تنظيم البيانات في مصفوفات

Organising Data in Matrices

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١–٢)، اذكر رتبة كل مصفوفة.

(١) $[٢ \quad \sqrt{٥٧}]$

(٢) $\begin{bmatrix} ٤ & -٢ & ٢ \\ ١ & ٤ & ١ \\ ٠ & ٥ & -٧ \end{bmatrix}$

حدّد ما إذا كان زوج المصفوفات متساويًا أم لا. علّل إجابتك.

(٣) $\begin{bmatrix} ٤ \\ -٦ \\ ٨ \end{bmatrix}$ ، $[\sqrt{٦٤٧} \quad -٦ \quad \sqrt{١٦٧}]$

اذكر رتبة (أبعاد) المصفوفة، مع ذكر العنصر $أ_{٣٢}$.

(٤) $أ = \begin{bmatrix} ٤ & ٦ & ٥ \\ ٢ & -٣ & -٧ \\ ١ & ٠ & ٩ \end{bmatrix}$

(٥) أي زوج من المقادير التالية يحقّق ما يلي: $[٢س \quad س - ص] = [أ \quad ب]$؟

(أ) س = ٢أ ، ص = $\frac{١}{٢}$أ − ب

(ب) س = $\frac{١}{٢}$أ ، ص = $\frac{١}{٢}$أ + ب

(جـ) س = $\frac{١}{٢}$أ ، ص = $\frac{١}{٢}$أ − ب

(د) س = ٢أ ، ص = $\frac{١}{٢}$أ + ب

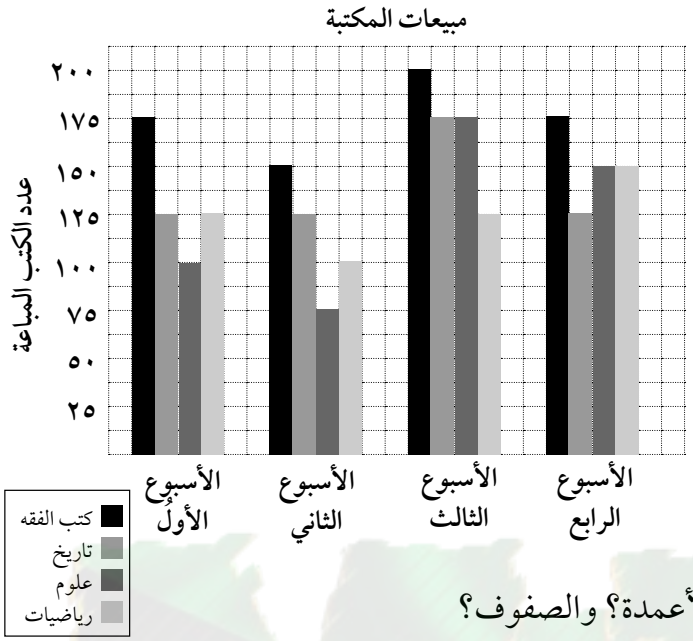
في التمرين (٦)، أوجد قيم كل من س، ص.

(٦) $\begin{bmatrix} س^{٢} & ٤ \\ -٢ & ص^{٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ٩ \\ -٢ & ٥ص \end{bmatrix}$

KuwaitMath.com

(٧) يوضّح التمثيل البياني المبيعات في شهر أغسطس لإحدى المكتبات.

(أ) سجّل البيانات في جدول.



(ب) اِعرض البيانات في مصفوفة. ماذا تمثّل الأعمدة؟ والصفوف؟

(٨) **تحليل الخطأ**: حدّد أحد الطلاب أن العنصر $أ_{٢٣}$، في المصفوفة: $أ = \begin{bmatrix} ٣ & ٢,٥ & ٤,٥ \\ ١,٥ & ٥ & -٣ \\ ٤ & ٤,٥ & ١,٥ \end{bmatrix}$ هو -٣

ما خطأ الطالب؟

في التمرينين (٩–١٠)، أوجد قيم المتغيرات بحيث تكون المصفوفتان متساويتين.

(٩) $\begin{bmatrix} ٢س - ٥ & ٣ \\ ٥ & ٢ص + ١٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١٢ & ٣ \\ ٥ & ٤ص + ١٩ \end{bmatrix}$

=

(١٠) $\begin{bmatrix} ٤س & ٢ - ص & ٥ \\ -٣ & -١ & ٢ \\ ٠ & -١٠ & ١٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢س + ٥ & ٤ص & ل \\ -٣ & م & ك - ل \\ ٠ & -٤س & ١٥ \end{bmatrix}$

KuwaitMath.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١–٢)، اذكر رتبة كل مصفوفة مما يلي:

(١) $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٢ & ٠ & ٣- \end{bmatrix}$

(٢) $\begin{bmatrix} ١ \\ ٩- \\ ٥ \end{bmatrix}$

في التمرينين (٣–٤)، حدّد ما إذا كان كل زوج من المصفوفات التالية متساويًا أم لا. علّل إجابتك.

(٣) $\begin{bmatrix} ٢- & ٣ \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢(-١) & ٢(١-) \\ ٢(٥,١) & ٢(٠) \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٤ & ٢- \\ ٣- & ٤- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ & ٤ \\ ٢- & ٣- & ٤- \end{bmatrix}$

في التمرينين (٥–٦)، اذكر رتبة (أبعاد) كلّ مصفوفة، مع ذكر قيمة العنصر الموضّح.

(٥) $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & ٠ & ٠ \\ ١ & ٠ & ٠ \\ ١ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$، $أ_{٢٣}$

(٦) $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٤- & ١ & ٣- \\ ٢ & ١- & ٠ \end{bmatrix}$، $ب_{٢١}$

في التمرينين (٧–٨)، استخدم الجدول أدناه.

