# الوحدة السادسة

## الجبر المتقطع (الإحصاء)

## Discrete Algebra (Statistics)

### مشروع الوحدة: زحمة السير

1 **مقدمة المشروع:** أظهرت الإحصاءات أن أكثر المشاكل التي تواجه الأشخاص في تنقلاتهم يوميًا هي زحمة السير الخانقة على الطرقات. لذلك كانت الدراسات ولا زالت حتى اليوم تتركز على كيفية إيجاد وسائل نقل أسرع وأكثر أمانًا وأقل تكلفة ومناسبة لبيئة سليمة وصحية.

2 **الهدف:** في هذا المشروع سوف تحدد مشاكل النقل والسفر، ثم تقدم تصميمًا لوسيلة نقل جديدة أو عرضًا لخدمة تستطيع من خلالها حل المشكلة، وتقوم باستطلاع لتقرر ما إذا كان تصميمك أو خدمتك قابلين للتسويق.

3 **اللوازم:** ورق رسم بياني — آلة حاسبة علمية.

4 **أسئلة حول التطبيق:**

a ما أسباب زحمة السير؟

b كيف ستختار عينة الاستطلاع؟

c ما نوع الأسئلة التي ستطرحها على الأشخاص؟

d ما هي وسائل النقل المستخدمة؟

e ما نوع الخدمة التي يفضلونها؟

f نظم المعلومات التي حصلت عليها ومثلها بيانيًا، ثم قم بتحليلها. ما أكبر مشكلة ظهرت في الإجابات؟ اقترح منتجًا أو خدمة تعتقد أنهما يساهمان في حل المشكلة. تأكد من أن الأفكار التي عرضتها قابلة للتطبيق. نفذ نموذجًا أو اكتب وصفًا لوسيلة النقل أو الخدمة المقترحة متضمنين التكلفة التي تراها مناسبة.

استطلع آراء عدد من الأشخاص في سوق العمل حول منتجك أو خدمتك الجديدة. مثل البيانات التي حصلت عليها وقم بتحليلها. هل منتجك أو خدمتك المقترحة قابلان للتسويق؟

5 **التقرير:** اكتب تقريرًا مفصلًا عن منتجك أو خدمتك المقترحة. اعرض ما توصلت إليه على زملائك في غرفة الصف. أعد النظر ببعض الاقتراحات إذا كان ذلك ضروريًا. ناقش معهم قرارك في إمكانية التسويق للمنتج أو للخدمة مستندًا إلى نتائج استطلاعك.

### دروس الوحدة

# الوحدة السادسة

## أين أنت الآن (المعارف السابقة المكتسبة)

- التمثيلات البيانية.
- قيم النزعة المركزية (المتوسط الحسابي – الوسيط – المنوال).
- مقاييس تشتت البيانات (المدى – الأرباعيات).
- التباين – الانحراف المعياري.
- استخدام مخطط الصندوق ذي العارضتين في عرض البيانات وتحليلها.

## ماذا سوف تتعلم؟

- دراسة المجتمع الإحصائي والمعاينة.
- استخدام العينة البسيطة والطبقية والمنتظمة.
- عرض البيانات في جداول تكرارية وكتابة التكرار النسبي والمئوي.
- تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية.
- تمثيل البيانات بالمدرج التكراري والمنحنى التكراري.
- إيجاد التباين والانحراف المعياري واستخدامها لاتخاذ قرارات.
- تطبيقات على مقاييس التشتت (الانحراف المعياري – القاعدة التجريبية – القيمة المعيارية).

## المصطلحات الأساسية

مجتمع إحصائي – الحصر الشامل – المعاينة – المتغير – عيّنة بسيطة – عينة طبقية – عينة منتظمة – جدول تكراري – تكرار نسبي – تكرار مئوي – قطاعات دائرية – مدرج تكراري – منحنى تكراري – التباين – الانحراف المعياري – مقاييس التشتت – القاعدة التجريبية – القيمة المعيارية.

