات هو (٢+ب)(١-٢ب))

$$\frac{3ب \times (2+ب)}{(1-2ب)(2+ب)} + \frac{2(1-2ب)}{(1-2ب)(2+ب)} =$$

$$\frac{6ب^2 + 3ب}{(1-2ب)(2+ب)} + \frac{2-4ب}{(1-2ب)(2+ب)} =$$

$$\frac{6ب^2 + 3ب + 2 - 4ب}{(1-2ب)(2+ب)} =$$

$$\frac{6ب^2 - ب + 2}{(1-2ب)(2+ب)} =$$

لاحظ أنّ: (٣ب^٢ + ١٠ب - ٢) لا تُحلّل.

مثال (٢) :

أوجد الناتج في أبسط صورة : $\frac{3}{2+s} + \frac{12}{s-2}$

الحل :

$$\frac{3}{2+s} + \frac{12}{s-2}$$

(م . م . أ . للمقامات هو $(2+s)(2-s)$)

$$\frac{3}{2+s} + \frac{12}{(2+s)(2-s)} =$$

$$\frac{(2-s)3}{(2-s)(2+s)} + \frac{12}{(2+s)(2-s)} =$$

$$\frac{6-s3+12}{(2+s)(2-s)} =$$

$$\frac{6+s3}{(2+s)(2-s)} =$$

$$\frac{\cancel{(2+s)}3}{\cancel{(2+s)}(2-s)} =$$

$$\frac{3}{2-s} =$$

تدرّب (٤) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{3}{1+s} + \frac{4}{s+2}$$

$$\frac{3}{\dots} + \frac{4}{(\dots)(\dots)} =$$

(م . م . أ . للمقامات هو $(1+s)(3+s)$)

$$\frac{(3+s) \times \dots}{(3+s)(\dots)} + \frac{\dots}{(\dots)(\dots)} =$$

$$=$$

$$=$$

تدرّب (٥) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{٤ + س٢}{س٢ - س - ٦} + \frac{٣ + س}{س٢ - ٩}$$

$$\frac{(.....)٢}{(..... س)(..... س)} + \frac{(٣ + س)}{(..... س)(..... س)} =$$

$$\frac{٢}{.....} + \frac{١}{.....} =$$

$$\frac{.....}{.....} =$$

طرح الحدوديات النسبية

إذا كانت أ ، ب ، ج تمثل حدوديات ، ج ≠ ٠ ،

$$\text{فإن : } \frac{ب - أ}{ج} = \frac{ب}{ج} - \frac{أ}{ج}$$

تدرّب (٦) :

أوجد ناتج كلّ ممّا يلي في أبسط صورة :

$$\frac{٢ + هـ}{١ - هـ} - \frac{١ + هـ٢}{١ - هـ}$$

$$\frac{(.....) - (١ + هـ٢)}{١ - هـ} =$$

$$\frac{.....}{١ - هـ} =$$

$$\frac{.....}{١ - هـ} =$$

$$\frac{.....}{.....} =$$

$$\frac{م}{١ - م} - \frac{م٣}{١ - م}$$

$$\frac{..... - م٣}{١ - م} =$$

$$\frac{.....}{.....} =$$

$$\frac{.....}{.....} =$$

معلومات مفيدة :

يستخدم المتسابقون في مباريات التجديف ، طرح الحدوديات النسبية لمعرفة تأثير مقاومة التيار على انسياب القوارب .



مثال (٣) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{3-n}{9-n^2} - \frac{3+n}{6-n+2n}$$

الحل :

$$\frac{3-n}{9-n^2} - \frac{3+n}{6-n+2n}$$

$$\frac{(3-n)}{(3-n)(3+n)} - \frac{(3+n)}{(2-n)(3+n)} =$$

$$\frac{\cancel{(3-n)}}{\cancel{(3-n)}(3+n)} - \frac{\cancel{(3+n)}}{(2-n)\cancel{(3+n)}} =$$

$$\frac{1}{(3+n)} - \frac{1}{(2-n)} =$$

$$\frac{(2-n) \times 1}{(2-n)(3+n)} - \frac{(3+n) \times 1}{(3+n)(2-n)} =$$

$$\frac{(2-n) - (3+n)}{(3+n)(2-n)} =$$

$$\frac{2+n-3-n}{(3+n)(2-n)} =$$

$$\frac{0}{(3+n)(2-n)} =$$

لاحظ أن :


النظير الجمعي

للحدودية :

٣-س ٢-ص هو

- (٣-س ٢-ص)

= -٣+س ٢+ص

تدرّب (٧) : 

