

دائرة الوحدة في المستوى الإحداثي

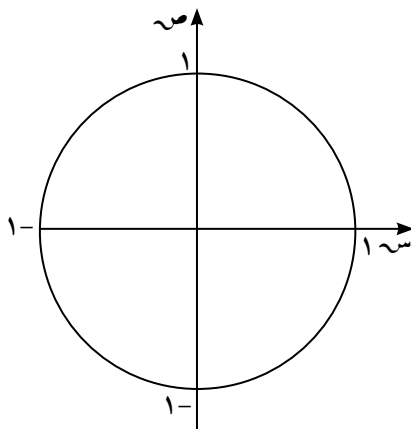
The Unit Circle in the Coordinate Plane

المجموعة ٢ تمارين أساسية

(١) أكمل الجدول أدناه.

القياس بالدرجات	القياس بالراديان
٥٤٥°	
	$\frac{3\pi}{4}$
	$\pi -$
١٥٠° -	
٢٢٥° -	
	$\frac{5\pi}{6}$

(٢) اذكر النقطة المثلثية للزاوية التي قياسها ٣٠°، ثم أوجد كلاً من:



(أ) جا ٣٠°

(ب) جتا ٣٠°

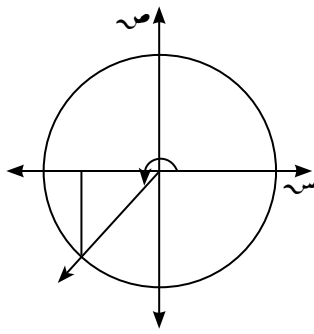
(ج) ظا ٣٠°

(د) ظتا ٣٠°

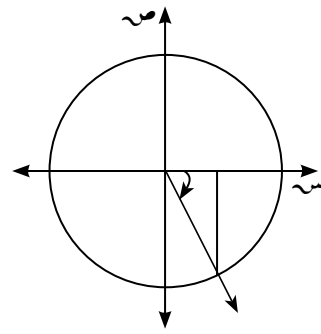
(هـ) قا ٣٠°

(و) قتا ٣٠°

في التمرينين (٣-٤)، باستخدام دائرة الوحدة أوجد جيب تمام الزاوية وجيب الزاوية لكل من:



(٤) ٢٢٥°



(٣) -٦٠°

في التمارين (٥-٧)، بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد جيب تمام، جيب، ظل الزاوية على الترتيب لكل من الزوايا التالية:

(٥) $\frac{\pi}{4}$

(٦) ٦٠°

(٧) ٠°

في التمارين (٨-١١)، في أي ربع أو على أي محور يقع الضلع النهائي لكل من الزوايا التالية:

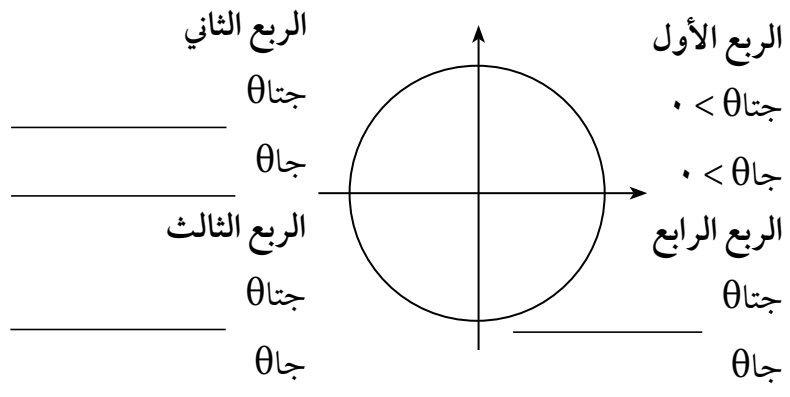
(٨) ١٥٠°

(٩) $\pi -$

(١٠) -٦٠°

(١١) $\frac{\pi}{6}$

(١٢) (أ) أكمل الفراغ في الرسم أدناه.