## أضف إلى معلوماتك

تفيد المعطيات التاريخية أن المصريين القدامى قاموا بتعداد اليد العاملة والثروات الموجودة لمعرفة إمكانية بناء الأهرامات. كما أن أفلاطون عالج قضايا السكان في كتابه «الجمهورية» وأرسطو في كتابه «السياسة» وابن خلدون في كتابه «مقدمة ابن خلدون». وفي عهد الخليفة العباسي «المأمون» جرى تعداد للسكان والثروات لتحديد الإمكانيات المادية والفكرية. أما في العصور المتقدمة فقد جمع العالم «كاسبرنيومان» (1601 م) بيانات عن بعض الوفيات وأعمارهم، وأعد «إدموند هيلس» أول جدول حياة.

ولكن لم يأخذ الإحصاء منحاه العلمي إلّا في القرن الثامن عشر، وذلك على يد العالم الألماني «فريدريك جاوس» والفرنسي «لابلاس» والإنجليزيان «كارل بيرسون»، و «رونالد فيشر».

# 6-1

# المجتمع الإحصائي والمعاينة

# Statistical Population and Sampling

**سوف تتعلم**

- المجتمع الإحصائي.
- المجتمعات المنتهية وغير المنتهية.
- المتغير.
- الحصر الشامل.
- المعاينة.
- أنواع البيانات.

**المفردات والمصطلحات:**

- إحصاء Statistic
- مجتمع إحصائي Statistical Population
- متغير Variable
- الحصر الشامل Comprehensive Inventory
- المعاينة Sampling
- متغير Variable
- بيانات كيفية Qualitative Data
- بيانات كمية Quantitative Data

**عمل تعاوني**

تجرى في كلّ سنة عملية استطلاع لتحديد أفضل لاعب كرة قدم في دولة الكويت. تريد أنت وزملاؤك القيام بهذه المهمة.

1. حدّد مع زملائك عدد الأشخاص الذين سوف تستطلعون آراءهم.
2. ما هي المعايير التي يجب اتباعها في هذا الاستطلاع لتحديد أفضل لاعب كرة قدم؟
3. ما الطرائق التي يجب اتباعها في إجراء هذا الاستطلاع؟

## علم الإحصاء Statistical Science

الإحصاء هو علم أساسي في مجال الرياضيات التطبيقية حيث إنه يهتم بجمع البيانات وفرزها وتنظيمها وتصنيفها وعرضها جدوليًّا أو بيانيًّا وتحليلها واستقراء النتائج بهدف اتخاذ قرارات مناسبة مبنية على استنتاجات.

مراحل البحث الإحصائي هي:

1. جمع البيانات.
2. عرض البيانات (جدوليًّا وبيانيًّا).
3. وصف البيانات وتحليلها.
4. تفسير النتائج واتخاذ قرارات.



## المجتمع الإحصائي Statistic Population

هو مجموعة كل المفردات (الوحدات) قيد الدراسة ولها خصائص مشتركة، ويمكن أن تكون مفردات المجتمع الإحصائي بشرية أو غير بشرية.

كما أن المجتمع الإحصائي يمكن أن يكون منتهيًا (عدد وحداته محدود) أو غير منته (عدد وحداته غير محدود). ويشترط أن يعرّف مجتمع الدراسة تعريفًا محددًا وواضحًا ولا يحمل أي تأويل.

**مثال (1)**

**في كل من المجتمعات الإحصائية التالية حدد نوع المجتمع (منته أو غير منته) ووحدة الدراسة.**

a. طلاب الصف الحادي عشر في مدارس دولة الكويت.

b. الطيور على سطح الأرض.

الحل:

**a** مجتمع طلاب الصف الحادي عشر في مدارس دولة الكويت:

نوعه: مجتمع منته.

وحدة الدراسة: طالب

**b** مجتمع الطيور على سطح الأرض:

نوعه: غير منته.

وحدة الدراسة: طير.

**حاول أن تحل**

**1** في كل من المجتمعات الإحصائية التالية حدد نوع المجتمع (منته أو غير منته) ووحدة الدراسة.

**a** لاعبو فرق كرة السلة في دولة الكويت.

**b** مجتمع الأسماك في مياه الخليج العربي.

## المتغير Variable

هو **الصفة (أو الصفات) محور الدراسة** في مجتمع إحصائي معيّن. فمثلًا في دراسة عن طلاب الصف الحادي عشر في دولة الكويت، قد يختلف الطلاب من حيث الفرع: أدبي أو علمي، الجنس: أنثى أو ذكر، الجنسية: كويتي أو غير كويتي، الطول، الوزن، لون العيون، ... وهذه الصفة **تتغير** من وحدة إلى أخرى في مجتمع الدراسة.

