

الأنماط الرياضية والمتاليات (المتابعات)

Mathematical Patterns and Sequences

المجموعة ١ تمارين أساسية

في التمرين (١، ٢) اكتشف النمط ثم اكتب الحدين التاليين.

١) ...، ٦٨، ٧١، ٧٤، ٧٧، ٨٠

٢) ...، ٦٤، ٣٢، ١٦، ٨، ٤

في التمرين (٣، ٤) اكتب صيغة ارتدادية لكل متتالية، ثم أوجد الحد التالي.

٣) ...، ٢، ١، ٠، ١، -٢، -٤

٤) ...، $\frac{9}{4}$ ، ٩، ٣٦، ١٤٤

في التمرين (٥، ٦) اكتب صيغة صريحة لكل متتالية. ثم أوجد ح_{١٠}.

٥) ...، ٨، ٧، ٦، ٥، ٤

٦) ...، ١٦، ١٣، ١٠، ٧، ٤

في التمارين (٧-٩) حدّد ما إذا كان كل مما يلي صيغة ارتدادية أو صيغة صريحة. ثم أوجد الحدود الثلاثة الأولى.

٧) ح_٠ = ٣، ح_١ = ٣ + ح_٠، ح_٢ = ٣

٨) ب_٠ = $\frac{1}{3}$ ن (١ - ن)

٩) ك_٠ = ٢ ن + ١

١٠ الكتابة في الرياضيات: اشرح الفرق بين الصيغة الارتدادية والصيغة الصريحة.

١١ السؤال المفتوح

(أ) اكتب أربعة حدود من متتالية حقيقية يمكن وصفها بأنها ارتدادية و صريحة معاً.

(ب) اكتب صيغة ارتدادية وصيغة صريحة للمتتالية التي اخترتها.

(ج) أوجد الحد السادس باستخدام كلاً من الصيغتين.

١٢* الهندسة: تشكل الأعداد المثلثة متتالية. يمثل المخطط

أول ٣ أعداد مثلثة: ١، ٣، ٦



(أ) أوجد العدد المثلث السادس.

(ب) هل الصيغة الصريحة: $ح_n = \frac{1}{3}(ن^2 + ن)$ تصلح لهذه المتتالية؟ اشرح.

١٣* تفكير ناقد: في الصيغة $ح_n = ح_{ن-١} + ٣$ ، هل يمكنك إيجاد الحد الرابع ح؟ اشرح.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرين (١، ٢) اكتشف النمط ثم اكتب الحدين التاليين.

١) ...، ٤، -٨، ١٦، -٣٢، ٦٤، ... (٢) $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \dots$

في التمرين (٣، ٤) اكتب صيغة ارتدادية لكل متتالية. ثم اكتب الحد التالي.

٣) (...، ٤٣، ٤١، ٣٩، ٣٧، ٣٥، ...) (٤) (...، $\frac{5}{4}$ ، ٥، ١٠، ٢٠، ٤٠، ...)

في التمرين (٥، ٦) اكتب صيغة صريحة لكل متتالية. ثم أوجد ح.

٥) (...، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{6}$ ، $\frac{1}{7}$ ، $\frac{1}{8}$) (٦) (...، ٣، ٧، ١١، ١٥، ١٩، ...)

في التمارين (٧-٩) حدّد ما إذا كانت كل صيغة ارتدادية أم صريحة. ثم أوجد الحدود الثلاثة الأولى.

٧) ح_٥ = (٥ - ن)(٥ + ن)

٨) ل_٥ = ٣ - ل_{٥-١}، ل_١ = ٢ -

٩) ح_٥ = ٤ - ٢^{٥-٢}

في التمرين (١٠-١١) استخدم الصيغة المعطاة لكتابة الحدين الرابع والخامس في كل متتالية.

١٠) ح_١ = ١ -، ح_٥ = (١ - ح_{٥-١})^٢ + ١

١١) ح_٥ = (١ + ن)^٢

في التمرين (١٢، ١٣) أجب بضح أو بخطأ.

