وزارة التربية
التوجيه الفني للرياضيات
ثانوية عبد الله العسعوسي   امتحان نهاية الفترة الثانية للصف الثاني عشر علمي لمادة الرياضيات
للعام الدراسي٢٠١٧ / ٢٠١٨

القسم الأول :أسئلة المقال أجب عن الاسئلة التالية (موضحا خطوات الحل في كل منها)

(٨درجات)

السؤال الأول :

(a) أوجد إن أمكن $\lim_{x \to 3} \frac{3-\sqrt{2x+3}}{x-3}$

(b) بين أن الدالة f : $f(x) = x^2 + 2x$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-3,1]$ (٦درجات)
ثم أوجد قيمة c الذي تنبئ به النظرية وفسر إجابتك .

السؤال الثاني:

(٨ درجات)

(a) أوجد $\lim_{x \to -\infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{4x^2 + 5x + 6}}$

(٨ درجات)

(٦درجات)

(b) ادرس اتصال الدالة f على مجالها : $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

السؤال الثالث:

(٩درجات)

(a) ادرس تغير الدالة $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ وارسم بيانها

تابع السؤال الثالث

(b) أوجد فترة ثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ ،علما أن العينة أخذت من مجتمع طبيعي .

إذا كان لدينا n=13 , s=0.3 . $\overline{x} = 8.4$

السؤال الرابع :

(٨درجات)

a) لتكن f :

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x & : x\le 1 \\ 4x-1 & : x>1 \end{cases}$$

ابحث قابلية اشتقاق الدالة f عند x=1

(٦درجات)

b) لتكن $u=2x^3+x$ ، $y=u^2+4u-3$ أوجد $\dfrac{dy}{dx}$

القسم الثاني : البنود الموضوعية : (١٤درجات)

أولا : في البنود (١ – ٢) عبارات . لكل بند ظلل في ورقة الإجابة ⓐ **إذا كانت العبارة صحيحة**
ⓑ **إذا كانت العبارة خاطئة**

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sin x}{\cos^2 x}=0$ ⓐ ⓑ

(2) إذا كان $y=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{3}+x$

فإن $\dfrac{dy}{dx}=x^2+\dfrac{2}{3}x+1$ ⓐ ⓑ

ثانيا: في البنود (٣ – ١٠) لكل بند أربعة اختيارات واحد منها صحيح – اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها :

3) إذا كانت الدالة f : $f(x)=\sqrt{x^2-a}$ متصلة عند x=3 فإن a يمكن أن تساوي

ⓐ 4 ⓑ 9 ⓒ 16 ⓓ 25

4) إذا كانت $s=\dfrac{4}{3\pi}\sin 3t+\dfrac{4}{5\pi}\cos 5t$ فإن $\dfrac{ds}{dt}$ تساوي

ⓐ $\dfrac{4}{\pi}\sin 3t-\dfrac{4}{\pi}\cos 5t$ ⓑ $\dfrac{4}{\pi}\cos 3t+\dfrac{4}{\pi}\sin 5t$ ⓒ $\dfrac{4}{\pi}\cos 3t-\dfrac{4}{\pi}\sin 3t$ ⓓ $\dfrac{4}{\pi}\cos 3t-\dfrac{4}{\pi}\sin 5t$

5) إذا كانت : $f(x)=(1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن : $f''(x)$ تساوي

ⓐ $\dfrac{8}{27}(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ ⓑ $8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ ⓒ $-8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ ⓓ $-64(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

6) الدالة k : $k(x)=|x^2-4|$ لها

ⓐ قيمة عظمى مطلقة ⓑ قطتان حرجتان فقط ⓒ قيمة صغرى مطلقة ⓓ ليس أيا مما سبق

7) إذا كانت f دالة كثيرة حدود ، $(c,f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن :

ⓐ $f''(x)=0$ ⓑ $f'(x)=0$ ⓒ $f(x)=0$ ⓓ $f''(x)$ غير موجودة

8) أبعاد أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات ورأساه العلويان القطع المكافئ $y=4x^2$ هي

ⓐ $8,\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ ⓑ $\dfrac{8}{3},\sqrt{3}$ ⓒ $4,4$ ⓓ $\dfrac{4\sqrt{3}}{3},\dfrac{8}{3}$

9) إذا كانت $r=\tan(2-\theta)$ فإن $\dfrac{dr}{d\theta}$ تساوي

ⓐ $\sec^2(2-\theta)$ ⓑ $-\sec^2(2-\theta)$ ⓒ $\sec^2(\theta+2)$ ⓓ $\sec(2-\theta)$

10) في دراسة حول متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة هو $\mu = 320$ وقد تبين أن المتوسط الحسابي لعينة حجمها n=25 منزلا هو $\overline{x} = 310$ مع انحراف معياري s=40 .إن المقياس الإحصائي هو

ⓐ 1.25 ⓑ -1.25 ⓒ 0.8 ⓓ -0.8

انتهت الأسئلة

إجابات الأسئلة الموضوعية

(1)	a	b	[redacted]	
(2)	a	b		
(3)	a	b	c	d
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d

وزارة التربية
التوجيه الفني للرياضيات
ثانوية عبد الله العسعوسي

امتحان نهاية الفترة الثانية للصف الثاني عشر علمي لمادة الرياضيات
للعام الدراسي٢٠١٧ / ٢٠١٨

<u>القسم الأول :أسئلة المقال أجب عن الاسئلة التالية (موضحا خطوات الحل في كل منها)</u>

<u>السؤال الأول :</u>

a) أوجد إن أمكن $\lim_{x\to 3}\frac{3-\sqrt{2x+3}}{x-3}$

$$\lim_{x\to 3}\left(3+\sqrt{2x+3}\right)=\lim_{x\to 3}3+\lim_{x\to 3}\sqrt{2x+3}$$
$$=3+\sqrt{\lim_{x\to 3}\left(2x+3\right)}=3+\sqrt{9}=6\neq 0$$
$$\therefore \lim_{x\to 3}\frac{3-\sqrt{2x+3}}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{-2}{3+\sqrt{2x+3}}$$
$$=\frac{\lim_{x\to 3}(-2)}{\lim_{x\to 3}\left(3+\sqrt{2x+3}\right)}=\frac{-2}{6}=\frac{-1}{3}$$

عند التعويض المباشر ب x=3 في كل من البسط والمقام نحصل على $\frac{0}{0}$ (صيغة غير معينة)

$$\frac{3-\sqrt{2x+3}}{x-3}=\frac{3-\sqrt{2x+3}}{x-3}\bullet\frac{3+\sqrt{2x+3}}{3+\sqrt{2x+3}}$$
$$=\frac{9-(2x+3)}{(x-3)\left(3+\sqrt{2x+3}\right)}$$
$$=\frac{2(3-x)}{(x-3)\left(3+\sqrt{2x+3}\right)}$$
$$=\frac{-2}{3+\sqrt{2x+3}}$$
$$\lim_{x\to 3}(2x+3)=2(3)+3=9>0$$

---

b) بين أن الدالة f : $f(x)=x^2+2x$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-3,1]$

ثم أوجد قيمة c الذي تنبئ به النظرية وفسر إجابتك .