(ب) افترض أن جتا θ سالبة جتا θ موجبة. يقع الضلع النهائي للزاوية θ في:

(أ) الربع الأول (ب) الربع الثاني (ج) الربع الثالث (د) الربع الرابع

(١٣) الكتابة في الرياضيات: فسّر كيفية إيجاد جيب، جيب تمام الزوايا التالية: 0° ، 90° ، 180° ، 270° ، 360° بدون استخدام الآلة الحاسبة.

في التمارين (١٤-١٧)، ارسم كلاً من الزوايا الموجهة التالية في وضع قياسي، ثم عيّن زاوية الإسناد وأوجد قياسها.

$$\frac{\pi}{3} \text{ (١٥)}$$

(١٤) 210°

$$\frac{\pi}{3} \text{ (١٧)}$$

(١٦) 170°

في التمرينين (١٨-١٩)، اختر الإجابة الصحيحة:

(١٨) الزاوية التي في الوضع القياسي وقياس زاوية إسنادها تختلف عن الزوايا الأخرى هي:

(ب) 170°

(أ) 190°

(د) 110°

(ج) 350°

(١٩) الزاوية التي في الوضع القياسي وضلعها النهائي يمر بالنقطة $M\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ التي تقع على دائرة الوحدة هي:

(ب) 225°

(أ) 45°

(د) 330°

(ج) 135°

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٤)، إذا كانت العبارة صحيحة ظلل (أ) وإذا كانت خاطئة ظلل (ب).

- | | | |
|--|-----|-----|
| (١) جتا $(-٣٠٠^\circ) = \frac{1}{2}$ | (أ) | (ب) |
| (٢) جتا $(١٢٠^\circ) = \frac{1}{2}$ | (أ) | (ب) |
| (٣) ظا $(-١٥٠^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ | (أ) | (ب) |
| (٤) قا $(٣١٥^\circ) = \sqrt{2}$ | (أ) | (ب) |

في التمارين (٥-٩)، اختر الإجابة الصحيحة:

(٥) الزاوية التي يقع ضلعها النهائي في الربع الرابع في ما يلي هي:

- | | |
|---------------------|---------------------|
| (أ) -٣٢٠° | (ب) -٢٧٠° |
| (ج) $\frac{\pi}{3}$ | (د) $\frac{\pi}{9}$ |

(٦) الزاوية التي في الوضع القياسي وقياس زاوية إسنادها يختلف عن الزوايا الأخرى هي:

- | | |
|---------------------|-----------------|
| (أ) $\frac{\pi}{4}$ | (ب) ١٣٥° |
| (ج) $\frac{\pi}{4}$ | (د) ٢١٥° |

(٧) الزاوية التي في الوضع القياسي وقياس زاوية إسنادها $\frac{\pi}{3}$ هي:

- | | |
|---------------------|---------------------|
| (أ) $\frac{\pi}{6}$ | (ب) ٢٥٥° |
| (ج) $\frac{\pi}{8}$ | (د) $\frac{\pi}{3}$ |

(٨) زاوية في الوضع القياسي قياسها يساوي -٢٢٥° . فإن النقطة المثلثية التي يمكن أن تقع على الضلع النهائي لهذه

الزاوية هي:

- | | |
|---|---|
| (أ) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ | (ب) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ |
| (ج) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ | (د) $(١, ١)$ |

(٩) $[\text{جتا}(-١٣٥^\circ)] + [\text{جتا}(-١٣٥^\circ)] =$

- | | |
|-------------------|-------------------|
| (أ) ١ | (ب) $\frac{1}{2}$ |
| (ج) $\frac{1}{4}$ | (د) صفر |

العلاقات بين الدوال المثلثية (١)

Relations Between Trigonometric Functions (1)

المجموعة ٢ تمارين أساسية

(١) اكتب النسب المثلثية التالية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية θ .

(أ) $\text{جا}(\theta + \pi)$

(ب) $\text{جتا}(\theta - \pi)$

(ج) $\text{جا}\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$

(د) $\text{جتا}\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$

(٢) اكتب النسب المثلثية التالية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية θ .