١٢) الحد النوني للمتتالية (٦، ٨، ١٢، ...) هو ح_٥ = ٢

١٣) الحد العاشر للمتتالية (٢، ٤، ٨، ١٦، ...) هو ١٠٢٤

* ١٤) ناتج جمع الحد الثاني لمتتالية صيغتها الارتدادية ح_٥ = ٢ + ح_{٥-١}، ح_١ = ١ - مع الحد الثاني لمتتالية

صيغتها الارتدادية ح_٥ = - ح_{٥-١} + ٣، ح_١ = ٣ - هو:

(أ) ١٥ (ب) ٢ (ج) ٣+ (د) ٣-

* ١٥) الصيغة الارتدادية للمتتالية التي صيغتها الصريحة ح_٥ = (١ + ن)^٢ هي:

(أ) ح_٥ = (١ + ح_{٥-١})^٢، ح_١ = ١ (ب) ح_٥ = (١ + $\sqrt{١ + ح_{٥-١}})^2$ ، ح_١ = ٤

(ج) ح_٥ = ح_{٥-١} + ٤، ح_١ = ٤ (د) ح_٥ = (١ + ح_{٥-١})^٢، ح_١ = ٤

المتتالية الحسابية

Arithmetic Sequence

المجموعة ٢ تمارين أساسية

في التمرينين (٢، ١) هل المتتالية المعطاة حسابية؟ إذا كانت كذلك حدّد الأساس.

١ (١، ٤، ٩، ١٦، ...) _____

٢ (٢١-، ١٨-، ١٥-، ١٢-، ...) _____

في التمرينين (٤، ٣) في كل متتالية حسابية أوجد الحد الثاني والثلاثون.

٣ (٣٤، ٣٧، ٤٠، ٤٣، ...) _____

٤ (٢١٣، ٢٠١، ١٨٩، ١٧٧، ...) _____

في التمرينين (٦، ٥) أوجد s في كل متتالية حسابية.

٥ (١٦-، s ، ١، ...) _____

٦ ($\frac{13}{2}$ ، s ، $\frac{51}{2}$ ، ...) _____

في التمرينين (٨، ٧) أوجد الوسط الحسابي.

٧ $٧ = ح_{١-٥}$ ، $١ = ح_{١+٥}$ _____

٨ $١ = ح_{١+٥}$ ، $\frac{3}{5} = ح_{١-٥}$ _____

٩ تحليل الخطأ:

قال خالد أن الحد التالي في المتتالية (٠، ٢، ٤، ...) هو ٨. ما الخطأ الذي اقترفه؟

١٠ أوجد الحد السابع عشر من المتتالية الحسابية:

(أ) $١٨ = ح_{١٦}$ ، $٥ = ٥$ _____

(ب) $١٨ = ح_{١٨}$ ، $٤- = ٥$ _____

في التمرينين (١١، ١٢)، لكل متتالية اكتب الصيغة الصريحة والصيغة الارتدادية.

١١ (٠، ٦، ١٢، ١٨، ٢٤، ...)

١٢ (-٤، -٨، -١٢، -١٦، ...)

في التمرينين (١٣، ١٤)، في كل متتالية حسابية أوجد الحد الأول a_1 والأساس s .

١٣ $a_3 = ٥$ ، $a_٥ = ١١$ ، ...

١٤ $a_١ = ١٧$ ، $a_١٧ = ٣٤$ ، ...

* ١٥ المتتالية الحسابية التي لا تتضمن حدًا قيمته ٣٣ في ما يلي هي:

(أ) (١، ٥، ٩، ١٣، ...) (ب) (١، ١١، ٢١، ...)

(ج) (٣، ٩، ١٥، ...) (د) (٨٥، ٧٢، ٥٩، ...)

١٦ متتالية حسابية فيها الحد الأول يساوي ٢ والحد العاشر يساوي ٢٠ فإن مجموع الحدود العشرة الأولى منها يساوي:

(أ) ٢٢ (ب) ٥٥ (ج) ١١٠ (د) ٢٢٠

في التمرينين (١٧، ١٨) أوجد مجموع حدود كل متتالية مما يلي:

١٧ $(\frac{1}{٢}, \frac{3}{٢}, \frac{5}{٢}, \dots, \frac{15}{٢})$

١٨ $(٥، -٣، ٢٥، -١، ١، ٢٥، \dots، ١٢)$

١٩ (أ) ما عدد حدود المتتالية: (١٠، ١٣، ١٦، ...، ٣١)؟ اشرح.

