

القسم الأول - أسئلة المقال (أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل) :السؤال الأول :

$$(a) \text{ أوجد مجال الدالة } f : f(x) = \frac{\sqrt{3+4x}}{25-9x^2}$$

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$$

نفرض أن

الحل:

$$g(x) = \sqrt{3+4x}$$

مجال  $g$  يتحقق إذا كان :

$$3 + 4x \geq 0 \longrightarrow x \geq \frac{-3}{4}$$

$$\left[ \frac{-3}{4}, \infty \right) = \text{مجال } g$$

$$h(x) = 25 - 9x^2$$

مجال  $h = R$  لأنها دالة كثيرة الحدود

$$\text{نضع } h(x) = 0$$

$$25 - 9x^2 = 0 \longrightarrow x^2 = \frac{25}{9} \longrightarrow x = \pm \frac{5}{3}$$

مجال  $f = (\text{مجال } g \cap \text{مجال } h) / \text{مجموعة أصفار المقام}$ 

$$= \left( R \cap \left[ \frac{-3}{4}, \infty \right) \right) / \left\{ \frac{5}{3}, \frac{-5}{3} \right\}$$

$$= \left[ \frac{-3}{4}, \infty \right) / \left\{ \frac{5}{3} \right\}$$

$$\log \frac{x^2}{x^2 - x} = 1$$

(b) أوجد مجموعة حل المعادلة التالية :

الحل: نوجد المجال :  $\frac{x^2}{x^2 - x} > 0$

أصفار البسط:  $X^2 = 0 \rightarrow X = 0$

أصفار المقام:  $X^2 - X = 0 \rightarrow X(X - 1) = 0 \rightarrow X = 0$  أو  $X = 1$

للايجاد قيم  $x$  التي تحقق أن  $\frac{x^2}{x^2 - x} > 0$

$x > 0$		$X - 1 > 0 \rightarrow X > 1$			
$x < 0$		$X - 1 < 0 \rightarrow X < 1$			
<b>x</b>	$-\infty$	<b>0</b>	<b>1</b>	$\infty$	
$x^2$		+	+	+	
$x$		-	+	+	
$x-1$		-	-	+	
$X(X-1)$		+	غير معرف	غير معرف	+

المجال =  $R - [0, 1]$

$$\log \frac{x^2}{x^2 - x} = \log 10$$

$$\frac{x^2}{x^2 - x} = 10 \rightarrow x^2 = 10x^2 - 9x \rightarrow 10x^2 - x^2 - 10x = 0$$

$$9x^2 - 10x = 0 \rightarrow x(9x - 10) = 0 \rightarrow x = 0 \notin R - [0, 1]$$

$$x = \frac{10}{9} \in R - [0, 1]$$

$$\left\{ \frac{10}{9} \right\} = \text{م.ج}$$

السؤال الثاني:

$$7^{x^2-3X} = \frac{1}{49}$$

(a) أوجد مجموعة حل المعادلة التالية :

$$7^{x^2-3X} = \frac{1}{7^2}$$

الحل:

$$7^{x^2-3X} = 7^{-2} \rightarrow X^2 - 3X = -2$$

$$X^2 - 3X + 2 = 0$$

$$(X - 2)(X - 1) = 0$$

$$X = 1, X = 2$$

م.ج = { 1, 2 }

(b) استخدم الأصفار النسبية الممكنة لحل المعادلة التالية :

$$x^3 - 3x + 2 = 0$$

عوامل الحد الثابت:  $\pm 2, \pm 1$

عوامل المعامل الرئيسي:  $\pm 1$

الأصفار النسبية الممكنة هي:  $\pm 2, \pm 1$

نفرض أن:

$$P(x) = x^3 - 3x + 2$$

$$P(1) = 1 - 3 + 2 = 0$$

1 صفر من أصفار  $P(x)$  ،  $(x-1)$  عامل من عوامل  $P(x)$

نستخدم القسمة التركيبية لإيجاد باقي الأصفار

1	1	0	-3	2
		1	1	-2
1	1	-2	0	

$$q(x) = x^2 + x - 2$$

نتائج القسمة:

$$x^2 + x - 2 = 0$$

نحل المعادلة:

$$(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$x_2 = -2, x_3 = 1$$

حل المعادلة:  $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 1$

$$a = 6\text{cm}, \quad b = 7\text{cm}, \quad \alpha = 30^\circ$$

(c) حل  $\triangle ABC$  حيث

الحل:

