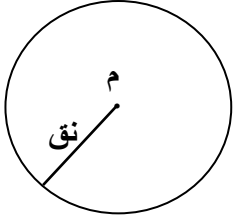


الصف العاشر
مادة الرياضيات
دفتر الطالب

اسم الطالب :

الصف :

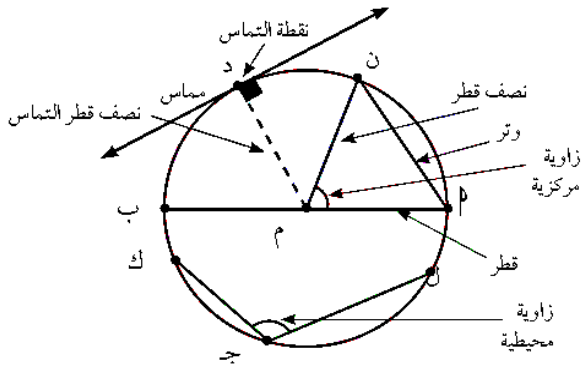
W.R.E



تعريف الدائرة
الدائرة هي مجموعة نقاط المستوي التي تبعد كل منها عن نقطة ثابتة م في المستوي بعداً ثابتاً
تسمى النقطة الثابتة مركز الدائرة ويسمى البعد الثابت طول نصف القطر ويرمز له عادة بالرمز نق

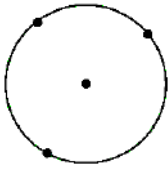
تعريف هامة :

القطر - نصف القطر - الوتر - المماس - نصف قطر التماس
الزاوية المحيطية - الزاوية المركزية



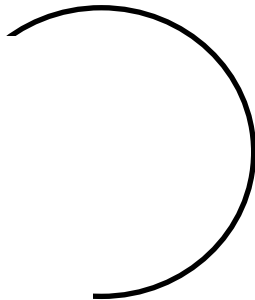
نظرية ١

كل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تمر بها دائرة واحدة فقط



كتاب الطالب مثال ص ١٥ رقم ١ :

علم الآثار: وجد عالم آثار قطعاً صغيرة من جرة خزفية بالإضافة إلى قطعة كبيرة دائرية الشكل من فوهة الجرة. كيف تستطيع مساعدة العالم لإعادة ترميم الجرة، وذلك بإيجاد مركز وطول نصف قطر القطعة الدائرية الكبيرة؟



.....

.....

.....

.....

.....

.....

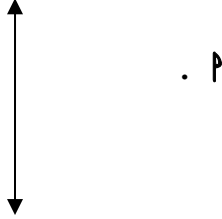
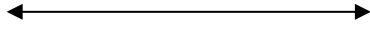
.....

.....

.....

.....

نتيجة ١: من نقطة خارج مستقيم يوجد مستقيم وحيد يمر بهذه النقطة وعمودي على المستقيم المعلوم . P



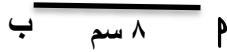
نتيجة ٢: أقصر بعد بين نقطة ومستقيم هو البعد العمودي

تدريب ١: بالإستعانة بالشكل المقابل أجب عن الأسئلة التالية

(١) كم عدد الدوائر المارة بالنقطة P ؟



(٢) كم عدد الدوائر المارة بالنقطتين P ، B ؟



(٣) كم عدد الدوائر المارة بالنقطتين P ، B ، نصف قطرها ٦ سم ؟



(٤) كم عدد الدوائر المارة بالنقطتين P ، B ، نصف قطرها ٤ سم ؟

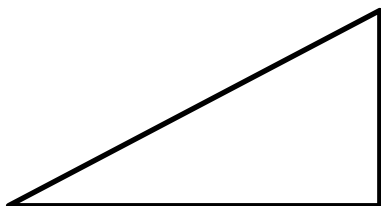


(٥) كم عدد الدوائر المارة بالنقطتين P ، B ، نصف قطرها ٢,٥ سم ؟



تدريب ٢:

حدد مركز الدائرة المارة برؤس مثلث قائم الزاوية ؟



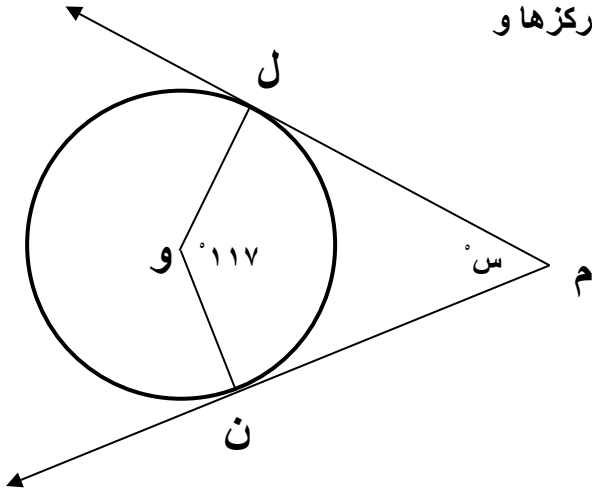
نظرية ٢

المماس عمودي على نصف قطر التماس

كتاب الطالب مثال ص ١٥ رقم ٢ :

في الشكل المقابل م ل ، م ن مماسان للدائرة التي مركزها و

أوجد قياس الزاوية ل م ن

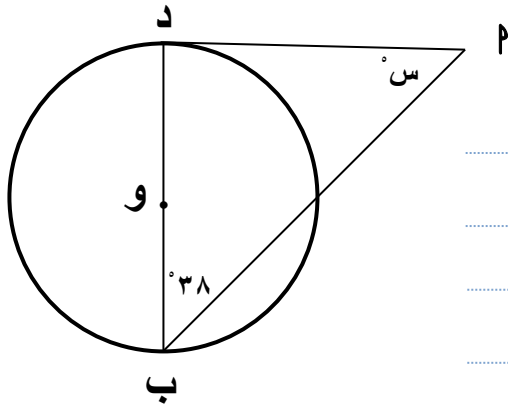


كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٥ رقم ٢ :

في الشكل المقابل :

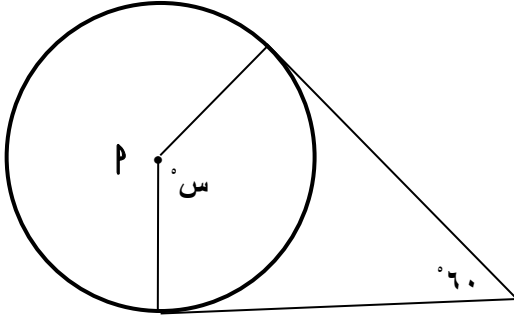
د مماس للدائرة التي مركزها و

أوجد قيمة س



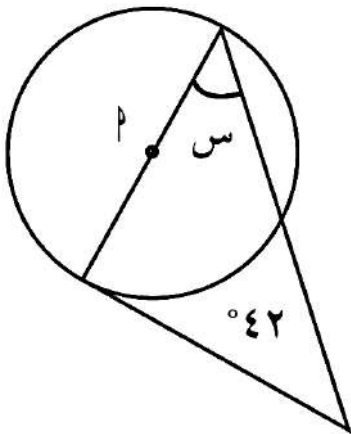
كراسة التمارين ص ٩ رقم ١ :

القطع المستقيمة تمس الدائرة ، P مركز الدائرة . أوجد قيمة S



كراسة التمارين ص ٩ رقم ٢ :

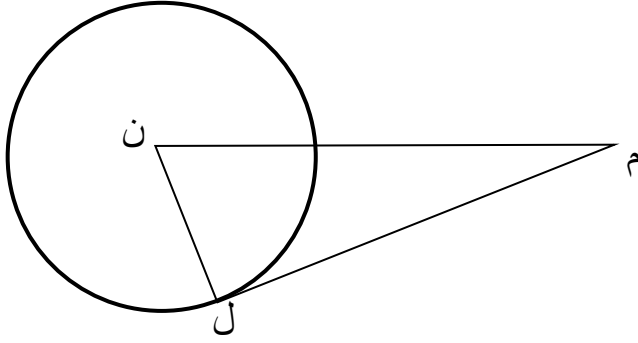
القطعة المستقيمة تمس الدائرة ، P مركز الدائرة . أوجد قيمة S



نظرية ٣

المستقيم العمودي على نصف قطر دائرة عند نهايته التي تنتمي للدائرة يكون مماساً لهذه الدائرة عند هذه النقطة

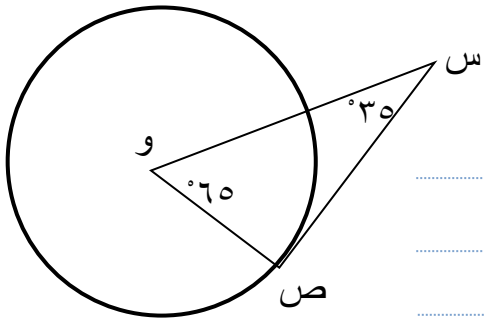
كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٨ رقم ٤ :
في الشكل المقابل دائرة مركزها ن



ن ل = ٤ ، ل م = ٧ ، ن م = ٨ ، م
فهل م ل مماس للدائرة؟ فسر إجابتك .

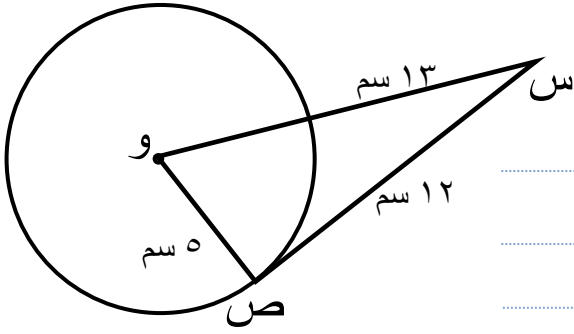
التطبيق :

في الشكل المقابل دائرة مركزها و
فهل س ص مماس للدائرة؟ فسر إجابتك .



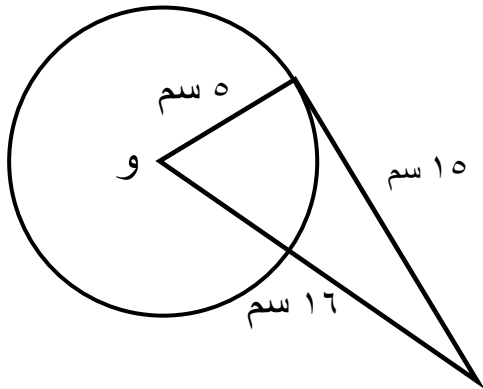
التطبيق:

في الشكل المقابل
أثبت أن س ص مماس للدائرة



كراسة التمارين ص ٩ رقم ٤ :

في الشكل المقابل
حدد ما إذا المستقيم مماساً للدائرة التي مركزها O .



نظرية ٤

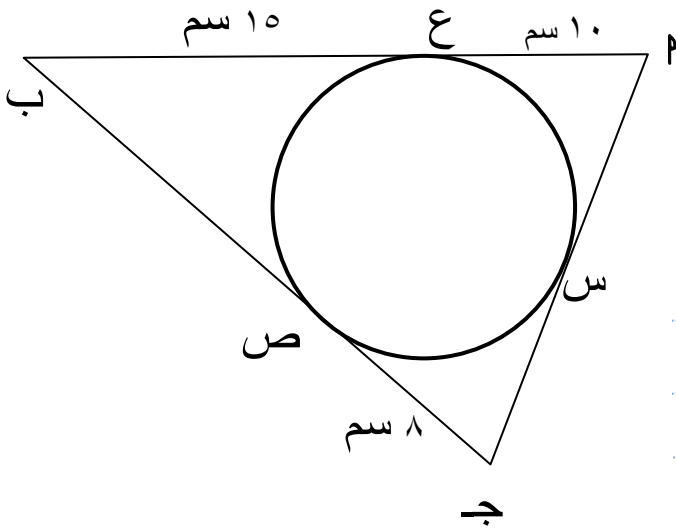
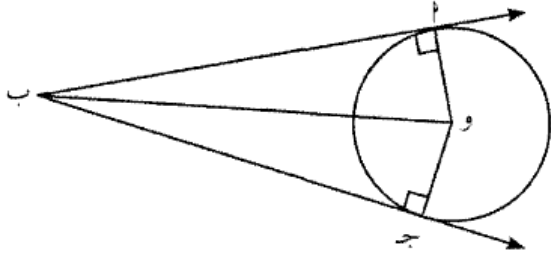
القطعتان المماستان لدائرة والمرسومتان من نقطة خارجها متطابقتان

دائرة مركزها و

٢ ، ج نقطتان على الدائرة .

