

القسم الأول - أسئلة المقال
(تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

السؤال الأول :

(a) ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$ حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

(9 درجات)

الحل:

1/2 درجة

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x}{x} & : x > 0 \\ -3 & : x = 0 \\ \frac{x^2 - 3x}{-x} & : x < 0 \end{cases}$$

1/2 درجة

$$f(0) = -3 \quad \rightarrow (1)$$

1 درجة

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x^2 - 3x}{x} \right)$$

1 درجة

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x(x-3)}{x} \right)$$

1 درجة

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} (x-3) = -3 \quad \rightarrow (2)$$

1 درجة

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{x^2 - 3x}{-x} \right)$$

1 درجة

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{x(x-3)}{-x} \right)$$

1 درجة

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x+3) = 3 \quad \rightarrow (3)$$

1 درجة

من (2)، (3) نجد أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

1 درجة

$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ غير موجودة
الدالة f غير متصلة عند $x = 0$



تابع السؤال الأول :

(h) حدد نوع القطع المخروطي ثم اوجد معادلته اذا علمت ان اختلافه المركزي $e = \frac{4}{5}$ وبؤرتاه $F_1(4\sqrt{2}, 0), F_2(-4\sqrt{2}, 0)$

(5 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$ درجة

البؤرتان على محور السينات ، $e = \frac{4}{5} < 1$ ،
القطع هو قطع ناقص معادلته هي :

$\frac{1}{2}$ درجة

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$\frac{1}{2}$ درجة

$$F_2(-4\sqrt{2}, 0)$$

$\frac{1}{2}$ درجة

$$c = 4\sqrt{2}$$

المحور الأكبر ينطبق على المحور السيني

$\frac{1}{2}$ درجة

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{4\sqrt{2}}{a}$$

$\frac{1}{2}$ درجة

$$a = 5\sqrt{2}$$

$\frac{1}{2}$ درجة

$$a^2 = 50$$

$\frac{1}{2}$ درجة

$$c^2 = 32 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2$$

$\frac{1}{2}$ درجة

$$b^2 = 50 - 32 = 18$$

معادلة القطع الناقص هي :

$\frac{1}{2}$ درجة

$$\frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{18} = 1$$



(a) أوجد مشتقة الدالة f إذا علمت أنها متصلة حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \leq 2 \\ 4x - 3 & : x > 2 \end{cases}$$

(8 درجات)

الحل :-

$\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 2 \\ \text{نبحث} & : x = 2 \\ 4 & : x > 2 \end{cases}$$

$$f(2) = 4 + 1 = 5$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \quad \text{إن وجدت}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 1 - 5}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 2) = 4$$

$$f'_-(2) = 4 \quad \rightarrow (1)$$

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \quad \text{إن وجدت}$$

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x - 3 - 5}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x - 8}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4(x - 2)}{(x - 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} 4 = 4$$

$$\therefore f'_+(2) = 4 \quad \rightarrow (2)$$

من (1) ، (2)

$$\therefore f'_-(2) = f'_+(2) = 4$$

$$\therefore f'(2) = 4$$

$$\therefore f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 2 \\ 4 & : x = 2 \\ 4 & : x > 2 \end{cases}$$



$\frac{1}{2}$ درجة

$\frac{1}{2}$ درجة

$\frac{1}{2}$ درجة

$\frac{1}{2}$ درجة

$\frac{1}{2}$ درجة

$\frac{1}{2}$ درجة

$\frac{1}{2}$ درجة

$\frac{1}{2}$ درجة

$\frac{1}{2}$ درجة

$\frac{1}{2}$ درجة

$\frac{1}{2}$ درجة

$\frac{1}{2}$ درجة

$\frac{1}{2}$ درجة

$\frac{1}{2}$ درجة

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد :

$$\int x e^x dx$$

(6 درجات)

الحل :-

$$\frac{1}{2} \text{ درجة} + \frac{1}{2} \text{ درجة}$$

$$\frac{1}{2} \text{ درجة} + \frac{1}{2} \text{ درجة}$$

$$\frac{1}{2} \text{ درجة} + \frac{1}{2} \text{ درجة}$$

$$\frac{1}{2} \text{ درجة} + \frac{1}{2} \text{ درجة} + \frac{1}{2} \text{ درجة}$$

$$1 \text{ درجة} + \frac{1}{2} \text{ درجة}$$

$$u = x \quad dv = e^x dx$$

$$du = dx \quad v = e^x$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\therefore \int x e^x dx = x e^x - \int e^x dx$$

$$= x e^x - e^x + C$$



Kuwaitmath.com

إجابة السؤال الثالث :