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b}$$

$$\frac{\sin 30^\circ}{6} = \frac{\sin \beta}{7}$$

$$\sin \beta = \frac{7 \times \sin 30^\circ}{6} \Rightarrow \sin \beta = \frac{7}{12}$$

لكل من قيمتي  $\beta$  نحصل على  $\alpha + \beta < 180^\circ$

الربع الثاني

$$\beta = 144^\circ 18' 52.5''$$

$$\gamma = 5^\circ 41' 7.2''$$

الربع الأول

$$\beta = 35^\circ 41' 7.2''$$

$$\gamma = 65^\circ 41' 7.2''$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$c^2 = 6^2 + 7^2 - 2 \times 6 \times 7 \times \cos(5^\circ 41' 7.2'')$$

$$c^2 = 1.413 \longrightarrow c = 1.189\text{cm}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$c^2 = 6^2 + 7^2 - 2 \times 6 \times 7 \times \cos(65^\circ 41' 7.2'')$$

$$c^2 = 50.413 \longrightarrow c = 7.1\text{cm}$$

السؤال الثالث:

(a) إذا كان

$$\vec{B} = \langle 1, y \rangle, \quad \vec{A} = \langle -2, 3 \rangle$$

أوجد قيمة  $y$  إذا كان  $\vec{A} \perp \vec{B}$  (1)  $\vec{A} \parallel \vec{B}$  (2)

الحل:

(1)  $\because \vec{A} \perp \vec{B}$

$$\therefore \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

$$X_A \cdot X_B + Y_A \cdot Y_B = 0$$

$$(-2)(1) + (3)(y) = 0$$

$$-2 + 3y = 0$$

$$y = \frac{2}{3}$$

(2)  $\vec{A} \parallel \vec{B}$

$$\frac{x_a}{x_b} = \frac{-2}{1}$$

$$\frac{y_a}{y_b} = \frac{-2}{1}$$

$$\frac{3}{y_b} = \frac{-2}{1}$$

$$-2y_b = 3$$

$$y = \frac{-3}{2}$$

(b) لنأخذ البيانات التالية 5,5,6,7,7

(1) أوجد المتوسط الحسابي  $\bar{x}$  و الانحراف المعياري  $\sigma$  لهذه البيانات .

(2) أوجد القيمة المعيارية للمفردة التي تساوي 7 .

الحل:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{5+5+6+7+6}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

x	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
5	-1	1
5	-1	1
6	0	0
7	1	1
7	1	1
		4

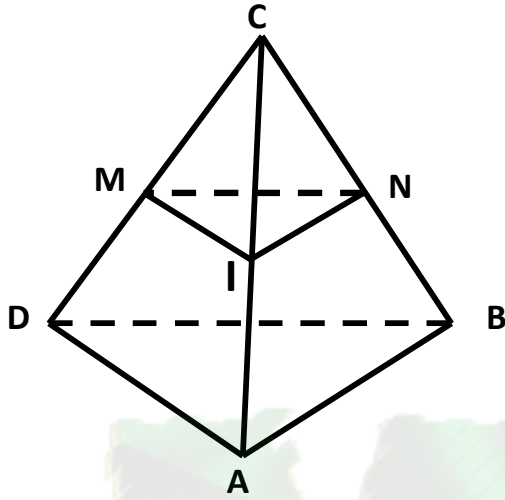
$$\sigma = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{4}{6}$$

(2)  $z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} = \frac{7 - 6}{\frac{4}{6}} = \frac{6}{4}$

(C) هرم ثلاثي القاعدة فيه ،  $\overline{AC} \perp (ABC)$  ،  $I$  منتصف  $\overline{AC}$  ،