عدد التليفزيونات المستخدمة في إحدى الدول بالمليون

النوع/ السنة	١٩٨٠	١٩٨٢	١٩٨٤	١٩٨٧	١٩٩٠	١٩٩٣
ملون	٨٢	٨٥	٨٨	٩٣	٩٦	٩٨
أبيض وأسود	٥١	٤٧	٤٣	٣٦	٣١	٢٠

(٧) وضّح البيانات في صورة مصفوفة حيث الصفوف تمثل نوع التليفزيون، والأعمدة تمثّل السنوات.

وأوجد $أ_{٣٢}$. ماذا يمثّل؟

KuwaitMath.com

(٨) اعرض البيانات في مصفوفة بصفوف تمثّل السنوات، وأعمدة تمثّل نوع التليفزيون.

أوجد $أ_{١٤}$ ، ووضّح ماذا يمثّل.

(٩) أوجد قيم كل من س، ص.

$$\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ٨ & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤س - ٦ & -١٠ص + ٥س \\ ٤س & -١٠ص + ٧,٥س \end{bmatrix}$$

في التمرينين (١٠–١١)، أوجد قيم المتغيرات بحيث تكون المصفوفتان متساويتين.

(١٠)
$$\begin{bmatrix} ٢س + ٤ & ص - ٥ \\ ل + ٦ & ٢ك - ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ص - ٢ \\ ٤ & ٤ك + ١٥ \end{bmatrix}$$

(١١)
$$\begin{bmatrix} ٤ص + ٢ & -٣ & ١١ & ٠ \\ -٤س & ٢ & -٨ & ٣ \\ ٢ن - ١ & -١٤ & ٠ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ل & ٢ك - ١ \\ ٣ & ٢ \\ ١ & ٣م - ٢ \end{bmatrix}$$

جمع وطرح المصفوفات

Adding And Subtracting Matrices

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١–٢)، أوجد ناتج كلّ مما يلي:

(١) $\begin{bmatrix} ٢ & ١ & ٢ \\ ١ & ٢ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢ & ٣ & ٢ \\ ٣ & ٢ & ٣ \end{bmatrix}$

(٢) $\begin{bmatrix} ٦ & ٣- \\ ٧- & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٣ & ٦- \\ ٢- & ٧ \end{bmatrix}$

في التمرينين (٣–٤)، استخدم الحساب الذهني أو الورقة والقلم أو الآلة الحاسبة لإيجاد الناتج:

(٣) $\begin{bmatrix} ٦ & ٩- & ٠ \\ ٨- & ٥ & ٧ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢- & ٤- & ١ \\ ٣ & ١١ & ١٠ \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & ٤ \\ ٦ & ٧ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٣- & ٦ \\ ٥- & ٧ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٧ & ٥ \\ ٣ & ٢- \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$

KuwaitMath.com

في التمارين (٥–٩)، اذكر ما إذا كان الجمع أو الطرح ممكنًا أو غير ممكن مع تفسير إجابتك:

$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ & \frac{١}{٢} & ٤ & ١ \\ ٢ & \frac{٣}{٥} & ٨ & ٩ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ١ & ٢- \\ ٠,٣٣ & ٤ \\ ٧- & ٠,١٥ \end{bmatrix}$

$\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤٤ \\ ١ & ٠ \\ ١٤ & ٢٣,٣ \end{bmatrix}$ ، $\underline{د} = \begin{bmatrix} ٢- & ٤- & \frac{٧}{٨} & \frac{١١}{٢} \\ ٣ & ٢ & ١- & -\frac{١٠}{١١} \end{bmatrix}$

(٥) $\underline{أ} + \underline{د}$

(٦) $\underline{جـ} + \underline{ب}$

(٧) $\underline{أ} + \underline{ب}$

(٨) $\underline{جـ} - \underline{د}$

(٩) $\underline{ب} + \underline{جـ}$

في التمارين (١٠–١٣)، أوجد $\underline{س}$ في كل مما يلي:

(١٠) $\begin{bmatrix} ١ & ٢ & ٣- \\ ٢ & ١ & ٣ \end{bmatrix} + \underline{س} = \begin{bmatrix} ٥ & ١ & ٨ \\ ٦- & ٠ & ٥ \end{bmatrix}$

(١١) $\underline{س} - \begin{bmatrix} ٤ & ١٢ \\ ٧٥ & ١- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ & ٥٠ \\ ٥٠ & ١٠- \end{bmatrix}$

(١٢) $-\underline{س} + \begin{bmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٠ & ٥ & ٩ \\ ١٢ & ٨ & ٣- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥- & ٠ & ٠ \\ ٢ & ٠ & ٢ \\ ٠ & ٥ & ٣- \end{bmatrix}$

(١٣) $\begin{bmatrix} ٠ & ٠ & ٠ \\ ٢ & ٤ & ٢٤- \end{bmatrix} = \underline{س} - \begin{bmatrix} ١٣ & ٢٤ & ٥ \\ ٦- & ١٧- & ١ \end{bmatrix}$

(١٤) **تحليل البيانات**: استخدم المعلومات في الجدول المقابل:

(أ) ضع البيانات في مصفوفتين. وميّز كل مصفوفة.

الشباب المختار لممارسة الأنشطة في مركزين مختلفين

	عدد الذكور في المركز	عدد الإناث في المركز
الحاسوب	٥٣	٥٧
الأعمال اليدوية	٥٤	٥٨
رياضة بدنية	٣٩	٢٩
سباحة	٤١	٦٠

(ب) استخدم الفقرة (أ) لإيجاد عدد الشباب (الذكور والإناث) المشترك في كل نشاط بجمع المصفوفتين.