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{5}{2+s} - \frac{6}{3-s}$$

$$\frac{(\dots) \times 5}{(3-s)(2+s)} - \frac{(2+s) \times 6}{(2+s)(3-s)} =$$

$$\frac{\dots - 5s}{(2+s)(3-s)} - \frac{6s + \dots}{(2+s)(3-s)} =$$

$$\frac{(\dots - 5s) - (\dots + 6s)}{(2+s)(3-s)} =$$

$$\frac{\dots}{(2+s)(3-s)} =$$

$$\frac{\dots}{(2+s)(3-s)} =$$

تمرّن :

أوجد ناتج كلّ مما يلي في أبسط صورة :

٢ $\frac{3}{1-s} - \frac{4}{1-s}$

١ $\frac{3}{2} + \frac{5}{2}$

$\frac{1}{1-s}$

$\frac{4}{2}$

معاينة
طفرة الكويت

$$\textcircled{3} \quad \frac{9}{3+s} - \frac{2s}{3+s}$$

$$(3-s)$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{3}{2-1} - \frac{1}{1-2}$$

$$\frac{4}{(1-2)}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{3}{7} - \frac{5}{7}$$

$$\frac{4-5}{7}$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{3}{2+s} + \frac{4}{s}$$

$$\frac{3s+4(2+s)}{s(2+s)}$$

تذکران:

$$1-b = -(b-1)$$



$$\frac{3}{4+s2} + \frac{4}{6+s3} \quad \text{⑧}$$

$$\frac{17}{(s+2)6}$$

$$\frac{4}{3+s} - \frac{s}{5+s} \quad \text{⑦}$$

$$\frac{s^2 - s - 20}{s^2 + 8s + 15}$$

$$\frac{7s}{3s^2 + 5s + 2} + \frac{s^2 + 1}{3s^2 + 8s + 5} \quad \text{⑩}$$

$$\frac{s^2 - 5s + 14}{3s^2 + 5s + 2}$$

$$\frac{3}{3+s} - \frac{6-v}{18-3v-2} \quad \text{⑨}$$

$$\frac{2-v}{3+v}$$

$$\frac{6}{9-s} + \frac{1}{3-s} - \frac{4+s}{3+s} \quad (10)$$

1

$$\frac{s}{9+s} - \frac{s}{9-s} \quad (11)$$

6-s

$$(3+s)(2+s)(2-s)$$



12 إذا كانت تكلفة بناء فندق داخل القرية الأولمبية تساوي $\frac{3}{2+s}$ مليار دينار

وتكلفة تأثيث هذا الفندق تساوي $\frac{3}{2+s}$ مليار دينار،

فأوجد التكلفة الشاملة لهذا الفندق .

التكلفة الشاملة = $\frac{3}{2}$ مليار دينار

= $1\frac{1}{2}$ مليار دينار

مراجعة الوحدة الثالثة
Revision Unit Three

٥-٣

أولاً: التمارين المقالية

١ ضَع في أبسط صورة كلاً مما يلي:

ب $\frac{٥-٢}{١٥-٣}$

$\frac{٣}{١٥} =$

١ $\frac{٩+٢٦}{١٢}$

$\frac{٣+٢٢}{٤} =$

د $\frac{٢-٨}{١٦-٢}$

$\frac{٢-٨}{٤+٢} =$

ج $\frac{٢س٢+٢س٢}{٣س٣+٢س٣}$

$\frac{٢}{٣} =$

و $\frac{٥-٩+٢}{٢٥+١٠+٢}$

$\frac{١-٩}{٥+٢} =$

هـ $\frac{٨+٦-٢}{٦-٢+٢}$

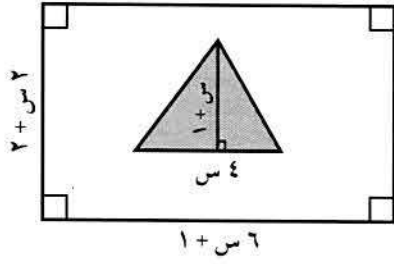
$\frac{٤-٢}{٣+٢} =$

ح $\frac{١٢٥+٣}{١٠-٣-٣}$

$\frac{١٢٥+٣}{١٠-٣-٣} =$

ز $\frac{٦ص١٣-٢ص٧}{٣ص٢+٢ص٣}$

$\frac{٦ص١٣-٢ص٧}{٣ص٢+٢ص٣} =$



٢ أكتب نسبة مساحة المنطقة المثلثة إلى مساحة المنطقة المستطيلة في صورة حدودية نسبية وضعها في أبسط صورة .