(أ) $\text{ظا}(180^\circ - \theta)$

(ب) $\text{جتا}(180^\circ + \theta)$

(ج) $\text{جا}(-\theta)$

(٣) استخدم ما تعلمته لكتابة النسب المثلثية التالية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية θ .

(أ) $\text{ظتا}(\theta + \pi)$

(ب) $\text{قتا}\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$

(ج) $\text{ظتا}\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$

(د) $\text{قا}(-\theta)$

(٤) أوجد قيمة النسب المثلثية التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة.

(أ) $\sin 150^\circ$

(ب) $\cos 225^\circ$

(ج) $\tan 135^\circ$

(٥) أوجد قيمة النسب المثلثية التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة.

(أ) $\cot \frac{\pi}{6}$

(ب) $\csc \left(\frac{\pi}{3} - \right)$

(ج) $\sec \frac{\pi}{6}$

(٦) أوجد قيمة النسب المثلثية التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة.

(أ) $\sin 390^\circ$

(ب) $\cos 450^\circ$

(ج) $\tan \frac{\pi}{4}$

في التمارين (٧-١٠)، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة أو (ب) إذا كانت خاطئة.

(ب)

(أ)

(٧) إذا كانت $\theta = 2, 0$ فإن $\sin(\theta + \pi) = 2, 0$

(ب)

(أ)

(٨) إذا كانت $\csc \theta = \frac{2}{3}$ فإن $\cot \theta = \frac{3}{2}$

(ب)

(أ)

(٩) إذا كانت $\tan \theta = 3$ فإن $\sec(\theta + \pi) = 3$

(ب)

(أ)

(١٠) إذا كانت $\sec \theta = \frac{1}{5}$ فإن $\cot(\theta + \pi) = -5$

(١١) بسّط التعبيرات التالية لأبسط صورة:

(أ) $\csc(\theta - \frac{\pi}{4}) + \sin(\theta + \pi) + \cos(\theta - \pi) - \sin(\theta - \frac{\pi}{4})$

(ب) $\sin(\theta + \pi) - \csc(\frac{\pi}{4} + \theta) + \cos(\pi - \theta) + \csc(\frac{\pi}{4} + \theta)$

(١٢) حلّ المعادلات التالية:

(أ) جتا س = $\frac{1}{2}$

(ب) ظتا س = $\sqrt{3}$

(ج) ٢ جاس = $\sqrt{2}$

(د) جا (٤س) = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة أو (ب) إذا كانت خاطئة.

ظا ٥٢٢ - ٣ جا ١٢٣٠ + ٢ جتا (٥٩٦٠-) = $\frac{3}{2}$ (أ) (ب)

قتا $\frac{\pi 19}{6}$ - ٢ قا $\frac{\pi 13}{6}$ + جا (جتا $\frac{\pi 8}{3}$) - جتا $\left(\frac{\pi 17}{6}\right)$ = ٢ (أ) (ب)

ظتا $\frac{\pi 19}{4}$ - ٣ ظا $\left(\frac{\pi 11}{6}\right)$ + جتا $\left(\frac{\pi 24}{3}\right)$ - ٢ جا $\left(\frac{\pi 45}{6}\right)$ = ١ (أ) (ب)

قا (٥٣١٥-) + ٢ قتا ٥٨٥ - ٢ جتا ٨٥٥ = $\sqrt{2}$ (أ) (ب)

(٢) ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة أو (ب) إذا كانت خاطئة.