(جـ) أوجد عدد الذكور – عدد الإناث المشتركين في كل نشاط.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

الحساب الذهني: في التمارين (١ – ٤)، أوجد ناتج كلّ مما يلي:

(١)
$$\begin{bmatrix} ٢ & -٣ & ٤ \\ ٥ & ٦ & -٧ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ \end{bmatrix}$$

(٢)
$$\begin{bmatrix} ٥ & ٤ & ٣ \\ ١ & -٢ & ٦ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & ١ & ١ \end{bmatrix}$$

(٣)
$$\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٥ & ٠ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -٥ & ٠ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$$

(٤)
$$\begin{bmatrix} ٠,٥ & ٩,٥ \\ -٣,٥ & ٥,٥ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٠,٥ & ٩,٥ \\ -٣,٥ & ٥,٥ \end{bmatrix}$$

(٥) التصنيع: يوضّح الجدول عدد كرات الشاطئ المنتجة في مصنعين ومستويات الإنتاج لفترة عمل واحدة. المصنع الأول يعمل فترتين كل يوم، والمصنع الثاني يعمل ثلاث فترات.

	المصنع الأول		المصنع الثاني	
	بلاستيك	مطاط	بلاستيك	مطاط
لون واحد	٥٠٠	٧٠٠	٤٠٠	١٢٠٠
ثلاثة ألوان	١٣٠٠	١٩٠٠	٦٠٠	١٦٠٠

(أ) اكتب مصفوفات لتمثل الإنتاج اليومي لكلّ مصنع.

(ب) استخدم النتائج من الفقرة (أ). أوجد ناتج طرح المنتج الكلي في المصنع الثاني من المنتج الكلي في المصنع الأول.

في التمارين (٦–٨)، استخدم الحساب الذهني أو الورقة والقلم لإيجاد ناتج كلّ مما يلي:

(٦) $\begin{bmatrix} ٢ & ٤- \\ ٩ & ٥- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٨ & ٢ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix}$

(٧) $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ & ٥- \\ ٦ & ١ & ٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ٢- & ٦ \\ ٥- & ٥ & ٦- \end{bmatrix}$

(٨) $\begin{bmatrix} ٩ & ٧- & ٨ \\ ٦ & ٣- & ٤- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١٠ & ٥- & ٢ \\ ٤ & ١ & ٩- \end{bmatrix}$

(٩) **السؤال المفتوح**: صف موقفًا يتطلّب جمع أو طرح معلومات مخزّنة على صورة مصفوفات.

في التمارين (١٠–١٢)، اختر الحساب الذهني أو الورقة والقلم أو الآلة الحاسبة لإيجاد ناتج كلّ مما يلي:

(١٠) $\begin{bmatrix} ٢- & ٠ & ٠ \\ ١ & ٤- & ٥ \\ ٧ & ٠ & ١٠- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ٢ & ٠ \\ ٣ & ٤- & ٥ \\ ٧ & ٠ & ٢- \end{bmatrix}$

(١١) $\begin{bmatrix} ٩- & ١ & ٦ \\ ٥- & ٠ & ٩- \\ ٢ & ٢- & ٣ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٨ & ٠ & ٤ \\ ٥ & ٦- & ٧ \\ ٢- & ٢ & ١- \end{bmatrix}$

(١٢) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٠ & ٠ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$

KuwaitMath.com

في التمارين (١٣–١٦)، اذكر ما إذا كان الجمع أو الطرح ممكنًا أو غير ممكن:

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ & \frac{١}{٢} & ٤ & ٥ \\ ٢ & \frac{٣}{٥} & ٨ & ٩ \end{bmatrix} \quad ، \quad \underline{ب} = \begin{bmatrix} ١ & ٢- \\ ٠,٣٣ & ٤ \\ ٧- & ٠,١٥ \end{bmatrix}$$

$$\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤٤ \\ ١ & ٠ \\ ١٤ & ٢٣,٣ \end{bmatrix} \quad ، \quad \underline{د} = \begin{bmatrix} ٢- & ٤- & \frac{٧}{٨} & \frac{١١}{٢} \\ ٣ & ٢ & ١- & \frac{١٠}{١١}- \end{bmatrix}$$

(١٣) $\underline{ب} - \underline{جـ}$

(١٤) $\underline{د} + \underline{أ}$

(١٥) $\underline{أ} + \underline{ب} + \underline{جـ}$

(١٦) $\underline{أ} + (\underline{جـ} - \underline{د})$

في التمارين (١٧–٢٠)، أوجد $\underline{س}$ في كل مما يلي:

(١٧) $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & ١ \\ ٣- & ٤ \end{bmatrix} + \underline{س} = \begin{bmatrix} ٥ & ٦- \\ ١ & ٠ \\ ٨ & ٥ \end{bmatrix}$

(١٨) $\begin{bmatrix} ٢ & ١ & ١- \\ ٠ & ٢ & ١ \end{bmatrix} - \underline{س} = \begin{bmatrix} ١١ & ٣ & ١٣- \\ ١٥ & ٩- & ٨ \end{bmatrix}$

(١٩) $\underline{س} - \begin{bmatrix} ٧ & ١ \\ ٣ & ٢- \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٧ & ١ \\ ٣ & ٢- \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$

(٢٠) $\underline{س} + \begin{bmatrix} ١٢ & ٥ \\ ١٧ & ٢٨ \\ ٣- & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٤ & ٢٠ \\ ٥- & ٠ \\ ٣ & ١٩- \end{bmatrix}$

KuwaitMath.com

ضرب المصفوفات

Matrices Multiplication

المجموعة ١ تمارين أساسية

في التمارين (١–٣)، أوجد ناتج ضرب كلّ مما يلي:

(١) $\begin{bmatrix} -٣ & ٤ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix}$ _____

(٢) $\begin{bmatrix} -٣ & ٥ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -٣ \\ ٥ \end{bmatrix}$ _____

(٣) $\begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ -١ & -٥ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ ٠ & -١ \end{bmatrix}$ _____

(٤) أوجد رتبة مصفوفة الضرب، ثم أوجد الناتج.

$\begin{bmatrix} ٥ & ٧ & -٢ \\ \frac{-٤}{٥} & ٣ & ٦ \\ ٠ & \frac{-٢}{٣} & ٤ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ١ & ١ \\ ٠ & -١ \end{bmatrix}$ _____

في التمارين (٥–٩)، حدّد ما إذا كان الضرب معرّفًا أم لا.