أثبت أن المستوى العمودي من  $I$  على  $\overline{AC}$  يقطع  $(ABD)$  بمستقيم يمر بمنتصف  $\overline{DC}$

و يقطع  $(ABC)$  بمستقيم يمر بمنتصف  $\overline{BC}$



الحل:

$$\overline{CA} \perp (DBA)$$

معطى

$$\overline{CA} \perp (MNI)$$

معطى

$$(MNI) \parallel (DBA)$$

نظرية

$$(CBA) \cap (DBA) = \overline{AB}$$

$$(CBA) \cap (MNI) = \overline{IN}$$

$$\overline{IN} \parallel \overline{AB}$$

$$(CAD) \cap (DBA) = \overline{AD}$$

$$(CDA) \cap (MNI) = \overline{MI}$$

$$\overline{AD} \parallel \overline{MI}$$

$$\overline{AC} \text{ منتصف } I \text{ ، } \overline{IN} \parallel \overline{AB} \text{ في } \Delta ABC$$

$$\overline{CB} \text{ منتصف } N \text{ .:}$$

$$\overline{AC} \text{ منتصف } I \text{ ، } \overline{MI} \parallel \overline{AD} \text{ في } \Delta CDA$$

$$\overline{CD} \text{ منتصف } M \text{ .:}$$

السؤال الرابع :

(a) أوجد مجموعة حل المعادلة :  $z^2 - 2z + 2 = 0$  في  $C$ .

$$z^2 - 2z + 2 = 0$$

الحل:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 4 - 4(2)(1)$$

$$\Delta = 4 - 8 = -4$$

$$(-1)(4) = 4i^2$$

$$z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - \sqrt{4i^2}}{2} = \frac{2 - 2i}{2} = 1 - i$$

$$z_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 + \sqrt{4i^2}}{2} = \frac{2 + 2i}{2} = 1 + i$$

مجموعة الحل =  $\{1 - i, 1 + i\}$

(b) في إحدى الآلات الحاسبة 4 بطاريات ، احتمال أن تخدم كل بطارية مدة عام كامل يساوي 90% ، ما احتمال أن تخدم كل من البطاريات الأربع مدة عام ؟

الحل:

$$P(A) = m = 0.9$$

ليكن الحدث  $A$  تخدم البطارية مدة عام كامل

$$P(B) = 1 - m = 0.1$$

ليكن الحدث  $B$  لا تخدم البطارية مدة عام كامل

ليكن الحدث  $E$  تخدم كل من البطاريات الأربع مدة عام كامل نستخدم احتمال ذات الحدين

$$k = 4, n = 4$$

$$P(E) = {}_n C_k (m)^k (1 - m)^{n-k}$$

$$P(E) = {}_4 C_4 (0.9)^4 (0.1)^0 = 0.6561$$

احتمال أن تخدم كل من البطاريات الأربع مدة عام يساوي 0.6561



$$\sin a = \frac{4}{5}, \quad 0 < a < \frac{\pi}{2} \quad \text{C إذا كانت}$$

$$\sin b = \frac{-8}{17}, \quad \frac{\pi}{2} < b < \pi$$

$$\cos \frac{b}{2} \quad \textcircled{2}$$

$$\sin(b-a) \quad \textcircled{4}$$

$$\sin 2a \quad \textcircled{1} \text{ أوجد}$$

$$\tan(a+b) \quad \textcircled{3}$$

الحل

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1 \Rightarrow \cos^2 a = 1 - \sin^2 a$$

$$= 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \rightarrow \cos a = \pm \frac{3}{5}$$

$$\cos a = \frac{3}{5} \quad \cos a > 0, \quad 0 < a < \frac{\pi}{2}$$

$$\tan a = \frac{4}{3}$$

$$\sin^2 b + \cos^2 b = 1 \Rightarrow \sin^2 b = 1 - \cos^2 b$$

$$= 1 - \left(\frac{64}{289}\right)^2 = \frac{225}{289} \rightarrow \sin b = \pm \frac{15}{17}$$