ب نقطة خارج الدائرة حيث $\overrightarrow{ب٢}$ ، $\overrightarrow{بج}$ مماسان للدائرة.

$$\overline{ب٢} \cong \overline{بج}$$

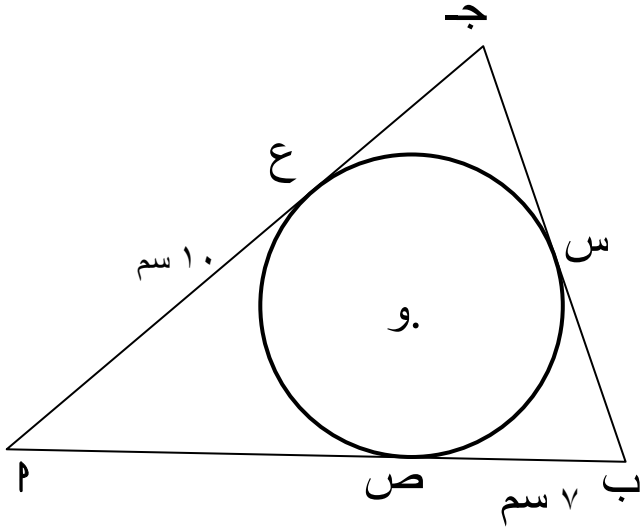


كتاب الطالب مثال ص ١٦ رقم ٦ :

في الشكل المقابل

٢ ب ، ٢ ج ، ب ج مماسات دائرة

أوجد محيط المثلث ٢ ب ج



كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٦ رقم ٦ :

في الشكل المقابل

ب، م، ج، ب مماسات دائرة

إذا كان محيط المثلث م ب ج = ٥٠ سم

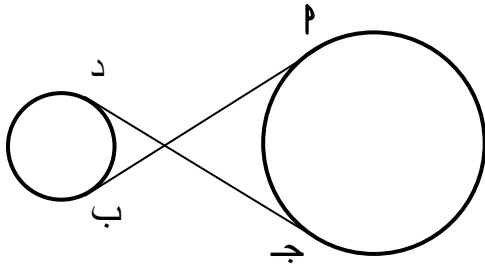
أوجد ب ج

التطبيق :

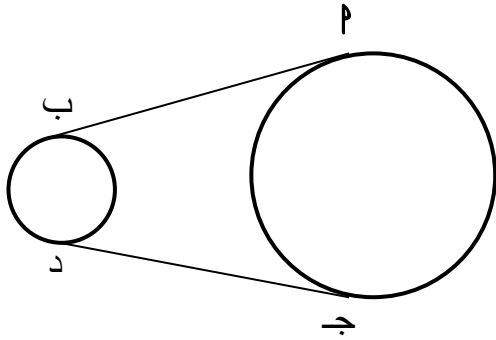
في الشكل المقابل

ب، ج، د مماسان للدائرتان

أثبت أن م ب ج = د



التطبيق:



في الشكل المقابل
 ب، ج د مماسان للدائرتان
 أثبت أن $پ ب = ج د$

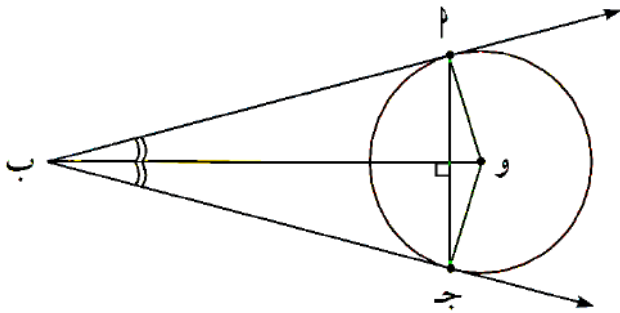
نتائج النظرية

Δ ب ج د متطابق الضلعين من النظرية السابقة.

١) $\overline{ب و}$ منصف الزاوية $\angle ب ج د$

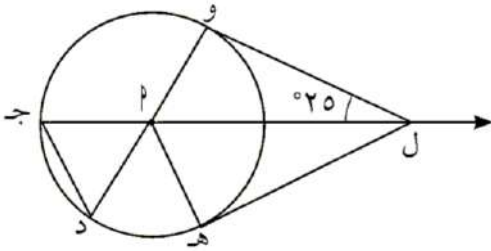
٢) $\overline{ب و}$ منصف الزاوية $\angle ج و د$

٣) $\overline{ب و} \perp \overline{أ ج د}$



كتاب الطالب مثال ص ٢١ رقم ٧ :

في الشكل المقابل، أوجد $\angle (م د ج)$ ، $\angle (هـ د)$
إذا كانت $ل$ و $و$ ، $ل$ هـ تماسان الدائرة حيث $ود$ قطر للدائرة.



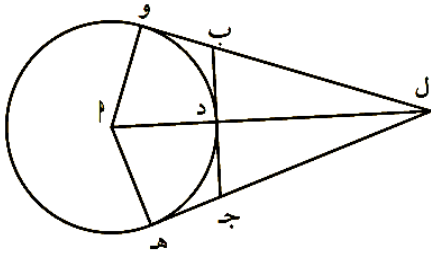
.....

.....

.....

.....

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٢٢ رقم ٧ :

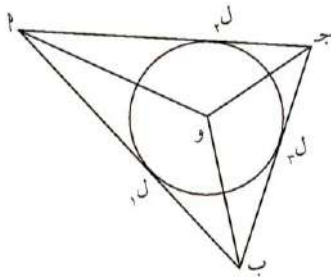


في الشكل المقابل $ل$ و $و$ ، $ل$ هـ تماسان للدائرة، $ب ج$ مماس
للدائرة عند النقطة د، أثبت أن المثلث $ل ب ج$ متطابق الضلعين.

.....

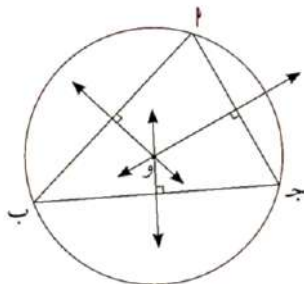
.....

.....



الدائرة المحاطة بمثلث (الداخلة)

هي دائرة مماسة لأضلاع المثلث الثلاثة من الداخل.
مركز هذه الدائرة هو نقطة تلاقي منصفات الزوايا الداخلية للمثلث



الدائرة المحيطة بمثلث (الخارجة)

هي دائرة تمر برؤوس المثلث الثلاثة.
مركز هذه الدائرة هو نقطة تلاقي المحاور الثلاثة لأضلاع المثلث (نقطة تلاقي المنصفات العمودية لأضلاع المثلث).

في البنود ظلل ١ إذا كان البند صحيحاً وظلل ب إذا كان البند خطأ .

(أ) (ب)

(١) كل ثلاثة نقاط تمر بها دائرة وحيدة .

(أ) (ب)

(٢) الدائرة الداخلة للمثلث تمر برؤوس المثلث

(أ) (ب)

(٣) مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تلاقي محاور أضلاع المثلث

(أ) (ب)

(٤) الدائرة الداخلة للمثلث تمس أضلاعه من الداخل

(أ) (ب)

(٥) مركز الدائرة الداخلة للمثلث هو نقطة تلاقي منصفات زواياه

(أ) (ب)

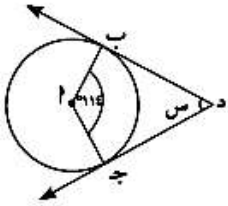
(٦) المستقيم العمودي على نصف قطر الدائرة يكون مماساً للدائرة

(أ) (ب)

(٧) المماس لدائرة يكون عمودياً على نصف قطرها

كراسة التمارين ص ١٢

في التمارين (٨-١١)، اختر الإجابة الصحيحة:



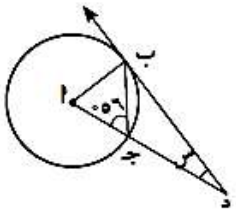
(د) ١١٤٠

(٨) إذا كان \overrightarrow{DB} ، \overrightarrow{DE} مماسان للدائرة. فإن $س =$

(ج) ٥٦٦

(ب) ٥٥٧

(أ) ٥٢٦



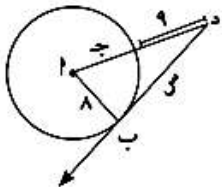
(د) ٥٤٠

(٩) إذا كان \overrightarrow{DB} مماساً للدائرة. فإن $س =$

(ج) ٥٣٤

(ب) ٥٢٨

(أ) ٥٢٢



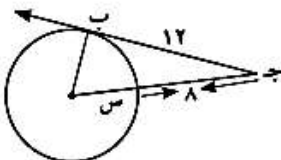
(د) ١٧

(١٠) إذا كان \overrightarrow{DB} مماساً للدائرة. فإن $س =$

(ج) ١٥

(ب) ٩

(أ) ٨



(د) ٥

(١١) إذا كان \overrightarrow{DB} مماساً للدائرة. فإن $س =$

(ج) ٤

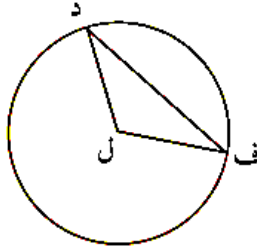
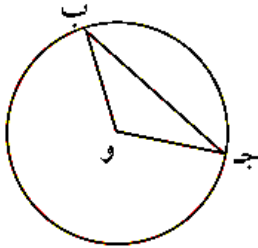
(ب) ٣

(أ) ٢

نظرية ١

- في الدائرة الواحدة أو الدوائر المتطابقة
- (١) للزوايا المركزية المتطابقة أوتارا متطابقة
 - (٢) الأوتار المتطابقة تقابل أقواسا متطابقة
 - (٣) للأقواس المتطابقة زوايا مركزية متطابقة

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٢٦ رقم ١ :

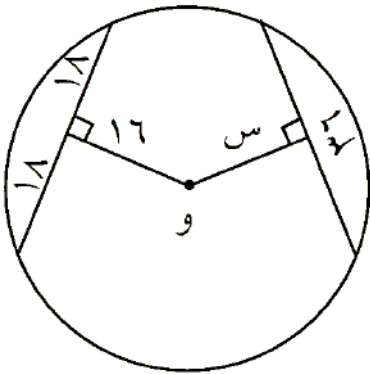


إذا كان $\widehat{B} \cong \widehat{D}$ ، فماذا تستنتج؟

نظرية ٢

- (١) الأوتار المتطابقة في الدائرة على أبعاد متساوية من مركز الدائرة
- (٢) الأوتار التي على أبعاد متساوية من مركز دائرة تكون متطابقة

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٢٨ رقم ٢ :



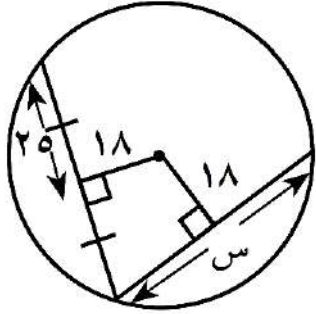
دائرة مركزها و.

أوجد قيمة س في الشكل المقابل، وفسر إجابتك.

كراسة التمارين ص ٩ رقم ٤ :

أوجد قيمة س في الأشكال التالية:

(أ)



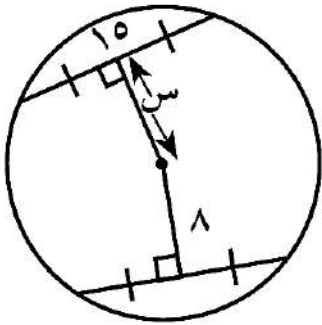
.....

.....

.....

.....

(ب)



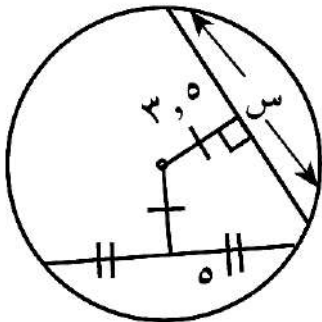
.....

.....

.....

.....

(ج)



.....

.....

.....

.....

نظرية ٣

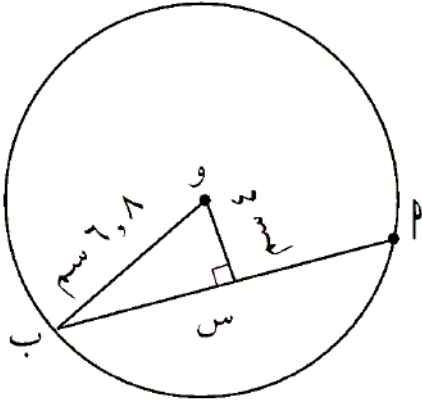
- (١) القطر العمودي على وتر في دائرة ينصفه وينصف كلا من قوسيه
 (٢) القطر الذي ينصف وترًا (ليس قطرا) في دائرة يكون عموديا على الوتر
 (٣) العمود المنصف لوتر في دائرة يمر بمركز الدائرة

كتاب الطالب حاول أن تحل صد ٣٠ رقم ٣ :

استخدم الشكل المقابل لإيجاد:

(a) طول الوتر \overline{AB} .

(b) المسافة من منتصف الوتر إلى منتصف القوس الأصغر \widehat{AB}



.....

.....

.....

.....

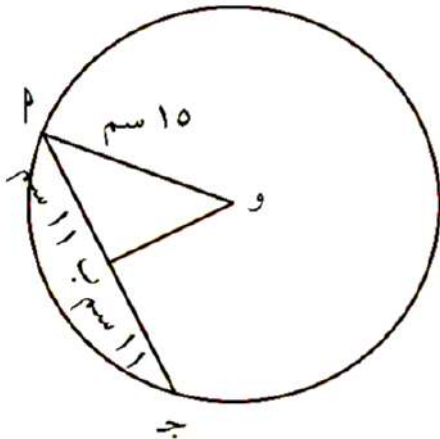
.....

كتاب الطالب مثال صد ٢٩ رقم ٣ :

في الشكل المقابل و \widehat{P} نصف قطر

$\widehat{P} = \widehat{B} = \widehat{B} = \widehat{J} = 11$ سم ، $\widehat{P} = \widehat{O} = 15$ سم

أوجد و ب



.....

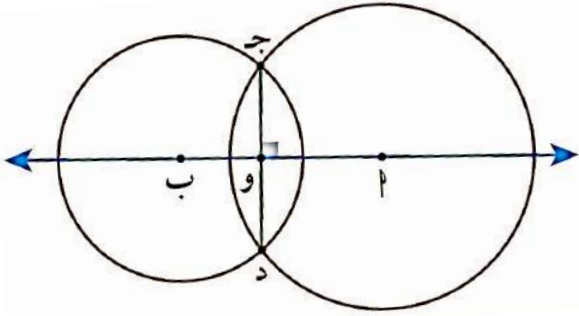
.....

.....

.....

.....

نتيجة: خط المراكزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً على الوتر المشترك بينهما وينصفه.



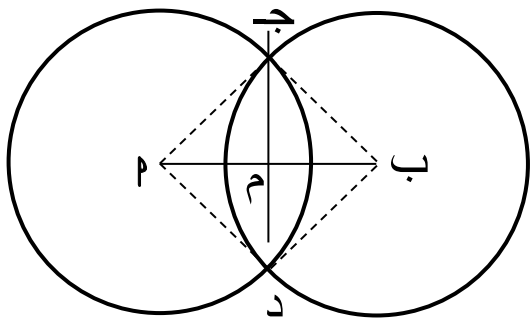
كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٣٠ رقم ٤ :

دائرتان مركزهما على الترتيب P ، ب

تتقاطعان في النقطتين ج ، د

طول نصف قطر كل دائرة = ١٣ سم ، ج د = ١٤ سم

أوجد طول \overline{P}



.....

.....

.....

.....

.....

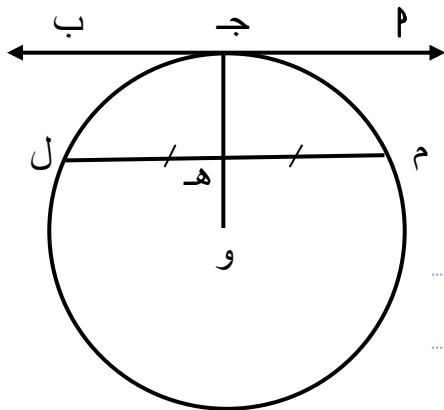
.....