## أساليب جمع البيانات Ways to Collect Data

عند القيام بدراسة إحصائية يقوم الباحث بتحديد المجتمع محل الدراسة ثم يبدأ بجمع البيانات.

هناك أساليب مختلفة لجمع البيانات تعتمد على نوع الدراسة وخصائص المجتمع ومن هذه الأساليب:

### 1 – الحصر الشامل Comprehensive Inventory

هو عملية جمع بيانات جميع مفردات المجتمع الإحصائي محل الدراسة. يتميز الحصر الشامل بدقة نتائجه وخلوه من الأخطاء. (مثل: نتائج الطلاب في الصف الحادي عشر علمي نهاية العام الدراسي). ومن عيوب الحصر الشامل أنه يتطلب وقت وجهد كبيرين وفرق عمل ونفقات وتكاليف مرتفعة. كما أن الحصر الشامل لا يمكن إجراؤه في المجتمعات غير المنتهية (مثل مجتمع الطيور) وأكثر من ذلك لا يمكن استخدامه في حالة تدمير جميع وحدات الدراسة (مثل: عملية سحب الدم لمعرفة كمية السكر الموجودة فيه).

**مثال (2)**

**هل يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة المجتمعات الإحصائية التالية أم لا؟ اذكر السبب.**

**a** دراسة كمية الدهون الموجودة في الدم.

**b** دراسة نسبة عدد الطلاب الذين لون عيونهم أزرق إلى عدد طلاب صفك.

الحل:

a لا يمكن استخدام الحصر الشامل، لأنه لا يمكن استخدام كافة كمية الدم الموجودة في جسم الشخص فذلك سوف يؤدي إلى نهاية حياته.

b يمكن استخدام الحصر الشامل لأن عدد الطلاب في الصف محدد ويمكن إيجاد النسبة المطلوبة.

حاول أن تحل

2 اكتب مثالًا يبين:

a دراسة في مجتمع إحصائي يمكن استخدام الحصر الشامل فيها.

b دراسة في مجتمع إحصائي لا يمكن استخدام الحصر الشامل فيها.

## 2 – المعاينة Sampling

هي عملية اختيار جزء من مفردات المجتمع بطريقة مدروسة تجعل هذه المفردات تمثل المجتمع وتحقق أهداف الدراسة.

## أنواع البيانات Types of Data

يمكن تصنيف البيانات إلى نوعين: كمية وكيفية كما يبيّن الجدول التالي:

| أنواع البيانات | الصفات | أمثلة |
|---|---|---|
| بيانات كيفية | اسمية | لون العيون – لون الشعر |
| | مرتبة | المستوى العلمي – الدرجات التقديرية |
| بيانات كمية | متقطعة | عدد طلاب الفصل – نقاط مباراة كرة السلة |
| | مستمرة | أطوال القامات – الأوزان – درجات الحرارة |

مثال (3)

حدّد نوع البيانات لكل مما يلي:

a عدد أهداف الدوري العام لكرة القدم في أحد المواسم.

b ترتيب الدول بحسب الميداليات التي حصلت عليها في دورة من دورات الألعاب الأولمبية.

c درجات الحرارة في شهر سبتمبر في مطار الكويت.

d لون سيارات معلمي مدرسة ما.

الحل:

a كمية متقطعة.

b كيفية مرتبة.

c كمية مستمرة.

d كيفية اسمية.

حاول أن تحل

3 حدد نوع البيانات في كل مما يأتي:

a عدد أعضاء فريق كرة القدم.

b الوظيفة (ضابط، محاسب، محام، تاجر، مدرس، ...)

c أطوال قامات طلاب الصف الحادي عشر.

d تقديرات الطلاب في مادة اللغة الإنجليزية في جامعة الكويت.