(ب) أوجد مجموع هذه الحدود.

٢٠ في متتالية حسابية $a_٨ = ٤٤٠$ ، الأساس $s = ٦$ ، أوجد $a_١$

٢١ أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الحسابية (٥، ٧، ٩، ...).

٢٢ أوجد الحد الأربعون a_{40} في المتتالية الحسابية حيث $a_١ = ٤$ ، $a_٦ = ٦٠٨٠$. ثم أوجد $a_{٣٠}$.

٢٣ كم حدًّا يلزم أخذها بدءًا من الحدِّ الأول من المتتالية الحسابية (١٦، ١٢، ٨، ...) ليكون مجموعها -٢٠؟

٢٤ مسرح مدرسي فيه ١٥ مقعدًا في الصف الأول وكان كل صف آخر يتسع لعدد من المقاعد يزيد عن الصف الذي يسبقه مباشرة بمقدار ٤ مقاعد. كم عدد المقاعد في هذا المسرح إذا كان يتسع لعدد ١٤ صفًا؟

* ٢٥ التحدي: (ح_n) متتالية حيث ح_n = ح_{n-1} + ح_{n-2} + ... + ح₁ = ٣ⁿ + ٥ⁿ.

(أ) أثبت أن (ح_n) متتالية حسابية.

(ب) أوجد ح_{١٢}.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١، ٢) هل المتتالية المعطاة حسابية؟ إذا كانت كذلك حدِّد الأساس.

١ (١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨)

٢ (٣، ٧، ١١، ١٥، ١٩)

في التمرينين (٣، ٤) في كل متتالية حسابية أوجد الحد الثاني والثلاثون.

٣ (١٠١، ١٠٥، ١٠٩، ١١٣، ...) (٤) (٣، ١، -١، -٣، ...)

في التمرينين (٥، ٦) أوجد الحد الناقص في كل متتالية حسابية.

٥ (١٠١، □، -١٥٥) (٦) (١٤، □، ٢٨)

في التمرينين (٧، ٨) أوجد الوسط الحسابي.

٧ ح_{n-1} = ١٠٠، ح_{n+1} = ١٤٠

٨ ح_{n-1} = ر، ح_{n+1} = ر + ز

٩ أوجد الحد السابع عشر من المتتالية: ح_{١٨} = ١٨، ح_٥ = -١١

في التمرينين (١١، ١٠)، لكل متتالية حسابية اكتب الصيغة الصريحة والصيغة الارتدادية.

$$(10) \quad (5-, 4-, 3-, 2-, \dots)$$

$$(11) \quad (2-, 5, 12, 19, \dots)$$

في التمرينين (١٢، ١٣) في كل متتالية حسابية أوجد الحد الأول u_1 والأساس s وفقاً للمعطيات التالية:

$$(12) \quad u_1 = 8, u_2 = 20$$

$$(13) \quad u_1 = 8, u_3 = 32$$

في التمرينين (١٤، ١٥) مجموع حدود متتالية حسابية، أوجد هذا المجموع.

$$(14) \quad 5 + 13 + 21 + \dots + 61$$

$$(15) \quad (13-) + (14, 5-) + (16-) + \dots + (23, 5-)$$

$$(16) \quad \text{إذا كان } u_1 = 6, \text{ ج.ه. } u_{10} = 5 \text{ في متتالية حسابية. فأوجد ج.ه. ثم أوجد } u_{10}$$

$$(17) \quad \text{في متتالية حسابية ج.ه. } u_{10} = 240, \text{ الأساس } s = 2-, \text{ أوجد ج.ه.}$$

$$(18) \quad \text{أوجد مجموع العشرين حدًا الأولى من المتتالية الحسابية } (20, 16, 12, \dots)$$