(a) اوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند اي نقطة عليه (x, y)

(8 درجات)

هو $\sin 3x$ ويمر بالنقطة $A\left(\frac{2\pi}{9}, \frac{7}{9}\right)$

الحل :

1 درجة

1 درجة

$$f'(x) = \sin 3x$$

$$f(x) = \int (\sin 3x) dx$$

$$f(x) = -\frac{1}{3} \cos 3x + C$$

$$\left(\frac{2\pi}{9}, \frac{7}{9}\right) \in f$$

$$f\left(\frac{2\pi}{9}\right) = -\frac{1}{3} \cos\left(3 \times \frac{2\pi}{9}\right) + C$$

$$-\frac{1}{3} \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + C = \frac{7}{9}$$

$$\therefore -\frac{1}{3} \left(-\frac{1}{2}\right) + C = \frac{7}{9}$$

$$C = \frac{11}{18}$$

1 درجة + 1 درجة

$\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة

$\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة

1 درجة

1 درجة



$$f(x) = -\frac{1}{3} \cos 3x + \frac{11}{18}$$

تابع اجابة السؤال الثالث :-

(b) أوجد :

$$\int_{-3}^3 (\sqrt{9-x^2}) dx$$

(6 درجات)

الحل:

$\frac{1}{2}$ درجة

$$y^2 = 9 - x^2$$

$\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة

$$x^2 + y^2 = 9$$

$\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة

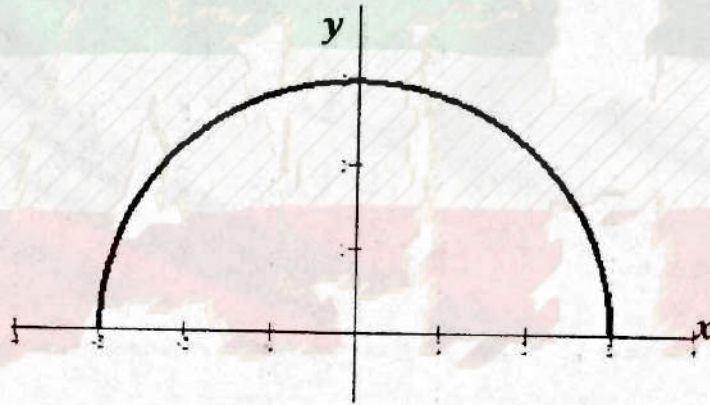
وهي معادلة دائرة مركزها نقطة الاصل (0, 0)

وطول نصف قطرها 3 وحدات طول

$\frac{1}{2}$ درجة

$$y = (\sqrt{9-x^2})$$

الدالة تمثل معادلة النصف العلوي للدائرة



$\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة

$\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة

$$\int_{-3}^3 (\sqrt{9-x^2}) dx = \frac{1}{2} (\pi(3)^2)$$

$\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة

$$= \frac{9\pi}{2}$$



(ا) ادرس تغير الدالة f ثم ارسم بيانها حيث

$$f(x) = 1 + 3x^2 - x^3$$

الحل :

f دالة كثيرة حدود مجالها \mathbb{R}

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} -x^3 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 = \infty$$

نوجد النقاط الحرجة حيث f دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها .

$$f'(x) = 6x - 3x^2$$

$$f'(x) = 0 \quad \text{نضع}$$

$$6x - 3x^2 = 0$$

$$3x(2 - x) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{أو} \quad x = 2$$

$$f(0) = 1, f(2) = 5$$

النقاط الحرجة هي $(0, 1), (2, 5)$



	$-\infty$	0	2	∞
الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0, 2)$	$(2, \infty)$	
إشارة f'	-----	+++++	-----	
سلوك الدالة f	متناقصة ∞	متزايدة	متناقصة	$-\infty$

الدالة f متناقصة على كلا من الفترتين $(-\infty, 0)$, $(2, \infty)$, متزايدة على الفترة $(0, 2)$

$$f''(x) = 6 - 6x$$

نكون الجدول لدراسة إشارة f''

$$f''(x) = 0 \quad \text{نضع}$$

$$6 - 6x = 0 \Rightarrow 6x = 6 \Rightarrow x = 1$$

$$f(1) = 3$$

1

الجدول $1\frac{1}{2}$ درجة

الفترات	$(-\infty, 1)$	$(1, \infty)$
"إشارة f'' "	+++++	-----
التقعر	تقعر لأعلى	تقعر لأسفل

منحنى الدالة مقعر للأعلى على الفترة $(-\infty, 1)$ ومقعر للأسفل على الفترة $(1, \infty)$.