تدريب :

\overleftrightarrow{P} مماس للدائرة عند ج

هـ منتصف الوتر م ل

أثبت أن $\overline{P} \parallel \overline{L}$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

تعريف ١: الزاوية التي رأسها مركز الدائرة و ضلعاها يقطعان الدائرة تسمى بالزاوية المركزية.
٢: الزاوية التي رأسها إحدى نقاط الدائرة و ضلعاها يقطعان الدائرة تسمى بالزاوية المحيطية.

نظرية ١

قياس الزاوية المركزية يساوي قياس القوس المحصور بين ضلعيها

كتاب الطالب حاول أن تحل صد ٣٣ رقم ١ :

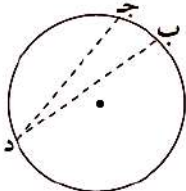
إذا كان قياس زاوية مركزية 35° ، فأوجد قياس القوس على الدائرة المحصور بين ضلعيها

نظرية ٢

في الدائرة قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين ضلعيها
 قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس نفسه

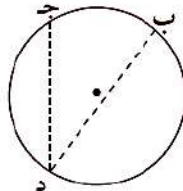
هناك ٣ حالات يجب أخذها في الاعتبار.

الحالة ٣



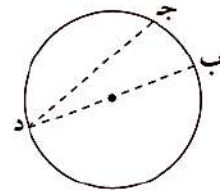
مركز الدائرة خارج الزاوية المحيطية

الحالة ٢



مركز الدائرة داخل الزاوية المحيطية

الحالة ١

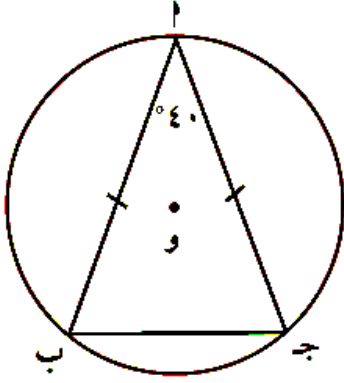


يتمى مركز الدائرة إلى أحد ضلعي الزاوية المحيطية

كتاب الطالب مثال ص ٣٤ رقم ٣ :

في الشكل المقابل أ ب ج مثلث متطابق الضلعين حيث أ، ب، ج نقاط على الدائرة التي مركزها و، $\angle \text{ب أ ج} = 40^\circ$.

أوجد قياس كل من الأقواس $\widehat{\text{أ ب}}$ ، $\widehat{\text{ب ج}}$ ، $\widehat{\text{أ ج}}$.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

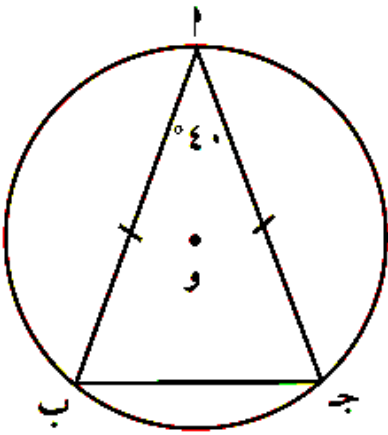
.....

.....

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٣٤ رقم ٣ : في المثال (٣)

إذا كان ج هـ، منتصف الزاوية الداخلية أ ج ب ويقطع الدائرة في النقطة هـ.

ما قياس القوس الأصغر $\widehat{\text{أ هـ}}$ ؟



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

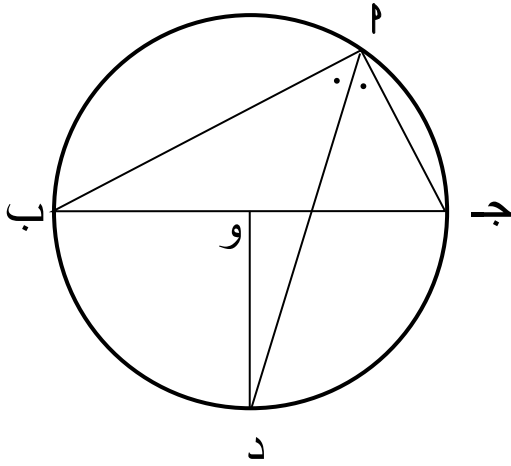
.....

.....

كتاب الطالب مثال ص ٣٥ رقم ٤ :

في الشكل المقابل : دائرة مركزها و

أثبت أن د و \perp ب ج



.....

.....

.....

.....

.....

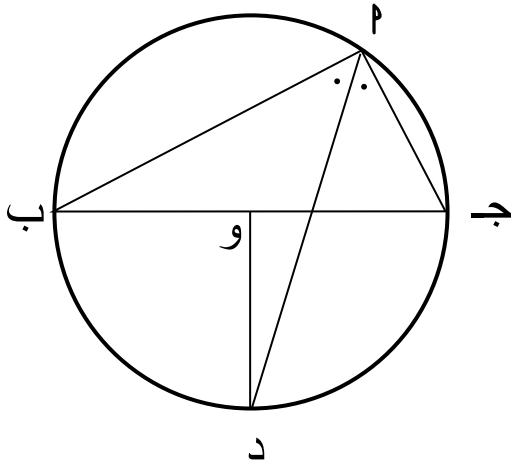
.....

.....

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٣٥ رقم ٤ : في المثال رقم ٤

إذا كان ق ($\hat{ب پ ج}$) = 30° ،

أوجد ق ($\hat{پ د ب}$)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

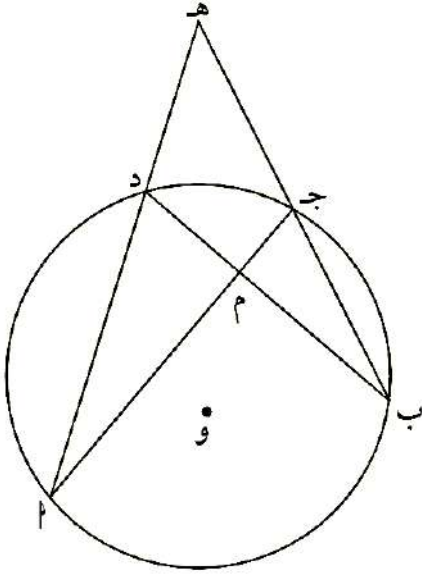
.....

.....

كتاب الطالب مثال ص ٣٦ رقم ٥ :

في الشكل المقابل :

$$\frac{\angle(\widehat{ج د}) + \angle(\widehat{ب م})}{2} = \angle(\widehat{ب م})$$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

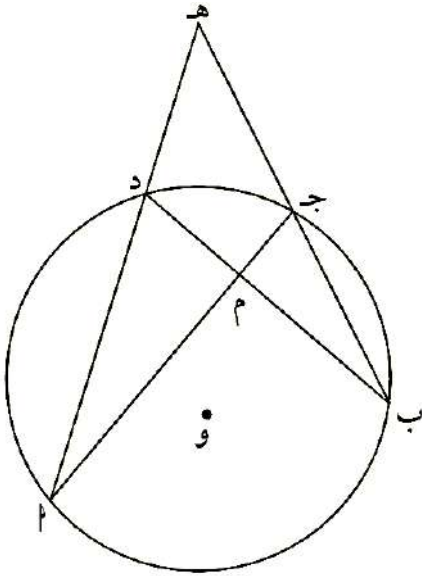
.....

.....

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٣٦ رقم ٥ :

في الشكل المقابل :

$$\frac{\angle(\widehat{ج د}) - \angle(\widehat{ب م})}{2} = \angle(\widehat{ب هـ})$$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

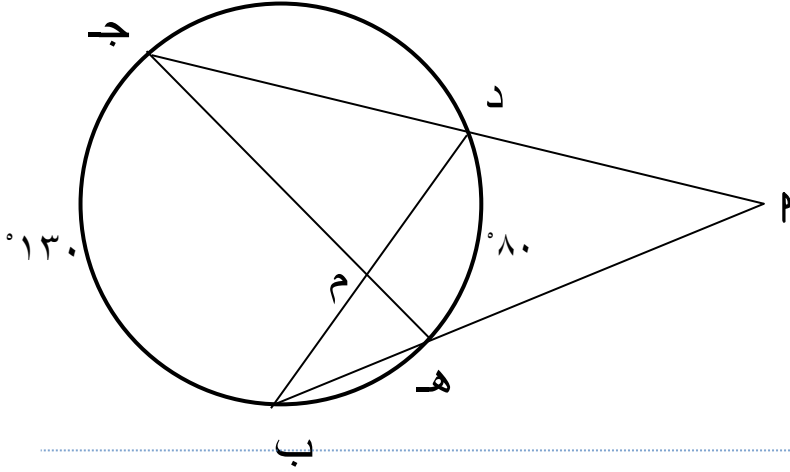
.....

.....

تدريب:

في الشكل المقابل

أوجد $\angle P$ ، $\angle B \hat{M} C$



.....

.....

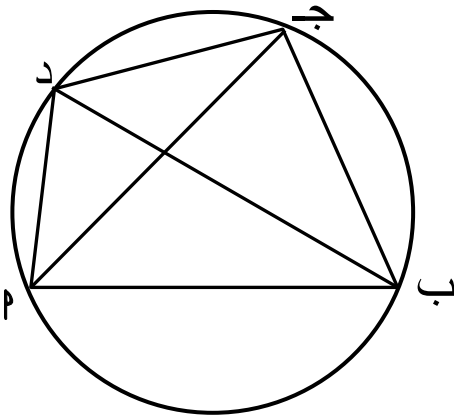
.....

.....

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٣٦ رقم ٦ :

أ ب ج د شكل رباعي دائري أثبت أن

$$\angle P \hat{D} B = \angle P \hat{C} B$$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

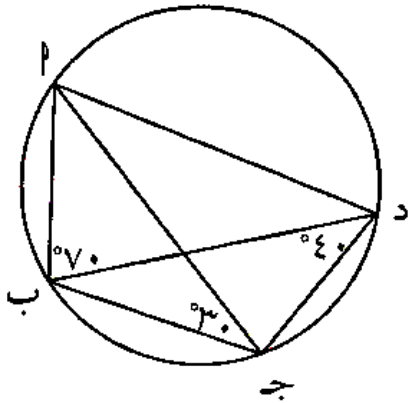
.....

نتائج:

- ١) كل زاويتين محيطيتين في دائرة تحصران القوس نفسه متطابقتان
- ٢) كل زاوية محيطية في دائرة تحصر نصف دائرة تكون زاوية قائمة
- ٣) كل شكل رباعي دائري (محاط بدائرة) تكون زواياه المتقابلة متكاملة
- ٤) في الشكل الرباعي إذا تطابقت الزاويتان المرسومتان على أحد أضلاعه و في جهة واحدة منها كان الشكل رباعي دائري

كراسة التمارين ص ١٧ رقم ٧:

في الشكل المقابل أوجد ق (ج ب د)

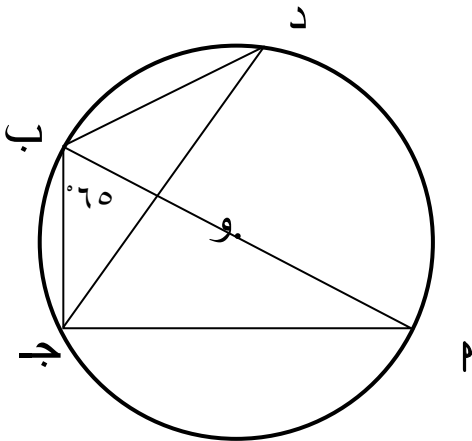


تدريب:

في الشكل المقابل أ ب قطر في الدائرة

$$ق (\hat{P} ب ج) = 65^\circ$$

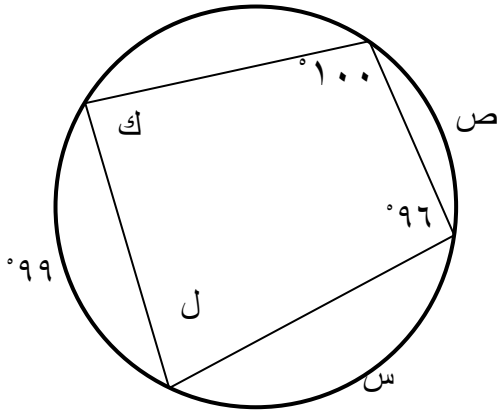
أوجد ق (\hat{P} ج ب) ، ق (\hat{P}) ، ق (\hat{D})



كراسة التمارين ص ١٩ رقم ١ د

في الشكل المقابل

أوجد س ، ص ، ل ، ك



.....

.....

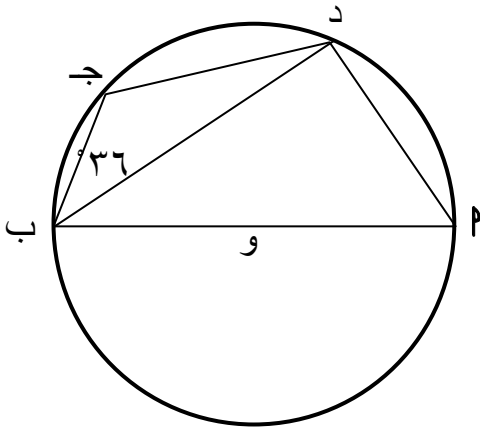
.....

.....

تدريب:

في الشكل المقابل \overline{BP} قطر

أوجد $\angle PDB$ ، $\angle P$ ، $\angle C$ (ج)



.....

.....

.....

.....