$$(19)^* \quad \text{إذا كان مجموع } n \text{ حدًا الأولى من متتالية حسابية هو } \frac{n}{4}(49 - 3n), \text{ أوجد المتتالية ثم احسب قيمة } n \text{ التي تجعل هذا المجموع يساوي } 30$$

$$(20) \quad \text{أدخل ثمانية أوساط حسابية بين العددين } 5, 32.$$

$$(21) \quad \text{أدخل ستة أوساط حسابية بين العددين } 3-, \frac{1}{3}.$$

الاختيار من متعدد: في التمرينين (٢٢، ٢٣) اختر الإجابة الصحيحة:

$$(22) \quad \text{في المتتالية الحسابية } (4, 1, 2-, \dots) \text{ رتبة الحد الذي قيمته } -23 \text{ هي:}$$

$$(أ) 8 \quad (ب) 9 \quad (ج) 10 \quad (د) 12$$

$$(23) \quad \text{إذا أدخلنا ثلاثة أوساط حسابية بين العددين } 5, 21 \text{ فإن هذه الأوساط هي:}$$

$$(أ) 10, 14, 18 \quad (ب) 9, 13, 17$$

$$(ج) 8, 12, 16 \quad (د) 9, 14, 19$$

المتتالية الهندسيّة Geometric Sequence

المجموعة ١ تمارين أساسية

في التمرينين (١، ٢) هل المتتاليات الآتية هندسيّة؟ إذا كانت كذلك أوجد الأساس.

١ (١، ٢، ٤، ٨، ١٦)

٢ (١، -١، ١، -١، ١)

في التمرينين (٣-٤) اكتب صيغة صريحة لكل متتالية هندسيّة. ثم اكتب الحدود الأربعة الأولى.

٣ ح_١ = ٥، $r = -3$

٤ ح_١ = $\frac{1}{2}$ ، $r = \frac{2}{3}$

في التمرينين (٥، ٦) أوجد قيمة s في المتتالية الهندسيّة.

٥ ($\frac{2}{5}$ ، s ، $\frac{8}{45}$ ، $\frac{16}{135}$)

٦ (١٨٠، ٩، s ، ٢٥٥، ...)

في التمارين (٧-٩) حدّد ما إذا كانت المتتالية حسابيّة أم هندسيّة. ثم أوجد الحد التالي.

٧ (٤٥، ٩٠، ١٨٠، ٣٦٠، □)

٨ (٣٠، ٣٥، ٤٠، ٤٥، □)

٩ (١٥، ١١، ٧، ٣، □)

في التمرينين (١٠، ١١) في المتتالية الهندسيّة (٣، ١٢، ٤٨، ١٩٢، ...) أوجد:

١٠ الحد الخامس.

١١ الحد النوني.

في التمرينين (١٢، ١٣) أوجد الحد العاشر في كل متتالية هندسية.

١٢ ح_٩ = ٨، $r = \frac{1}{2}$

١٣ ح_٩ = -٥، $r = -\frac{1}{2}$

١٤ الكتابة في الرياضيات: صف التشابه والاختلاف بين أساس المتتالية الحسابية وأساس المتتالية الهندسية.

١٥ أوجد الحد الأول ح_١ للمتتالية الهندسية حيث ح_٥ = ١١٢، ح_٧ = ٤٤٨.

في التمرينين (١٦، ١٧) أوجد مجموع حدود المتتاليات الهندسية حيث:

١٦ ح_١ = ٣، $r = \frac{1}{2}$ عدد الحدود = ٥

١٧ ح_١ = ٥٠، $r = ٨$ ، عدد الحدود = ٩

في التمارين (١٨-٢٠) أجب بصح أو خطأ.