## طرق جمع البيانات Ways To Collect Data

عند جمع البيانات يمكن استخدام طرائق متنوعة وذلك بحسب ما هو متوفر وما هو أسهل وهي:

- المشاهدة والملاحظة
- الاستبانة
- البريد العادي أو البريد الإلكتروني
- الهاتف المنزلي أو الهاتف النقال
- المقابلة الشخصية
- الوثائق والسجلات
- الأبحاث التاريخية والأرشيف
- قواعد البيانات
- مواقع التواصل الإجتماعي

# 6-2

## العينات

## Samples

**دعنا نفكر و نناقش**

تتكون أسرة إحدى المستشفيات من 100 إداريًا، 150 طبيبًا، 250 ممرضًا.

1 أراد مدير المستشفى اختيار 25 ممرضًا للالتحاق ببرنامج تدريبي، وضّح كيفية اختيار الممرضين دون تحيز.

2 يساعد مدير المستشفى فريق عمل مكون من 10 أعضاء من مختلف فئات العاملين. وضّح كيفية اختيارهم بشكل عادل يتناسب مع أعداد كل فئة من العاملين.

### العينة العشوائية Random Sample

هي جزء من المجتمع الإحصائي يتم اختيارها عشوائيًا بطريقة علمية دون تحيز كي تمثل هذا المجتمع أفضل تمثيل بأقل تكلفة ممكنة. تختلف العينة بحسب طبيعة المجتمع الإحصائي محل الدراسة. في ما يلي بعض من العينات العشوائية:

### 1 — العينة العشوائية البسيطة Simple Random Sample

إذا تضمن المجتمع الإحصائي عددًا $n$ من المفردات المتجانسة وأردنا دراسته انطلاقًا من عينة عشوائية عدد مفرداتها (حجمها) $m$، يكون لدينا عينة عشوائية بسيطة والشيء الأساس في العينة العشوائية البسيطة هو أن لكل مفردة من مفردات المجتمع الإحصائي الفرصة نفسها لتكون ضمن العيّنة.

توجد طرائق متعددة لاختيار عينة عشوائية بسيطة مثل: جدول الأعداد العشوائية، آلات حاسبة متخصصة، برامج إحصائية في الحاسوب مثل (IRT, SPSS, Microsoft Excel).

**مثال توضيحي**

**في إحدى المؤسسات التعليمية يوجد 80 طالبًا مرقمين من 1 إلى 80.**

**المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها 7 طلاب لدراسة بعض الأمور في المؤسسة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الأول والعمود الثاني.**

**الحل:**

**بما أن حجم المجتمع 80 فإننا نأخذ أول رقمين لجهة اليسار من الصف الأول والعمود الثاني ثم نتحرك رأسيًا إلى الأسفل نجد الأعداد التالية: 41 , 86 , 37 , 96 , 31 , 53 , 28.**

**ولكن يوجد عددان 96 , 86 لا يوجد مقابل لهما في ترقيم الطلاب لذا يبقى لدينا:**

**28 , 53 , 31 , 37 , 41**

**فنكمل لنجد العددين الآخرين على ألا يكون تكرارًا لما سبق فنجد: 35 , 02.**

**وبذلك يصبح لدينا الطلاب بحسب الترقيم التالي: 35 , 02 , 41 , 37 , 31 , 53 , 28**

**سوف تتعلم**

- العينة العشوائية البسيطة.
- العينة العشوائية الطبقية.
- العينة العشوائية المنتظمة.

**المفردات والمصطلحات:**

- عينة Sample
- عينة عشوائية Random Sample
- عينة عشوائية بسيطة Simple Random Sample
- عينة عشوائية طبقية Stratified Random Sample
- عينة عشوائية منتظمة Systematic Random Sample
- كسر المعاينة Sampling Fraction

**معلومة:**

يتم اختيار الصف الأول والعمود الأول من جدول الأعداد العشوائية إذا لم يتم التحديد.

**مثال (1)**

**عدد العاملين في مؤسسة هو 90 موظفًا مرقمين من 1 إلى 90. يراد اختيار 7 موظفين لأداء فريضة الحج على نفقة المؤسسة ويتم اختيارهم بطريقة عشوائية. المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السادس والعمود الرابع.**

**الحل:**

بما أن حجم المجتمع = 90

فإننا نأخذ أوّل رقمين لجهة اليسار من الصف السادس والعمود الرابع ثم نتحرك رأسيًّا إلى الأسفل ونختار الأرقام بحيث لا يتجاوز العدد 90 ولا يتكرر.