الحل :

الدالة $f(x)=x^2+2x$ دالة كثيرة حدود متصلة على R فهي متصلة على الفترة $[-3,1]$

وقابلة للاشتقاق على الفترة $(-3,1)$

$\therefore$ الدالة f تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[-3,1]$

$\therefore$ يوجد على الأقل $c\in(-3,1)$ بحيث :

$$f'(x)=2x+2$$
$$f'(c)=2c+2$$
$$f(b)=f(1)=1^2+2(1)=3$$
$$f(a)=f(-3)=(-3)^2+2(-3)=3$$

$$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$
$$2c+2=\frac{3-3}{1-(-3)}=0$$
$$2c=-2$$
$$c=-1\in(-3,1)$$

التفسير : يوجد مماس لمنحنى الدالة f عند x=-1 يوازي القاطع المار بالنقطتين $(-3,3),(1,3)$

السؤال الثاني:

a) أوجد $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{2x-3}{\sqrt{4x^2+5x+6}}$

$$f(x)=\frac{2x-3}{\sqrt{4x^2+5x+6}}$$

$$=\frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}}$$

$$=\frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{|x|\sqrt{\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}}\quad\because\ x\to-\infty\quad\therefore\ |x|=-x$$

$$=\frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{-x\sqrt{\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}}=\frac{-2+\frac{3}{x}}{\sqrt{\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)=\lim_{x\to-\infty}4+\lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x}+\lim_{x\to-\infty}\frac{6}{x^2}$$

$$=4+0+0=4>0$$

$$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to-\infty}\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}$$

$$=\sqrt{4}=2\quad\neq 0$$

$$\therefore\ \lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{-2+\frac{3}{x}}{\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}$$

$$=\frac{\lim_{x\to-\infty}\left(-2+\frac{3}{x}\right)}{\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}=\frac{\lim_{x\to-\infty}(-2)+\lim_{x\to-\infty}\frac{3}{x}}{2}=\frac{-2+0}{2}$$

$$=-1$$

---

b) ادرس اتصال الدالة f على مجالها : $f(x)=\sqrt{9-x^2}$

$$D_f=\{x:g(x)\geq 0\}$$

$$9-x^2\geq 0$$

$$9-x^2=0$$

$$(3-x)(3+x)=0$$

$$x=3\quad,\quad x=-3$$

$-\infty$		-3		3		∞
	$-$		$+$		$-$	

$$D_f=[-3,3]$$

نضع $g(x)=9-x^2\qquad f(x)=\sqrt{g(x)}$

دراسة الاتصال :

الدالة $g(x)=9-x^2$ متصلة على $[-3,3]$ $\longleftarrow$ 1

$\forall x\in[-3,3]\qquad g(x)\geq 0$ $\longleftarrow$ 2

من 1 و 2

F متصلة على $[-3,3]$

السؤال الثالث:

a) ادرس تغير الدالة $f(x)=x^3-6x^2+9x-4$ وارسم بيانها

$$f''(x)=6x-12$$
$$f''(x)=0 \rightarrow x=2$$
$$f(2)=2^3-6(2)^2+9(2)-4=-2$$

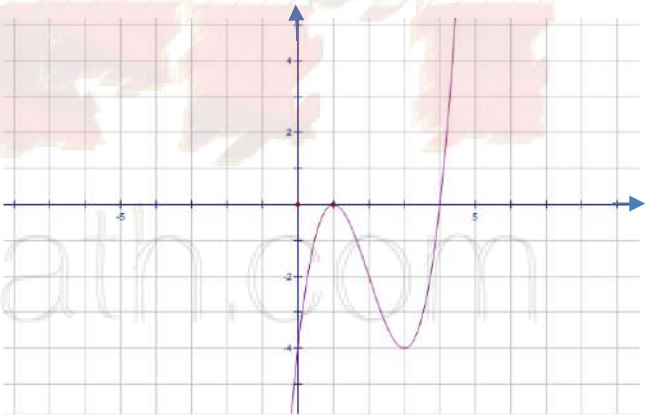
	$-\infty$	2 ∞
الفترات	$(-\infty,2)$	$(2,\infty)$
إشارة f''	$-$	$+$
التقعر	$\cap$	$\cup$

منحنى الدالة مقعر لأسفل على $(-\infty,2)$

منحنى الدالة مقعر لأعلى على $(2,\infty)$

$(2,-2)$ نقطة انعطاف

x	0	1	2	3	4
y	-4	0	-2	-4	0



$\because$ F دالة كثيرة حدود مجالها R

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty} x^3=\infty$$
$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} x^3=-\infty$$

F دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها

$$f'(x)=3x^2-12x+9$$
$$f'(x)=0$$
$$3x^2-12x+9=0$$
$$3(x-3)(x-1)=0$$
$$x=3 \quad x=1$$
$$f(3)=3^3-6(3)^2+9(3)-4=-4$$
$$f(1)=1^3-6(1)^2+9(1)-4=0$$

$\therefore (3,-4)$ ، $(1,0)$ نقاط حرجة

ندرس إشارة $f'(x)$

	$-\infty$ 1	3	∞
الفترات	$(-\infty,1)$	$(1,3)$	$(3,\infty)$
إشارة $f'(x)$	$+$	$-$	$+$
سلوك f	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

$\therefore$ F متزايدة على الفترات $(-\infty,1),(3,\infty)$

F متناقصة على الفترة $(1,3)$

تابع السؤال الثالث

(b) أوجد فترة ثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ ،علما أن العينة أخذت من مجتمع طبيعي .

إذا كان لدينا n=13 , s=0.3 . $\overline{x}=8.4$

$\overline{x}=8.4$ ، s=0.3 ، n=13

$\because$ δ^2 غير معلومة , $n=13\leq 30$

$\therefore$ نستخدم توزيع t

درجات الحرية : n-1=13-1=12

$\because$ مستوى الثقة 95%

$$\therefore 1-\alpha=0.95\rightarrow\alpha=0.05\rightarrow\frac{\alpha}{2}=0.025$$

من جدول توزيع t نجد : $t_{\frac{\alpha}{2}}=t_{0.025}=2.179$

هامش الخطأ : $E=t_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}$

$$=2.179\times\frac{0.3}{\sqrt{13}}=0.1813$$

$\therefore$ فترة الثقة : $\left(\overline{x}-E,\overline{x}+E\right)$

$$(8.4-0.1813,8.4+0.1813)$$

$$(8.2187,8.5813)$$

السؤال الرابع :

(a) لتكن f :

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x : x\le 1 \\ 4x-1 : x>1 \end{cases}$$

ابحث قابلية اشتقاق الدالة f عند x=1

$$f'(1)=\lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$
$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2+2x-3}{x-1}$$
$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{(x+3)(x-1)}{x-1} \quad x\ne 1$$
$$=\lim_{x\to 1^-}(x+3)=1+3=4$$
$$f'_+(1)=f'_-(1)$$

$\therefore$ f قابلة للاشتقاق عند x=1

$$f'(1)=4$$

F متصلة عند x=1

$$f(1)=1^2+2(1)=3$$
$$f'(1)=\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$
$$=\lim_{x\to 1^+}\frac{4x-1-3}{x-1}$$
$$=\lim_{x\to 1^+}\frac{4(x-1)}{x-1} \quad x\ne 1$$
$$=\lim_{x\to 1^+}4=4$$