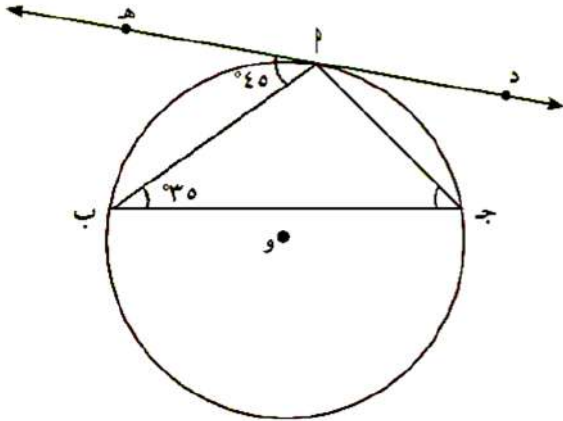
نظرية ٣

- ١) قياس الزاوية المماسية يساوي قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس نفسه
٢) قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين المماس والوتر

كتاب الطالب مثال ص ٣٩ رقم ٧ :

في الشكل المقابل إذا كان \overleftrightarrow{DH} مماساً للدائرة عند P

فأوجد $\hat{P}B$ (ج)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

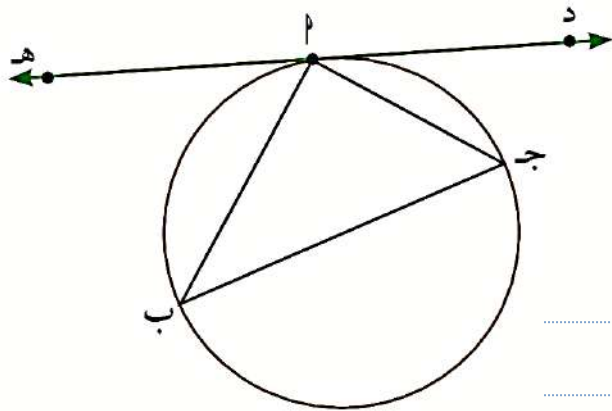
كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٣٩ رقم ٧ :

في الشكل المقابل

ق $\hat{D}P\hat{G} = 40^\circ$ ، ق $\hat{H}P\hat{B} = 50^\circ$

Ⓐ أوجد قياسات زوايا المثلث PBG

Ⓑ أثبت أن \overline{GB} قطر في الدائرة



.....

.....

.....

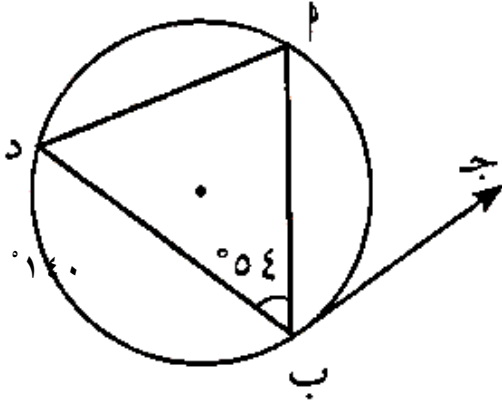
.....

.....

كراسة التمارين ص ٣٢٠ رقم ٧ :

في الشكل المقابل

أوجد ق (\hat{P} ب ج)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

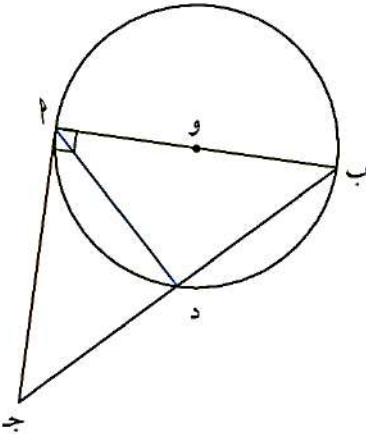
.....

.....

.....

كتاب الطالب مثال ص ٤٠ رقم ٨ :

أب قطر في دائرة مركزها O. نرسم \overleftrightarrow{AJ} مماسًا للدائرة بحيث يكون $\hat{A} = 2$ ن. ب ج تقطع الدائرة في د. أثبت أن $\hat{A} = \hat{D}$.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

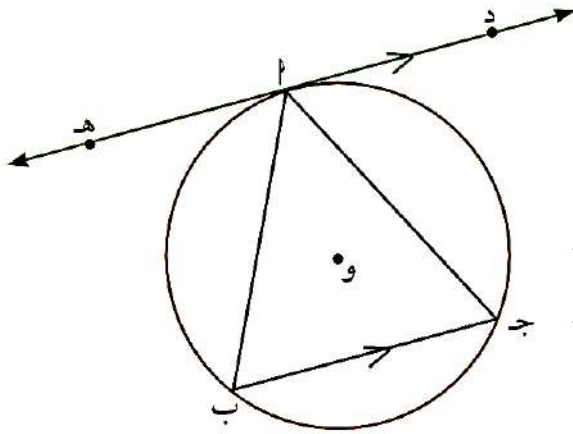
.....

.....

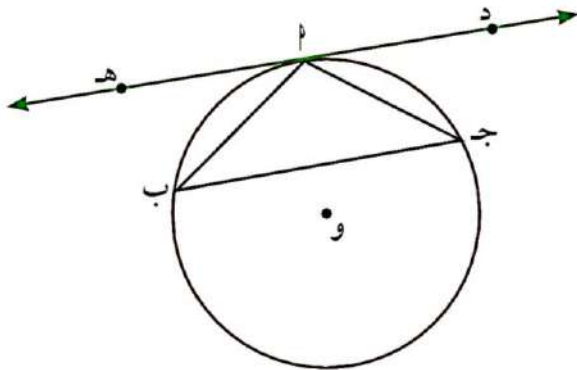
.....

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٣٩ رقم ٨ :

م ت مماس لدائرة مركزها و . م ن وتر في الدائرة بحيث يكون م ن = م ت . (م نقطة التماس) ت ن تقطع الدائرة في ل .
أثبت أن Δ ت ل م متطابق الضلعين (ل ت = ل م)



كتاب الطالب مثال ص ٤٠ رقم ٩ :
في الشكل المقابل د ه مماس ، ب ج // د ه
اثبت أن Δ ج ب م متطابق الضلعين



كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٤٠ رقم ٩ :

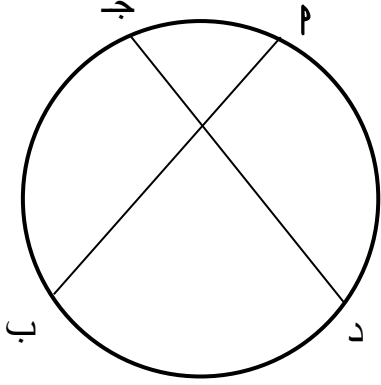
في الشكل المقابل، إذا كان لدينا د ه مماس للدائرة عند النقطة P.
المثلث أب ج متطابق الضلعين (أب = أ ج).
أثبت أن $\overline{د ه} \parallel \overline{ب ج}$

الواجب : كراسة التمارين

البنود الموضوعية ص ٢٠ رقم ٦ ، ٧ ، ٨

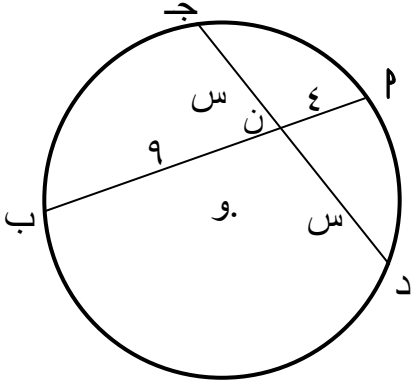
نظرية:

إذا تقاطع وتران داخل الدائرة، فإن ناتج ضرب طولي جزئي أحد الوترين يساوي ناتج ضرب طولي جزئي الوتر الآخر

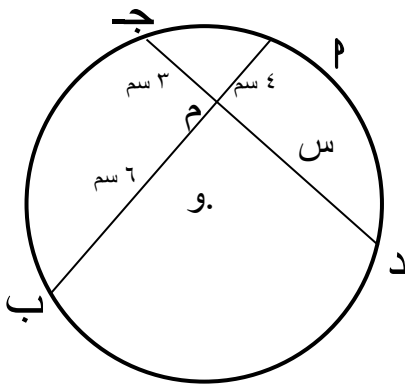


$$ن م \times ب د = ج ن \times د م$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صد ٤٣ رقم ١ :
في الشكل المقابل : أوجد قيمة س



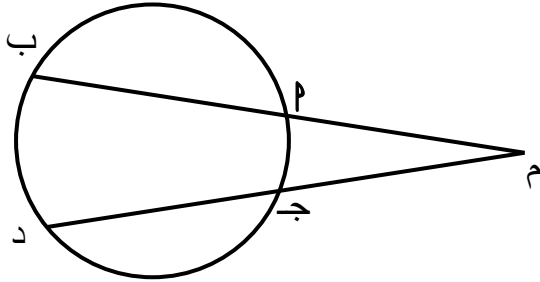
كتاب الطالب حاول أن تحل صد ٤٤ رقم ٢ :
في الشكل المقابل :



- (a) أوجد قيمة س
(b) أوجد البعد بين مركز الدائرة و الوتر د ج
إذا علمت أن طول نصف قطر الدائرة ٦ سم

نتيجة ١

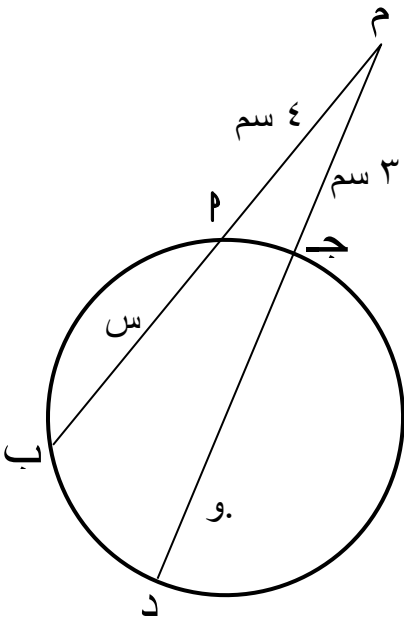
إذا رسم قاطعان من نقطة خارج دائرة ، فإن ناتج ضرب طول أحد القاطعين في طول جزئه الخارجي يساوي ناتج ضرب طول القاطع الآخر في طول جزئه الخارجي



$$م م \times م ب = م ج \times م د$$

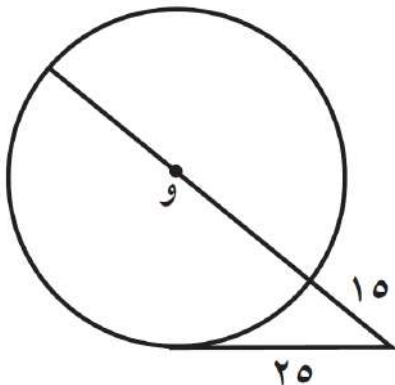
كتاب الطالب حاول أن تحل صد ٤٥ رقم ٣ :

في الشكل المقابل :
دائرة مركزها و ، طول نصف قطرها ٤ سم
أوجد قيمة س .



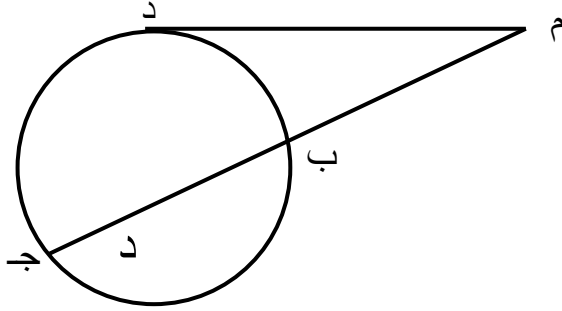
كراسة التمارين صد ٢١ رقم ٦ :

في الشكل المقابل : أوجد طول قطر الدائرة



نتيجة ٢:

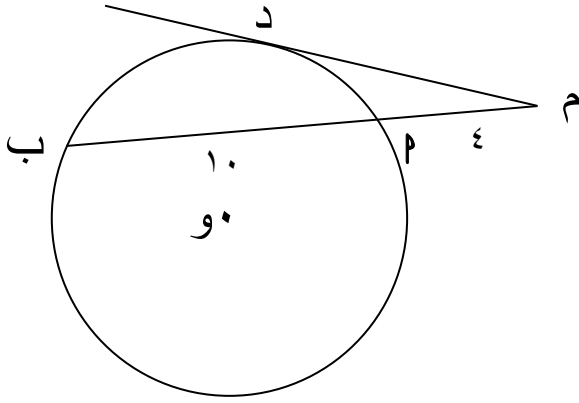
إذا رسم من نقطة خارج دائرة قاطع ومماس فإن ناتج ضرب طول القاطع في طول جزئه الخارجي يساوي مربع طول القطعة المماسية



$$(م د) = م ب \times م ج$$

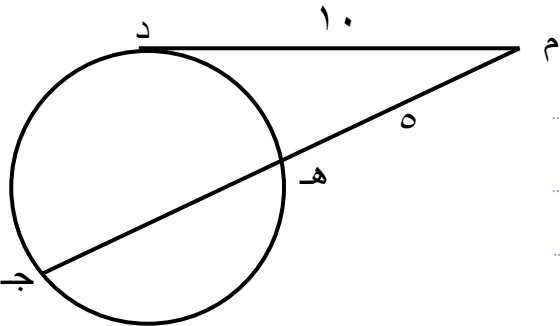
كتاب الطالب مثال صد ٤٦ رقم ٤:

في الرسم المقابل: م د مماس أوجد م د



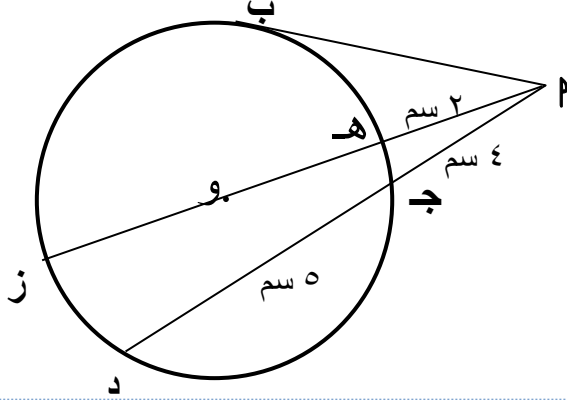
كتاب الطالب حاول أن تحل صد ٤٦ رقم ٤:

في الشكل المقابل: م د مماس أوجد ه ج



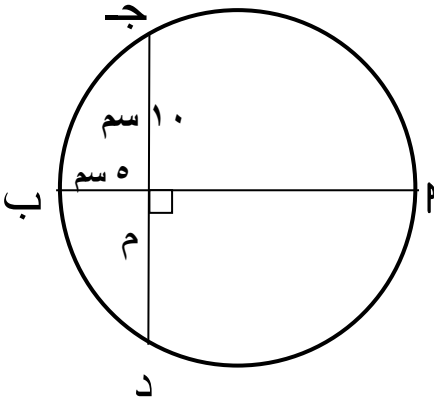
تدريب :

في الرسم المقابل P مماس \overline{PB} أوجد P ب ، طول نصف قطر الدائرة



تدريب :