وبذلك يصبح لدينا الموظفين الذين أرقامهم: 59 , 61 , 3 , 24 , 77 , 70 , 10

**حاول أن تحل**

**1 في مثال (1) إذا كان المطلوب سحب العينة من جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف العاشر والعمود الخامس فما هي الأعداد التي سوف يحصل عليها؟**

## 2 – العينة العشوائية الطبقية Stratified Random Sample

يوجد مجتمعات إحصائية تتكون من مجموعات لا تتقاطع مع بعضها بعضًا لذا نأخذ عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة فنحصل على عينة عشوائية طبقية تمثل المجتمع الإحصائي محل الدراسة.

لسحب عينة عشوائية طبقية حجمها $m$ من مجتمع إحصائي حجمه $n$، حيث $n \geq m$ يكون:

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \frac{m}{n}$$

**حجم العينة من كل طبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة**

**مثال (2)**

**لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة عند الموظفين في إحدى المؤسسات، تم سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 80 فردًا من أصل 1 600 موظف موزعين كما يبين الجدول التالي:**

| المجموع | عمال ومستخدمون | تقنيون وفنيون | إداريون |
|---|---|---|---|
| 1 600 | 1 200 | 300 | 100 |

**ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟**

الحل:

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \frac{80}{1\,600} = 0.05$$

لإيجاد حجم العينة الطبقية نأخذ القاعدة:

حجم العينة الطبقية = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة.

نوجد إذًا حجم العينة لكل طبقة في المؤسسة:

حجم عينة الإداريين: $100 \times 0.05 = 5$

حجم عينة التقنيين والفنيين: $300 \times 0.05 = 15$

حجم عينة العمال والمستخدمين: $1\,200 \times 0.05 = 60$

وبالتالي تكون العينة العشوائية الطبقية مكونة من: 5 (إداريين)، 15 (تقنيًّا وفنيًّا)، 60 (عاملًا ومستخدمًا).

## حاول أن تحل

2 لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة لدى الموظفين في أحد المصارف، تم سحب عينة طبقية مكونة من 7 أفراد من 35 موظفًا موزعين كما يبين الجدول التالي:

| المجموع | مستخدمون | محاسبون ومدققون | مدراء أقسام |
|---|---|---|---|
| 35 | 5 | 20 | 10 |

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟

**ملاحظة:**
يمكن استخدام جدول الأعداد العشوائية لسحب عينة عشوائية طبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة.



## مثال (3)

في إحدى المؤسسات يوجد 100 إداري مرقمين من 100 إلى 199، 200 مهندس وتقني مرقمين من 200 إلى 399، 600 عامل ومستخدم مرقمين من 400 إلى 999. المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 18 فردًا لدراسة كفاءة العاملين في هذه المؤسسة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الرابع والعمود الرابع.

الحل:

أولًا: نوجد كسر المعاينة $= \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \frac{18}{900} = 0.02$

ثانيًا: نوجد حجم كل عينة بسيطة.

حجم عينة الإداريين: $100 \times 0.02 = 2$

حجم عينة المهندسين والتقنيين: $200 \times 0.02 = 4$

حجم عينة العمال والمستخدمين: $600 \times 0.02 = 12$

فتكون العينة العشوائية الطبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة كما يلي:

2 (إداريين)، 4 (مهندسين وتقنيين)، 12 (عاملًا ومستخدمًا).

**ثالثًا:** نستخدم جدول الأعداد العشوائية لإيجاد أرقام:

2 إداريين من بين الأعداد 100 إلى 199

4 مهندسين وتقنيين من بين الأعداد 200 إلى 399

12 عاملًا ومستخدمًا من بين الأعداد 400 إلى 999

الإداريين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الرابع، والعمود الرابع ثم نتحرك نزولًا.

فنجد الأعداد: 159 , 103

المهندسين والتقنيين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الرابع والعمود الرابع ثم نتحرك نزولًا.

فنجد الأعداد: 246 , 383 , 349 , 341

العمال والمستخدمين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الرابع والعمود الرابع، ثم نتحرك نزولًا.