إذا كان جاس = $\sqrt{3}$ فإن مجموعة الحل = \emptyset (أ) (ب)

إذا كان جتا س = $\frac{1}{2}$ فإن س = $\frac{\pi}{3}$ (أ) (ب)

إذا كانت س = $\frac{\pi}{6}$ فإن جاس = $\frac{1}{2}$ (أ) (ب)

مجموعة حل قاس = ٣, ٠ هي \emptyset (أ) (ب)

ظا (٥١٥) = صفر (أ) (ب)

في التمارين (٣-٥)، اختر الإجابة الصحيحة:

(٣) النسبة المثلثية في ما يلي التي قيمتها $\frac{1}{2}$ هي:

(أ) جا (٥٣٣٠-) (ب) جتا (٥٢٤٠-) (ج) ظتا (٥١٥٠٠-) (د) ظا ٥٧٦٥

(٤) النسبة المثلثية في ما يلي التي قيمتها $\frac{\sqrt{3}}{2}$:

(أ) جتا $\frac{\pi 31}{6}$ (ب) جا $\left(\frac{\pi 35}{3}\right)$ (ج) ظا $\frac{\pi 17}{6}$ (د) قا $\frac{\pi 13}{3}$

(٥) إن قيمة المقدار قا (٢ - π) - قتا $\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$ + جتا $\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$ + جا θ هي:

(أ) ١ - (ب) صفر (ج) $\frac{1}{2}$ (د) ١

العلاقات بين الدوال المثلثية (٢)

Relations Between Trigonometric Functions (2)

المجموعة ٢ تمارين أساسية

(١) إذا كانت $\theta = \frac{1}{5}$ ، $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.

فأوجد قيمة النسب المثلثية الأخرى للزاوية θ .

(٢) إذا كانت $\theta = \sqrt{2}$ ، $\theta > 0$.

أوجد $\sin \theta$ ، $\cos \theta$.

(٣) إذا كانت $\theta = \frac{1}{3}$ ، $\theta > 0$.

أوجد $\sin \theta$ ، $\cos \theta$.

في التمارين (٤-٧)، أوجد قيمة كل مما يلي:

$$(٤) \quad (ج٢٠ + ج٢٠\theta) - ٢ج٢٠\theta.$$

$$(٥) \quad (ظ٢٠ + ١)ج٢٠\theta.$$

$$(٦) \quad ١ + ظ٢٠(-\theta) - قا٢٠\theta.$$

$$(٧) \quad ٩قا٢٠\theta - ٥ظ٢٠\theta - \frac{٤}{ج٢٠\theta}$$

في التمارين (٨-١١)، أثبت صحة المتطابقات التالية:

$$(٨) \quad ١ + ظ٢٠(-\theta) = ق٢٠\theta.$$

$$(٩) \quad قا٤٠\theta - قا٢٠\theta = ظ٢٠\theta + ظ٤٠\theta.$$

$$(١٠) \quad (١ - ج٢٠\theta)(١ + ظ٢٠\theta) = ١.$$

$$(١١) \quad ٣ج٢٠\theta + ٤ج٢٠\theta = ٣ + ج٢٠\theta.$$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٦)، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة أو (ب) إذا كانت خاطئة.

(ب)

(أ)

$$(١) \quad \text{قتا} \times \theta - \text{جتا} - \text{ظتا} = ٠$$

(ب)

(أ)

$$(٢) \quad \text{ظتا}^2 - (\theta -) \text{قتا} - \theta^2 = ١ -$$

(ب)

(أ)

$$(٣) \quad ١ = (\text{قا} + \theta)(\text{ظا} - \theta)$$

(ب)

(أ)

$$(٤) \quad \text{جا} \theta - \text{قتا} - \theta - \text{جتا}^2 - \theta^2 = ٠$$

(ب)

(أ)

$$(٥) \quad ١ - \text{جتا} = \frac{\text{جا}^2}{\theta - \text{جتا}}$$

(ب)

(أ)

$$(٦) \quad \text{ظا} + \theta - \text{ظتا} - \text{قا} \theta = ٠$$

في التمرينين (٧-٨)، اختر الإجابة الصحيحة:

(٧) إذا كانت $\text{جتا} \theta = -\frac{٥}{٧}$ ، θ تقع في الربع الثالث. فإن $\text{جا} \theta =$

