التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

الزوايا وقياساتها
Angles and their Measures

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) أوجد كلًّا مما يلي بالقياس الستيني (بالدرجات والدقائق) .

(أ) $\frac{٣}{٨}$ الزاوية القائمة _____

(ب) $\frac{٧}{١٦}$ الزاوية المستقيمة _____

(٢) أوجد كلًّا مما يلي بالقياس الستيني (بالدرجات والدقائق والثواني) مستخدمًا الآلة الحاسبة.

(أ) $\frac{٤}{٧}$ الزاوية القائمة _____

(ب) $\frac{٥}{١٣}$ الزاوية المستقيمة _____

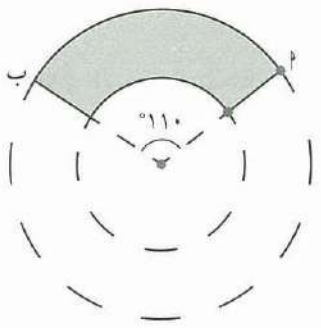
في التمارين (٣-٥) اكتب بالقياس الدائري قياس كل من الزوايا التالية: (مستخدمًا π).

(٣) ١٥٠° _____ (٤) ٣٠° _____ (٥) ٢٤٠° _____

في التمارين (٦-٨) اكتب قياسات الزوايا التالية بالقياس الستيني:

(٦) $\frac{\pi ٣}{٤}$ _____ (٧) $\frac{\pi ١١}{٦}$ _____ (٨) $\frac{\pi ٣}{٢}$ _____

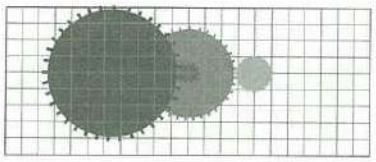
(٩) على افتراض أن طول ذراع مسّاحة المياه على الزجاج الأمامي لإحدى السيارات يساوي تقريبًا ٥٦ سم وأثناء حركتها على الزجاج تصنع قوسًا $\overset{\frown}{أب}$ يقابل زاوية قياسها ١١٠°. أوجد طول هذا القوس.



_____

KuwaitMath.com

في التمرينين (١٠، ١١) إذا علمت أن طول نصف قطر أحد التروس (ن) والزاوية التي يدوّرها الترس (θ)، فاحسب الطول الذي يتركه طرف الترس المقابل للزاوية علمًا بأن:



(١٠) ن = ١٠ سم، $\theta = \frac{\pi ٧}{٨}$.

(١١) ن = ٢٠ سم، $\theta = \frac{\pi ١١}{٨}$.

(١٢) عندما يفرد الطاووس جناحيه يصنع زاوية مركزية في أعلى رأسه قياسها ٢٥٥° ويتشكل تقريبًا جزء من دائرة في الأطراف النهائية حيث طول نصف قطر الدائرة يساوي حوالى ٦٠ سم.

أوجد طول القوس الذي يقابل هذه الزاوية.

(١٣) أوجد القياس الدائري للزاويتين التاليتين مقربًا الناتج لأقرب جزء من مئة.

(أ) ٢٤″ ١٦′ ٥٢°

(ب) ١٣″ ٤′ ١٠١°

في التمارين (١٤-١٦) أجب بصح أو خطأ.

(١٤) ٠,٦٢٥ الزاوية المستقيمة بالقياس الستيني ١١٢′ ٣٠°.

(١٥) الزاوية المركزية ع وَ د قياسها ٧٥,٠° في دائرة طول قطرها ٨ سم. فإن طول القوس $\overset{\frown}{ع د}$ الذي تحصره هذه الزاوية يساوي ٣ سم.

(١٦) الزاوية التي قياسها $\frac{\pi ١١}{٩}$ تقع في الربع الرابع.

KuwaitMath.com

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

في التمارين (١-٣) اكتب بالقياس الدائري قياس كل من الزوايا التالية: (مستخدمًا π).

(١) $٩٠°$ (٢) $٣٠٠°$ (٣) $٢٧٠°$

في التمارين (٤-٦) اكتب قياسات الزوايا التالية بالقياس الستيني:

(٤) $\pi ٢$ (٥) $\frac{\pi ٧}{٦}$ (٦) $\frac{\pi}{٦}$

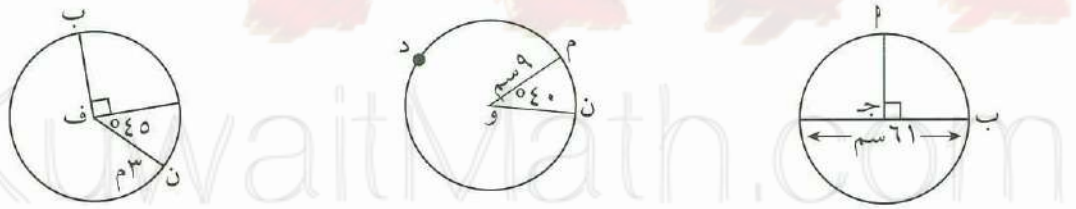
في التمرينين (٧، ٨) إذا علمت أن طول نصف قطر أحد التروس (س) والزاوية التي يدوّرها الترس (θ)، فاحسب الطول الذي يتركه طرف الترس المقابل للزاوية علمًا بأن:

(٧) س = ١,٢ مم، $\theta = \frac{\pi ٣}{٢}$

(٨) س = ١٦ سم، $\theta = \frac{\pi}{٦}$

(٩) أوجد طول القوس.

(أ) $\overset{\frown}{أب}$ (ب) $\overset{\frown}{م د ن}$ (جـ) $\overset{\frown}{ن ب}$



(١٠) إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا مثلث هي: ٥ : ٦ : ١٣ فأوجد قياس كلّ زاوية بالقياس الستيني.

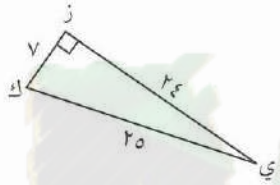
(١١) زاويتان مجموع قياسيهما ١٧′ ١٤٨°، والفرق بين قياسيهما $\frac{١}{١٦}$ من القائمة. أوجد القياس الستيني لكل منهما.

KuwaitMath.com

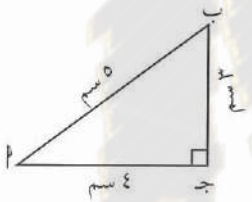
التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

النسب المثلثية: الجيب وجيب التمام ومقلوباتهما
Trigonometric Ratios and their Reciprocals
Sine, Cosine, Secant and Cosecant

المجموعة أ تمارين أساسية



(١) في الشكل المقابل أوجد: جتاي، جاي، جتاك ، جاك.

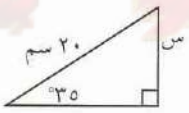


(٢) في المثلث أ ب جـ القائم في جـ ،أوجد:

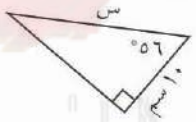
(أ) قا أ (ب) قتا ب

(٣) أوجد قيمة س إلى أقرب جزء من عشرة.

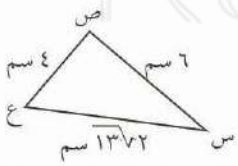
(أ)



(ب)



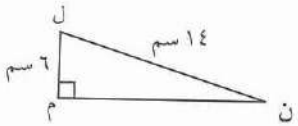
(٤) أثبت أن المثلث س ص ع قائم الزاوية في ص.