$$\frac{٤س(س+٢)}{(٦+س)(س+٢)}$$

$$\frac{س}{٦+س}$$

٣ أوجد الناتج في أبسط صورة لكل مما يلي :

أ $(٦-س-٢) \times \frac{٤+س}{٣-س}$

$$٤(س+١)(س+٢)$$

ب $\frac{٥+س}{٩س} \times \frac{٣س+١٢}{٢س+٧-٤}$

$$\frac{٣س-٥}{٣س}$$

ج $\frac{س+ص}{س-ص} \times \frac{س-٢ص+ص}{٣ص+٢ص}$

$$\frac{١}{س-ص}$$

د $\frac{٨س}{٣ص-٢ص} \div \frac{٤س}{٢ص+٣ص+٢ص}$

$$\frac{٢س}{س-٣ص}$$

$$\frac{ص^2 + 3ص + 2}{ص^2 - 2ص - 3} \div \frac{ص^2 + 5ص + 6}{ص - 3}$$

$$\frac{ص + 3}{1}$$

$$\frac{ص^2 + 7ص + 3}{ص^2 - 8ص - 5} \div \frac{ص^2 + 10ص - 15}{ص^2 - 6ص + 5}$$

$$\frac{ص(ص - 5)}{ص - 5}$$

٤ أوجد الناتج في أبسط صورة لكل مما يلي :

$$\frac{2}{ص + 3} + \frac{ص}{ص + 6}$$

$$\frac{ص^2 + 5ص + 6}{(ص + 3)(ص + 6)}$$

$$\frac{3}{28} + \frac{5}{28}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{6}{ص - 2} - \frac{4}{ص + 3}$$

$$\frac{ص^2 - 6ص - 8}{(ص - 2)(ص + 3)}$$

$$\frac{ص^2 - 2ص}{ص^2 + 2ص - 2} + \frac{ص^2 - 4}{ص^2 - 2ص - 4}$$

$$1 =$$

$$\frac{3+n}{9-2n} - \frac{1-2n}{3-n+2n^2}$$

$$\frac{6}{(3-n)(3+n)}$$

$$\frac{4}{2+s} - \frac{6}{2+s^2+2s}$$

$$\frac{4-s}{(s+2)(1+s)}$$

$$\frac{s^2+s+2s^2}{s+s} \times (s^2-s^2) \div (s^2-s^2)$$

$$1 =$$



* أوجد الناتج في أبسط صورة:

$$\left(\frac{s-s}{s} - \frac{s^2}{s^2} \right) \div \left(\frac{s^2}{s} + \frac{s^2}{s} \right)$$

$$\frac{s(s^2+s^2)}{s(s^2-s^2)}$$

ثانيًا : التمارين الموضوعية

أولاً : في البنود التالية ، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

ب	<input checked="" type="radio"/>	١- = $\frac{3-s}{s-3}$
<input checked="" type="radio"/>	أ	٢ $\frac{5}{4+s} = \frac{3}{3+s} + \frac{2}{1+s}$
ب	<input checked="" type="radio"/>	٣ $\frac{s^3}{2-s} = \frac{2s}{2-s} - \frac{5s}{2-s}$
ب	<input checked="" type="radio"/>	٤ $\frac{1}{3+s} = (2+s) \div \frac{2+s}{3+s}$

ثانيًا: لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة .

٥ = $\frac{6}{2-m} \div \frac{3}{1-m}$

أ $\frac{2-m}{1-m}$ ب $\frac{2-m}{(2-m)(1-m)}$ ج $\frac{2-m}{(1-m)^2}$ د $\frac{1-m}{(2-m)^2}$

٦ = $\frac{4}{2-s} - \frac{s^2}{2-s}$

أ $2-s$ ب $2+s$ ج $s-2$ د 1

٧ الحدودية النسبية التي في أبسط صورة هي :

أ $\frac{1+s}{1-2s}$ ب $\frac{1-2n}{4+n^2}$ ج $\frac{7-s}{s-7}$ د $\frac{3-3s}{1-m}$

٨ = $\frac{4}{2+s} + \frac{s^2}{2+s}$

أ $\frac{6s}{2+s}$ ب $2s$ ج 2 د 1

٩ = $\frac{6+3s}{2s} \times \frac{s^2}{2+s}$

أ $\frac{6}{s}$ ب $\frac{s}{6}$ ج $6s$ د $\frac{3}{s}$

١٠ = $\frac{1}{1+s} + \frac{ص}{1+ص} - \frac{2ص}{1+ص}$

أ $ص+1$ ب $\frac{1+ص}{3+3ص}$ ج $\frac{3+ص}{1+ص}$ د 1