(b) لتكن $u=2x^3+x$ ، $y=u^2+4u-3$ أوجد $\frac{dy}{dx}$

$$\frac{du}{dx}=6x^2+1$$

$$\frac{dy}{du}=2u+4$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx}$$
$$=(2u+4).(6x^2+1)$$
$$=\left[2(2x^3+x)\right](6x^2+1)$$
$$=(4x^3+2x)(6x^2+1)$$
$$=24x^5+16x^3+2x$$

القسم الثاني : البنود الموضوعية :

أولا : في البنود (١ – ٢) عبارات . لكل بند ظلل في ورقة الإجابة ⓐ **إذا كانت العبارة صحيحة**
ⓑ **إذا كانت العبارة خاطئة**

(1) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\sin x}{\cos^2 x}=0$ ⓐ ⓑ

(2) إذا كان $y=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{3}+x$

فإن $\frac{dy}{dx}=x^2+\frac{2}{3}x+1$ ⓐ ⓑ

ثانيا: في البنود (٣ – ١٠) لكل بند أربعة اختيارات واحد منها صحيح – اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها :

3) إذا كانت الدالة f : $f(x)=\sqrt{x^2-a}$ متصلة عند x=3 فإن a يمكن أن تساوي

ⓐ 4 ⓑ 9 ⓒ 16 ⓓ 25

4) إذا كانت $s=\frac{4}{3\pi}\sin 3t+\frac{4}{5\pi}\cos 5t$ فإن $\frac{ds}{dt}$ تساوي

ⓐ $\frac{4}{\pi}\sin 3t-\frac{4}{\pi}\cos 5t$ ⓑ $\frac{4}{\pi}\cos 3t+\frac{4}{\pi}\sin 5t$ ⓒ $\frac{4}{\pi}\cos 3t-\frac{4}{\pi}\sin 3t$ ⓓ $\frac{4}{\pi}\cos 3t-\frac{4}{\pi}\sin 5t$

5) إذا كانت : $f(x)=(1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن : $f''(x)$ تساوي

ⓐ $\frac{8}{27}(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ ⓑ $8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ ⓒ $-8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ ⓓ $-64(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

6) الدالة k : $k(x)=|x^2-4|$ لها

ⓐ قيمة عظمى مطلقة ⓑ نقطتان حرجتان فقط ⓒ قيمة صغرى مطلقة ⓓ ليس أيا مما سبق

7) إذا كانت f دالة كثيرة حدود ، $(c, f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن :

ⓐ $f''(x)=0$ ⓑ $f'(x)=0$ ⓒ $f(x)=0$ ⓓ $f''(x)$ غير موجودة

8)أبعاد أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات ورأساه العلويان القطع المكافئ $y=4x^2$ هي

ⓐ $8,\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ⓑ $\frac{8}{3},\sqrt{3}$ ⓒ $4,4$ ⓓ $\frac{4\sqrt{3}}{3},\frac{8}{3}$

9) إذا كانت $r=\tan(2-\theta)$ فإن $\frac{dr}{d\theta}$ تساوي

ⓐ $\sec^2(2-\theta)$ ⓑ $-\sec^2(2-\theta)$ ⓒ $\sec^2(\theta+2)$ ⓓ $\sec(2-\theta)$

10) في دراسة حول متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة هو $\mu = 320$ وقد تبين أن المتوسط الحسابي لعينة حجمها n=25 منزلا هو $\bar{x} = 310$ مع انحراف معياري s=40 .إن المقياس الإحصائي هو

Ⓐ 1.25 Ⓑ -1.25 Ⓒ 0.8 Ⓓ -0.8

انتهت الأسئلة

إجابات الأسئلة الموضوعية

(1)	a		[redacted]	
(2)		b		
(3)		b	c	d
(4)	a	b	c	
(5)	a	b		d
(6)	a	b	c	
(7)		b	c	d
(8)	a	b	c	
(9)	a		c	d
(10)	a		c	d

وزارة التربية
التوجيه الفني للرياضيات

امتحان نهاية الفترة الثانية للصف الثاني عشر علمي لمادة الرياضيات

للعام الدراسي ٢٠١٧ / ٢٠١٨

القسم الأول :أسئلة المقال أجب عن الاسئلة التالية (موضحا خطوات الحل في كل منها)

(٨درجات)

السؤال الأول :

(a) أوجد إن أمكن $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{3-\sqrt{2x+3}}{x-3}$

(b) بين أن الدالة f: $f(x)=x^2+2x$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-3,1]$ (٦درجات)

ثم أوجد قيمة c الذي تتنبأ به النظرية وفسر إجابتك .

السؤال الثاني:

(٨ درجات)

(a) أوجد $\lim_{x \to -\infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{4x^2 + 5x + 6}}$

(٦درجات)

(b) ادرس اتصال الدالة f على مجالها : $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

السؤال الثالث:

(٩درجات)

(a) ادرس تغير الدالة $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ وارسم بيانها

تابع السؤال الثالث

(b) أوجد فترة ثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ ،علما أن العينة أخذت من مجتمع طبيعي .

إذا كان لدينا n=١٣ , s=٠,٣ . $\overline{x} = 8.4$

السؤال الرابع :

(٨درجات)

a) لتكن f :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : x \le 1 \\ 4x - 1 & : x > 1 \end{cases}$$

ابحث قابلية اشتقاق الدالة f عند x=١

(٦درجات)

b) لتكن $u = 2x^3 + x$ ، $y = u^2 + 4u - 3$ أوجد $\frac{dy}{dx}$

القسم الثاني : البنود الموضوعية: (١٤درجات)

أولا : في البنود (١ – ٢) عبارات . لكل بند ظلل في ورقة الإجابة ⓐ **إذا كانت العبارة صحيحة**
ⓑ **إذا كانت العبارة خاطئة**

(1) $\lim_{x \to 0} \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} = 0$ ⓐ ⓑ

(2) إذا كان $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{3} + x$

فإن $\frac{dy}{dx} = x^2 + \frac{2}{3}x + 1$ ⓐ

ثانيا: في البنود (٣ – ١٠) لكل بند أربعة اختيارات واحد منها صحيح – اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها :

٣) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 - a}$ متصلة عند x=٣ فإن a يمكن أن تساوي

ⓐ 4 ⓑ 9 ⓒ 16 ⓓ 25

٤) إذا كانت $s = \frac{4}{3\pi}\sin 3t + \frac{4}{5\pi}\cos 5t$ فإن $\frac{ds}{dt}$

ⓐ $\frac{4}{\pi}\sin 3t - \frac{4}{\pi}\cos 5t$ ⓑ $\frac{4}{\pi}\cos 3t + \frac{4}{\pi}\sin 5t$ ⓒ $\frac{4}{\pi}\cos 3t - \frac{4}{\pi}\sin 3t$ ⓓ $\frac{4}{\pi}\cos 3t - \frac{4}{\pi}\sin 5t$

٥) إذا كانت : $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن : $f''(x)$ تساوي

ⓐ $\frac{8}{27}(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ ⓑ $8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ ⓒ $-8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ ⓓ $-64(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

٦) الدالة k : $k(x) = |x^2 - 4|$ لها

ⓐ قيمة عظمى مطلقة ⓑ قطتان حرجتان فقط ⓒ قيمة صغرى مطلقة ⓓ ليس أيا مما سبق

٧) إذا كانت f دالة كثيرة حدود ، $(c, f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن :

ⓐ $f''(x) = 0$ ⓑ $f'(x) = 0$ ⓒ $f(x) = 0$ ⓓ $f''(x)$ غير موجودة

٨)أبعاد أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات ورأساه العلويان القطع المكافئ $y = 4x^2$ هي

ⓐ $8, \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ⓑ $\frac{8}{3}, \sqrt{3}$ ⓒ $4, 4$ ⓓ $\frac{4\sqrt{3}}{3}, \frac{8}{3}$

٩) إذا كانت $r = \tan(2-\theta)$ فإن $\frac{dr}{d\theta}$ تساوي

ⓐ $\sec^2(2-\theta)$ ⓑ $-\sec^2(2-\theta)$ ⓒ $\sec^2(\theta+2)$ ⓓ $\sec(2-\theta)$

١٠) في دراسة حول متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة هو $\mu = 320$ وقد تبين أن المتوسط الحسابي لعينة حجمها n=٢٥ منزلا هو $\overline{x} = 310$ مع انحراف معياري s=٤٠ .إن المقياس الإحصائي هو

ⓐ 1.25 ⓑ -1.25 ⓒ 0.8 ⓓ -0.8

انتهت الأسئلة

إجابات الأسئلة الموضوعية

(1)	a	b	[redacted]	
(2)	a	b		
(3)	a	b	c	d
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d

وزارة التربية
التوجيه الفني للرياضيات
ثانوية عبد الله العسعوسي

امتحان نهاية الفترة الثانية للصف الثاني عشر علمي لمادة الرياضيات
للعام الدراسي ٢٠١٧ / ٢٠١٨

القسم الأول :أسئلة المقال أجب عن الاسئلة التالية (موضحا خطوات الحل في كل منها)

السؤال الأول :

a) أوجد إن أمكن $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{3-\sqrt{2x+3}}{x-3}$

عند التعويض المباشر ب x=٣ في كل من البسط والمقام نحصل على

$\dfrac{0}{0}$ (صيغة غير معينة)

$$\lim_{x \to 3}\left(3+\sqrt{2x+3}\right) = \lim_{x \to 3} 3 + \lim_{x \to 3}\sqrt{2x+3}$$
$$= 3+\sqrt{\lim_{x \to 3}(2x+3)} = 3+\sqrt{9} = 6 \neq 0$$
$$\therefore \lim_{x \to 3}\frac{3-\sqrt{2x+3}}{x-3} = \lim_{x \to 3}\frac{-2}{3+\sqrt{2x+3}}$$
$$= \frac{\lim\limits_{x \to 3}(-2)}{\lim\limits_{x \to 3}\left(3+\sqrt{2x+3}\right)} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$$

$$\frac{3-\sqrt{2x+3}}{x-3} = \frac{3-\sqrt{2x+3}}{x-3} \cdot \frac{3+\sqrt{2x+3}}{3+\sqrt{2x+3}}$$
$$= \frac{9-(2x+3)}{(x-3)\left(3+\sqrt{2x+3}\right)}$$
$$= \frac{2(3-x)}{(x-3)\left(3+\sqrt{2x+3}\right)}$$
$$= \frac{-2}{3+\sqrt{2x+3}}$$
$$\lim_{x \to 3}(2x+3) = 2(3)+3 = 9 > 0$$

---

b) بين أن الدالة f: $f(x) = x^2 + 2x$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-3,1]$

ثم أوجد قيمة c الذي تنبئ به النظرية وفسر إجابتك .

الحل :

الدالة $f(x) = x^2 + 2x$ دالة كثيرة حدود متصلة على R فهي متصلة على الفترة $[-3,1]$

وقابلة للاشتقاق على الفترة $(-3,1)$

$\therefore$ الدالة f تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[-3,1]$

$\therefore$ يوجد على الأقل $c \in (-3,1)$ بحيث :

$$f'(x) = 2x+2$$
$$f'(c) = 2c+2$$
$$f(b) = f(1) = 1^2 + 2(1) = 3$$
$$f(a) = f(-3) = (-3)^2 + 2(-3) = 3$$

$$f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$
$$2c+2 = \frac{3-3}{1-(-3)} = 0$$
$$2c = -2$$
$$c = -1 \in (-3,1)$$

التفسير : يوجد مماس لمنحنى الدالة f عند x=-١ يوازي القاطع المار بالنقطتين $(1,3),(-3,3)$

السؤال الثاني:

(a) أوجد

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{2x-3}{\sqrt{4x^2+5x+6}}$$

$$f(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{4x^2+5x+6}}$$

$$= \frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}}$$

$$= \frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{|x|\sqrt{\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}} \because \; x \to -\infty \quad \therefore \; |x| = -x$$

$$= \frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{-x\sqrt{\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}} = \frac{-2+\frac{3}{x}}{\sqrt{\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}}$$

$$\lim_{x \to -\infty}\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right) = \lim_{x \to -\infty} 4 + \lim_{x \to -\infty} \frac{5}{x} + \lim_{x \to -\infty} \frac{6}{x^2}$$

$$= 4+0+0 = 4 > 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \to -\infty}\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}$$

$$= \sqrt{4} = 2 \qquad \neq 0$$

$$\therefore \lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{-2+\frac{3}{x}}{\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}$$

$$= \frac{\lim_{x \to -\infty}\left(-2+\frac{3}{x}\right)}{\lim_{x \to -\infty}\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \to -\infty}(-2) + \lim_{x \to -\infty}\frac{3}{x}}{2} = \frac{-2+0}{2}$$

$$= -1$$

(b) ادرس اتصال الدالة f على مجالها :

$$f(x) = \sqrt{9-x^2}$$

نضع $g(x) = 9-x^2$ $\qquad f(x) = \sqrt{g(x)}$

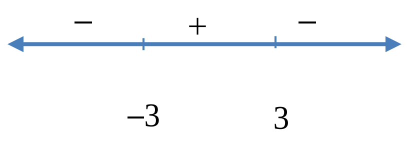
$D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$

$9-x^2 \geq 0$

$9-x^2 = 0$

$(3-x)(3+x) = 0$

$x = 3 \quad , \quad x = -3$



دراسة الاتصال :

الدالة $g(x) = 9-x^2$ متصلة على $[-3,3]$ $\qquad$ 1

$g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-3,3]$ $\qquad$ 2

من ١ و ٢

F متصلة على $[-3,3]$

$D_f = [-3,3]$

السؤال الثالث:

a) ادرس تغير الدالة $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ وارسم بيانها

$\because$ F دالة كثيرة حدود مجالها R

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} x^3 = \infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$

F دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$f'(x) = 0$

$3x^2 - 12x + 9 = 0$

$3(x-3)(x-1) = 0$

$x = 3 \quad x = 1$

$f(3) = 3^3 - 6(3)^2 + 9(3) - 4 = -4$

$f(1) = 1^3 - 6(1)^2 + 9(1) - 4 = 0$

$\therefore (3,-4) \text{ ،} (1,0)$ نقاط حرجة

ندرس إشارة $f'(x)$

الفترات	$(-\infty,1)$	$(1,3)$	$(3,\infty)$
إشارة $f'(x)$	+	−	+
	↗	↘	↗

$f''(x) = 6x - 12$

$f''(x) = 0 \rightarrow x = 2$

$f(2) = 2^3 - 6(2)^2 + 9(2) - 4 = -2$

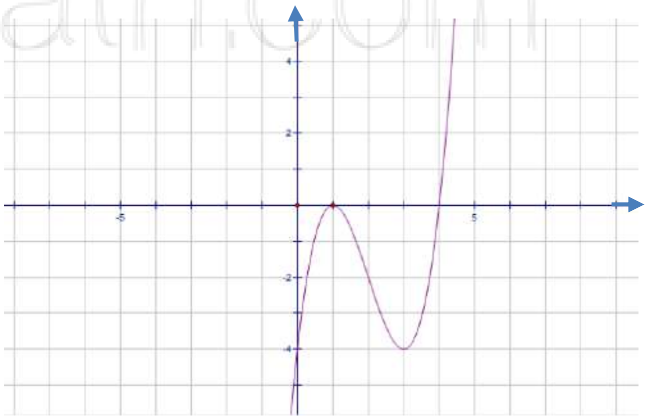
	$(-\infty,2)$	$(2,\infty)$
إشارة f''	−	+

منحنى الدالة مقعر لأسفل على $(-\infty,2)$

منحنى الدالة مقعر لأعلى على $(2,\infty)$

$(2,-2)$ نقطة انعطاف

x	0	1	2	3	4
y	-4	0	-2	-4	0



$\therefore$ F متزايدة على الفترات $(-\infty,1),(3,\infty)$

F متناقصة على الفترة $(1,3)$

تابع السؤال الثالث

(b) أوجد فترة ثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ ،علما أن العينة أخذت من مجتمع طبيعي .

إذا كان لدينا n=١٣ , s=٠,٣ . $\overline{x}=8.4$

n=١٣ ، s=٠,٣ ، $\overline{x}=8.4$

$\because$ δ^2 غير معلومة , $n=13\le 30$

$\therefore$ نستخدم توزيع t

درجات الحرية : n-١=١٣-١=١٢

$\because$ مستوى الثقة 95%

$$\therefore 1-\alpha=0.95\rightarrow\alpha=0.05\rightarrow\frac{\alpha}{2}=0.025$$

من جدول توزيع t نجد : $t_{\frac{\alpha}{2}}=t_{0.025}=2.179$

هامش الخطأ :

$$E=t_{\frac{\alpha}{2}}.\frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$=2.179\times\frac{0.3}{\sqrt{13}}=0.1813$$

$\therefore$ فترة الثقة :

$$\left(\overline{x}-E,\overline{x}+E\right)$$

$$(8.4-0.1813,8.4+0.1813)$$

$$(8.2187,8.5813)$$

السؤال الرابع :

(a) لتكن f :

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x & : x\le 1 \\ 4x-1 & : x>1 \end{cases}$$

ابحث قابلية اشتقاق الدالة f عند x=١

F متصلة عند x=١

$$f'(1)=\lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$
$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2+2x-3}{x-1}$$
$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{(x+3)(x-1)}{x-1} \qquad x\neq 1$$
$$=\lim_{x\to 1^-}(x+3)=1+3=4$$

$$f(1)=1^2+2(1)=3$$
$$f'(1)=\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$
$$=\lim_{x\to 1^+}\frac{4x-1-3}{x-1}$$
$$=\lim_{x\to 1^+}\frac{4(x-1)}{x-1} \qquad x\neq 1$$
$$=\lim_{x\to 1^+}4=4$$

$$f'_+(1)=f'_-(1)$$

∴ f قابلة للاشتقاق عند x=١

$$f'(1)=4$$

(b) لتكن $u=2x^3+x$ ، $y=u^2+4u-3$ أوجد $\frac{dy}{dx}$

$$\frac{du}{dx}=6x^2+1$$

$$\frac{dy}{du}=2u+4$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx}$$
$$=(2u+4).(6x^2+1)$$
$$=\left[2(2x^3+x)\right](6x^2+1)$$
$$=(4x^3+2x)(6x^2+1)$$
$$=24x^5+16x^3+2x$$

القسم الثاني : البنود الموضوعية:

أولا : في البنود (١ – ٢) عبارات . لكل بند ظلل في ورقة الإجابة ⓐ **إذا كانت العبارة صحيحة**
ⓑ **إذا كانت العبارة خاطئة**

(1) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\sin x}{\cos^2 x}=0$ ⓐ ⓑ

(2) إذا كان $y=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{3}+x$

فإن $\frac{dy}{dx}=x^2+\frac{2}{3}x+1$ ⓐ

ثانيا: في البنود (٣ – ١٠) لكل بند أربعة اختيارات واحد منها صحيح – اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها :

٣) إذا كانت الدالة f : $f(x)=\sqrt{x^2-a}$ متصلة عند x=٣ فإن a يمكن أن تساوي

ⓐ 4 ⓑ 9 ⓒ 16 ⓓ 25

٤) إذا كانت $s=\frac{4}{3\pi}\sin 3t+\frac{4}{5\pi}\cos 5t$ فإن $\frac{ds}{dt}$ تساوي

ⓐ $\frac{4}{\pi}\cos 3t-\frac{4}{\pi}\sin 5t$ $\frac{4}{\pi}\cos 3t-\frac{4}{\pi}\sin 3t$ $\frac{4}{\pi}\cos 3t+\frac{4}{\pi}\sin 5t$ $\frac{4}{\pi}\sin 3t-\frac{4}{\pi}\cos 5t$

٥) إذا كانت : $f(x)=(1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن : $f''(x)$ تساوي

ⓑ $-64(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ ⓐ $-8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ $8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ $\frac{8}{27}(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

٦) الدالة k : $k(x)=|x^2-4|$ لها

ليس أيا مما سبق ⓓ قيمة صغرى مطلقة ⓒ نقطتان حرجتان فقط ⓑ قيمة عظمى مطلقة ⓐ

٧) إذا كانت f دالة كثيرة حدود ، $(c, f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن :

$f''(x)$ غ ⓐ $f(x)=0$ موجودة $f'(x)=0$ $f''(x)=0$

٨)أبعاد أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات ورأساه العلويان القطع المكافئ $y=4x^2$ هي

$\frac{4\sqrt{3}}{3},\frac{8}{3}$ $\frac{8}{3},\sqrt{3}$

ⓑ ⓐ $4,4$ $8,\frac{4\sqrt{3}}{3}$

٩) إذا كانت $r=\tan(2-\theta)$ فإن $\frac{dr}{d\theta}$ تساوي

ⓐ $\sec(2-\theta)$ $\sec^2(\theta+2)$ $-\sec^2(2-\theta)$ $\sec^2(2-\theta)$

تابع امتحان نهاية الفترة الثانية للصف الثاني عشر علمي لمادة الرياضيات للعام الدراسي ٢٠١٧ / ٢٠١٨

١٠) في دراسة حول متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة هو $\mu=320$ وقد تبين أن المتوسط الحسابي لعينة حجمها n=٢٥ منزلا هو $\bar{x}=310$ مع انحراف معياري s=٤٠ .إن المقياس الإحصائي هو

ⓓ -0.8 ⓒ 0.8 ⓑ -1.25 ⓐ 1.25

انتهت الأسئلة

إجابات الأسئلة الموضوعية

(1)	a		[redacted]	
(2)		b		
(3)		b	c	d
(4)	a	b	c	
(5)	a	b		d
(6)	a	b	c	
(7)		b	c	d
(8)	a	b	c	
(9)	a		c	d
(10)	a		c	d

اسم الطالب : ....