أوجد جاس، جتاس، قاس ، قتاس.

(٥) Δ ل م ن قائم في م̂ . أوجد كلاً من:

م ن ، جا ن ، جتان ، جال، جتال. ماذا تستنتج؟



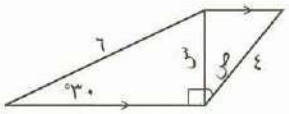
KuwaitMath.com

(٦) منحدر التزلج المائي يشكل زاوية مع سطح الماء قياسها ١٥° وارتفاعه يساوي ١,٥٢٤ مترًا. ما طول منحدر التزلج المائي؟

_____

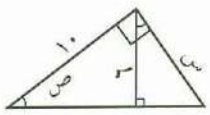
(٧) أوجد قياس الزاوية ص، وقيمة س إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ)



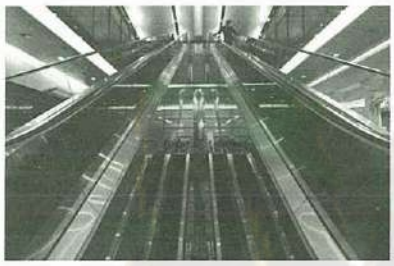
_____

(ب)



_____

(٨) **تطبيق حياتي:** أطول سلم كهربائي متحرك في العالم موجود في إحدى محطات مترو الأنفاق في روسيا. إذا كان ارتفاع قمة السلم عن قاعدته ٦,٣ أمتار وكان السلم يميل على الأفقي بزاوية قياسها ١٠,٤°. فأوجد طول السلم إلى أقرب متر.



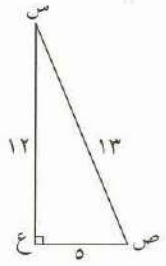
_____

في التمرينين (٩، ١٠) اختر الإجابة الصح.

(٩) إذا كان △أ ب جـ مثلث قائم في بˆ، فإن قيمة جتا $\left(\frac{\pi}{٢} - \text{جـ}\right)$ هي:

(أ) $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}}$ (ب) $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ ب}}$ (جـ) $\frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}}$ (د) $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}}$

(١٠) في الشكل المقابل: المثلث س ص ع قائم في عˆ، فإن جتا٢س + جا٢س يساوي:



(أ) -١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) $\frac{١٧}{١٣}$

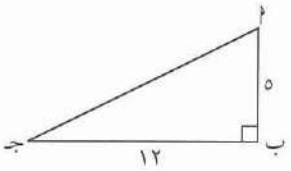
KuwaitMath.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) في الشكل المقابل: أب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، حيث

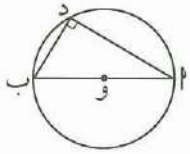
أ ب = ٥ سم، ب جـ = ١٢ سم.

احسب قيمة: $\frac{\text{جتا}جـ + \text{جا}جـ}{\text{جتا}جـ - \text{جا}جـ}$.

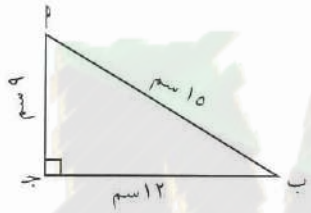


(٢) في الشكل المقابل: $\overline{أب}$ قطر في الدائرة حيث: و أ = ٥ سم، ب د = ٦ سم. احسب قيمة:

(أ) جا أ + جتاب. (ب) جا^{٢}أ + جتا^{٢}ب.



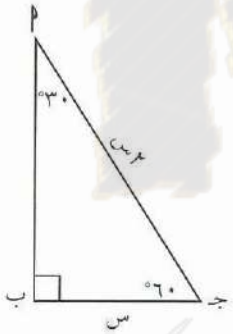
(٣) في الشكل المقابل، أوجد: قاب، قتاب، قا أ، قتا أ.



(٤) Δ أ ب جـ فيه: ق(أ) = ٣٠°، ق(جـ) = ٦٠°.

إذا كان ب جـ = س، فإن أ جـ = ٢ س (نظرية).

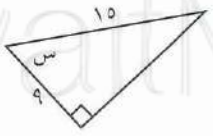
احسب كلًّا من: أ ب، جا ٣٠°، جتا ٣٠°، جا ٦٠°، جتا ٦٠°.



(٥) أوجد قياس الزاوية س إلى أقرب درجة.

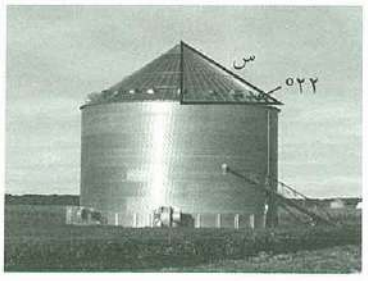
(أ)

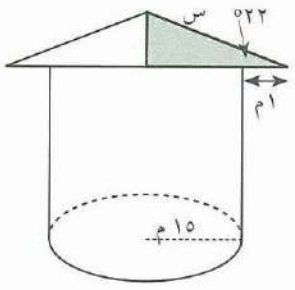
(ب)



(٦) **تطبيق في الزراعة:** مخزن غلال طول نصف قطر قاعدته ١٥ مترًا، ويميل الغطاء على الخط الأفقي بزاوية قياسها ٢٢°، يزيد طول نصف قطر قاعدة الغطاء المخروطي مترًا واحدًا عن طول نصف قطر القاعدة.

احسب قيمة س.





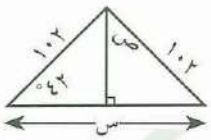
KuwaitMath.com

(٧) (أ) اختر ثلاث قيم لقياس زاوية س تقع بين ٠°، ٩٠°.

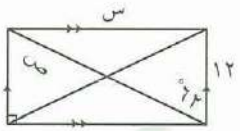
(ب) احسب قيمة جا٢س + جتا٢س عند كل قيمة اخترتها. أثبت صحة العلاقة التي حصلت عليها لأي قيمة للمتغير س بين ٠°، ٩٠°.

(٨) أوجد قياس الزاوية ص، وقيمة س إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ)

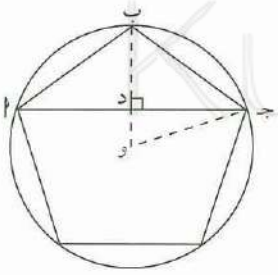


(ب)



(٩) **الكتابة في الرياضيات:** يقول أحمد أنه في مثلث قائم الزاوية، إذا كان قياس زاوية حادة معطى وطول أحد أضلاعه معطى فيمكنه إيجاد قياس بقية الزوايا وطول بقية الأضلاع. هل توافقه الرأي؟ اشرح إجابتك.

*(١٠) خماسي منتظم مرسوم داخل دائرة مركزها و. إذا كان طول نصف قطر الدائرة ١٠ سم:



(أ) أوجد ق(وَ).

(ب) أوجد طول كل من جـ د، أجـ.

(جـ) أوجد ق(وبَ جـ).

(د) أوجد طول أي ضلع في الخماسي المنتظم.