(ب) $\frac{\sqrt{٦٧٢}}{٧}$

(أ) $\frac{٧ - \sqrt{٦٧٢}}{٧}$

(د) $\frac{٧}{\sqrt{٦٧٢}}$

(ج) $\frac{\sqrt{٦٧٢} - ٧}{٧}$

(٨) إذا كانت $\text{قا} \theta = \frac{٣}{٢}$ ، θ تقع في الربع الرابع. فإن $\text{ظا} \theta =$

(ب) $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$

(أ) $\frac{\sqrt{٥}}{٢}$

(د) $\frac{\sqrt{٥} - ٢}{٢}$

(ج) $\frac{٢ - \sqrt{٥}}{\sqrt{٥}}$

في التمرينين (٩-١٠)، أثبت صحة المتطابقات التالية:

$$(٩) \quad \text{جا} \theta (\text{ظتا} + \theta) = \text{قا} \theta$$

$$(١٠) \quad \frac{١}{\text{ظتا} - ١} = \frac{\text{جا} \theta}{\text{جا} \theta - \text{جتا} \theta}$$

مراجعة الوحدة الثامنة

(١) في أي ربع أو على أي محور يقع الضلع النهائي لـ θ في الحالات التالية:

(أ) $\theta = \frac{1}{3}$ جا

(ب) $\theta = 1 -$ قا

(ج) $\theta = 3 -$ ظا

(د) $\theta = \frac{7}{8} -$ جتا

(٢) إذا كان $\theta = \epsilon$ فأوجد:

(أ) θ^2 قا

(ب) θ ظنا

(ج) $\theta - \frac{\pi}{4}$ جتا

(د) θ^2 قتا

(٣) إذا كان جا $38^\circ \approx 0.62$ ، بدون استخدام الآلة الحاسبة بطريقة مباشرة أوجد قيمة كل من:

(أ) جتا 38°

(ب) جا (-52°)

(ج) ظا $(142^\circ) -$ جتا $(218^\circ) +$ ظنا (-38°)

(٤) أوجد قيمة كل مما يلي:

(أ) قا $(-60^\circ) +$ ظا $(60^\circ) -$ ظنا $(210^\circ) +$ قتا (30°)

(ب) جتا $\left(\frac{\pi}{4}\right) + 2$ جا $(\pi -)$ جتا $(-\pi)$ جا $\left(\frac{\pi}{2} -\right)$

(٥) أثبت صحّة ما يلي:

$$(أ) \quad ٢ = \frac{١}{\text{جتا}^٢(\theta -)} + \theta^٢ \text{ظا}٢ - \theta^٢ \text{قا}٢$$

$$(ب) \quad ١ = \frac{\theta^٢ \text{جا}٢}{\theta \text{جتا} + ١} + \theta \text{جتا}$$

(٦) أثبت صحّة المتطابقات التالية:

$$(أ) \quad \theta \text{جتا}^٢ - \theta \text{جتا}^٢ = \theta^٢ \text{جا}^٢ - \theta^٢ \text{جتا}^٢$$

$$(ب) \quad \theta \text{جتا} (\theta \text{ظا} + \theta \text{ظتا}) = \theta \text{قتا}$$

(٧) أوجد مجموعة حل المعادلات المثلثية التالية:

$$(أ) \quad \frac{\sqrt{٢}}{٢} = \text{جتا} \text{س}$$

$$(ب) \quad ٠ = \sqrt{٣} \text{جاس} - ٢ \text{جاس}$$

$$(ج) \quad \text{ظاس} = ١$$

تمارين إثرائية

(١) تفكير ناقد: افترض أن θ زاوية في الوضع القياسي،

$$\text{حيث جتا } \theta = \frac{1}{2}, \text{ جا } \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