$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٦ & ٩ \end{bmatrix}$ $\underline{ب} = \begin{bmatrix} -٣ & ٦ \\ ٢ & -٤ \end{bmatrix}$ $\underline{جـ} = \begin{bmatrix} -٥ \\ ٦ \end{bmatrix}$ $\underline{د} = \begin{bmatrix} ٠ & ٧ \end{bmatrix}$

(٥) $\underline{أ} \times \underline{ب}$ _____

(٦) $\underline{أ} \times \underline{جـ}$ _____

(٧) $\underline{جـ} \times \underline{ب}$ _____

(٨) $\underline{د} \times \underline{أ}$ _____

(٩) $\underline{د} \times \underline{جـ}$ _____

KuwaitMath.com

في التمارين (١٠–١٢)، أوجد ناتج ضرب كلّ مما يلي:

(١٠) $٢\begin{bmatrix} ٤ & -١ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$

(١١) $٠,٥\begin{bmatrix} ١٤ & ٣ \\ -٤ & ٧ \end{bmatrix}$

(١٢) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & -١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٠ & -١ \\ -١ & ٠ \end{bmatrix}$

(١٣) **الاختيار من متعدد:** تبيّن الأعمدة في المصفوفة $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٨ \\ ٠ & ١٢ \end{bmatrix}$ بالترتيب، عدد المماحي وعدد الأقلام المباعة. وتبيّن الصفوف بالترتيب الأعداد المباعة يومي الاثنين والثلاثاء.

تبيّن المصفوفة $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٠,٠٥٠ \\ ٠,٠٢٥ \end{bmatrix}$، كلفة كل من الممحاة والقلم. ناتج $\underline{أ} \times \underline{ب}$ يمثل:

(أ) ثمن كل المماحي المباعة يومي الاثنين والثلاثاء، وثمن الأقلام في هذين اليومين.

(ب) مجموع ثمن المماحي والأقلام يوم الاثنين، ومجموع ثمنهما يوم الثلاثاء.

(جـ) مجموع ثمن الأقلام والمماحي.

(د) ثمن قلم واحد وممحاة واحدة

في التمارين (١٤–١٧)، استخدم المصفوفات د، و، ف. نفذ العمليات المطلوبة إذا كانت معرّفة. وإذا كانت إحدى العمليات غير معرّفة فاكتب «غير معرّفة».

$$\underline{د} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ & -١ \\ ٠ & ٣ & ١ \\ -٢ & -١ & ٢ \end{bmatrix}\ ،\ \underline{و} = \begin{bmatrix} ٢ & -٥ & ٠ \\ ١ & ٠ & -٢ \\ ٣ & ١ & ١ \end{bmatrix}\ ،\ \underline{ف} = \begin{bmatrix} -٣ & ٢ \\ -٥ & ١ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix}$$

(١٤) $\underline{د} \times \underline{و}$

(١٥) $(\underline{د} \times \underline{و}) \times \underline{ف}$

(١٦) $\underline{د} - ٢ \times \underline{و}$

(١٧) $(٢ \times \underline{د})(٣ \times \underline{ف})$

(١٨) تعرض شركة تبيع الخردوات في محلاتها الأسعار في مصفوفة من الرتبة ١ × ٣ ومبيعات المحال الثلاثة اليومية في مصفوفة من الرتبة ٣ × ٣.

	مطرقة	منبه ضوئي	قنديل
	٠,٣٠٠ دينار	٠,٥٠٠ دينار	٠,٧٠٠ دينار

	المحل أ	المحل ب	المحل ج
مطرقة	١٠	٩	٨
منبه ضوئي	٣	١٤	٦
قنديل	٢	٥	٧

(أ) أوجد ناتج ضرب المصفوفتين. اشرح ما الذي يمثله.

(ب) كيف يمكن إيجاد المبيع العام في المحال الثلاثة؟

(جـ) أوجد مبيع المنبهات الضوئية في المحال الثلاثة.

KuwaitMath.com

(١٩) **السؤال المفتوح**: اكتب مصفوفتين $\underline{س}$، $\underline{ص}$ من الرتبة ٢ × ٢ ليست كل العناصر متساوية بحيث يكون $\underline{س} \times \underline{ص} = \underline{ص} \times \underline{س}$.

(٢٠) أوجد قيمة كل من س ، ص: $\begin{bmatrix} ٢س & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & -ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٤ & -٩ \\ ٢ & ٦ \end{bmatrix}$

في التمرين (٢١)، استخدم المصفوفات $\underline{أ}$، $\underline{ب}$، $\underline{جـ}$، حدّد ما إذا كان التعبيران في الزوج التالي متساويين.

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} \qquad \underline{ب} = \begin{bmatrix} ١- & ٠ \\ ٣ & ٢- \end{bmatrix} \qquad \underline{جـ} = \begin{bmatrix} ١ & ٤ \\ ٢- & ١ \end{bmatrix}$$

(٢١) $(\underline{أ} + \underline{ب}) \times \underline{جـ}$، $\underline{أ} \times \underline{جـ} + \underline{ب} \times \underline{جـ}$.

(٢٢) إذا كانت $\underline{م} = \begin{bmatrix} ٣- & ٤ \\ ١ & ٢- \end{bmatrix}$، $\underline{ن} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢- & ٥ \end{bmatrix}$، فهل $\underline{م} \times \underline{ن} = \underline{ن} \times \underline{م}$ ؟ فسّر.