KuwaitMath.com

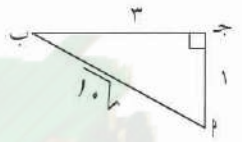
التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

ظل الزاوية ومقلوبه
Tangent and Cotangent of an Angle

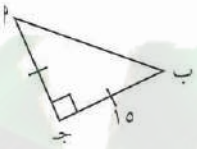
المجموعة أ تمارين أساسية

(١) من الشكل اكتب ظا أ، ظا ب كنسب في كل مما يلي:

(أ)



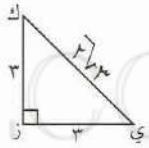
(ب)



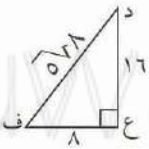
(٢) في Δأب جـ القائم في جـ، إذا كان ظا ب = $\frac{٤}{٥}$ فأوجد: جا أ، جتا أ، ظا أ.

(٣) أوجد الظل ومقلوب الظل لكل من الزاويتين الموضحتين:

(أ) ك̂، ي̂.



(ب) د̂، ف̂.



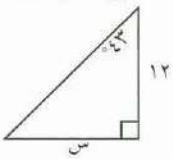
(٤) أوجد قياس الزاوية التي يصنعها كل مستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة:

(أ) ص = ٢س - ١. _____

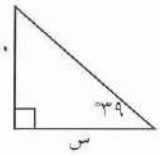
(ب) ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٥. _____

(٥) أوجد قيمة س مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ)



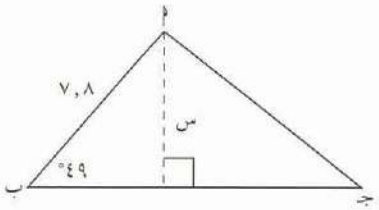
(ب)



(٦) إذا كانت أطوال قطري معيّن هي: ٢ سم، ٥ سم. فأوجد قياسات زوايا المعيّن إلى أقرب درجة.

KuwaitMath.com

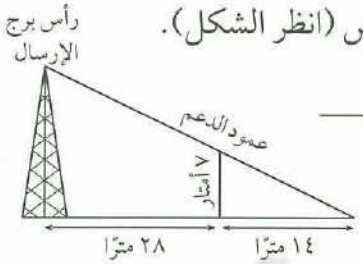
(٧) في الشّكلِ المجاورِ



(أ) أوجد س إلى أقرب جزء من عشرة. _____

(ب) إذا كانَتْ ب جـ = ٨, ١٠ أوجد مساحة Δأب جـ إلى أقرب جزء منْ مئةٍ. _____

(٨) يستند سلك لبرج إرسال على عمود دعم ارتفاعه ٧ أمتار عن سطح الأرض (انظر الشكل).



(أ) أوجد قياس الزاوية التي يصنعها السلك مع سطح الأرض. _____

(ب) أوجد ارتفاع برج الإرسال. _____

في التمرينين (٩، ١٠) أجب بصح أو خطأ.

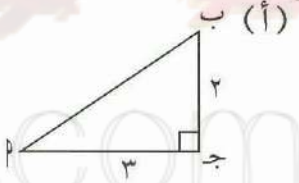
(٩) إذا كان Δأب جـ مثلث قائم في بَ فإن جتاجـ × ظاجـ = جاجـ. _____

(١٠) قياس الزاوية التي يصنعها المستقيم ص + س = ٦ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات هي ٤٥°. _____

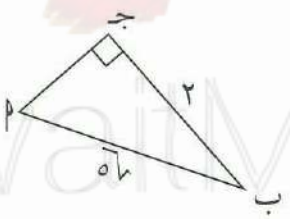
المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) اكتب ظاأ، ظاب كنسب:

(أ)



(ب)



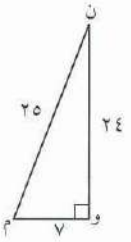
(٢) أوجد قيمة المجهول إلى أقرب جزء من عشرة:

ظا(س) = ٥, ٣، ظا(٤٣°) = ص، ظا(٢°) = ع، ظا(ل) = ٢٩, ٥٧.

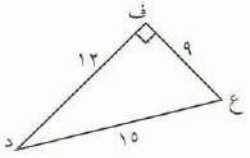
(٣) في Δأب جـ القائم في (جَ)، إذا كان ظاأ = $\frac{٢}{٣}$ فأوجد: جتاأ، ظاب، جاأ.

(٤) أوجد ظل وظل تمام كل من الزاويتين الموضحتين:

(أ) مَ ، نَ



(ب) دَ ، عَ



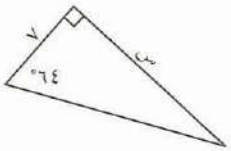
KuwaitMath.com

٥ أوجد قياس الزاوية التي يصنعها كل مستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة:

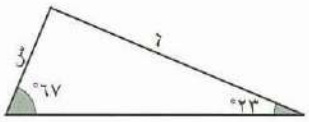
(أ) ص = $\frac{٣}{٤}$ س + ٢. (ب) ٢ص − $\sqrt{٣}$ ٢ س = ١.

٦ أوجد قيمة س طول القطعة المستقيمة مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة أو قيمة س قياس الزاوية مقربًا إلى أقرب درجة.

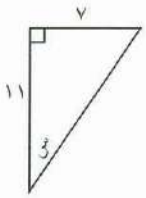
(أ)



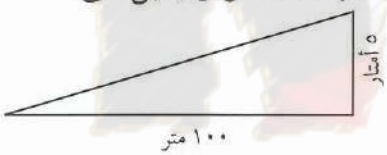
(ب)



(جـ)



*٧ **في هندسة الطرق:** ميل طريق أو خط سكة حديد يعرف بأنه النسبة بين ارتفاع أعلى نقطة في الطريق وبين طول المسقط الأفقي للطريق، ويعبر عنه عادة بنسبة مئوية. فمثلًا إذا كان ميل خط سكة حديد ٥٪، فإن ذلك يعني أن كل ارتفاع قدره ٥ أمتار يكون طول مسقطه الأفقي ١٠٠ متر، وأيضًا إذا كان طريق يميل على الأفقي بزاوية هَـ، فإن ميل هذا الطريق يساوي ظا هَـ.

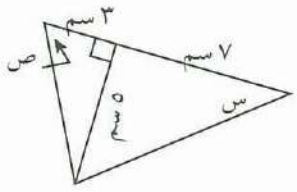


أوجد قياس زاوية ميل طريق جبل إذا كان ميله يساوي ٢٥ , ١،

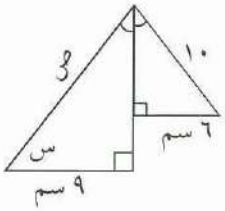
ثم أوجد طول المسقط الأفقي لجزء من هذا الطريق عند نقطة على ارتفاع ٥٠ مترًا عن الأفقي.

٨ أوجد قيمة س، ص مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة أطوال القطع المستقيمة، وإلى أقرب درجة قياسات الزوايا.

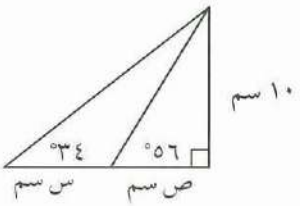
(أ)



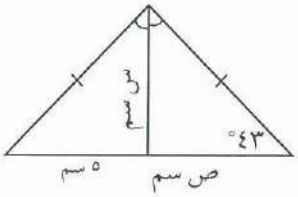
(ب)



(جـ)



(د)



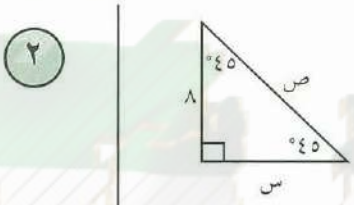
KuwaitMath.com

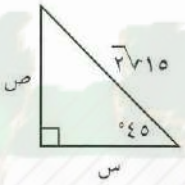
التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

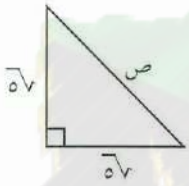
النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة
Trigonometric Ratios for Some Particular Angles

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣)، أوجد قيمة كل متغيّر.