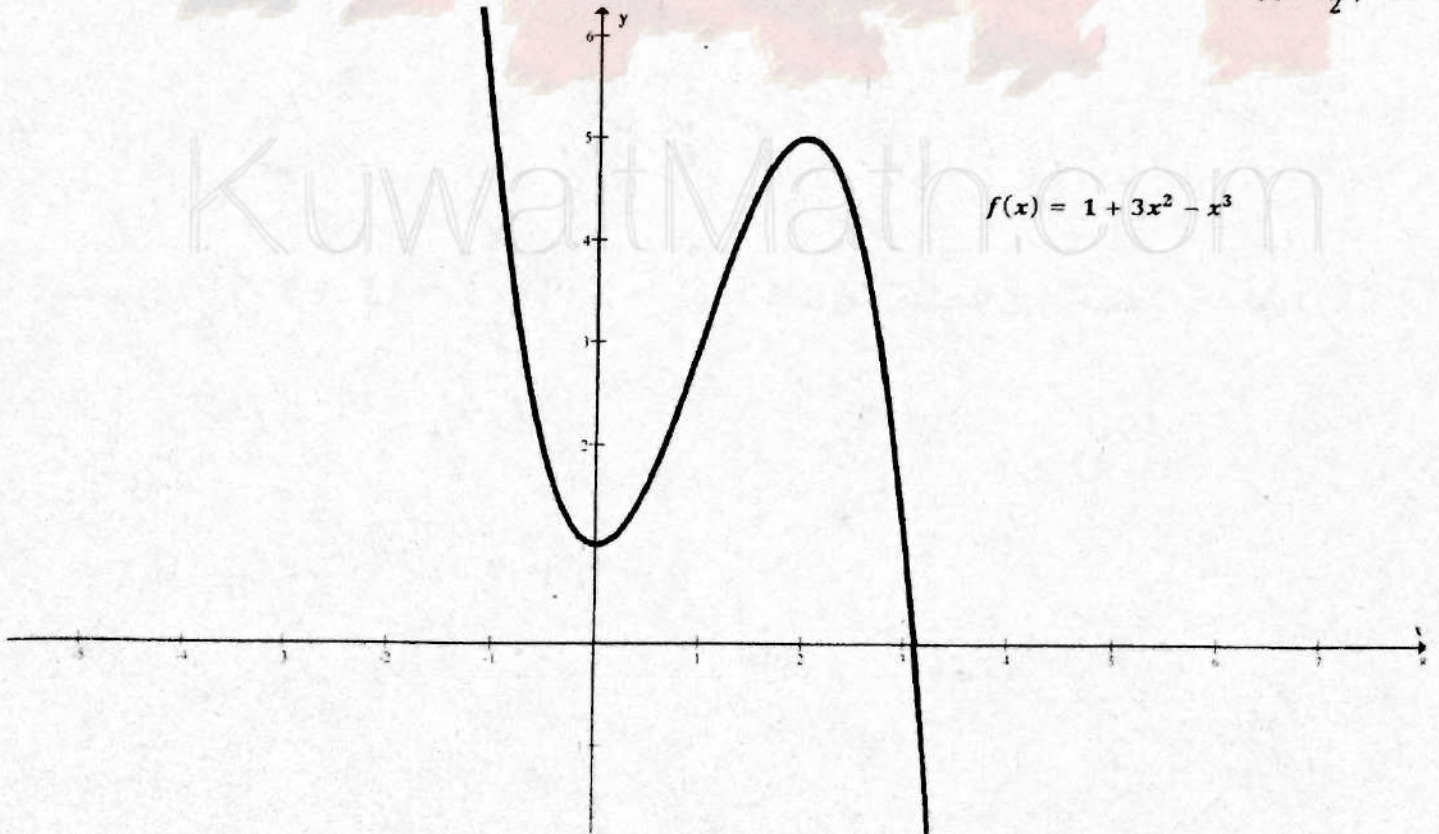
(1,3) نقطة انعطاف

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	5	1	3	5	1
	نقطة إضافية	نقطة صغرى محلية	نقطة انعطاف	نقطة عظمى محلية	نقطة إضافية