(٢٣) أي ضرب مما يلي غير معرّف؟

(أ) $\begin{bmatrix} ١- \\ ٢ \end{bmatrix} [٢ \quad ١-]$

(ب) $\begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٢ & ١- \end{bmatrix} [٢ \quad ١-]$

(جـ) $\begin{bmatrix} ١- & ٢ \\ ١- & ٢ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٢ & ١- \end{bmatrix}$

(د) $[٢ \quad ١-] \begin{bmatrix} ١- \\ ٢ \end{bmatrix}$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١ – ٤)، أوجد ناتج ضرب كلّ مما يلي:

(١) $\begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٤- & ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ٤- \end{bmatrix}$

(٢) $\begin{bmatrix} ٥ & ٣- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٠ & ٣- \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix}$

(٣) $١- \begin{bmatrix} ٩ & ٧- & ٤- \\ ٨- & ٢- & ٣ \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} ٠ & ١- \\ ١- & ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١- & ٠ & ١ \\ ٠ & ١- & ١ \end{bmatrix}$

KuwaitMath.com

في التمارين (٥–٩)، حدّد ما إذا كان الضرب معرّفًا أم لا مع تفسير إجابتك.

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٦ & ٩ \end{bmatrix} \quad \underline{ب} = \begin{bmatrix} -٣ & ٦ \\ ٢ & -٤ \end{bmatrix} \quad \underline{جـ} = \begin{bmatrix} -٥ \\ ٦ \end{bmatrix} \quad \underline{د} = \begin{bmatrix} ٠ & ٧ \end{bmatrix}$$

(٥) $\underline{ب} \times \underline{أ}$

(٦) $\underline{جـ} \times \underline{أ}$

(٧) $\underline{ب} \times \underline{جـ}$

(٨) $\underline{أ} \times \underline{د}$

(٩) $\underline{جـ} \times \underline{د}$

في التمارين (١٠–١٣)، استخدم المصفوفات $\underline{د}$ ، $\underline{و}$ ، $\underline{ن}$ ثم نفذ العمليّات المطلوبة إذا كانت معرّفة. وإذا كانت إحدى العمليّات غير معرّفة فاكتب «غير معرّفة».

$$\underline{د} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ & -١ \\ ٠ & ٣ & ١ \\ -٢ & -١ & ٢ \end{bmatrix} \quad \underline{و} = \begin{bmatrix} ٢ & -٥ & ٠ \\ ١ & ٠ & -٢ \\ ٣ & ١ & ١ \end{bmatrix} \quad \underline{ن} = \begin{bmatrix} -٣ & ٢ \\ -٥ & ١ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix}$$

(١٠) $-٣ \times \underline{ن}$

(١١) $\underline{د} \times (\underline{و} \times \underline{ن})$

(١٢) $(\underline{و} - \underline{د}) \times \underline{ن}$

(١٣) $(\underline{د} \times \underline{د}) \times \underline{و}$

(١٤) **الكتابة في الرياضيات:** لنفرض أن المصفوفة $\underline{أ}$ هي من الرتبة ٢ × ٣ والمصفوفة $\underline{ب}$ من الرتبة ٣ × ٢.
هل $\underline{أ} \times \underline{ب}$ ، $\underline{ب} \times \underline{أ}$ متساويتان؟ اشرح تفكيرك.

KuwaitMath.com

(١٥) اكتب مصفوفة تمثل العائد اليومي للبطاقات المباعة مستخدمًا الجدولين التاليين:

	درجة ١	درجة ٢	درجة ٣
أسعار البطاقات بالدينار	٧	٦	٥

	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس
عدد البطاقات المباعة درجة ١	١٥٠	١٣٠	١٦٠
عدد البطاقات المباعة درجة ٢	١٢٥	١٣٠	١٧٥
عدد البطاقات المباعة درجة ٣	٦٠	٥٢	٨٠

(١٦) أوجد قيمة كل من س ، ص إذا كانت:

$$\begin{bmatrix} ٢س & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ٢س & -ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٤ & -٩ \\ ٠ & ٦ \end{bmatrix}$$

KuwaitMath.com

في التمرين (١٧)، استخدم المصفوفات $\underline{أ}$ ، $\underline{ب}$، $\underline{هـ}$ لتبين صحة العبارة.

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} \qquad \underline{ب} = \begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ ٣ & -٢ \end{bmatrix} \qquad \underline{هـ} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

(١٧) $(\underline{أ} + \underline{ب}) \times \underline{هـ} = \underline{أ} \times \underline{هـ} + \underline{ب} \times \underline{هـ}$.

مصفوفات الوحدة والنظير الضربي (المعكوس)

Identity Matrices and Inverse Matrix

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١–٢)، بيّن أن كل مصفوفة هي نظير ضربي للمصفوفة الأخرى.

(١) $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} ٣ & ٢- \\ ٤- & ٣ \end{bmatrix}$

(٢) $\begin{bmatrix} \frac{١}{٥} & \frac{١}{١٠}- \\ ٠ & \frac{١}{٤} \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٠ & ٤ \end{bmatrix}$

في التمارين (٣–٥)، أوجد محدّد كل مصفوفة.

(٣) $\begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ ٦- & ٢- \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} \frac{١}{٢} & \frac{٢}{٣} \\ \frac{٣}{٥} & \frac{١}{٤} \end{bmatrix}$

(٥) $\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$

في التمارين (٦–٩)، أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة إن وجد، وإذا لم يوجد فاكتب «لا يوجد نظير ضربي» مع ذكر السبب.

(٦) $\begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

(٧) $\begin{bmatrix} ٤ & ٨ \\ ٣- & ٢- \end{bmatrix}$

KuwaitMath.com

(٨) $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$

(٩) $\begin{bmatrix} ٨- & ٦ \\ ٤ & ٣- \end{bmatrix}$

في التمارين (١٠–١٢)، حلّ كل معادلة في س. وإذا كان من غير الممكن حلها، فاكتب السبب.

(١٠) $\begin{bmatrix} ٧ & ١٢ \\ ٣ & ٥ \end{bmatrix} \times \underline{\underline{س}} = \begin{bmatrix} ١- & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$

(١١) $\begin{bmatrix} ٤- & ٠ \\ ١- & ٠ \end{bmatrix} \times \underline{\underline{س}} = \begin{bmatrix} ٠ \\ ٤ \end{bmatrix}$

(١٢) $\underline{\underline{س}} \times \begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ٤ & ٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٦ & ٣١ \\ ١٢ & ٢٧ \end{bmatrix}$

في التمارين (١٣–١٥)، أوجد قيمة كل محدد.