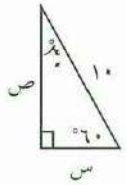
١


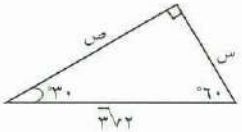
٢


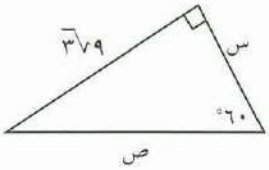
٣


٤ تشكل الشفرات الأربع لمروحة طائرة زوايا قائمة ولهذه الشفرات الطول نفسه. تبلغ المسافة بين طرفي شفرتين متجاورتين ١١ مترًا. ما طول كل شفرة؟

في التمارين (٥-٧) أوجد قيمة كل متغيّر.

٥


٦


٧


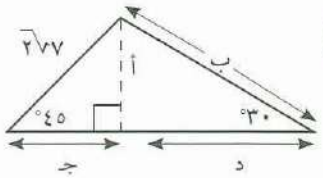
٨ أوجد مساحة مثلث متطابق الأضلاع، طول ضلعه ١٠ سم. _____

٩ أوجد مساحة معيّن طول ضلعه ٥ سم وقياس إحدى زواياه ٦٠°. _____

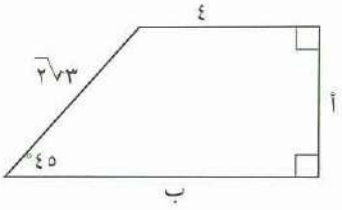
KuwaitMath.com

في التمرينين (١٠، ١١) أوجد قيمة كل متغيّر.

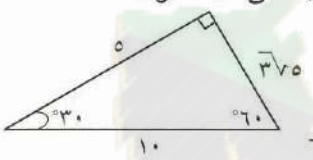
(١٠)



(١١)

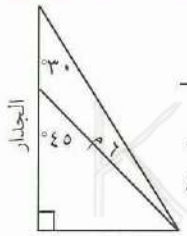


(١٢) **تحليل الخطأ**: رسمت سلوى المثلث المقابل. قالت هند إن قياسات الأضلاع لا يمكن أن تكون صحيحة. من منهما توافقه الرأي؟ وضّح إجابتك.



(١٣) **السؤال المفتوح**: اكتب مسألة حياتية يمكن حلها باستخدام مثلث ثلاثيني ستيني، طول وتره ١٢ مترًا ثم حلّها.

(١٤) لدرء خطر العواصف الرملية قررت إحدى المزارع دعم جدار المزرعة. وضعت دعامتان (انظر الشكل التالي). كونت الدعامة الصغرى وطولها ٦ أمتار زاوية قياسها ٤٥° مع الجدار والدعامة الكبرى زاوية قياسها ٣٠°.



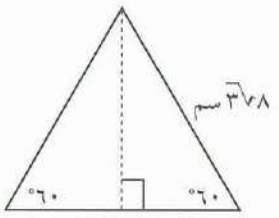
(أ) ما طول الدعامة الكبرى؟

(ب) كم يزيد ارتفاع رأس الدعامة الكبرى عن رأس الدعامة الصغرى؟

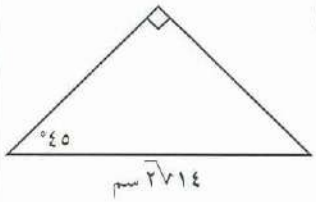
KUWAITMATH.COM

في التمارين (١٥-١٧) أوجد مساحة كل شكل.

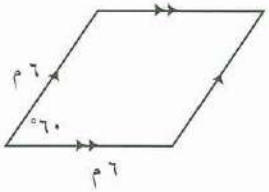
(١٥)



(١٦)

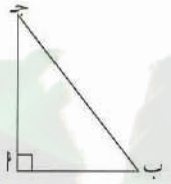


(١٧)



في التمارين (١٨-٢٢) أجب بصح أو خطأ.

(١٨) في المثلث المقابل، جا ب = جتا جـ. _____



(١٩) في المثلث المقابل، جا ب = $\frac{٥}{٨}$. _____

(٢٠) يوجد مثلث أ ب جـ قائم في $\hat{أ}$ حيث جا ب = $\frac{٢٤}{١٩}$. _____

(٢١) يوجد مثلث أ ب جـ قائم في $\hat{أ}$ حيث ظا ب = $\frac{٤٥}{٢٦}$. _____

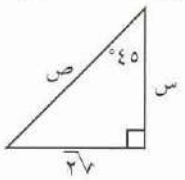
(٢٢) جتا ٩٠° جتا ١٨٠° + جا ٢٧٠° ظا ٤٥° = - ١. _____

KuwaitMath.com

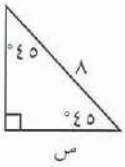
المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١، ٢) أوجد قيمة كل متغيّر.

(١)



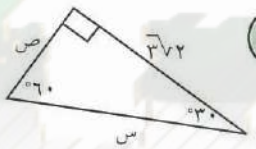
(٢)



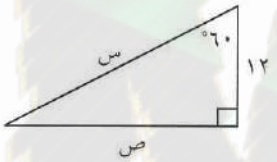
(٣) أوجد مساحة مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٢ سم وقياس إحدى زواياه ٤٥°.

في التمارين (٤-٧) أوجد قيمة كل متغيّر.

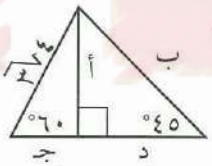
(٤)



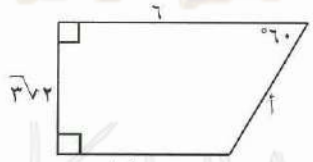
(٥)



(٦)



(٧)



KuwaitMath.com

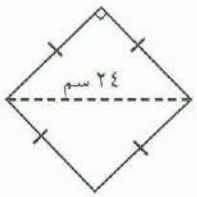
(٨)* تستخدم إحدى المزارع حزامًا كهربائيًّا متحركًا لنقل حزم القش من الأرض إلى قمة المخزن. يبلغ ارتفاع قمة المخزن ٧ أمتار ويشكل الحزام المتحرك مع الأرض زاوية قياسها ٦٠°.

(أ) ما طول الحزام من الأرض حتى قمة المخزن؟

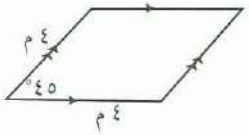
(ب) يتحرك الحزام بسرعة ٣٠ م في الدقيقة. ما الزمن اللازم لنقل حزمة قش من الأرض حتى قمة المخزن؟

في التمارين (٩-١١)، أوجد مساحة كل شكل مما يلي:

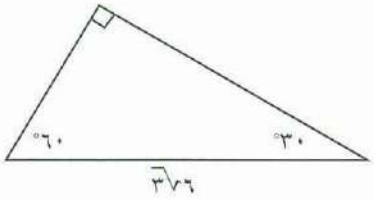
(٩)



(١٠)



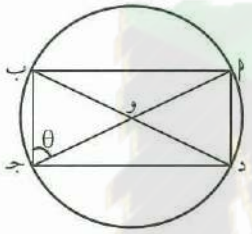
(١١)



(١٢) احسب من دون استخدام الآلة الحاسبة: جا٤٥° × جتا٤٥° + جتا٤٥° × جا٤٥°

(١٣) احسب من دون استخدام الآلة الحاسبة: جا٦٠° × جتا٣٠° + جا٣٠° × جتا٦٠°

*(١٤) يبيّن الشكل المقابل مستطيلًا أ ب جـ د محاطًا بدائرة مركزها و وطول نصف قطرها نـه .