في الشكل المقابل : \overline{AB} قطر في الدائرة
أوجد طول قطر الدائرة



المصفوفة: هي تنظيم من الاعمدة المرتبة في صفوف و اعمدة
الاعداد المكونة للمصفوفة تسمى عناصر
و يرمز للمصفوفة بأحد حروف الهجاء و يوضع تحته خط
و عدد الصفوف (م) ، عدد الاعمدة (ن) يحددان رتبة المصفوفة ، تكتب م × ن

كتاب الطالب حاول أن تحل صد ٥٥ رقم ١ :
أكتب رتبة كل مصفوفة مما يلي :

$$\begin{bmatrix} ١٠ & ٣ & ٨- \end{bmatrix} = \underline{\text{ب}}$$

$$\begin{bmatrix} ٠ & ٥ & ٤ \\ ٧ & ٠,٥ & ٢- \end{bmatrix} = \underline{\text{پ}}$$

$$\begin{bmatrix} ٠ & ١٠ \\ ٥- & ١ \\ ٩ & ٠,٦ \end{bmatrix} = \underline{\text{ج}}$$

ترميز عناصر المصفوفة :

كتاب الطالب حاول أن تحل صد ٥٧ رقم ٣ :

$$\begin{bmatrix} ٤ & ٥ & ١ & ١٢ \\ ٣,٥ & ٢ & ٦ & ٢ \\ ٤- & ١ & ٠ & ١ \end{bmatrix} = \underline{\text{ب}}$$

أوجد ب٢٣ من المصفوفة

أوجد ما يلي

١ (رتبة المصفوفة ب)

٢ (ب٤١)

٣ (ب٢٢)

٤ (ب٣٢)

المصفوفات : المربعة ، الأفقية ، العمودية

المصفوفة المربعة : هي مصفوفة فيها عدد الصفوف يساوي عدد الأعمدة

المصفوفة المستطيلة : عدد الصفوف لا يساوي عدد الأعمدة

المصفوفة الأفقية : هي مصفوفة مكونة من صف واحد

المصفوفة العمودية : هي مصفوفة مكونة من عمود واحد

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٥٨ رقم ٤ :

صف المصفوفات في المثال الأول :

$$\begin{bmatrix} ٤- & \frac{٢}{٣} & ٣- \end{bmatrix} = \text{ج ا ب}$$

$$\begin{bmatrix} ٥ & ٦ & ٤ \\ ٧- & ٣- & ٢ \\ ٩ & ٠ & ١ \end{bmatrix} = \text{ج ا ب}$$

$$\begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \\ ٠ \\ ٠,٥ \end{bmatrix} = \text{ج ا ب}$$

المصفوفات المتساوية :

تتساوى المصفوفتان إذا كان لهما نفس الرتبة و كانت عناصرهما المتناظرة متساوية .

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٥٩ رقم ٥ :

هل المصفوفتان س ، ص متساويتان ؟ فسر .

$$\begin{bmatrix} ٩ & ١- \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix} ، \begin{bmatrix} ٤ & ٣ \\ ٢- & ٠ \end{bmatrix}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صد ٥٩ رقم ٦ :

$$(٢) \text{ إذا كانت : } \begin{bmatrix} ٥ & ٣٨ \\ ١٠ - ٤ص & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ & ٨ + س \\ ٣ & ص - ٣ \end{bmatrix}$$

فأوجد قيمة كل من س ، ص

(ب) إذا كانت

$$\begin{bmatrix} ١٠ - ٤ & ٩ - ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣س & ٣س + ص \\ ٣س - ص & ٣س - ص \end{bmatrix}$$

فأوجد قيمة كل من س ، ص

كراسة التمارين صد ٣٣ رقم ١٠ : أوجد قيمة المتغيرات بحيث تكون المصفوفتان متساويتان

$$\begin{bmatrix} ٢ص - ٢ & ٤ \\ ١٥ + ك & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ - ص & ٤ + ٢س \\ ٥ - ك & ٦ + ل \end{bmatrix}$$

تدريب:

$$\begin{bmatrix} ٤ - & ٥ \\ ٢ع & ١٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ + س & ٥ \\ ٢٥ & ٣ ص \end{bmatrix} \quad \text{إذا كانت:}$$

فأوجد قيمة كل من س ، ص ، ع

تدريب:

$$\begin{bmatrix} ٩ع & ٧ \\ ١١ + ص & ١٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ع & ٥ - س \\ ٧ + ص & ١٢ \end{bmatrix} \quad \text{إذا كانت:}$$

فأوجد قيمة كل من س ، ص ، ع

لجمع مصفوفتين يجب أن تكون من الرتبة نفسها

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٦١ رقم ١ :

أوجد ناتج ما يلي :

$$\begin{bmatrix} ١- & ٣- \\ ٤ & ٥- \\ ٧- & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢٤ & ١٢- \\ ٥ & ٣- \\ ١٠ & ١- \end{bmatrix}$$

تدريب :

إذا كانت $\underline{P} = \begin{bmatrix} ٤- & ٥ & ٣ \\ ٨ & ٠ & ٢- \end{bmatrix}$ ، $\underline{B} = \begin{bmatrix} ٦ & ٥- & ٠ \\ ٧ & ٠ & ٩ \end{bmatrix}$

فأوجد

$$= \underline{P} + \underline{B}$$

$$= \underline{P} + \underline{B}$$

ماذا تلاحظ ؟

طرح المصفوفات :

إذا كان للمصفوفتان P ، B نفس الرتبة فإن $P - B = \underline{P} - \underline{B}$ (- ب)

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٦٥ رقم ٤ :

أوجد ناتج مايلي :

(أ)

$$\begin{bmatrix} ٠ & ٣ & ٤- \\ ١٠ & ٥ & ٦ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٧ & ٩- & ٦ \\ ٨ & ١ & ٢- \end{bmatrix}$$

(ب)

$$\begin{bmatrix} ١ & ٣- \\ ٤- & ٢ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٥ & ٣- \\ ١٠ & ١- \end{bmatrix}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٦٥ رقم ٥ :

أوجد س حيث :

$$\begin{bmatrix} ٧ & ١٠ \\ ٤ & ٤- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١- \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix} - \underline{س}$$

ضرب مصفوفة في عدد :

الضرب القياسي : هو عملية ضرب مصفوفة \underline{P} في عدد حقيقي \underline{K} : $\underline{K} \neq 0$ الناتج هو المصفوفة $\underline{K} \underline{P}$

نحصل على المصفوفة $\underline{K} \underline{P}$ بضرب كل عنصر من عناصر \underline{P} في \underline{K}

، إذا كان $\underline{K} = 0$ يكون الناتج مصفوفة صفرية

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٦٧ رقم ١ :

$$\text{إذا كانت } \underline{P} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} ، \underline{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

فأوجد (٢) $\underline{5} \underline{B} - \underline{4} \underline{P}$

(ب) $\underline{P} + \underline{6} \underline{B}$

خواص الضرب القياسي :

إذا كان \underline{P} ، \underline{B} ، $\underline{0}$ مصفوفات من الرتبة $m \times n$ ، \underline{K} ، \underline{D} عددان قياسان . فإن

$\underline{K} \underline{P}$: مصفوفة من الرتبة $m \times n$ ← خاصية الانغلاق

$(\underline{K} \underline{D}) \underline{P} = \underline{K} (\underline{D} \underline{P})$ ← خاصية التجميع للضرب

$\underline{K} (\underline{P} + \underline{B}) = \underline{K} \underline{P} + \underline{K} \underline{B}$ ← خاصية التوزيع من اليمين

$(\underline{P} + \underline{B}) \underline{K} = \underline{P} \underline{K} + \underline{B} \underline{K}$ ← خاصية التوزيع من اليسار

$\underline{0} = \underline{P} \times \underline{0}$ ← خاصية الضرب في صفر

كتاب الطالب حاول أن تحل صد ٦٩ رقم ٣ : حل كل معادلة مما يلي

$$\begin{bmatrix} ٠ & ٢- \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ١٢ & ٤ \\ ٤- & ١ \end{bmatrix} = \underline{\underline{٢}} \text{ س} \quad (٢)$$

$$\begin{bmatrix} ٨ & ٠ & ١٠ \\ ١٠ & ١٨- & ١٩- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١- & ٠ & ٧ \\ ٤ & ٣- & ٢ \end{bmatrix} + \underline{\underline{٣}} \text{ س} \quad (ب)$$

ضرب المصفوفات

$$\begin{matrix} \text{ج} \\ \text{م} \times \text{ل} \end{matrix} = \begin{matrix} \text{ب} \\ \text{ن} \times \text{ل} \end{matrix} \times \begin{matrix} \text{پ} \\ \text{م} \times \text{ن} \end{matrix}$$

متساويان

تدريب:

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{matrix} \text{ب} \\ \text{پ} \end{matrix} \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{matrix} \text{پ} \\ \text{ب} \end{matrix}$$

(٣) ماذا تلاحظ

(٢) $\text{پ} \times \text{ب}$ (١) $\text{ب} \times \text{پ}$ فأوجد ما يلي:

تدريب:

أوجد ناتج:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

تدريب:

أوجد ناتج:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صد ٧٣ رقم ٦:

$$\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٤ & ١- \end{bmatrix} = \underline{\text{ب}}$$

فأوجد

$$= \underline{\text{ب}}^٢$$

$$= \underline{\text{ب}}^٣$$

تدريب:

$$\begin{bmatrix} ١ & ٣- \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix} = \underline{\text{ج}}$$

فأوجد كلا من:

$$= \underline{\text{ج}}^٢$$

$$= \underline{\text{ج}}^٣$$

مصفوفة الوحدة للضرب :
مصفوفة مربعة عناصر قطرها الرئيسي ١ ، بقية العناصر صفر
النظير الضربي :

إذا كانت P ، S مصفوفتين مربعيتين من الرتبة نفسها بحيث يكون

$$P \times S = S \times P = I$$

$$S = P^{-1} = P^{-1} \times P$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٧٥ رقم ١ :

أثبت أن $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2,5 \end{bmatrix}$ هي النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} 2 & 2- \\ 4- & 5 \end{bmatrix}$

محدد المصفوفة :

محدد المصفوفة المربعة $\begin{bmatrix} \text{ب} & \text{د} \\ \text{د} & \text{ج} \end{bmatrix}$ هو $\text{د} - \text{ب ج}$ ، ويكتب $|P|$ ، Δ

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٧٦ رقم ٢ : أوجد محدد كل من المصفوفات التالية

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = P$$

$$\begin{bmatrix} 3 & \text{ك} \\ 3- & \text{ك} - 3 \end{bmatrix} = \text{ج}$$

النظير الضربي للمصفوفة :

$$\text{بفرض أن } \begin{bmatrix} \text{ب} & \text{پ} \\ \text{د} & \text{ج} \end{bmatrix} = \underline{\text{پ}} \text{ إذا كان } \text{پ} - \text{د} - \text{ب} - \text{ج} \neq ٠$$

$$\text{فإن } \begin{bmatrix} \text{ب} - & \text{د} \\ \text{پ} & \text{ج} - \end{bmatrix} \frac{١}{|\underline{\text{پ}}|} = \underline{\text{پ}}^{-١}$$

المصفوفة المنفردة : هي المصفوفة التي محددتها الصفر و ليس لها نظير ضربي .

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٧٧ رقم ٣ :

إذا كانت المصفوفة

$$\begin{bmatrix} ١٠ & ٥ \\ ٢س & ٤ - \end{bmatrix} = \underline{\text{ب}}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٧٧ رقم ٤ :

$$\text{هل } \underline{\text{ب}} = \begin{bmatrix} ٨ & ٦ \\ ٤ - & ٣ - \end{bmatrix} \text{ لها نظير ضربي ؟ فسر إجابتك .}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٧٨ رقم ٥ :

حدد أي مصفوفة من المصفوفات التالية لها نظير ضربي (معكوس) ، ثم أوجده

(٢)

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \underline{\underline{P}}$$

(٣)

$$\begin{bmatrix} 2,3 & 0,5 \\ 7,2 & 3 \end{bmatrix} = \underline{\underline{J}}$$

باستخدام المعكوس الضربي للمصفوفة المربعة :
كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٨٠ رقم ١ :

$$\left. \begin{array}{l} ٥ \text{ س} + ٣ \text{ ص} = ٧ \\ ٣ \text{ س} + ٢ \text{ ص} = ٥ \end{array} \right\} \text{ حل النظام}$$

باستخدام النظير الضربي للمصفوفة

كراسة التمارين ص ٤٩ رقم ٦ :

$$\left. \begin{array}{l} ٣ \text{ س} - ١ \text{ ص} = ١ \\ ٥ \text{ س} + ١٦ \text{ ص} = ٥ \end{array} \right\} \text{ حل النظام}$$

باستخدام النظير الضربي للمصفوفة

الحل باستخدام قاعدة كرامر (المحددات)

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٨١ رقم ٢ :

$$\left. \begin{array}{l} ٣ \text{ س} + ٢ \text{ ص} = ٦ \\ ٤ \text{ س} - ٣ \text{ ص} = ٧ \end{array} \right\}$$

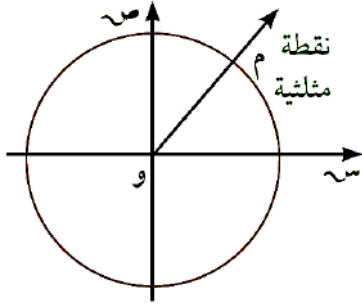
إستخدم قاعدة كرامر لحل النظام

كراسة التمارين ص ٥٠ رقم ١٠ :

$$\left. \begin{array}{l} ٢ \text{ س} + \text{ص} = ٤ \\ ٣ \text{ س} - \text{ص} = ٦ \end{array} \right\}$$

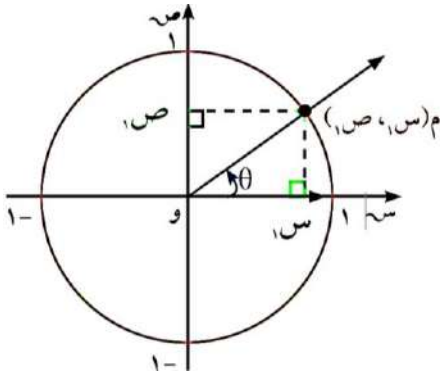
باستخدام المحددات حل النظام

دائرة الوحدة هي دائرة مركزها نقطة الأصل و، وطول نصف قطرها واحد وحدة.



النقطة المثلثية

هي نقطة تقاطع الضلع النهائي لزاوية موجهة في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة.