$$\sin b = \frac{15}{17} \quad \sin b > 0, \quad \frac{\pi}{2} < b < \pi$$

$$\tan b = \frac{-15}{8}$$

$$\textcircled{1} \quad \sin 2a = 2 \sin a \cos a = 2 \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{24}{25}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{\pi}{2} < b < \pi \rightarrow \frac{\pi}{4} < \frac{b}{2} < \frac{\pi}{2}$$

$$\cos \frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos b}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{8}{17}}{2}} = \frac{3\sqrt{34}}{34}$$



$$\textcircled{3} \quad \tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

$$\begin{aligned} \tan(a + b) &= \frac{\frac{4}{3} - \frac{15}{8}}{1 + \frac{4}{3} \times \frac{15}{8}} \\ &= \frac{-13}{84} \end{aligned}$$

$$\textcircled{4} \quad \sin(b - a) = \sin b \cos a - \sin a \cos b$$

$$\begin{aligned} &= \frac{15}{17} \times \frac{3}{5} - \frac{4}{5} \times \frac{-8}{17} \\ &= \frac{77}{85} \end{aligned}$$

KuwaitMath.com

القسم الثاني : ( البنود الموضوعية )

أولا : في البنود ( 1 - 4 ) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

( 1 ) مجموعة حل المعادلة :  $\sqrt[3]{x-2} = \sqrt{x-2}$  هي  $\{2,3\}$  .

( 2 ) معادلة محور التماثل للقطع المكافئ :  $y = 3x^2 + 12x + 8$  هي  $y = -4$  .

( 3 ) إذا كان  $\vec{L} = \vec{AC} + 2\vec{AB} - \vec{BC}$  فإن  $\vec{L} = 3\vec{AB}$  .

( 4 ) حل المعادلة :  $\tan x = -\sqrt{3}$  هو  $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$  حيث  $k$  عدد صحيح .

ثانيا :- في البنود ( 5 - 10 ) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

( 5 ) إذا كان باقي قسمة :  $f(x) = x^4 - kx^2 + x - k$  على  $(x-1)$  هو 3 فإن  $k =$

- (a)  $\frac{1}{2}$  (b) 3  
(c)  $-\frac{1}{2}$  (d)  $\frac{5}{2}$

( 6 ) عامل النمو للدالة  $y = \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right)^x$  هو :

- (a)  $\frac{1}{3}$  (b)  $\frac{1}{9}$  (c) 3 (d) 9

( 7 ) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه  $7cm, 8cm, 9cm$  هي :

- (a)  $6\sqrt{15}cm^2$  (b)  $12\sqrt{5}cm^2$  (c)  $16\sqrt{3}cm^2$  (d)  $18\sqrt{3}cm^2$

( 8 ) الاحداثيات القطبية للنقطة  $B\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  هي

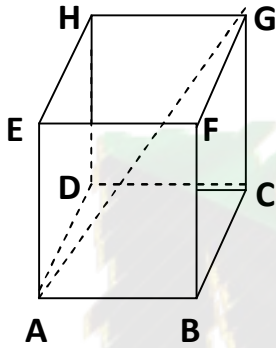
a  $B\left(1, \frac{-\pi}{4}\right)$

b  $B\left(1, \frac{\pi}{4}\right)$

c  $B\left(1, \frac{3\pi}{4}\right)$

d  $B\left(1, \frac{-3\pi}{4}\right)$

( 9 ) يمثل الشكل المقابل مكعبا إذا كان : طول حرفه  $3cm$  فإن طول قطره  $AG$  يساوي



a  $\sqrt{3}cm$

b  $3\sqrt{3}cm$

c  $9cm$

d  $18cm$

(10) مجموعة حل المعادلة  ${}_6C_r = 15$  هي :

a  $\{2\}$

b  $\{4\}$

c  $\{2, 4\}$

d  $\{3\}$

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
( 1 )	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
( 2 )	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
( 3 )	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
( 4 )	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
( 5 )	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
( 6 )	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> d
( 7 )	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
( 8 )	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
( 9 )	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
( 10 )	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d