أثبت أن مساحة المستطيل تساوي ٤ نـه٢ جاθ جتاθ .

*(١٥) يلعب عبد العزيز كرة القدم في أحد النوادي. للحفاظ على لياقته البدنية يمارس يوميًّا رياضة الهرولة. انطلق عبد العزيز من النقطة أ على الشاطئ بزاوية قياسها ٣٠°، سار على الرمل حتى وصل إلى الطريق المعبدة عند النقطة د. أكمل الهرولة على الطريق المعبّدة حتى وصل إلى النقطة جـ. انعطف عن الطريق بزاوية قياسها ٣٠° حتى وصل إلى النقطة ب. (انظر الشكل المقابل). تبلغ سرعة هرولة عبد العزيز على الرمل ٨ , ٤كم/ ساعة وعلى الطريق المعبدة ٨ , ١٢ كم/ ساعة.

(أ) أوجد المسافة التي قطعها عبد العزيز على الطريق المعبدة.

(ب) ما الزمن الذي استغرقه عبد العزيز في الهرولة؟

KuwaitMathematics

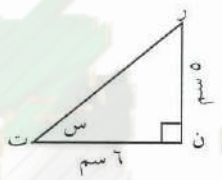
التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

حل المثلث قائم الزاوية
Solving Right Triangle

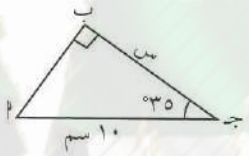
المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١، ٢) أوجد في كل مثلث، قيمة س.

(١)



(٢)



(٣) حل المثلث أب جـ القائم في جـ. قرّب الأطوال إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ) ق(ب) = ١٢′ ٤٧°، ب جـ = ١٨ سم.

(ب) ب جـ = ٥,٨ سم، أ جـ = ١٤,٧ سم.

(٤) يستند سلم أب طوله ٥,٨ أمتار بطرفه (أ) على حائط عمودي وبطرفه (ب) على أرض أفقيّة، إذا كان الطرف (ب) يبعد مترًا واحدًا عن الحائط، فأوجِدْ:

(أ) بعد الطرف أ عن الأرض.

(ب) قياس زاوية ميل السلّم على الأرض.

(جـ) قياس زاوية ميل السلم على الحائط.

KuwaitMath.com

(٥) ا جـ ك مثلث قائم في أ حيث: ا جـ = ٨ سم، ا ك = ٦ سم.

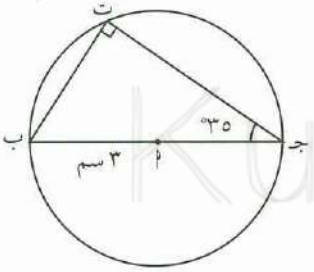
أوجد قياس كل من الزاويتين جـ، كـ .

(٦) في كل حالة مما يلي، خطط مثلثًا ا ف جـ قائم في فـ.

(أ) أوجد جـ ف إذا كان: ا جـ = ٤ سم، جتا جـ = ٠,٧

(ب) أوجد جـ ف إذا كان: ا ف = ٤ سم، ق(ف أ جـ) = ٧٥°

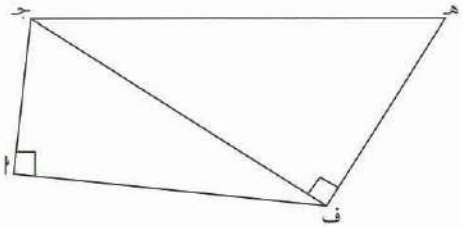
(٧) في الشكل المقابل، أوجد محيط المثلث ب جـ ت ومساحته إذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوي ٣ سم.



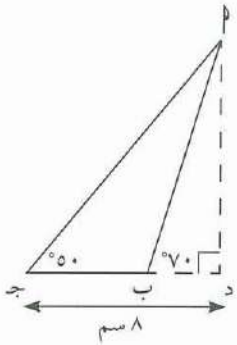
في التمرين(٨) استخدم الشكل المقابل.

(٨) بفرض أن ق(ا فـ جـ) = ٢٠°، ف جـ = ١٣ سم، هـ جـ = ١٥ سم.

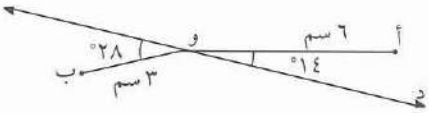
أوجد: ا ف، ا جـ، ف هـ، ق(ف جـ هـ) ، ق(ا جـ ف).



KuwaitMath.com

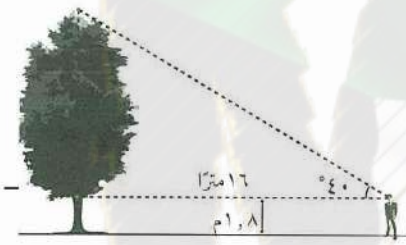


*(٩) في الشكل المجاور، أوجد مساحة المثلث أ ب جـ إلى أقرب جزء من عشرة. علمًا بأن جـ د = ٨ سم.



(١٠) **التفكير الناقد:** أيهما أقرب إلى المستقيم $\overleftrightarrow{وجـ}$؟ النقطة أ أو النقطة ب؟

(١١) مستخدمًا معطيات الرسم، أوجد ارتفاع الشجرة.



(١٢) **التحدي:** أ ب جـ د مستطيل مركزه و. ق(أ$\hat{و}$د) = ١٠٠°، ود = ٣ سم

(أ) أوجد ق(أ$\hat{و}$ب)

(ب) أوجد محيط المستطيل

KuwaitMath.com

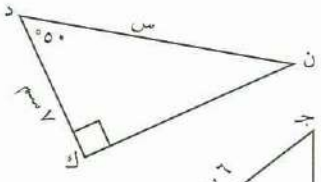
المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) حل المثلث ا ب جـ القائم في جـ. قرّب الأطوال إلى أقرب جزء من عشرة.

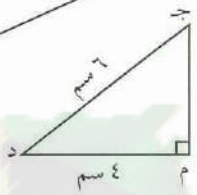
(أ) ق(ب̂) = ٣٩°، ب جـ = ٢٨ سم

(ب) ا جـ = ٢,٨٤، أ̂ = ٣٨°

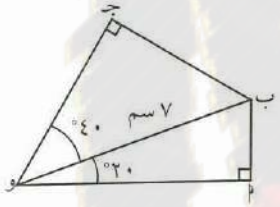
(٢) في المثلث ك ن د المقابل، أوجد قيمة س.



(٣) في المثلث م جـ د المقابل أوجد قياس كل من الزاويتين جـ، د.