النسب المثلثية للزاوية التي قياسها θ

$$\text{جا } \theta = \text{ص}_1$$

$$\text{جتا } \theta = \text{س}_1$$

$$\text{ظنا } \theta = \frac{\text{ص}_1}{\text{س}_1}$$

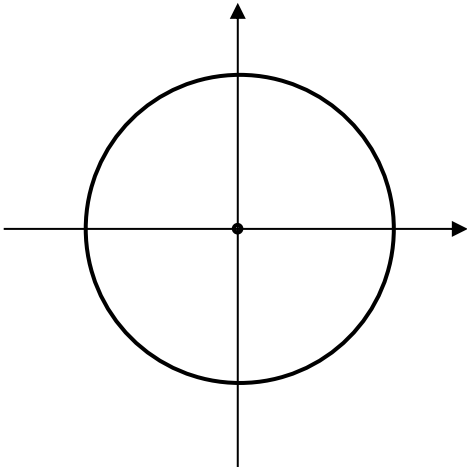
$$\text{ظا } \theta = \frac{\text{س}_1}{\text{ص}_1}$$

$$\text{قتا } \theta = \frac{1}{\text{ص}_1}$$

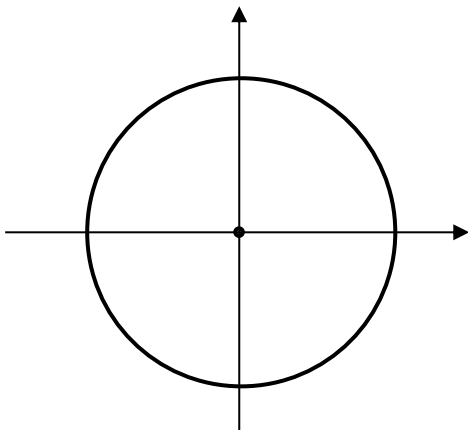
$$\text{قا } \theta = \frac{1}{\text{س}_1}$$

كتاب الطالب مثال ص ٨٩ رقم ١ :

باستخدام دائرة الوحدة أوجد جا 60° ، جتا 60°



كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٨٩ رقم ١ : على دائرة الوحدة ، ارسم زاوية موجهة في الوضع القياسي قياسها 45° . ثم أوجد جتا 45° ، جا 45°



الدوال الدائرية (المثلثية)

تعريف : إذا كانت (س، ص) هي النقطة المثلثية لزاوية قياسها θ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ فإن:

(١) دالة الجيب: $\sin(\theta) = ص$ حيث $\sin \theta = ص$ (الإحداثي الصادي للنقطة المثلثية)

(٢) دالة جيب التمام: $\cos(\theta) = ص$ حيث $\cos \theta = ص$ (الإحداثي السيني للنقطة المثلثية)

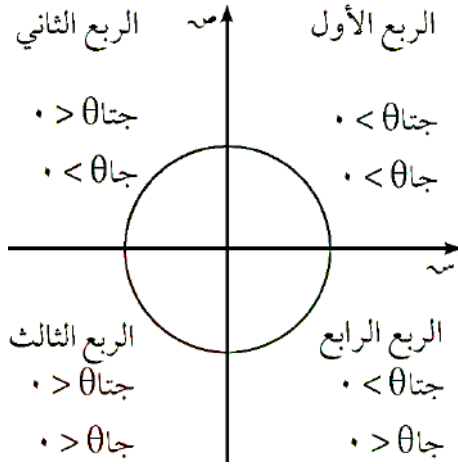
(٣) دالة الظل: $\tan(\theta) = \frac{ص}{س}$ حيث $\tan \theta = \frac{ص}{س}$ ، $س \neq 0$

(٤) دالة القاطع: $\cot(\theta) = \frac{س}{ص}$ حيث $\cot \theta = \frac{س}{ص}$ ، $ص \neq 0$

(٥) دالة قاطع التمام: $\sec(\theta) = \frac{1}{ص}$ حيث $\sec \theta = \frac{1}{ص}$ ، $ص \neq 0$

(٦) دالة ظل التمام: $\csc(\theta) = \frac{1}{س}$ حيث $\csc \theta = \frac{1}{س}$ ، $س \neq 0$

إشارة النسب المثلثية



كتاب الطالب مثال ص ٩٢ رقم ٢ :

حدد إشارة جا θ ، جتا θ في كل مما يلي :

(أ) $\theta = 135^\circ$

(ب) $\theta = \frac{7\pi}{6}$

(ج) $\theta = 305^\circ$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٩٢ رقم ٣ :

(أ) إذا كانت $90^\circ < \theta < 270^\circ$ ما هي إشارة جتا θ ؟

(ب) إذا كانت $0 < \theta < \pi$ ما هي إشارة جا θ ؟

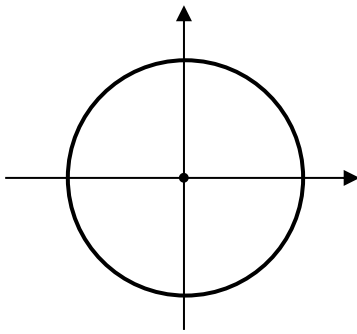
تعريف زاوية الإسناد :

زاوية الإسناد للزاوية الموجهة (وب، وڄ) التي في وضع قياسي هي الزاوية الحادة α التي يصنعها الضلع النهائي للزاوية الموجهة مع محور السينات. فإذا كان α زاوية الإسناد فإن: $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

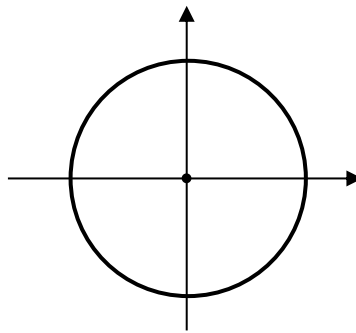
كتاب الطالب مثال ص ٩٣ رقم ٣ :

ارسم كلا من الزوايا الموجهة في وضع قياسي ، ثم عين زاوية الاسناد و أوجد قياسها لكل مما يلي

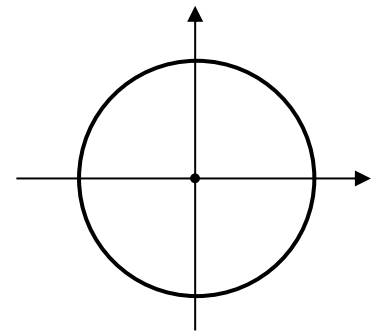
ج $\frac{\pi}{6}$



ب 210°

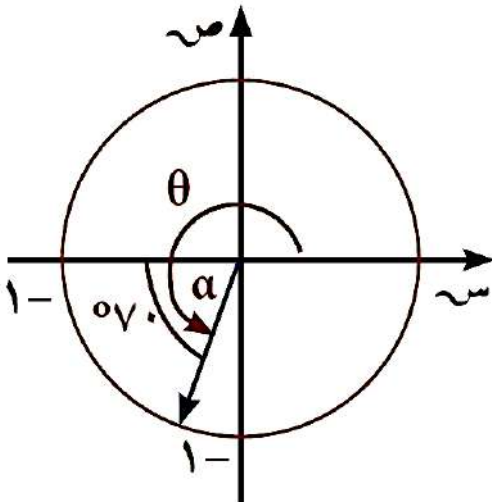


ا 120°



كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٩٤ رقم ٤ :

يبين الشكل المقابل، زاوية الإسناد α° للزاوية θ° . أوجد θ .



معلومة مفيدة:

عندما نقول الزاوية θ أو α
أو ... نقصد الزاوية التي
قياسها θ أو α أو ...

النسب المثلثية للزاويتين θ ، $\theta -$

قانون: $\text{جتا}(\theta -) = \text{جتا}\theta$
 $\text{جا}(\theta -) = -\text{جا}\theta$
 وبالتالي $\text{ظا}(\theta -) = -\text{ظا}\theta$ بشرط أن يكون $\text{ظا}\theta$ معرّف.

كتاب الطالب مثال ص ٩٦ رقم ١ :

Ⓐ إذا كان $\text{جتا}\theta = \frac{\pi^3}{8}$ ، فأوجد $\text{جتا}\left(\frac{\pi^3}{8} -\right)$.

Ⓑ إذا كان $\text{جا}\theta \approx 0.5878$ ، فأوجد $\text{جا}(\theta -)$.

Ⓒ إذا كان $\text{ظا}\theta = 1$ ، فأوجد $\text{ظا}(\theta -)$.

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٩٦ رقم ١ :

Ⓐ أكمل إذا كان: $\text{جام} = 3, 0$ ، فإن $\text{جا}(\theta -) = \dots$

Ⓑ $\text{جتال} = 38, 0$ ، فإن $\text{جتا}(\theta -) = \dots$

Ⓒ $\text{ظاس} = 14, 3$ ، فإن $\text{ظا}(\theta -) = \dots$

Ⓓ $\text{جتا}(\theta -) = \frac{1}{4}$ ، فإن $\text{جتا}\theta = \dots$

النسب المثلثية للزاويتين θ ، $(\theta - \pi)$

$$\begin{aligned} \text{قانون : } \quad & \text{جتا}(\theta - \pi) = -\text{جتا}\theta \\ & \text{جا}(\theta - \pi) = \text{جا}\theta \\ \text{وبالتالي ظا}(\theta - \pi) &= -\text{ظا}\theta \quad \text{شرط أن يكون ظا}\theta \text{ معرفاً.} \end{aligned}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٩٧ رقم ٢ : بدون استخدام الآلة الحاسبة. إذا كان:

$$\textcircled{أ} \quad \text{جا}\theta = \frac{1}{3} = 0.333, \text{ فأوجد جا}\theta = 0.943.$$

$$\textcircled{ب} \quad \text{جتا}\theta = \frac{4}{5}, \text{ فأوجد جتا}(\theta - \pi).$$

$$\textcircled{ج} \quad \text{ظا}\theta = \frac{\pi}{12} = 0.26, \text{ فأوجد ظا}\theta = \frac{\pi}{12}.$$

النسب المثلثية للزاويتين θ ، $(\theta + \pi)$

$$\begin{aligned} \text{قانون : } \quad & \text{جتا}(\theta + \pi) = -\text{جتا}\theta \\ & \text{جا}(\theta + \pi) = -\text{جا}\theta \\ \text{وبالتالي ظا}(\theta + \pi) &= \text{ظا}\theta \quad \text{شرط أن يكون ظا}\theta \text{ معرفاً.} \end{aligned}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٩٨ رقم ٣ :

بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان جتا $\theta = 0.4$ ، $\sin\theta = 0.766$ ، فأوجد جتا $\theta + \pi$.

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٩٨ رقم ٤ :

إذا كان جا $٥٦^\circ \simeq ٠,٨٢٩$ ، بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد جا ٥٢٣٦° .

النسب المثلثية للزاويتين θ ، $(\theta - \frac{\pi}{٢})$

$$\text{قانون : } \text{جا}(\theta - \frac{\pi}{٢}) = \text{جتا}\theta$$

$$\text{جتا}(\theta - \frac{\pi}{٢}) = \text{جا}\theta$$

$$\text{ظا}(\theta - \frac{\pi}{٢}) = \text{ظتا}\theta$$

شرط أن يكون ظتا θ معرفاً.

النسب المثلثية للزاويتين θ ، $(\theta + \frac{\pi}{٢})$

$$\text{قانون : } \text{جا}(\theta + \frac{\pi}{٢}) = \text{جتا}\theta$$

$$\text{جتا}(\theta + \frac{\pi}{٢}) = -\text{جا}\theta$$

$$\text{ظا}(\theta + \frac{\pi}{٢}) = -\text{ظتا}\theta$$

شرط أن يكون ظتا θ معرفاً.

كراسة التمارين ص ٦٢ رقم ٢ :

اكتب النسب المثلثية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية س.

(أ) ظا $(١٨٠^\circ - س)$

(ب) جتا $(١٨٠^\circ + س)$

(ج) جا $(-س)$

كراسة التمارين ص ٦٢ رقم ٣ :

استخدم ما تعلمته لكتابة النسب المثلثية التالية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية θ .

$$(أ) \text{ ظنا } (\theta + \pi)$$

$$(ب) \text{ قتا } \left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

الدوال المثلثية (الدائرية) على ح

إذا كان k عددًا صحيحًا فإن:

$$\text{جا}(\theta + 2k\pi) = \text{جا} \theta$$

$$\text{جتا}(\theta + 2k\pi) = \text{جتا} \theta$$

$$\text{ظا}(\theta + 2k\pi) = \text{ظا} \theta \quad \text{حيث } \theta \text{ معرّف}$$

كتاب الطالب مثال ص ١٠٢ رقم ٥ : بسط التعبير التالي لأبسط صورة:

$$\text{جا} \text{س} + \text{جا}(\theta + 90^\circ) + \text{جا}(\theta + 180^\circ) + \text{جا}(\theta + 270^\circ)$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٠٢ رقم ٥ : بسط كلاً من التعبيرات التالية لأبسط صورة:

$$(أ) \text{ جتا}(\theta + 90^\circ)$$

$$(ب) \text{ جتا} \left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

كراسة التمارين ص ٦٣ رقم ٤ :

أوجد قيمة النسب المثلثية بدون استخدام الآلة الحاسبة

(أ) جا 150°

(ب) ظا (-225°)

(ج) جتا (-235°)

كراسة التمارين ص ٦٣ رقم ٥ :

أوجد قيمة النسب المثلثية بدون استخدام الآلة الحاسبة

(أ) جتا $(\frac{\pi}{6})$

(ب) جا $(\frac{\pi}{3})$

(ج) ظا $(\frac{\pi}{6})$

كراسة التمارين ص ٦٣ رقم ١١ : بسط التعبيرات التالية لأبسط صورة:

$$(أ) \text{ جتا}(\theta - \pi) - \text{جتا}(\theta -) + \text{جا}(\theta + \pi) + \text{جتا}\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$(ب) \text{ جا}(\theta + \pi) - \text{جتا}\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + \text{جتا}(\pi - \theta) + \text{جا}\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$$

حل المعادلة: $\theta = \text{جتاس}$

$$\theta = \text{جتاس} \quad \text{أو} \quad \theta = \pi - \text{جتاس} \quad (\text{ك} \exists \text{ص})$$

لاحظ أن جيب تمام الزاوية يكون موجباً عندما تقع الزاوية في الربع الأول أو الرابع.