الصف: ....

وزارة التربية

الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

مادة : الريــــاضيات

اختبار نهاية الفترة الدراسية الأولى

للعام الدراســـــي 2017/2018م

الصف : الثاني عشر علمي

رقم السؤال	الدرجة		اسم المصحح	اسم المراجع
الأول				
الثاني				
الثالث				
الرابع				
موضوعي				
مجموع				

الدرجة بالأحرف: ____________________

توقيع المراجع : ____________________

70

وزارة التربية

الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

العام الدراسي : 2017/2018 م

الزمن : ساعتان و وخمس وأربعون دقيقة

الصف : الثاني عشر علمي

نموذج اختبار الفترة الدراسية الأولى

تعليمات :

- عدد أوراق الاختبار (13) ورقات بما فيها الغلاف وورقة التعليمات .
- الأسئلة المقالية من صفحة (3) إلى صفحة (11) .
- الأسئلة الموضوعية من صفحة (12) إلى صفحة (13) .
- الدوائر المخصّصة لإجابة البنود الموضوعية مطبوعة في نهاية الاختبار .
- تظّلل دائرة واحدة فقط لكل بند من بنود الموضوعية .
- في حالة تظليل أكثر من دائرة لبند واحد تلغى درجة ذلك البند .
- لا يصرف أي أوراق زائدة للطالب غير ورقة الإجابة المقررة وفي حالة ضيق المكان المخصص للإجابة يكتب في الصفحة البيضاء المقابلة للسؤال .

أولاً : الأسئلة المقالية :

السؤال الأول:- 14 درجة

(a) أوجد إن أمكن :

$$\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x^2-2x}$$

الحل:

7 درجات

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases} x^2+x & : \quad x\leqslant -1 \\ x^2-x-2 & : \; x>-1 \end{cases}$$

أوجد إن أمكن $f'(-1)$.

الحل:

7 درجات

السؤال الثاني: 14 درجة

(a) لتكن: $f(x)=|x^2-3x+2|$ ابحث اتصال الدالة f عند $x=0$

الحل:

7 درجات

(b) أوجد إن أمكن :

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

الحل:

7 درجات

السؤال الثالث: 14 درجة

(a) لتكن $f(x) = x^3$. أوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة إن وجدت.

الحل:

5 درجات

(b) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 4$ وارسم بيانها.

الحل:

9 درجات

ورقة الرسم البياني

السؤال الرابع : | 14 درجة |

(a) أوجد قيمة كل من الثوابت a, b, c لمنحنى الدالة f: $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

الذي يمر بنقطة الأصل وله نقطة حرجة $(16\ ,\ 4)$.

الحل:

| 9 درجات |

(b) في دراسة للمدّة الزمنيّة المطلوبة من طلاب جامعيين لإنهاء دراستهم، اختير عشوائيًّا 80 طالبًا، فكان متوسط السنوات لهذه العينة (سنوات) $\overline{x} = 4.8$، والانحراف المعياري لهذه العينة $S = 2.2$.

اوجد فترة الثقة عند درجة ثقة 95% لمعلمة المجتمع μ

الحل:

5 درجات

الاسئلة الموضوعية

اولا في البنود (1-3) ظلل الحرف (a) اذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) اذا كانت العبارةخاطئة:

(1) $\lim_{x\to 0}\frac{1+\sin 2x}{2\cos 2x}=\frac{1}{2}$ ⓐ ⓑ

(2) إن القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ لدرجة الثقة 96% هي 2.055 ⓐ ⓑ

ثانياً : في البنود (4-10) لكل بند اربع خيارات احداها فقط صحيح ظلل في ورقة الاجابة الرمز الدال على الاجابة الصحيحة :

(3) الدالة f : $f(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على:

ⓐ $\left(-\infty , \frac{1}{2}\right]$ ⓑ $(5 , \infty)$

ⓒ $\mathbb{R}$ ⓓ $(-5 , 5)$

(4) إذا كان: $\lim_{x\to\infty}\frac{mx^2+nx+4}{\sqrt{x^2-2x+4}}=-2$ فإن قيم m , n هي:

ⓐ $m=0 , n=-2$ ⓑ $m=0 , n=2$ ⓒ $m=1 , n=-1$ ⓓ $m=1 , n=1$

(5) إذا كانت $y=\frac{1}{x}+5\sin x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

ⓐ $-\frac{1}{x^2}-5\cos x$ ⓑ $\frac{1}{x^2}+5\cos x$

ⓒ $-\frac{1}{x^2}+5\cos x$ ⓓ $\frac{1}{x^2}-5\cos x$

(6) إن معادلة المماس لمنحنى الدالة f : $f(x)=2x^2-13x+2$ عند $x=3$ هي:

ⓐ $y=x-16$ ⓑ $y=-x+16$

ⓒ $y=-x-13$ ⓓ $y=-x-16$

(7) إذا كانت: $f(x)=\frac{2x+1}{3x+2}$ فإن: $f^{(4)}(x)$ تساوي:

ⓐ $24(3x+2)^{-5}$ ⓑ $-24(3x+2)^{-5}$

ⓒ $648(3x+2)^{-5}$ ⓓ $-648(3x+2)^{-5}$

(8) عدد النقاط الحرجة للدالة: $y=3x^3-9x-4$ على الفترة $(0 , 2)$ هو:

ⓐ 3 ⓑ 2 ⓒ 1 ⓓ 0

يُتبع

تابع الأسئلة الموضوعية

(9) مستطيل مساحته $36\,cm^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي:

(a) $9\,cm\ ,\ 4\,cm$ (b) $12\,cm\ ,\ 3\,cm$

(c) $6\,cm\ ,\ 6\,cm$ (d) $18\,cm\ ,\ 2\,cm$

(10) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف:

(a) $f(x) = x^3 + 5x$ (b) $f(x) = 4x^2 - 2x^4$ (c) $f(x) = x^3$ (d) $f(x) = (x-2)^4$

رقم السؤال	إجابات الأسئلة الموضوعية			
1	a	b	c	d
2	a	b	c	d
3	a	b	c	d
4	a	b	c	d
5	a	b	c	d
6	a	b	c	d
7	a	b	c	d
8	a	b	c	d
9	a	b	c	d
10	a	b	c	d

لكل بند صح أو خطأ
درجة واحدة

لكل بند اختياري من متعدّد
درجة ونصف

انتهت الأسئلة

أسم الطالب : ....

الصف: ....

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

مادة : الريـــــاضيات
اختبار نهاية الفترة الدراسية الأولى
للعام الدراســــــي 2017/2018م
الصف : الثاني عشر علمي

نموذج الإجابة

رقم السؤال	الدرجة		اسم المصحح	اسم المراجع
الأول				
الثاني				
الثالث				
الرابع				
موضوعي				
مجموع				

الدرجة بالأحرف: ______________________________

توقيع المراجع : ______________________________

70

نموذج الإجابة

وزارة التربية	اختبار نـهاية الفترة الدراسية الأولى	المادة : رياضيات
منطقة حولي التعليمية	العام الدراسي 2017/2018 م	الزمن : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة
التوجيه الفني للرياضيات		الصف : الثاني عشر علمي

أولاً : الأسئلة المقالية :

السؤال الأول:- 14 درجة

(a) أوجد إن أمكن : $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{x^2-2x}$

الحل:

$\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{x^2-2x}$

لا يمكن التعويض عن x بـ 2 لأن نهاية المقام تساوي الصفر
وكذلك نهاية البسط تساوي الصفر (صيغة غير معينة) .
$(x-2)$ عامل صفري مشترك بين البسط والمقام .