صفحة الرسم البياني



الرسم $1\frac{1}{2}$ درجة



تابع اجابة السؤال الرابع :-

(b) إذا كان X متغير عشوائي متصل و دالة كثافة الاحتمال له هي :-

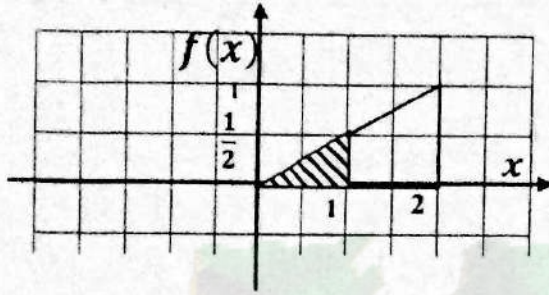
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & : 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد :

(5 درجات)

$$P(X < 1) \quad (1) \quad P(X \geq 1) \quad (2) \quad P(X = 1) \quad (3)$$

الرسم درجته



درجة $\frac{1}{2}$

$$P(X < 1) =$$

(1) مساحة المنطقة المظللة

درجة $\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2}$$

مساحة المنطقة المثلثية

درجة $\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{4}$$

KuwaitMath.com

درجة 1

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1)$$

(2) مساحة المنطقة غير المظللة من المثلث

درجة $\frac{1}{2}$

$$= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

درجة 1

$$P(X = 1) = 0$$

(3)

القسم الثاني: البنود الموضوعية

في البنود من (1 - 2) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة (لكل بند درجة واحدة):

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-5}{\sqrt{x^2-5x-5}} = 3 \quad (1)$$

(2) المعادلة التفاضلية التالية: $(y')^2 + 2xy = 0$ من الرتبة الثانية والدرجة الأولى

في البنود من (3 - 10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدالة على الإجابة الصحيحة (لكل بند درجة ونصف):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin x} \quad (3) \quad \text{تساوي :}$$

(a) 2

(b) -2

(c) 0

(d) ∞



(4) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = 2$ فإن $f(x)$ يمكن أن تكون

(a) $\frac{1}{|x-2|}$

(b) $\sqrt{x-2}$

(c) $\frac{|x-2|}{x-2}$

(d) $\begin{cases} \sqrt{x^2-3} : x > 2 \\ 3x-5 : x \leq 2 \end{cases}$

(5) إذا كانت $f : y = \frac{1}{\sin x}$ فإن y' تساوي :

(a) $\cot x \csc x$

(b) $\cos x$

(c) $-\cot x \csc x$

(d) $-\cos x$

(6) للدالة $f : f(x) = (x^2 - 3)^2$ نقاط انعطاف عددها :

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

(7)

$$\int \left(\frac{\csc^2 x}{\sqrt[3]{2 + \cot x}} \right) dx =$$

(a) $\frac{3}{2}(2 + \cot x)^{\frac{2}{3}} + C$

(b) $\frac{4}{3}(2 + \cot x)^{\frac{4}{3}} + C$

(c) $-\sqrt{2 + \cot x} + C$

(d) $-\frac{3}{2}(2 + \cot x)^{\frac{2}{3}} + C$

(8) الدالة النسبية f : $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$ على صورة كسور جزئية هي $f(x)$ تساوي

(a) $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2}$



(b) $\frac{1}{2(x-2)} + \frac{1}{2(x+2)}$

(c) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}$

(d) $\frac{1}{2(x-2)} - \frac{1}{2(x+2)}$

(9) ان حجم العينة المطلوبة لتقدير المتوسط الحسابي للمجتمع مع هامش خطأ وحدتين ودرجة ثقة 95% وانحراف معياري $\sigma = 8$ يساوي :

(a) 62

(b) 65

(c) 8

(d) 26

(10) في دراسة لمجتمع احصائي وجد ان $\bar{x} = 130, \mu = 125, n = 36$ وكان المقياس الاحصائي $Z = 3.125$ فان الانحراف المعياري σ هو :

(a) -9.6

(b) 6.9

(c) 9.6

(d) -6.9

• انتهت الأسئلة •

اجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)

$$\dots = 1 \times \dots$$

(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

14

$$\dots = 1 \frac{1}{2} \times \dots$$

توقيع المراجع

توقيع المصحح



Kuwaitmath.com