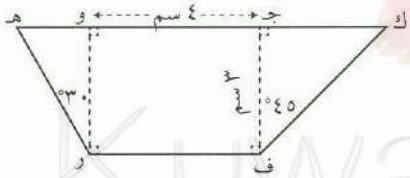


(٤) من الشكل المقابل: (أ) أوجد أطوال الأضلاع التالية (قيم تقريبية): ب جـ، ا ب، وجـ، وا.



(ب) صح أم خطأ: ب جـ = ٢ ا ب.

(٥) (أ) أوجد مساحة شبه المنحرف المقابل.



(ب) أوجد محيط شبه المنحرف المقابل.

(٦) ا ب جـ د متوازي أضلاع. ا ب = ٨ سم، ا د = ٦ سم، ق(ب أ̂ د) = ١٠٠°.

أوجد مساحة متوازي الأضلاع.

(٧) ا ب جـ د معين مركزه و بحيث يكون ا ب = ٦ سم، ق(د أ̂ ب) = ١٠٠°.

أوجد طولي قطري هذا المعين.

(٨) **التفكير العلميّ**: ا ب جـ مثلث متطابق الضلعين (ا ب = ا جـ)، حيث ب جـ = ٤ سم، ق(ب أ̂ جـ) = ١٠٠°.

(أ) أوجد محيط هذا المثلث.

(ب) أوجد مساحة هذا المثلث.

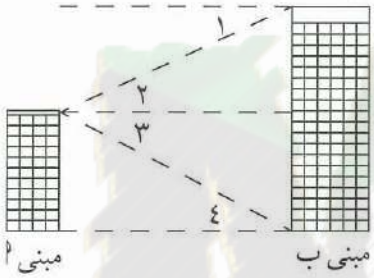
KuwaitMath.com

تمرَّنْ
٦-٢

زوايا الارتفاع وزوايا الانخفاض
Angles of Elevation and Angles of Depression

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) صف الزوايا المبيّنة في الشكل من حيث كونها زاوية ارتفاع أو زاوية انخفاض:



(أ) $\hat{١}$ _____

(ب) $\hat{٢}$ _____

(جـ) $\hat{٣}$ _____

(د) $\hat{٤}$ _____

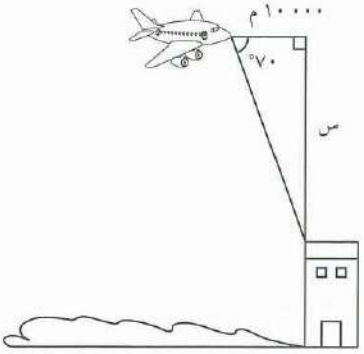
(٢) من نقطة على سطح الأرض تبعد ٣٠٠ م عن قاعدة برج عمودي وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة البرج هي ١٣°، أوجد ارتفاع البرج عن سطح الأرض.

_____

(٣) من نقطة على سطح الأرض قيست زاوية ارتفاع طائرة، فوجد أنها ١٢′ ٥٤°، إذا كان بعد النقطة عن موقع الطائرة ٣١٠ م، فما ارتفاع الطائرة إلى أقرب متر؟

_____

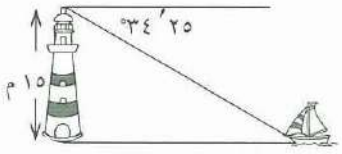
(٤) في الشكل المقابل أوجد قيمة س مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



_____

_____

(٥) رُصد قارب من قمة فنار ارتفاعه ١٥ م، فوجد أن قياس زاوية انخفاضه ٢٥′ ٣٤°. أوجد إلى أقرب متر البعد بين القارب وقاعدة الفنار.



_____

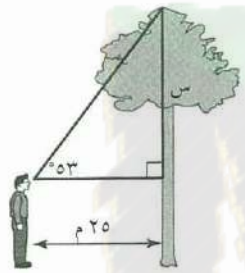
KuwaitMath.com

٦ قاس بحّار زاوية انخفاض سفينة من أعلى نقطة في فنار ارتفاعه ٢٠٠ م، فوجد أنها ٣٩°. أوجد بعد السفينة عن قاعدة الفنار.

---

*٧ من قاعدة برج قيست زاوية ارتفاع قمة منزل فكانت ٣٠°، ومن قمة البرج قيست زاوية انخفاض قمة المنزل نفسه فوجد أنها ٤٥° أوجد إلى أقرب متر ارتفاع البرج علمًا بأن قاعدتي البرج والمنزل في مستوى واحد، وأن ارتفاع المنزل ٥٠ م.

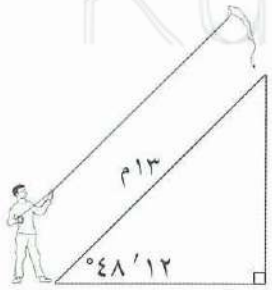
المجموعة ب تمارين تعزيزية



١ في الشكل المقابل، أوجد قيمة س مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.
ثم أوجد ارتفاع الشجرة إذا كان طول الرجل ١٧٠ سم.

٢ رصد شخص واقف على سطح الأرض طائرًا يرتفع عن سطح الأرض مسافة ١٥ م، وكانت زاوية ارتفاع الطائر ٢٥°. إذا كانت عين الشخص على ارتفاع ١,٥ م عن سطح الأرض:
(أ) ارسم الشكل.
(ب) أوجد بعد الطائر عن عين الشخص مقربًا الإجابة إلى أقرب متر.

٣ من نقطة على سطح الأرض وجد أن قياس زاوية ارتفاع طائرة ورقية ١٢′ ٤٨°. إذا كانت الطائرة مربوطة بخيط مشدود طوله ١٣ م، أوجد ارتفاع الطائرة عن سطح الأرض إلى أقرب متر.



٤ رصد شخص من نافذة منزله على ارتفاع ٣٠ م سيارة في الطريق، فوجد أن قياس زاوية انخفاضها ١٥′ ٣٧°. أوجد بعد السيارة عن هذا الشخص.

٥ إذا كانت زاوية ارتفاع الشمس ٥٥°، وكان طول ظل منزل عندئذ ٧ م، أوجد ارتفاع المنزل إلى أقرب متر، ثم أوجد طول ظل المنزل عندما تكون زاوية ارتفاع الشمس ٣٤°.

KuwaitMath.com

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

القطاع الدائري والقطعة الدائريّة
Circular Sector and Circular Segment

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) قطاع دائري طول قوسه ٦ ,١٣ سم، وطول قطر دائرته ١٦ سم. أوجد مساحته.

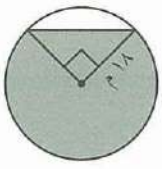
(٢) قطاع دائري طول نصف قطر دائرته ٢٠ سم، وزاوية رأسه ١٠٠°. أوجد مساحته.

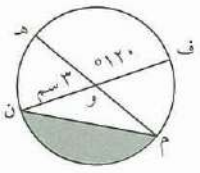
(٣) قطاع دائري محيطه ٥٣ سم، وطول قوسه ٢ ,٦ سم. أوجد مساحته.

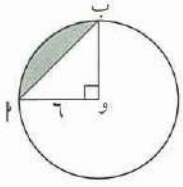
(٤) قطاع دائري مساحته ٨٥ سم٢، وطول نصف قطر دائرته ١٠ سم. احسب طول قوسه.

(٥) أوجد مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطر دائرتها ٢٠ سم، وطول قوسها ١٠ سم.