(١٣) $\begin{vmatrix} ٤ & ٥ \\ ٤- & ٤ \end{vmatrix}$

(١٤) $\begin{vmatrix} -\frac{١}{٢} & ٢ \\ ٢- & ٨ \end{vmatrix}$

(١٥) $\begin{vmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{vmatrix}$

في التمرينين (١٦–١٧)، هل كل مصفوفة هي نظير ضربي للمصفوفة الأخرى؟ اشرح إجابتك.

(١٦) $\begin{bmatrix} ٢ & ٠,٥ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} ٢- & ١ \\ ١٠ & ٤- \end{bmatrix}$

(١٧) $\begin{bmatrix} ٣- & ٤ \\ ٦ & ٨- \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} ١- & ٠ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$

KuwaitMath.com

(١٨) أوجد المصفوفة س: $\begin{bmatrix} ٧ & ٤ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$ س + $\begin{bmatrix} ٧ & ٢ \\ ٤ & ٣- \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٦ \\ ٣ & ٢- \end{bmatrix}$

---

* (١٩) حل المعادلة: $-٢\begin{bmatrix} ٠ & ٢- \\ ١- & ٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ٣- \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix} \times$ س $+ \begin{bmatrix} ٠ & ٣- \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٩ & ٢٧- \\ ١٠ & ٢٤- \end{bmatrix}$

---

(٢٠) إذا كانت س $\in$ ح: أ = $\begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٣- & ١- \end{bmatrix}$ ونظيرها الضربي: س $\begin{bmatrix} ١- & ٢- \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$، فما قيمة س؟

المجموعة ب تمارين تعزيزية

بيّن أن كل مصفوفة هي نظير ضربي للمصفوفة الأخرى.

(١) $\begin{bmatrix} ٣- & ٧ \\ ٢- & ٥ \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} ٥- & ٧ \\ ٢- & ٣ \end{bmatrix}$

في التمارين (٢–٤)، أوجد محدّد كل مصفوفة.

(٢) $\begin{bmatrix} ٠ & ٠,٥ \\ ١,٥ & ٢ \end{bmatrix}$

(٣) $\begin{bmatrix} ١- & ٣ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} ٢- & ٠ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix}$

في التمارين (٥–٨)، أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة إذا وجد، وإذا لم يوجد فاكتب «لا يوجد نظير ضربي».

(٥) $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$

(٦) $\begin{bmatrix} ١,٥- & ٣ \\ ٢,٥ & ٠,٥- \end{bmatrix}$

KuwaitMath.com

(٧) $\begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$

(٨) $\begin{bmatrix} -٢ & ١ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$

(٩) أوجد $\underline{س}$: $\begin{bmatrix} -٣ & ٥ \\ -٢ & ٤ \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٥ \\ ١٠ \end{bmatrix}$

في التمرينين (١٠–١١)، أوجد قيمة كل محدد.

(١٠) $\begin{vmatrix} -٣ & ١٠ \\ ٦ & ٢٠ \end{vmatrix}$

(١١) $\begin{vmatrix} ٦ & ٩ \\ ٣ & ٦ \end{vmatrix}$

(١٢) هل كل مصفوفة هي نظير ضربي للمصفوفة الأخرى؟ اشرح.

$\begin{bmatrix} -٢ & -٢ \\ -٥ & -٤ \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} ٢ & -٢,٥ \\ -١ & ١ \end{bmatrix}$

KuwaitMath.com

(١٣) أوجد $\underline{س}$: $\begin{bmatrix} ١ & ٩ \\ -٦ & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٧ & -٩ \\ ٤ & ٥ \end{bmatrix} \times \underline{س} + \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٤ & -٣ \end{bmatrix}$

*(١٤) حل المعادلة:

$$\begin{bmatrix} ٠ & -٦ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} \times \underline{س} - \begin{bmatrix} ٢ & -٢٦ \\ ٣ & -١٨ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢٥ \\ ٢ & ٢٤ \end{bmatrix}$$

حل نظام من معادلتين خطيتين

Solving System of Two Linear Equations

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١-٢)، اكتب نظام المعادلات التالية على شكل معادلة مصفوفية محددًا مصفوفة المعاملات ومصفوفة المتغيرات ومصفوفة الثوابت.

(١) $\begin{cases} س + ص = ٥ \\ س - ٢ص = -٤ \end{cases}$

_____

(٢) $\begin{cases} ٢س + ٥ص = ٠ \\ س + ص = ٢ \end{cases}$

_____

في التمرينين (٣-٤)، اكتب المعادلات المصفوفية التالية على شكل نظام معادلات.

(٣) $\begin{bmatrix} ٣ & -١ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١ \\ ٣ \end{bmatrix}$

_____

(٤) $\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ -١ & -٢ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ \\ -٢ \end{bmatrix}$

_____

في التمرينين (٥-٦)، استخدم النظير الضربي للمصفوفة لحل نظام معادلات.

(٥) $\begin{cases} س + ٣ص = ٥ \\ س + ٤ص = ٦ \end{cases}$

_____

(٦) $\begin{cases} س - ٣ص = -١ \\ -٥س + ١٦ص = ٥ \end{cases}$

_____

KuwaitMath.com

في التمارين (٧–٩)، بيّن ما إذا كان لنظام معادلات حلًّا وحيدًا أم لا.

(٧) $\left.\begin{array}{l} ٢٠س + ٥ص = ٢٤٠ \\ ص + ٢٠س = ٠ \end{array}\right\}$

(٨) $\left.\begin{array}{l} ٣س + ٢ص = ١٠ \\ ٦س + ٤ص = ١٦ \end{array}\right\}$

(٩) $\left.\begin{array}{l} ص = \frac{٢}{٣}س - ٣ \\ ص = -س + ٧ \end{array}\right\}$

في التمارين (١٠–١٢)، استخدم قاعدة كرامر لحل نظام معادلات.