كتاب الطالب مثال ص ١٠٣ رقم ٦:

حل كل من المعادلات الآتية: -

$$\text{أ) جتاس} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ب) } 2 \text{ جتاس} - \sqrt{3} = 0$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٠٣ رقم ٦:

$$\text{حل المعادلة: } \sqrt{2} \text{ جتاس} = 1$$

حل المعادلة جاس = جا θ

هو س = $\theta + 2\pi k$ أو س = $(\theta - \pi) + 2\pi k$ ، (ك $\in \mathbb{Z}$)

لاحظ أن جيب الزاوية يكون موجباً عندما تقع الزاوية في الربع الأول أو الثاني.

كتاب الطالب مثال صد ١٠٤ رقم ٧ : حل كل من المعادلات الآتية : -

$$\text{أ) جاس} = \frac{\sqrt{37}}{2}$$

$$\text{ب) } 2 \text{ جاس} = \sqrt{2}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صد ١٠٤ رقم ٧ :
حل المعادلة : ٢ جاس - ١ = ٠

حل المعادلة ظاس = θ هو س $\theta = \pi ك + \theta$ ، (ك $\in \mathbb{Z}$)
 لاحظ أن ظل الزاوية يكون موجباً عندما تقع الزاوية في الربع الأول أو الثالث.

كتاب الطالب مثال ص ١٠٥ رقم ٨ :

$$\sqrt[3]{} = \text{ظاس} : \text{حل المعادلة}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٠٥ رقم ٨ :

$$\sqrt[3]{} = \text{ظاس} = ١ : \text{حل المعادلة}$$

$$(أ) \quad \text{جتا} \left(\frac{\pi}{4} - \text{س} \right) = \text{جتا} \left(\frac{\pi}{3} + \text{س} \right)$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٠٦ رقم ٩ :
حل كلا من المعادلتين :

$$(ب) \quad \text{جا} \left(\frac{\pi}{5} + \text{س} \right) = \text{جا} \text{س}$$

المتطابقات المثلثية الأساسية:

$$\text{حيث المقام } \neq 0 \quad \frac{1}{\theta} = \text{ظ} \theta, \frac{\theta \text{ جتا}}{\theta \text{ جا}} = \text{ظ} \theta, \frac{\theta \text{ جا}}{\theta \text{ جتا}} = \theta$$

$$\frac{1}{\theta \text{ جا}} = \theta \text{ قتا}, \frac{1}{\theta \text{ جتا}} = \theta \text{ قا}$$

$$\boxed{\text{جا}^2 \theta + \text{جتا}^2 \theta = 1}$$

متطابقة فيثاغورس

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٠٨ رقم ١:

بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان θ جا $= \frac{3}{5}$ ، $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ، فأوجد جتا θ ، ظا θ

كراسة التمارين ص ٦٥ رقم ١: إذا كانت جا $\theta = \frac{1}{5}$ ، $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$.

فأوجد قيمة النسب المثلثية الأخرى للزاوية θ .

كراسة التمارين ص ٦٥ رقم ٣ : إذا كانت $\theta = \frac{1}{3}$ جتا ، $\theta > 0$ ،
أوجد جتا θ ، ظتا θ .

$$\theta^2 \text{ ظا} = \theta^2 \text{ قا} + 1$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٠٩ رقم ٢ :

بدون استخدام الحاسبة اذا كان ظا $\theta = \frac{3}{4}$ ، جتا $\theta > 0$ صفر
أوجد جتا θ ، جتا θ

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١١٠ رقم ٣ :

بدون استخدام الحاسبة اذا كان ظا $\theta = \frac{24}{7}$ ، جتا $\theta < 0$ صفر
أوجد جتا θ ، جتا θ

$$١ + \text{جتا}^٢ \theta = \text{قتا}^٢ \theta$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١١١ رقم ٤ :

بدون استخدام الحاسبة اذا كان $\text{جتا} \theta = \frac{٥}{٨}$ ، جتا $\theta < ٠$ صفر
أوجد جتا θ

كتاب الطالب مثال ص ١١٢ رقم ٥ :

أثبت صحة المتطابقة التالية

$$\text{جاس}^٢ + \text{جاس} \times \text{جتا}^٢ \text{س} = \text{جاس}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١١٢ رقم ٥ :

أثبت صحة المتطابق

$$\text{جتا}^٢ \text{س} + \text{جاس} \times \text{جتا}^٢ \text{س} = \text{جتا}^٢ \text{س}$$

$$\text{جاس}^٢ + \text{جتا}^٢ \theta = ١$$

$$\text{جتا}^٢ \theta - ١ = \text{جاس}^٢$$

$$\text{جتا}^٢ \theta - ١ = \text{جاس}^٢$$

$$١ + \text{جتا}^٢ \theta = \text{قتا}^٢ \theta$$

$$\text{جتا}^٢ \theta = \text{قتا}^٢ \theta - ١$$

$$١ = \text{قتا}^٢ \theta - \text{جتا}^٢ \theta$$

$$١ + \text{جتا}^٢ \theta = \text{قتا}^٢ \theta$$

$$\text{جتا}^٢ \theta = \text{قتا}^٢ \theta - ١$$

$$١ = \text{قتا}^٢ \theta - \text{جتا}^٢ \theta$$

كتاب الطالب مثال ص ١١٢ رقم ٦ :

اثبت صحة المتطابقة

حيث المقام $\neq 0$

$$\theta^2 \text{قا} = \frac{(\text{قا} + \theta)(\text{قا} - \theta)}{\theta^2 \text{جا}}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١١٢ رقم ٦ :

اثبت صحة المتطابقة

$$٢ = (\theta^2 \text{ظتا} + \theta^2 \text{ظا}) - (\theta^2 \text{قتا} + \theta^2 \text{قا})$$

كراسة التمارين ص ٦٦ رقم ١١ : اثبت صحة المتطابقة : كراسة التمارين ص ٦٦ رقم ١٠ :

$$\theta^2 \text{جتا} + ٣ = \theta^2 \text{جتا} + ٤ + \theta^2 \text{جا}٣$$

$$١ = (\theta^2 \text{ظتا} + ١)(\theta^2 \text{جتا} - ١)$$

إذا كانت P ب قطعة مستقيمة بحيث P (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص٢) ويراد تقسيمها من جهة P بنسبة m : n من الداخل وكانت نقطة التقسيم ج (س ، ص) فإن

$$ج = \left(\frac{m \text{ص}٢ + n \text{ص}١}{m + n} , \frac{m \text{س}٢ + n \text{س}١}{m + n} \right)$$

كتاب الطالب مثال ص ١٢٦ رقم ١ :

إذا كان P (٣، ٥-) ، ب (٧، ٤-) . فأوجد نقطة تقسيم \overline{AB} من جهة P بنسبة ١:٣ من الداخل.

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٢٦ رقم ١ :

إذا كان P (٢، ٤-) ، ب (٣، ٢-)
 فأوجد ج بحيث $٢ \text{أ} ج = ج ب$ ، ج $\in \overline{AB}$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٢٦ رقم ٢ :

لتكن $P(2, 3)$ ، $B(4, 7)$ ، $J(1, 5)$

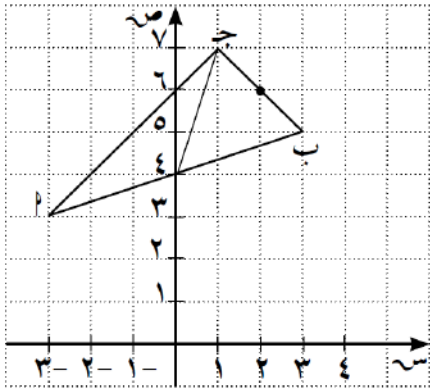
أوجد إحداثيات النقطة ج على \overline{PB} بحيث: $7JB = 2JP$

كراسة التمارين ص ٧٦ رقم ٣ :

P ب ج مثلث فيه: $P(-3, 3)$ ، $B(5, 3)$ ، $J(1, 7)$ أوجد:

(أ) إحداثيات منتصفات أضلاع المثلث.

(ب) إحداثيا نقطة تقاطع متوسطاته.



$$\frac{\text{ص ٢ - ص ١}}{\text{س ٢ - س ١}} = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}} = \text{الميل}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٣٣ رقم ٢ :

أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمر بكل زوج من النقاط

(أ) ج (٥، ٢) ، د (٧، ٤)

(ب) ق (-٤، ١) ، د (-٣، ٢)

(ج) م (٣، ٤) ، د (-٧، ٣)

كراسة التمارين ص ٧٩ رقم ٦ :

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين إن أمكن

(٢، ٣) ، (٦، ٥)

كراسة التمارين ص ٧٩ رقم ٨ :

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين إن أمكن

(٤، ٣) ، (-٣، ٤)

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٣٤ رقم ٣ :

أثبت أن النقاط $P(2, -1)$ ، $B(-1, 5)$ ، $J(3, -3)$ على استقامة واحدة

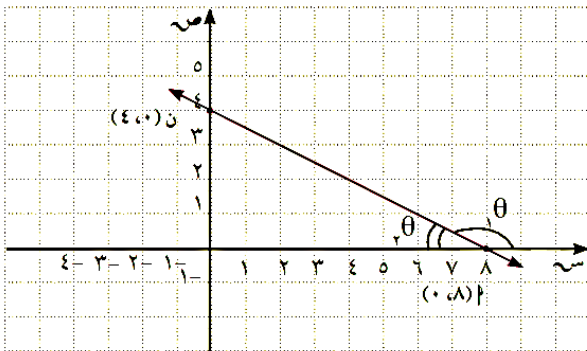
تذكر أن

العلاقة بين ظل الزاوية θ التي يصنعها مستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات و ميل هذا المستقيم m هي :

$$m = \tan \theta$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٣٥ رقم ٤ :

أوجد ميل المستقيم \overleftrightarrow{AB} وقارنه بظل الزاوية الحادة التي قياسها θ_1 وظل الزاوية المنفرجة التي قياسها θ_2 .



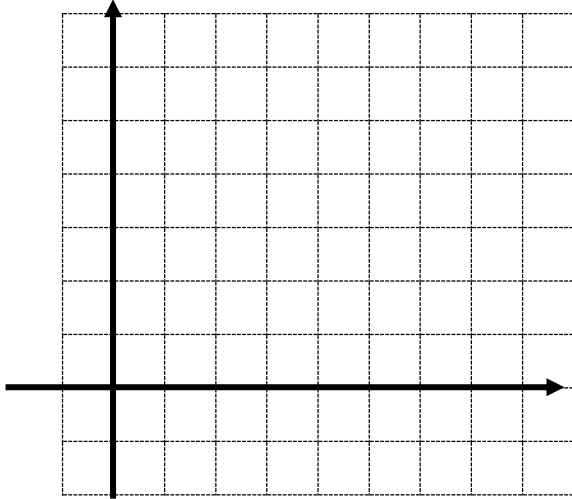
كراسة التمارين ص ٧٩ رقم ١٠ :

أوجد ميل المستقيم الذي يصنع زاوية قياسها 60° مع الإتجاه الموجب لمحور السينات

كراسة التمارين ص ٧٩ رقم ١٤ :

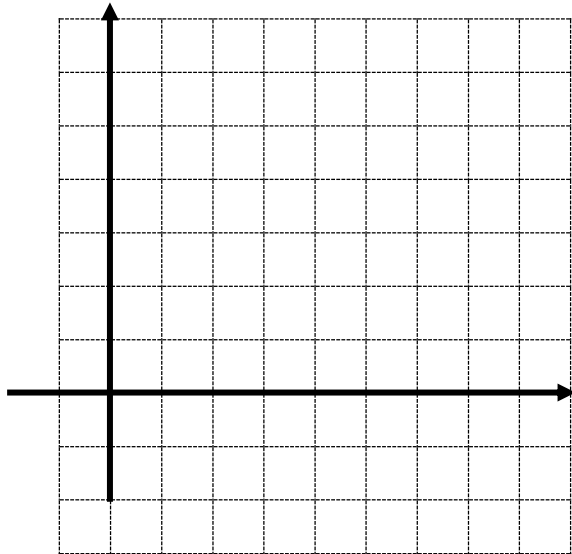
ارسم كلا من المستقيمين التاليين بمعلومية نقطة من كل مستقيم وميله

س (٣ ، ٥) ، الميل = ٢



كراسة التمارين ص ٧٩ رقم ١٥ :

ب (٥ ، ٢) ، الميل = $\frac{1}{2}$



تكون معادلة المستقيم: $ص - ص١ = م (س - س١)$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٣٦ رقم ١ :
اكتب معادلة الخط المستقيم الذي ميله $\frac{٢}{٣}$ ويمر بالنقطة (٥ ، ٦) (٥ ، ٦)

كراسة التمارين ص ٨٤ رقم ١ أ :
أوجد معادلة الخط المستقيم إذا علم
أ) يمر بالنقطة (٥ ، ٢) و ميله ٣

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٣٧ رقم ٢ :
أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين ج (٣ ، ١) ، (٢ ، ٢)

كراسة التمارين ص ٨٤ رقم ٣ ب :

أوجد الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين ب (٣ ، -٤) ، ب (٧ ، ١)

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٣٧ رقم ٣ أ :

إذا كان المستقيم ك: $٣ص + س + ٣ = ٠$ ، فأوجد:

معادلة المستقيم $ل$ الموازي للمستقيم ك والذي يمر بالنقطة (-٣، ٢).

تابع كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٣٧ رقم ٣ ب :

إذا كان المستقيم ك: $٣ص + س + ٣ = ٠$ ، فأوجد:

معادلة المستقيم ز العمودي على المستقيم ك والذي يمر بالنقطة (١، ٤).