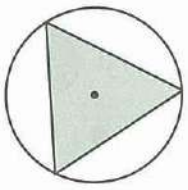
(٦) أوجد مساحة القطعة المظللة إلى أقرب جزء من عشرة. حيث و هي مركز الدائرة







(٧) حوض للزرع على شكل دائرة طول نصف قطرها ٤ م، قسّم إلى أربعة أجزاء بواسطة مثلث متطابق الأضلاع تقع رؤوسه على الدائرة. احسب مساحة إحدى القطع الدائرية الصغرى.



(٨) قطاع دائري طول قطر دائرته ١٠ سم ومساحته ١٥ سم٢ فإن طول قوسه يساوي:

(أ) ٦ سم (ب) ٣ سم (جـ) ١٢ سم (جـ) ٤ سم

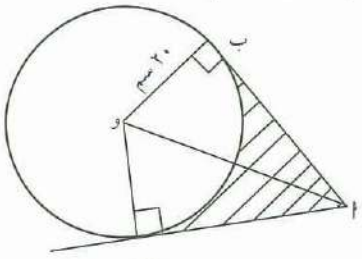
KuwaitMath.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) حوض زهور على شكل قطاع دائري محيطه ٤٨ سم، وطول نصف قطر دائرته ٨ , ٧ سم. أوجد مساحته.

(٢) في الشكل المقابل، $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماسان للدائرة، وب = ٢٠ سم، و أ = ٤٠ سم.

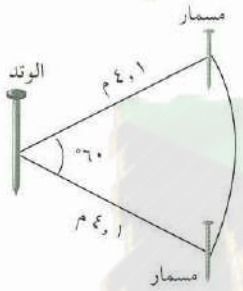
أوجد مساحة الجزء المظلل.



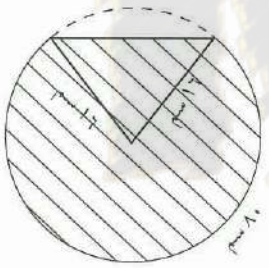
(٣) قطاع دائري زاوية رأسه ٦٠°، وطول نصف قطر دائرته ١٠ سم.

أوجد محيطه.

(٤) وتد مثبّت في الأرض ربط به طرف حبل طوله ١ , ٤ أمتار، وثبّت في الطرف الآخر من الحبل مسمار كبير لشدّه ثم تحريكه، فرسم طرفه الذي فيه المسمار على الأرض قوسًا يقابل زاوية مركزية عند الوتد مقدارها ٦٠°. أوجد طول القوس المرسوم ومساحة القطاع الناتج.

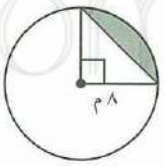


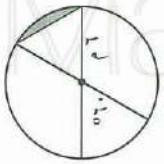
(٥) في الشكل المقابل، قطعة من الورق على شكل قطعة دائرية الشكل طول قوسها ٨٠ سم، وطول نصف قطر دائرتها ١٦ سم. احسب مساحتها.



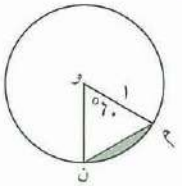
(٦) قطعة دائريّة طول وترها ٢٤ سم وطول نصف قطر دائرتها ١٦ سم. احسب مساحتها.

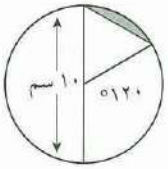
(٧) أوجد مساحة المنطقة المظللة، واكتب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.



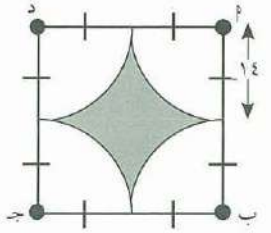


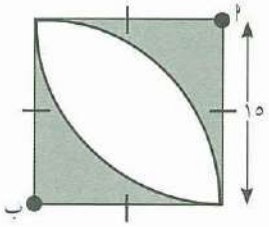
(٨) أوجد مساحة القطعة المظللة إلى أقرب جزء من عشرة.

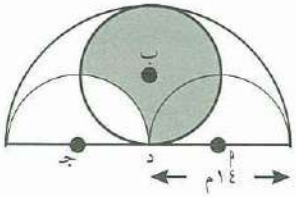




*(٩) أوجد مساحة الأجزاء المظللة في كل شكل بدلالة π حيث كل من: أ، ب، جـ، د تمثل مركز دائرة .



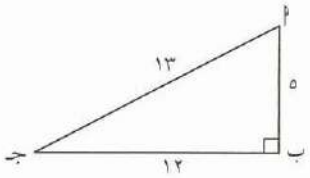




KuwaitMath.com

مراجعة الوحدة الثانية

في التمارين (١ - ٩) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:



(١) في الشكل المقابل جا(٩٠° - أ) تساوي: _____

(أ) $\frac{١٢}{١٣}$ (ب) $\frac{٥}{١٣}$ (جـ) $\frac{١٢}{٥}$ (د) $\frac{٥}{١٢}$

(٢) جا جـ قاجـ تساوي: _____

(أ) ظتاجـ (ب) ١ (جـ) جا^{٢} جـ (د) ظاجـ

(٣) قاجـ جتاجـ تساوي: _____

(أ) قتا^{٢} جـ (ب) ١ (جـ) $\frac{\text{جاجـ}}{\text{ظاجـ}}$ (د) جتا^{٢}جـ

(٤) جاجـ ظتاجـ تساوي: _____

(أ) جتاجـ (ب) $\frac{\text{جا}^{٢}\text{ جـ}}{\text{قاجـ}}$ (جـ) ظتا^{٢}جـ ظاجـ (د) ظاجـ

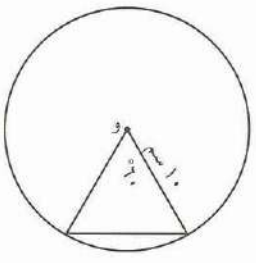
(٥) ظا ٤٥° تساوي: _____

(أ) بين ٠، ١ (ب) أكبر من ١ (جـ) ١ (د) ٠

(٦) أب جـ مثلث قائم في ب̂ فإن أجـ تساوي: _____

(أ) أب جتاجـ (ب) أب ظاجـ (جـ) أب قتاجـ (د) أب جاجـ

(٧) في الشكل المقابل، مساحة القطاع الأصغر تساوي: _____

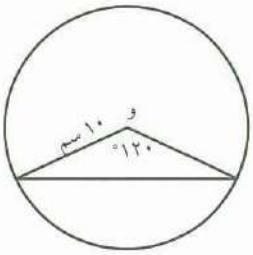


(أ) $\frac{\pi ٥٠}{٣}$ سم^{٢} (ب) $\frac{\pi ١٠٠}{٣}$ سم^{٢}

(جـ) $\frac{\pi ٥٠٠}{٣}$ سم^{٢} (د) $\frac{١٠٠}{٣}$ سم^{٢}

KuwaitMath.com

(٨) في الشكل المقابل مساحة القطعة الدائرية الصغرى (بوحدات المساحة) تساوي:



(أ) $٥٠\left(\frac{٤١\sqrt{٣}}{٢} - ١٢٠\right)$ (ب) $٥٠\left(\frac{٣\sqrt{٣}}{٢} - \frac{\pi ١٢٠}{١٨٠}\right)$

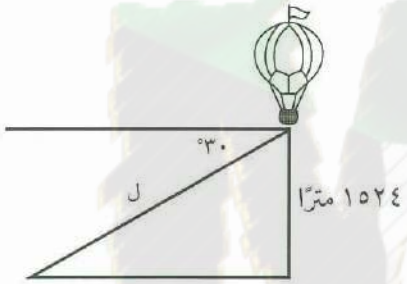
(جـ) $١٠٠\left(\frac{٣\sqrt{٣}}{٢} - \frac{\pi ١٢٠}{١٨٠}\right)$ (د) $١٠٠\left(\frac{٣\sqrt{٣}}{٢} - ١٢٠\right)$

(٩) قطاع دائري طول نصف قطر دائرته ٤٠ سم، ومساحته ٥٠٠ سم^{٢}، فإن طول قوس القطاع (بالسنتيمترات) يساوي:

(أ) ٥٠ (ب) ٢٥ (جـ) ١٠٠ (د) ٧٥

(١٠) يرتفع منطاد في الفضاء ويصنع اتجاه المنطاد مع خط أفقي على سطح الأرض زاوية قياسها ٣٠°.