(١٠) $\left.\begin{array}{l} ٢س + ص = ٤ \\ ٣س - ص = ٦ \end{array}\right\}$

(١١) $\left.\begin{array}{l} ٢س + ص = ٧ \\ -٢س + ٥ص = -١ \end{array}\right\}$

(١٢) $\left.\begin{array}{l} \frac{س}{٢} + \frac{ص}{٤} = ٤ \\ \frac{س}{٤} - \frac{٣ص}{٨} = -٢ \end{array}\right\}$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١–٢)، اكتب نظام المعادلات التالية على شكل معادلة مصفوفية، محددًا مصفوفة المعاملات ومصفوفة المتغيرات ومصفوفة الثوابت.

(١) $\left.\begin{array}{l} ص = ٣س - ٧ \\ ص = ٢ \end{array}\right\}$

KuwaitMath.com

(٢) $\left.\begin{array}{l} س + ٢ص = ١١ \\ ٢س + ٣ص = ١٨ \end{array}\right\}$

في التمرينين (٣–٤)، استخدم النظير الضربي للمصفوفة لحل نظام المعادلات.

(٣) $\left.\begin{array}{l} ٢س + ٣ص = ١٢ \\ س + ٢ص = ٧ \end{array}\right\}$

(٤) $\left.\begin{array}{l} ٢س + ٣ص = ٥ \\ س + ٢ص = ٦ \end{array}\right\}$

في التمرينين (٥–٦)، حلّ المعادلة المصفوفية إن أمكن:

(٥) $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ٨ \\ ١٠ \end{bmatrix}$

(٦) $\begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ ٦ & -٤ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \end{bmatrix}$

في التمرينين (٧–٨)، استخدم قاعدة كرامر لحل نظام معادلات.

(٧) $\left.\begin{array}{l} ٠,٥س + ١,٥ص = ٧ \\ ٢,٥س - ٣,٥ص = -٩ \end{array}\right\}$

(٨) $\left.\begin{array}{l} \frac{س}{٥} - \frac{٢ص}{٥} = ٤ \\ \frac{٢س}{٥} - \frac{٣ص}{٥} = ٥ \end{array}\right\}$

(٩) ينتج أحد المصانع أقلام رصاص ومماحي. يبلغ ثمن علبة تحتوي على ٥ مماحي وقلمي رصاص ١٥٠٠ فلس. ويبلغ ثمن علبة أخرى تحتوي على ٧ مماحي و٥ أقلام ٢٦٥٠ فلسًا.

أوجد ثمن المماحة وثمن القلم مستخدمًا النظير الضربي للمصفوفة.

KuwaitMath.com

مراجعة الوحدة السابعة

(١) يبيّن الجدول درجات الحرارة العظمى والصغرى المسجلة في ست مناطق.

المنطقة	الدرجة العظمى	الدرجة الصغرى
١	٣٠°	٣٧°−
٢	٤٠°	٣٣°−
٣	٤٢°	١٤°−
٤	٣٧°	١°−
٥	٣٩°	٢٨°−
٦	٤٤°	٢°−

(أ) اعرض البيانات في مصفوفة (في كل صف الدرجة العظمى والدرجة الصغرى لمنطقة). ما أبعاد هذه المصفوفة؟

KuwaitMath.com

(ب) حدّد $أ_{٢٤}$

في التمرينين (٢–٣)، أوجد الناتج .

(٢) $\begin{bmatrix} ٩ & ٢ \\ ٨ & ١- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٧ & ٥- \\ ٦ & ٣ \end{bmatrix}$

(٣) $\begin{bmatrix} ١ & ١٣ & ١٦ \\ ٢٤ & ٣- & ١٩ \\ ٩ & ١٠ & ٢٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢٢ & ٧ & ١٨- \\ ٥ & ١٥ & ١١ \\ ١٢ & ١٤ & ١٧- \end{bmatrix}$

في التمارين (٤–٧)، أوجد ناتج ضرب كل مما يأتي إن أمكن مع ذكر السبب.

(٤) $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٠ & ٣ \\ ٤ & ٧ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٦ & ١ \end{bmatrix}$

(٥) $-٣\begin{bmatrix} ١٠ & ٣ \\ ٤- & ٢١ \end{bmatrix}$

(٦) $\begin{bmatrix} ٩ & ١٥ & ٦ \\ ٨- & ٢ & ٧ \\ ٦٣ & ٨- & ١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٢ & ٤ & ٠ \\ ٥- & ٠ & ٨ \end{bmatrix}$

(٧) $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix}$

في التمرينين (٨–٩)، أوجد محدد كل مصفوفة.

(٨) $\begin{bmatrix} ٦- & ٧- \\ ٥ & ٨ \end{bmatrix}$

(٩) $\begin{bmatrix} ١ & ٥- \\ ٢- & ٩ \end{bmatrix}$

في التمرينين (١٠–١١)، أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة إن أمكن مع ذكر السبب.

(١٠) $\begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$

(١١) $\begin{bmatrix} ٧ & ٨ \\ ١٤- & ١٦- \end{bmatrix}$

في التمارين (١٢–١٧)، حل في س.

(١٢) $\begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ١- & ١- \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٣ \\ ٢ \end{bmatrix}$

KuwaitMath.com

(١٣) $\begin{bmatrix} ٢ & ٦ \\ ٤ & -١ \end{bmatrix} - \underline{س} = \begin{bmatrix} ١ & ٨ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$

(١٤) $\underline{س} + \begin{bmatrix} ١ & ٣ & ٦ \\ -١ & ٢ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ & ١ & ٠ \\ ١٤ & ٣ & -١ \end{bmatrix}$

(١٥) $\begin{bmatrix} -٣ & -٢ \\ ١ & ١ \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٨ & -١ \\ ٦ & ٠ \end{bmatrix}$

(١٦) $٤\underline{س} + ٣ \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & -٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ & ٨ \\ ٥ & -٢ \end{bmatrix}$

(١٧) $٢\underline{س} = \frac{١}{٤} \begin{bmatrix} -٦ & ٢ \\ ٨ & -٨ \end{bmatrix}$

(١٨) حل النظام: $\begin{cases} ٢س - ص = ٢ \\ ٢س - ٢ص = ٤ \end{cases}$ مستخدمًا النظير الضربي.