١٨ (١، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$) متتالية هندسية

١٩ متتالية هندسية فيها ح_٩ = ٨، $r = \frac{1}{2}$ فإن ح_{١٠} = ٤

٢٠ في المتتالية الهندسية الموجبة الحدود (١٢، ٣، ...، ٣) تكون قيمة س هي ٦

الاختيار من متعدد: في التمارين (٢١-٢٣) اختر الإجابة الصحيحة:

٢١ لتكن (٢٤٣، أ، ب، ج، ١٩٦٨٣) متتالية هندسية فإن $r =$

(أ) فقط ٣ (ب) ٣ أو -٣ (ج) $\frac{1}{3}$ ، $-\frac{1}{3}$ (د) $-\frac{1}{3}$ فقط

٢٢ المتتالية الهندسية التي لا تتضمن حدًا قيمته ١٠٠ هي:

(أ) (٥، ١٠، ٢٠، ...) (ب) (٥، ٣٣٧، ٢٢٥، ١٥٠، ...)

(ج) ح_٥ = ٥، ح_٦ = ٢ ح_٥ (د) ح_٥ = ٤ × ٥

٢٣ ناتج ضرب الوسط الهندسي السالب للعدد ٢، ٣٢ والوسط الهندسي السالب للعدد ١، ٤ هو:

(أ) -١٦ (ب) ١٦ (ج) ٣٢ (د) ٢٥٦

المجموعة ب تمارين تعزيرية

في التمرين (٢، ١) متتاليات هندسية أوجد الأساس والحد التالي.

١ (١٠، ٤، ٦، ١، ٦٤، ٠، ...) (١)

٢ (٧، ٧، ٠، ٠٧، ٠، ...) (٢)

في التمرين (٤، ٣) اكتب صيغة صريحة لكل متتالية هندسية وفقاً للمعطيات. ثم اكتب الحدود الأربعة الأولى.

٣ ح_١ = ١ ، $r = ٥,٠$ (٣)

٤ ح_١ = ١٠٢٤ ، $r = ٥,٠$ (٤)

في التمارين (٧-٥) حدّد ما إذا كانت المتتالية هندسية أو حسابية. ثم أوجد الحد التالي □.

٥ (٢٥، ٥٠، ٧٥، ١٠٠، □) (٥)

٦ (-٥، ١٠، ٢٠، ٤٠، □) (٦)

٧ (٢، ٢، ٢، □) (٧)

في التمرين (٩، ٨) في كل متتالية هندسية أوجد الحدود الناقصة □ علماً بأن الأساس موجب.

٨ (٥، ١٢، □، □، □، ١٢، ٥، ...) (٨)

٩ (-٤، □، □، □، ٣٢٤، ...) (٩)

في التمرين (١١، ١٠) لديك المتتالية الهندسية (٣، ١٢، ٤٨، ١٩٢، ...) أوجد:

١٠ الحد السابع (١٠) الحد السابع عشر (١١)

في التمرين (١٣، ١٢) أوجد الحد العاشر في كل متتالية هندسية.

١٢ ح_{١١} = ٨ ، $r = \frac{1}{2}$ (١٢)

١٣ ح_{١١} = $\frac{1}{3}$ ، $r = \frac{1}{2}$ (١٣)

١٤ أوجد الحد الأول من المتتالية الهندسية حيث $r = \frac{1}{2}$ ، ح_{١٢} = $\frac{1}{16}$ (١٤)

في التمرين (١٦، ١٥) أوجد مجموع حدود المتتاليات الهندسية حيث:

١٥ ح_١ = ٤ ، $r = \frac{1}{2}$ ، عدد الحدود = ٦ (١٥)

١٦ ح_١ = ٢٠ ، $r = ٤,٠$ ، عدد الحدود = ٧ (١٦)

مراجعة الوحدة الخامسة

في التمرين (١، ٢) اكتب صيغة صريحة وصيغة ارتدادية لكل متتالية ثم أوجد الحد التالي.

١ (٧، ١٣، ١٩، ٢٥، ٣١، ...) ٢ (١٠، ٢٠، ٤٠، ٨٠، ١٦٠، ...)

في التمارين (٣-٥) حدّد ما إذا كانت كل متتالية حسابية أو هندسية. ثم أوجد الحد العاشر، ج، الأولى.

٣ (٢٣، ٢٧، ٣١، ٣٥، ٣٩، ...)

٤ (-١٢، -٥، ٢، ٩، ١٦، ...)