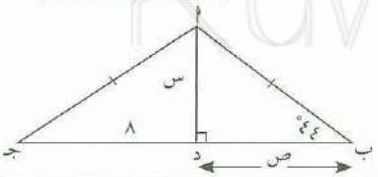
ما المسافة التي سوف يجتازها إذا وصل إلى ارتفاع ١٥٢٤ مترًا عن سطح الأرض.



(١١) أ ب جـ مثلث قائم في بَ. فيه أ ب = ٦ سم، ب جـ = ٨ سم ، أوجد كلاً من:

(أ) أجـ. (ب) جا جـ. (جـ) قياس جَ.

(١٢) في الشكل المقابل، احسب كلًّا من س، ص.



(١٣) حل المثلث أ ب جـ القائم في جَ:

(أ) أ ب = ٦٠ سم ، ق(بَ) = ٧٠°

(ب) ب جـ = ١٧ سم، أ جـ = ١٥ سم.

(١٤) بينما كان أحد مهندسي الزراعة يحلق على ارتفاع ١٥٠٠ م بطائرة عمودية لرش المبيدات شاهد موقعًا على سطح الأرض بزاوية انخفاض قياسها ٢٠°. احسب بعد الموقع عن الطائرة.

KuwaitMath.com

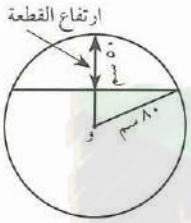
(١٥) يقف رجل إنقاذ في برج مراقبة ارتفاعه ٨ م عن سطح البحر. شاهد شخصًا متعثرًا في العوم ويكاد يغرق. رصد موقعه فكانت زاوية انخفاض الشخص ١٨°. احسب المسافة التي سيقطعها رجل الإنقاذ ليصل إلى الشخص المتعثر بدءًا من قاعدة برج المراقبة.

---

(١٦) قطاع دائري مساحته ١٢ , ٦٤ سم^{٢}، وقياس زاويته ٧٥°. أوجد طول قوس القطاع.

---

(١٧) لوح من الخشب دائري الشكل طول نصف قطره يساوي ٨٠ سم يراد تقسيمه إلى قطعتين، ارتفاع إحداهما ٥٠ سم. أوجد مساحة سطح القطعة الدائرية الكبرى.

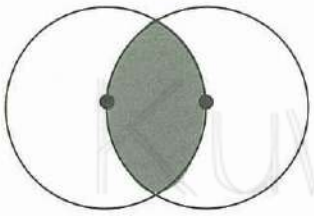


---

(١٨) سلم إطفاء طوله ٢٨ م. يستند بطرفه العلوي إلى قمة حائط عمودي وبطرفه السفلي إلى أرض أفقية بحيث يبعد طرفه السفلي عن الحائط العمودي بمقدار ١٠ م. احسب قياس زاوية ميل السلم على الأرض وارتفاع الحائط العمودي.

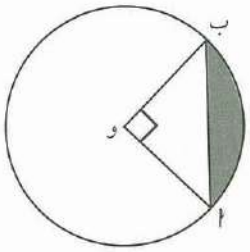
---

*(١٩) في الشكل المقابل، يقع مركز كل دائرة على الدائرة الثانية، وطول نصف قطر كل من الدائرتين يساوي ١٠ سم. أوجد محيط المنطقة المظللة.



---

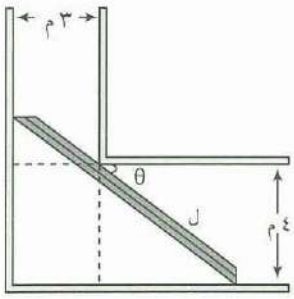
(٢٠) في الشكل المقابل، أوجد محيط ومساحة المنطقة المظللة إذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوي ٤ سم.



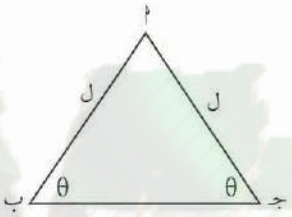
---

kuwaitmath.com

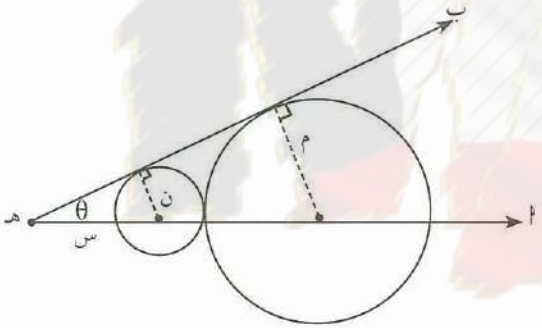
تمارين إثرائيّة



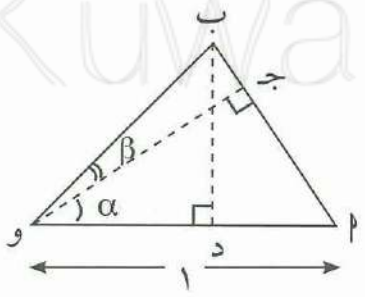
(١) يبيّن الشكل المقابل سلمًا بوضع أفقي يُراد نقله بين ممرّين.
عرض أحد الممرين ٣ أمتار وعرض الآخر ٤ أمتار.
أوجد طول السلم ل بدلالة θ.



(٢) Δ أ ب جـ متطابق الضلعين.
أثبت أن مساحة هذا المثلث تساوي ل^{٢} جاθ جتاθ.



(٣) في الشكل المقابل أثبت أن:
$$\text{جا}\theta = \frac{\text{م} - \text{ن}}{\text{م} + \text{ن}}$$



(٤) في الشكل المقابل، أثبت أن:
(أ) مساحة Δ و أ جـ = $\frac{١}{٢}$ جاα جتاα.
(ب) مساحة Δ و جـ ب = $\frac{١}{٢}$ × (و ب)^{٢} × جاβ × جتاβ
(جـ) مساحة Δ و أ ب = $\frac{١}{٢}$ × و ب × جا ($\beta + \alpha$)
(د) و ب = $\frac{\text{جتا}\alpha}{\text{جتا}\beta}$
*(هـ) جا($\beta + \alpha$) = جاα جتاβ + جتاα جاβ.

(٥) إذا كان جتاα = ظاβ ، جتاβ = ظاα حيث α، β هما قياسا زاويتين حادتين، فأثبت أن جاα = جاβ.

KuwaitMath.com