(١٩) حل النظام: $\begin{cases} -٣س + ٥ص = -٤ \\ س - ٣ص = ٤ \end{cases}$ مستخدمًا طريقة كرامر.

(٢٠) اكتب مصفوفتين $\underline{أ}$، $\underline{ب}$ كل منهما من الرتبة ٢ × ٢.

أثبت أن ضرب المصفوفات هو غير إبدالي.

(٢١) هل كل مصفوفة مما يلي هي النظير الضربي للأخرى؟

$\begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ -٣ & ١ \end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix} -١ & -١ \\ -٣ & -٢ \end{bmatrix}$

KuwaitMath.com

(٢٢) اشتريت ١٠ قرنفلات و٥ أقحوانات بمبلغ ١٢,٥٠٠ دينارًا. وبعد ظهر اليوم نفسه اشتريت ٥ قرنفلات و٨ أقحوانات بمبلغ ١١,٧٥٠ دينارًا.

فما سعر القرنفلة الواحدة والأقحوانة الواحدة باستخدام المصفوفات؟

KuwaitMath.com

تمارين إثرائية

(١) لنعتبر $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ -١ & ٠ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} -١ & -٣ \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix}$

(أ) هل للمصفوفات: $\underline{أ}$، $\underline{ب}$ ، $\underline{أ} + \underline{ب}$ نظير ضربي؟

(ب) أوجد $\underline{أ}^{-١}$، $\underline{ب}^{-١}$، $(\underline{أ} + \underline{ب})^{-١}$.

(جـ) وضّح ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة:

إذا كانت $\underline{أ}$ ، $\underline{ب}$ مصفوفتان ذات نظير ضربي، $\underline{أ} + \underline{ب}$ هي مصفوفة ذات نظير ضربي فإن:

$(\underline{أ} + \underline{ب})^{-١} = \underline{أ}^{-١} + \underline{ب}^{-١}$.

(د) أعطِ مثالًا عن مصفوفتين ذات نظير ضربي شرط ألا يكون لمصفوفة مجموعهما نظيرًا ضربيًّا.

(٢) لنعتبر $\underline{أ} = \begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ -٤ & ٣ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٥ & ١ \\ -٢ & ٠ \end{bmatrix}$

(أ) أوجد $\underline{أ} + \underline{ب}$ ، ثمّ $(\underline{أ} + \underline{ب})^{٢}$.

(ب) أوجد $\underline{أ}^{٢}$ ، $\underline{أ} \times \underline{ب}$ ، $\underline{ب}^{٢}$ ثمّ $\underline{أ}^{٢} + ٢\underline{أ} \times \underline{ب} + \underline{ب}^{٢}$. قارن بين إجابتيك في (ب)، (أ).

(جـ) طبّق الخطوتين (أ)، (ب) باستخدام $\underline{ب} = \begin{bmatrix} -٥ & ١ \\ -٣ & ١ \end{bmatrix}$

(٣) إذا طرحنا ثلاثة أمثال عمر ربيع من مثلي عمر جاد نحصل على ٥. أمّا إذا طرحنا ثلاثة أمثال عمر جاد من خمسة أمثال عمر ربيع نحصل على −٢.

(أ) مثّل المسألة أعلاه على شكل نظام معادلتين من متغيرين.

KuwaitMath.com

(ب) اكتب نظام معادلات على شكل معادلة مصفوفية: $\underline{أ} \times \underline{س} = \underline{ب}$ ،

حيث $\underline{أ}$ هي مصفوفة مرّبعة من الرتبة ٢ × ٢، $\underline{س} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب}$ من الرتبة ٢ × ١.

(جـ) أوجد محدد المصفوفة $\underline{أ}$. هل للمصفوفة $\underline{أ}$ نظير ضربي؟ إذا كان لها نظيرًا ضربيًّا فأوجد $\underline{أ}^{-١}$.

(د) أوجد قيم س، ص باستخدام $\underline{أ}^{-١}$.

(هـ) حل نظام معادلات مستخدمًا قاعدة كرامر.

(٤) لنأخذ المصفوفات التالية:

$$\underline{و} = \begin{bmatrix} ٠ & ٠ & ١ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ١ & ٠ & ٠ \end{bmatrix} \quad ، \quad \underline{أ} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ & ٠ \\ ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ \end{bmatrix}$$

(أ) احسب $\underline{أ}^{٢}$ ، $\underline{أ}^{٣}$.

(ب) لكل عدد حقيقي س، نعتبر المصفوفة $\underline{م}(س)$، حيث إنّ:

$$\underline{م}(س) = \underline{و} + س\,\underline{أ} + \frac{س^{٢}}{٢} \times (\underline{أ}^{٢}).$$

١. تحقق من أنّ: $\underline{م}(س) = \begin{bmatrix} ١ & س & \frac{س^{٢}}{٢} \\ ٠ & ١ & س \\ ٠ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$

٢. احسب: $\underline{م}(٠)$ ، $\underline{م}(٤)$.

٣. س، ص عددان حقيقيان، احسب $\underline{م}(س) \times \underline{م}(ص)$.

٤. برهن أنّ: $\underline{م}(س) \times \underline{م}(ص) = \underline{م}(س + ص)$.

(٥) التفكير الناقد: لتكن $\underline{أ} = \begin{bmatrix} أ & جـ \\ ب & د \end{bmatrix}$. ما هي قيم العناصر أ ، ب ، جـ ، د عندما يكون النظير الضربي للمصفوفة $\underline{أ}$ هو $\underline{أ}$ ؟ **(مساعدة:** هناك أكثر من إجابة صحيحة واحدة).

KuwaitMath.com