٥ (-٥، ١٥، ٤٥، ١٣٥، ٤٠٥، ...)

في التمرين (٦، ٧) أوجد الوسط الحسابي.

٦ ح_١ = ١، ح_٢ = ٤، ح_٣ = ١٢ ٧ ح_١ = ١١، ح_٢ = ٢٣

٨ السؤال المفتوح: اكتب متتالية حسابية. ثم اكتب صيغة صريحة لها.

في التمرين (٩، ١٠) اكتب الحدود الخمسة الأولى في المتتالية الهندسية.

٩ ح_١ = ٢، ح_٢ = ٤ ١٠ ح_١ = ١٠٠، ح_٢ = ١٠٠٠، ح_٣ = ١٠٠٠٠

في التمرين (١١، ١٢) اكتب الحدود الخمسة الأولى في المتتالية الحسابية.

١١ ح_١ = ٣، ح_٢ = ٥، ح_٣ = ٧ ١٢ ح_١ = ١٩، ح_٢ = ٥، ح_٣ = ٤

في التمرين (١٣، ١٤) أوجد الحد الناقص في □ للمتتالية الهندسية.

١٣ (٢، □، ٥، ٠، ١/٤) ١٤ (٢، □، ٨، ١٦)

في التمرين (١٥، ١٦) مجموع حدود متتالية حسابية أو هندسية. أوجد المجموع.

١٥ ٢ + ٧ + ١٢ + ... + ح_{١٥} ١٦ ٥٠٠٠ + ١٠٠٠ + ٢٠٠ + ... + ح_{١٥}

* (١٧) إذا كانت ٦، س، ...، ٤س - ٣، ٣٦، متتالية حسابية فإن س تساوي:

(أ) ٣٣ (ب) ١٢ (ج) ٩ (د) ٢١

١٨ أدخل خمسة أوساط هندسية بين العددين ١/٣، ٢٤٣

١٩ أدخل ستة أوساط هندسية بين العددين ١/٣، ٦٤

تمارين إثرائية

١ (ح_n) متتالية حسابية حيث إن: ح₁ = ١٠، ح_{١٢} + ح_{١٤} = ٣٣، ح_{١٠٠} = ٥٥.
أوجد الحد الأول ح_١ والأساس s.

٢ (ح_n) متتالية هندسية جميع حدودها قيم سالبة وأساسها قيمة موجبة حيث إن: ح_١ × ح_٢ = $\frac{4}{9}$ ، ح_١ + ح_٢ + ح_٣ = $-\frac{19}{9}$.
أوجد الحد الأول ح_١ والأساس s.

٣ أوجد ثلاثة أعداد حقيقية أ، ب، ج تشكل على الترتيب متتالية حسابية حيث إن:
أ + ب + ج = ٣٩؛ أ^٢ + ب^٢ + ج^٢ = ٥٢٥

٤ أوجد ثلاثة أعداد حقيقية أ، ب، ج تشكل على الترتيب متتالية هندسية حيث إن:
أ + ب + ج = ٢١؛ أ^٢ + ب^٢ + ج^٢ = ٢٧

٥ (ح_n) متتالية معرفة بصيغة ارتدادية كما يلي: لكل ن $1 \leq n$

$$ح_{2n} = ٦ + ح_n، ح_{2n+1} = ٢.$$

(أ) أوجد قيم ح_١، ح_٢، ح_٣، ح_٤.

(ب) لكل ن $1 \leq n$ نأخذ المتتالية (ع_n) معرفة بصيغة ارتدادية كما يلي: ع_١ = ٦ + ح_١

١. أوجد قيم ع_١، ع_٢، ع_٣، ع_٤.

٢. أثبت أن $\frac{1+ع_n}{ع_n}$ قيمة ثابتة لكل قيم ن $1 \leq n$ ، استنتج أن (ع_n) هي متتالية هندسية حدها الأول ع_١ وأساسها قيمة ثابتة.

(ج) أوجد الحد النوني ع_n بدلالة ن فقط.

(د) استنتج الحد النوني ح_n بدلالة ن فقط.