هل من الممكن أن تكون $\theta = 60^\circ$ أو $\theta = 120^\circ$ ؟

(٢) أوجد قيمة كل مما يلي:

$$(أ) \text{ جا } 135^\circ + \text{جتا } 225^\circ - 2 \text{ ظا } (-225^\circ) + 3 \text{ جا } 330^\circ.$$

$$(ب) 3 \text{ ظتا } 30^\circ + 2 \text{ ظا } 120^\circ - 3 \text{ ظا } 210^\circ + 3 \text{ ظتا } (-330^\circ).$$

$$(ج) \text{ جتا } \frac{\pi 17}{3} + \text{جا } \left(\frac{\pi 15}{6} - \right) + 3 \text{ جتا } \left(\frac{\pi 25}{3} - \right).$$

$$(د) \text{ ظا } \frac{\pi 9}{4} + \text{ظتا } \frac{\pi 17}{4} + \text{قا } \left(\frac{\pi 5}{4} - \right) + \text{قتا } \frac{\pi 19}{4}.$$

(٣) أوجد قيمة:

$$(أ) \text{ جا } 1^\circ + \text{جا } 2^\circ + \text{جا } 3^\circ + \dots + \text{جا } 358^\circ + \text{جا } 359^\circ.$$

$$(ب) \text{ جتا } 1^\circ + \text{جتا } 2^\circ + \text{جتا } 3^\circ + \dots + \text{جتا } 358^\circ + \text{جتا } 359^\circ.$$

(٤) حلّ المعادلات التالية:

$$(أ) \quad \text{جتا}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \text{س} \right) = \left(\frac{\pi}{4} - \text{س} \right) \text{جتا}^3$$

$$(ب) \quad \left(\frac{\pi}{3} - \text{س} \right) \text{جا}^2 = \left(\text{س} - \frac{\pi}{6} \right) \text{جا}$$

$$(ج) \quad \text{جتا} \left(\text{س} + \frac{\pi}{8} \right) = 1$$

$$(د) \quad \text{ظا} (\pi^3 + \text{س}^2) = \text{ظتا} (\text{س}^2)$$

(٥) أثبت صحة المتطابقة التالية:

$$\theta^2 \text{قا} = \frac{\text{جتا} \theta}{\theta \text{جا} - 1} + \frac{1 - \text{جا} \theta}{\text{جتا} \theta}$$

(٦) أوجد مجموعة حل المعادلة المثلثية التالية، ثم مثّلها على دائرة الوحدة، حيث $\theta \in [0, \pi^2]$.

$$\theta^2 \text{جا}^2 = \theta^2 \text{ظا} - 4 - 7 \text{جا} \theta.$$

في التمرينين (٧-٨)، أثبت صحة المتطابقات التالية:

$$(٧) \quad \theta^2 \text{قا} = \frac{\text{جا} \theta + \text{جتا} \theta}{\theta \text{جا}} - \frac{\text{جا} \theta + \text{جتا} \theta}{\text{جتا} \theta}$$

$$(٨) \quad \theta^2 \text{جتا} = \frac{\theta^2 \text{جا}^2 - \theta^2 \text{جتا}^2}{\theta^2 \text{ظا} - 1}$$

في التمرينين (٩-١٠)، حل المعادلات المثلثية التالية:

$$(٩) \quad \text{ظتا}^2 \text{س} + \text{ظتا} \text{س} = 0$$

$$(١٠) \quad \text{قا}^2 \text{س} = 3 \text{قا} \text{س} - 2$$

في التمارين (١١-١٥)، حل المعادلات التالية حيث $\theta \in (0, \pi/2)$ حيث المقام $\neq 0$:

$$*\text{(١١)} \quad \frac{\theta^3 \text{جا}}{\theta \text{جتا}} = \theta \text{ظا}$$

$$*\text{(١٢)} \quad \theta \text{ظا} = \theta \text{قا} \times \frac{\theta^2 \text{جا}}{\theta \text{جتا}}$$

$$*\text{(١٣)} \quad \frac{\theta \text{قا}}{\theta \text{ظتا}} = -\theta \text{قتا}$$

$$*\text{(١٤)} \quad 2 \theta^2 \text{جتا} + \theta \text{جتا} - 1 = 0 \text{ حيث جتا} \theta > 0$$

$$*\text{(١٥)} \quad \theta^2 \text{ظتا} = 1$$



KuwaitMath.com