1 درجة

الضرب في مرافق البسط

$$\frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x^2-2x} = \frac{(\sqrt{x^2+5}-3)(\sqrt{x^2+5}+3)}{(x^2-2x)(\sqrt{x^2+5}+3)}$$

1 درجة

$$= \frac{x^2+5-9}{x(x-2)(\sqrt{x^2+5}+3)} = \frac{(x+2)\cancel{(x-2)}^{1}}{x\cancel{(x-2)}_{1}(\sqrt{x^2+5}+3)} \qquad x \neq 2$$

$$= \frac{x+2}{x(\sqrt{x^2+5}+3)}$$

1 درجة

$$\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x^2-2x} = \lim_{x\to 2} \frac{x+2}{x(\sqrt{x^2+5}+3)}$$

$$= \frac{\lim\limits_{x\to 2}(x+2)}{\lim\limits_{x\to 2} x(\sqrt{x^2+5}+3)} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

2 درجة

1 درجة

$\lim\limits_{x\to 2} x(\sqrt{x^2+5}+3)$

$\lim\limits_{x\to 2} x = 2 \neq 0 \qquad \lim\limits_{x\to 2}(x^2+5) = 9 > 0$

$\lim\limits_{x\to 2}(\sqrt{x^2+5}+3) = \lim\limits_{x\to 2}\sqrt{x^2+5} + \lim\limits_{x\to 2} 3$

$= \sqrt{\lim\limits_{x\to 2}(x^2+5)} + 3 = \sqrt{9} + 3 = 6 \neq 0$

1 درجة

$\lim\limits_{x\to 2} x(\sqrt{x^2+5}+3)$

$= \lim\limits_{x\to 2} x \bullet \lim\limits_{x\to 2}(\sqrt{x^2+5}+3) = (2)(6)$

$= 12 \neq 0$

7 درجات

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases} x^2+x & : \quad x\leqslant -1 \\ x^2-x-2 & : \quad x>-1 \end{cases}$$

أوجد إن أمكن $f'(-1)$.

الحل:

$$f'_-(-1)=\lim_{x\to -1^-}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}$$ 1 درجة

$$f'_-(-1)=\lim_{x\to -1^-}\frac{(x^2+x)-(0)}{x+1}$$ 1 درجة

(ان وجدت)

$$f'_-(-1)=\lim_{x\to -1^-}\frac{x(x+1)}{x+1}$$ 1 درجة

$$f'_-(-1)=\lim_{x\to -1^-}x=-1$$

$$f'_+(-1)=\lim_{x\to -1^+}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}$$

$$f'_+(-1)=\lim_{x\to -1^+}\frac{(x^2-x-2)-(0)}{x+1}$$ 1 درجة

$$f'_+(-1)=\lim_{x\to -1^+}\frac{(x+1)(x-2)}{x+1}$$ 1 درجة

$$f'_+(-1)=\lim_{x\to -1^+}(x-2)=-3$$

$$f'_+(-1)\neq f'_+(-1)$$

1 درجة $f'(-1)$ غير موجودة 1 درجة

7 درجات

السؤال الثاني: 14 درجة

(a) لتكن: $f(x)=|x^2-3x+2|$ ابحث اتصال الدالة f عند $x=0$

الحل:

نفرض أن : $g(x)=|x|$, $h(x)=x^2-3x+2$ — 1 درجة

فنجد أن : $f(x)=(g\circ h)(x)$

$g(h(x))=|x^2-3x+2|$ — 1 درجة

h دالة متصلة عند $x=0$ (1) — 1 درجة

$h(0)=0-0+2=2$ — 1 درجة

g دالة متصلة عند $x=2$

أي أن g دالة متصلة عند $x=h(0)$ (2) — 1 درجة

من (1) , (2) $g\circ h$ متصلة عند $x=0$ — 1 درجة

أي أن f متصلة عند $x=0$ — 1 درجة

7 درجات

(b) أوجد إن أمكن :

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

الحل:

$$f(x)=\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}=\frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}$$ 0.5 درجة

$$=\frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ 0.5 درجة

عندما $x>0$ يكون: $|x|=x$

$$=\frac{\cancel{x}^{1}\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\cancel{x}^{1}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ 0.5 درجة

بشرط $x\neq 0$

$$=\frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ 0.5 درجة

$$\because\ \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)=\lim_{x\to\infty}1+\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}-\lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2}$$

$$=1+0-0=1\quad,\quad 1>0$$ 1 درجة

$$\therefore\ \lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}=\sqrt{1}=1\quad,\quad 1\neq 0$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)=\lim_{x\to\infty}1-\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}$$

$$=1-0=1\quad,\quad 1\neq 0$$ 1 درجة

$$\therefore\ \lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ 1 درجة

$$=\frac{\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ 1 درجة

$$=\frac{1}{1}=1$$ 1 درجة

7 درجات

السؤال الثالث: 14 درجة

(a) لتكن $f(x) = x^3$. أوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة إن وجدت.

الحل:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$ إن وجدت — 1 درجة

$$= \lim_{h \to 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$$ 0.5 درجة

$$= \lim_{h \to 0} \frac{x^3 + 3x^2 h + 3x\,h^2 + h^3 - x^3}{h}$$ 0.5 درجة

$$= \lim_{h \to 0} \frac{3x^2 h + 3xh^2 + h^3}{h}$$ 0.5 درجة

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{h}^{1}(3x^2 + 3xh + h^2)}{{}_{1}\cancel{h}}$$ 0.5 درجة

$$= \lim_{h \to 0} (3x^2 + 3xh + h^2)$$ 1 درجة

$$= 3x^2$$ 1 درجة

$$\therefore\ f'(x) = 3x^2$$

5 درجات

(b) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 4$ وارسم بيانها.

الحل: f دالة كثيرة الحدود مجالها $\mathbb{R}$.

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (x^3) = -\infty$ 0.5 درجة

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} (x^3) = \infty$ 0.5 درجة

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة الحدود قابلة للاشتقاق على مجالها. 0.5 درجة

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x-1)(x+1)$

نضع: $f'(x) = 0$

$3(x-1)(x+1) = 0$ 0.5 درجة

$x = 1 \quad , \quad x = -1$

$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 4 = 2 \quad , \quad f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 4 = 6$

$\therefore$ $(1,2), (-1,6)$ نقطتان حرجتان. 1 درجة

نكوّن جدول لدراسة إشارة f'

	$-\infty$	-1	1	∞
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$	
إشارة f'	$+++$	$---$	$+++$	
سلوك الدالة f	متزايدة $-\infty \nearrow$	متناقصة $\searrow$	متزايدة $\nearrow \infty$	

1 درجة

منحنى الدالة متزايد على كل من الفترة $(-\infty, -1)$ والفترة $(1, \infty)$ ومتناقص على الفترة $(-1, 1)$

نكوّن جدول لدراسة إشارة f'': 1 درجة

$f''(x) = 6x$

نضع: $f''(x) = 0$

$6x = 0 \quad , \quad x = 0$

$f(0) = 4$ 0.5 درجة

	$-\infty$	0	∞
الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$	
إشارة f''	$--$	$++$	
التقعّر	$\cap$	$\cup$	