كراسة التمارين ص ٨٤ رقم ٦ :

أوجد معادلة المستقيم المتوازي مع المستقيم : $s = \frac{1}{4}v + 17$ و يمر بنقطة الأصل

كراسة التمارين ص ٨٤ رقم ٤ :

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٧ ، -١)
و العمودي على الخط المستقيم : $s^3 + 2v - 1 = 0$

إذا كانت معادلة المستقيم على الصورة $أس + ب ص + ج = صفر$
فإن البعد f بين النقطة $د (س١ ، ص١)$ والمستقيم $ل$ تعطى بالصيغة

$$f = \frac{|أس١ + ب ص١ + ج|}{\sqrt{أ٢ + ب٢}}$$

كراسة التمارين ص ٨٧ رقم ١ :

معادلة المستقيم $ل : ٢س - ص + ٣ = ٠$
بين ما إذا كانت النقطة $م (-٢ ، ١)$ تنتمي إلى المستقيم $ل$ أم لا ؟

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٤٢ رقم ١ :

أوجد البعد بين المستقيم $ل : ص = -س + ٣$ و النقطة $د (٢ ، ٥)$

كراسة التمارين ص ٨٧ رقم ٦ :

أوجد البعد بين نقطة الأصل و المستقيم $ل : ٢ص = ٣س + ٤$

كراسة التمارين ص ٨٧ رقم ٥ :

أوجد البعد بين النقطة ج (٢ ، ١) و المستقيم : ٣ س - ص - ١ = ٠

كراسة التمارين ص ٨٧ رقم ٧ :

أوجد طول نصف قطر الدائرة التي مركزها و (٢ ، -١) إذا كان المستقيم : ٣ س - ٤ ص + ٧ = ٠ مماس لها

الصورة القياسية لمعادلة الدائرة التي مركزها (د ، هـ) ونصف قطرها نق على الصورة

$$(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = نق^2$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٤٣ رقم ١ :

أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٥ ، ٣) وطول نصف قطرها ٥ وحدات

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٤٤ رقم ٣ :

أوجد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٦ وحدات

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٤٥ رقم ٤ :

أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣ ، ٤) وتمس محور الصادات

تدريب :

أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (-٣ ، ٢) وتمس محور السينات

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٤٥ رقم ٥ :
أوجد مركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها

$$(أ) \quad ٤٩ = ٢ص + ٢س$$

$$(ب) \quad ٣٦ = ٢(٥ + ص) + ٢(٤ - س)$$

كراسة التمارين ص ٩١ رقم ٤ ب :
أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٥ ، ١) و تمر بالنقطة (٦ ، ١)

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٤٤ رقم ٢ :
أوجد معادلة الدائرة قطرهما أ ب حيث أ (٣- ، ٦) ، ب (١- ، ٢)

س^٢ + ص^٢ + ل + س + ك + ب = صفر حيث ل ، ك ، ب ثوابت

الصورة العامة لمعادلة الدائرة التي مركزها $(\frac{ل}{٢}, \frac{ك}{٢})$

$$\text{ونصف قطرها نق} = \frac{١}{٢} \sqrt{٤ - ٢ك + ٢ل}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صد ١٤٧ رقم ٦ :

عين مركز وطول نصف قطر الدوائر الممثلة بالمعادلة التالية
 $٢س^٢ + ٢ص^٢ - ١٢س - ٤ص - ٣٠ = \text{صفر}$

ملاحظة : عندما يكون لدينا معادلة على الصورة العامة التالية: $س^٢ + ص^٢ + ل + س + ك + ب = ٠$
 يمكننا معرفة ما تمثله بيانياً هذه المعادلة بمجرد مقارنة
 $ل + ٢ك - ٤ب$ مع الصفر.

- ١) عندما $ل + ٢ك - ٤ب > ٠$ فإن المعادلة لا تمثل معادلة دائرة.
 ٢) عندما $ل + ٢ك - ٤ب = ٠$ فإن المعادلة تمثل نقطة.
 ٣) عندما $ل + ٢ك - ٤ب < ٠$ فإن المعادلة تمثل دائرة.

كتاب الطالب حاول أن تحل صد ١٤٨ رقم ٧ :

هل كل معادلة مما يلي تمثل معادلة دائرة ؟ فسر

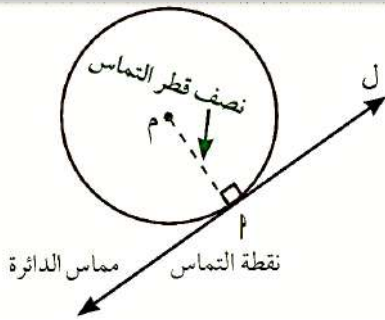
أ) $س^٢ + ص^٢ - ٤س + ٧ص + ١٧ = \text{صفر}$

تابع كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٤٨ رقم ٧ :

هل كل معادلة مما يلي تمثل معادلة دائرة ؟ فسر

(ب) $س^٢ + ص^٢ + ٥س - ٦ص - ٤ = صفر$

(ج) $س^٢ + ص^٢ - ٢س - ٢ص + ٢ = صفر$



معادلة مماس لدائرة

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٤٩ رقم ٨ :

أوجد معادلة مماس لدائرة معادلتها

$(س - ٢) + (ص - ١) = ٢٥$ عند نقطة $٢(٦, ٤)$ الواقعة عليها

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٥٠ رقم ٩:

أثبت أن النقطة $P(1, 1)$ تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O ، معادلتها:
 $s^2 + ص^2 + ٦س + ٨ص - ١٦ = ٠$ صفر ثم أوجد معادلة المماس لهذه الدائرة عند هذه النقطة

كراسة التمارين ص ٩١ رقم ٧:

أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها

$$(s - 1) + (ص + 2) = 10 \text{ عند النقطة } (1, 2)$$

التباين والإنحراف المعياري لمجموعة من القيم

$$\text{التباين} = \sigma^2 = \frac{\sum_{r=1}^n (\text{سر} - \bar{\text{س}})^2}{n}$$

ومنه الإنحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٧٨ رقم ١ :

أوجد التباين والإنحراف المعياري لقيم البيانات ٩ ، ٧ ، ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢

سر	سر - $\bar{\text{س}}$	$(\text{سر} - \bar{\text{س}})^2$

كراسة التمارين ص ١٠٦ رقم ١ أ :

أوجد التباين والإنحراف المعياري لقيم البيانات ٥٢ ، ٦٣ ، ٥٤ ، ٧٠ ، ٦٦

سر	سر - $\bar{\text{س}}$	$(\text{سر} - \bar{\text{س}})^2$

مبدأ العد

$$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-2) \times (n-1) \times n = n!$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٨٣ رقم ١ :

ما عدد الرموز التي يمكن تكوينها من حروف ((نواف)) من دون تكرار لأي منها شرط ألا يبدأ بـ ((أ))

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٨٤ رقم ٢ :

يقدم أحد المطاعم وجبة غداء مؤلفة من : سلطة أو حساء ، دجاج أو سمك ، حلويات أو فاكهة .
إستخدم الشجرة البيانية لإعطاء عدد الوجبات الممكنة .

كتاب الطالب مثال ص ١٨٥ رقم ٣ :

تبدأ لوحات السيارات في إحدى المدن بحرفين من الحروف الابدجية يتبعها ثلاثة أرقام .
كم عدد اللوحات التي يمكن الحصول عليها ؟ افترض أنه لا يوجد تكرار لأي من الحروف
أو الأرقام في أي من لوحات التراخيص .

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٨٥ رقم ٣ :

في المثال ٣ : ما هو عدد اللوحات التي يمكن الحصول عليها إذا كان رقم الاحاد فردي ؟

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٨٦ رقم ٤ :

إشترك ٢٠ جملا في سباق للهجن و وصلت جميعها إلى خط النهاية في أوقات مختلفة (أي أنه لا
يوجد أي تعادل) ما هو عدد النتائج الممكنة لهذا السباق ؟

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٨٦ رقم ٥ :

في إحدى الجمعيات الخيرية يوجد ٢٠ عضوا يشكلون مجلس الأمناء . يريدون إختيار رئيسا ،
أمينا للسر ، أمينا للصندوق . حدد كم طريقة يمكن بها الاختيار لهذه المناصب .

تذكر:

مضروب ن أو

ن! هو: $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$ فمثلاً: $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$ $1! = 1$ تُقرأ مضروب صفر = ١

$$\frac{n!}{(n-r)!} = {}_n P_r$$

التباديل:

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٨٨ رقم ٦:

أوجد قيمة كل تبديل بدون إستخدام الآلة الحاسبة بصورة مباشرة .

(أ) ${}^5 P_3$

(ب) ${}^{10} P_4$

(ج) ${}^n P_n$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٨٨ رقم ٧:

ما عدد الأعداد التي يمكن أن تتشكل من ٤ أرقام من أرقام النظام العشري بدون الصفر و ذلك في حال عدم تكرار أي رقم؟

التوافيق

$$\frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{n!}{r!} = n C_r$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٨٩ رقم ٨ :
ما عدد اللجان المكونة من شخصين و التي يمكن تكوينها من مجموعة من أربعة أشخاص ؟

كراسة التمارين ص ١١٢ رقم ٩ : أوجد : ${}^{١٤}C_٥$

كراسة التمارين ص ١١٢ رقم ١٠ : أوجد : ${}^{٤٨}C_٦$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٩٠ رقم ٩ :
إذا كان فريق كرة قدم يتكون من ٢٠ لاعبا . فما عدد الفرق المختلفة التي يمكن تكوينها من ١١ لاعبا
من بين لاعبي هذا الفريق ؟ (يمكن لأي لاعب اللعب في أي مركز)

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٩١ رقم ١٠ :

أثناء الإعداد لزيارة المتحف الوطني ، أراد منظمو الزيارة إعداد لوائح للطلاب لاستخدام حافلات تتسع كل منها ١٥ طالبا . علما بأن عدد الطلاب هو ٦٠ طالبا ، فما عدد اللوائح المختلفة التي يمكن إعدادها لهذه الزيارة ؟

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٩١ رقم ١٠ :

في ما يلي حدد ما إذا كان المثال يبين تبديلا أو توفيقا
أ) اختيار ٣ طلاب من الصف العاشر للمشاركة في مسابقة تلاوة القرآن

ب) مراكز المشاركين الثلاثة في مسابقة تلاوة القرآن

$$\text{احتمال الحدث } (P) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث } P}{\text{عدد النواتج في فضاء العينة}} \text{ أي أن } L(P) = \frac{N(P)}{N(F)}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٩٣ رقم ١:

في لعبة " رمي حجري نرد منتظمين ومتمايزين " والتجربة هي ملاحظة الوجه العلوي لكل من الحجرين

مثل فضاء العينة بيانياً

ما احتمال الحدث (ب) " ظهور عددين مجموعها يساوي ٧

ما احتمال الحدث (ج) " ظهور عددين مجموعهما يساوي ١٣

ما احتمال الحدث (د) " ظهور عددين أحدهما مربعاً للآخر

خواص الاحتمال لحدث ما

ليكن P حدث في فضاء عينة F منته وغير خالٍ فإن:

$$١ \geq L(P) \geq ٠$$

٢ إذا كان $P = \{ \}$ إذاً $L(P) = ٠$ ويسمى P حدثاً مستحيلًا.

٣ إذا كان $P = F$ إذاً $L(P) = ١$ ويسمى P حدثاً مؤكداً.

٤ مجموع احتمالات جميع النواتج في فضاء العينة يساوي ١

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٩٤ رقم ٢ :

في تجربة رمي حجري نرد متمايزين و ملاحظة الوجه العلوي لكل منهما ،
كان الحدث ب ((الحصول على مجموع العددين أصغر من ١٣))
فما إحتمال وقوع الحدث ب ؟

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٩٤ رقم ٣ :

اشترى ناصر علبة حلوى تحتوي على ١٢ قطعة بينهما ٤ قطع بالشوكولاته
يريد ناصر أخذ قطعتين من العلبة معا عشوائيا فما احتمال إختيار قطعتي حلوى عشوائيا ليستا
بالشوكولاته؟

العمليات على الأحداث

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف فإن

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

إذا كان ب ، م حدثان مستقلان من فضاء العينة ف فإن

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٩٦ رقم ٥ :

إذا كان P ، B حدثان في فضاء العينة F وكان

$$P = 0.3, \quad B = 0.5, \quad P \cup B = 0.6$$

أوجد كلا من

$$P \cap B$$

$$P \cap \bar{B}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٩٧ رقم ٦ :

إذا كان P ، B حدثان في فضاء العينة F وكان

$$P = 0.5, \quad B = 0.6, \quad P \cap B = 0.2$$

أوجد

$$P \cup \bar{B}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٩٨ رقم ٧ :

في فضاء عينة F لدينا حدثان P ، B متنافيان حيث

$$P = 0.4, \quad B = 0.5$$

أ) أحسب $P \cup B$

ب) أحسب $\overline{P \cup B}$

قاعدة الإحتمال المشروط : -

إذا كان وقوع الحدث ب مشروطاً بوقوع الحدث م فإن

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{حيث } P(A) \neq 0$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) \quad \text{و كذلك}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ١٩٩ رقم ٨ :

في تجربة عشوائية عند رمي قطعة نقود ثلاث مرات و ملاحظة الوجه العلوي ما إحتمال أن يكون الناتج (ص ، ك ، ص)

كراسة التمارين ص ١١٥ رقم ١٦ :

إذا كان م ، ب حدثان مستقلين و كان

$$P(A) = 0,3 \quad , \quad P(B) = 0,4 \quad \text{أوجد كلا من}$$

$$(أ) \quad P(A \cup B)$$

$$(ب) \quad P(\bar{A})$$

$$(ج) \quad P(A \cap B)$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٢٠٠ رقم ٩ :

تحتوي علبة حلوى على ١٢ قطعة بينهما ٤ منها بنكهة شوكولاتة و الباقي بنكهة الحليب
فما احتمال أخذ قطعة بنكهة شوكولاتة و أكلها ، ثم أخذ قطعة بنكهة الحليب ؟

قاعدة الاحتمال المشروط

إذا كان وقوع الحدث ب مشروطاً بوقوع الحدث أ فإن:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{حيث } P(A) \neq 0$$

$$\text{وكذلك } P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٢٠٢ رقم ١٠ :

في تجربة عشوائية ، اذا كان

$$P(A) = 0,3 \quad , \quad P(B|A) = 0,2 \quad \text{أوجد } P(A \cap B)$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صد ٢٠٢ رقم ١١ :

في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم ،
إذا كان الحدث ب " الحصول على عدد زوجي "
والحدث م " الحصول على عدد أولي " فاحسب ل (ب / م)

كراسة التمارين صد ١١٥ رقم ١٧ :

ليكن :

$$ل (م) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٧ ، ل (م \cup ب) = ٠,٨$$

احسب (أ) ل (م \cap ب)

(ب) ل (م / ب)

(ج) ل (ب / م)

كراسة التمارين صد ١١٦ رقم ١٨ :

ليكن أ ، ب حدثان مستقلان في فضاء عينة ف حيث ل (م) = ٠,٥ ، ل (ب) = ٠,٥
احسب ل (ب / م)