منحنى الدالة مقعر للأسفل على الفترة $(-\infty, 0)$ ومقعر للأعلى على الفترة $(0, \infty)$

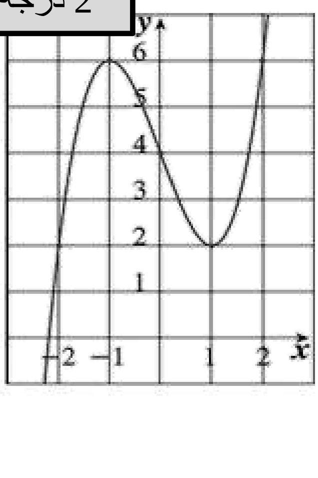
$(0, 4)$ نقطة انعطاف. 0.5 درجة

نقاط إضافية

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-14	2	6	4	2	6	22
	نقطة إضافية	نقطة إضافية	نقطة عظمى محلية	نقطة انعطاف	نقطة صغرى محلية	نقطة إضافية	نقطة إضافية

بيان الدالة f: 1 درجة

2 درجة



9 درجات

السؤال الرابع : 14 درجة

(a) أوجد قيمة كل من الثوابت a, b, c لمنحنى الدالة f: $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

الذي يمر بنقطة الأصل وله نقطة حرجة $(4\ ,\ 16)$.

الحل:

f دالة كثيرة حدود فهي متصلة على $\mathbb{R}$ وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$\because$ المنحني يمر من نقطة الأصل $\therefore$ $(0,0)$ تنتمي لمنحني الدالة فهي تحقق معادلته :

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \Rightarrow 0 = (0)^3 + a(0)^2 + b(0) + c$$

$$\Rightarrow \boxed{C = 0}$$

1 درجة

$\because$ $(4,16)$ نقطة حرجة $\therefore$ المنحني يمر من النقطة $(4,16)$

$\therefore$ $(4,16)$ تنتمي لمنحني الدالة فهي تحقق معادلته :

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \Rightarrow 16 = (4)^3 + a(4)^2 + b(4) + c$$

$$\Rightarrow 16 = 64 + 16a + 4b + 0$$

1 درجة

$$\Rightarrow 16a + 4b = -48$$

$$\Rightarrow \boxed{4a + b = -12} \quad ①$$

1 درجة

$\because$ $(4,16)$ نقطة حرجة $\therefore$ $f'(x) = 0$ عند $x = 4$

نوجد المشتقة الأولى الدالة f :

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$\Rightarrow 0 = 3(4)^2 + 2a(4) + b$$

1 درجة

$$\Rightarrow 0 = 48 + 8a + b$$

1 درجة

$$\Rightarrow \boxed{8a + b = -48} \quad ②$$

بطرح ① من ② طرفاً لطرف نجد :

$$4a = -36 \Rightarrow \boxed{a = -9}$$

درجة

نعوض في ① نجد :

$$4(-9) + b = -12 \Rightarrow \boxed{b = 24}$$

درجة

$$\therefore\ a = -9,\ b = 24\ ,\ c = 0$$

درجة

1 درجة

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$$

9 درجات

(b) في دراسة للمدّة الزمنيّة المطلوبة من طلاب جامعيين لإنهاء دراستهم، اختير عشوائيًّا 80 طالبًا، فكان متوسط السنوات لهذه العينة (سنوات) $\overline{x} = 4.8$، والانحراف المعياري لهذه العينة $S = 2.2$.

اوجد فترة الثقة عند درجة ثقة 95% لمعلمة المجتمع μ

الحل:

$\overline{X} = 4.8\ ,\ n = 80\ ,\ s = 2.2$

مستوى الثقة هو 95%

القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ — 1 درجة

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$= 1.96 \times \frac{2.2}{\sqrt{80}} = 0.4821$$ 1 درجة

هامش الخطأ ≈ 0.4821 — 1 درجة

فترة الثقة هي

$(\overline{X} - E, \overline{X} + E)$ — 1 درجة

$=(4.8-0.4821, 4.8+0.4821)$

$=(4.3179, 5.2821)$ — 1 درجة

عند اختيار 100عينه عشوائية ذات الحجم نفسه (n=80) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقة للمتوسط الحسابي للمجتمع μ.

5 درجات

الاسئلة الموضوعية

اولا في البنود (1-3) ظلل الحرف (a) اذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) اذا كانت العبارة خاطئة:

(1) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1+\sin 2x}{2\cos 2x} = \frac{1}{2}$ — (a) (b)

(2) إن القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ لدرجة الثقة 96% هي 2.055 — (a) (b)

ثانياً : في البنود (4-10) لكل بند اربع خيارات احداها فقط صحيح ظلل في ورقة الاجابة الرمز الدال على الاجابة الصحيحة :

(3) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على:

(a) $\left(-\infty , \frac{1}{2}\right]$
(b) $(5 , \infty)$
(c) $\mathbb{R}$
(d) $(-5 , 5)$

(4) إذا كان: $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{mx^2+nx+4}{\sqrt{x^2-2x+4}} = -2$ فإن قيم m , n هي:

(a) $m=0 \;,\; n=-2$
(b) $m=0 \;,\; n=2$
(c) $m=1 \;,\; n=-1$
(d) $m=1 \;,\; n=1$

(5) إذا كانت $y = \frac{1}{x} + 5\sin x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $-\frac{1}{x^2} - 5\cos x$
(b) $\frac{1}{x^2} + 5\cos x$
(c) $-\frac{1}{x^2} + 5\cos x$
(d) $\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

(6) إن معادلة المماس لمنحنى الدالة f : $f(x) = 2x^2 - 13x + 2$ عند $x = 3$ هي:

(a) $y = x - 16$
(b) $y = -x + 16$
(c) $y = -x - 13$
(d) $y = -x - 16$

(7) إذا كانت: $f(x) = \frac{2x+1}{3x+2}$ فإن: $f^{(4)}(x)$ تساوي:

(a) $24(3x+2)^{-5}$
(b) $-24(3x+2)^{-5}$
(c) $648(3x+2)^{-5}$
(d) $-648(3x+2)^{-5}$

(8) عدد النقاط الحرجة للدالة: $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(2 , 0)$ هو:

(a) 3
(b) 2
(c) 1
(d) 0

يُتبع

تابع الاسئلة الموضوعية

(9) مستطيل مساحته $36\,cm^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي:

(a) $9\,cm\ ,\ 4\,cm$ (b) $12\,cm\ ,\ 3\,cm$

(c) $6\,cm\ ,\ 6\,cm$ (d) $18\,cm\ ,\ 2\,cm$

(10) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف:

(a) $f(x)=x^3+5x$ (b) $f(x)=4x^2-2x^4$ (c) $f(x)=x^3$ (d) $f(x)=(x-2)^4$

رقم السؤال	إجابات الأسئلة الموضوعية			
1	**a**	b	c	d
2	**a**	b	c	d
3	a	**b**	c	d
4	**a**	b	c	d
5	a	b	**c**	d
6	a	b	c	**d**
7	a	b	c	**d**
8	a	b	**c**	d
9	a	b	**c**	d
10	a	b	c	**d**

لكل بند صح أو خطأ
درجة واحدة

لكل بند اختياري من متعدّد
درجة ونصف

انتهت الأسئلة