فنجد الأعداد: 780 , 595 , 617 , 770 , 926 , 709 , 447 , 690 , 652 , 803 , 465 , 531

فتكون العينة العشوائية الطبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة بحسب الترقيم التالي:

للإداريين: 159 , 103

للمهندسين والتقنيين: 246 , 383 , 349 , 341

للعمال والمستخدمين: 780 , 595 , 617 , 770 , 926 , 709 , 447 , 690 , 652 , 803 , 465 , 531

**حاول أن تحل**

3 في إحدى المستشفيات يوجد 80 إداريًا مرقمين من 1 إلى 80 ، 140 طبيبًا مرقمين من 81 إلى 220 ، 240 ممرضًا مرقمين من 221 إلى 460، 40 عاملًا مرقمين من 461 إلى 500.

المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 25 فردًا لدراسة كفاءة العاملين وذلك بتكوين عينات عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية.

## 3 – العينة العشوائية المنتظمة Systematic Random Sample

واحدة من العينات الأكثر استخدامًا هي العينة العشوائية المنتظمة حيث يتم سحب مفرداتها بحسب نظام ثابت ومنتظم. ترقم هذه المفردات ترقيمًا متسلسلًا ثم يقسم المجتمع الإحصائي إلى فترات متساوية الطول بعدد مفردات العينة تسمى **فترة المعاينة**.

نستخدم العينة العشوائية المنتظمة في المجتمع الإحصائي حيث تكون جميع المفردة متجانسة، ولإيجاد طول الفترة نستخدم القاعدة التالية:

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}}$$

يمكن سحب المفردة الأولى في العينة المنتظمة بطريقة عشوائية من جدول الأعداد العشوائية أو عن طريق المختبر الإحصائي ثم تسحب باقي المفردات بطريقة منتظمة تقضي بإضافة طول فترة المعاينة على المفردة الأولى للحصول على المفردة الثانية ثم إضافة طول الفترة على المفردة الثانية للحصول على المفردة الثالثة وهكذا...

**مثال (4)**

**في أحد المصانع حيث عدد العمال 900 مرقمين من 1 إلى 900، أراد صاحب هذا المصنع مناقشة هؤلاء العمال حول كيفية تحسين الأداء وزيادة الإنتاج. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها 15، مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن والعمود العاشر.**

**الحل:**

نوجد: $\text{طول الفترة} = \dfrac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \dfrac{900}{15} = 60$

نختار أول عدد عشوائي مؤلف من رقمين لجهة اليسار باستخدام جدول الأعداد العشوائية على ألا يزيد عن العدد 60

نجد العدد 31 على التقاطع بين الصف الثامن والعمود العاشر.

فتكون الأعداد كما يلي:

$$
\begin{aligned}
&31\\
31+60&=91\\
91+60&=151\\
151+60&=211\\
211+60&=271\\
271+60&=331\\
331+60&=391\\
391+60&=451\\
451+60&=511\\
511+60&=571\\
571+60&=631\\
631+60&=691\\
691+60&=751\\
751+60&=811\\
811+60&=871
\end{aligned}
$$

والعينة العشوائية المنتظمة تتكون من العمال حيث ترقيمهم بالأعداد التالية:

31 , 91 , 151 , 211 , 271 , 331 , 391 , 451 , 511 , 571 , 631 , 691 , 751 , 811 , 871

**حاول أن تحل**

4 في مثال (4) ما العينة العشوائية المنتظمة إذا أراد صاحب المصنع تشكيلها على أن يكون حجمها 10، مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن عشر والعمود السابع؟

## مثال (5)

يبلغ عدد طلاب إحدى مدارس الكويت 700 طالب مرقمين من 1 إلى 700. أراد مدير المدرسة إرسال 10 طلاب لحضور ندوة حول «حماية الحيوانات المهددة بالانقراض». المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها 10 باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثاني والعشرون والعمود الثالث.

الحل:

نوجد طول الفترة $= \dfrac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \dfrac{700}{10} = 70$

نختار أوّل عدد عشوائي مؤلف من رقمين لجهة اليسار باستخدام جدول الأعداد العشوائية بحيث لا يزيد عن طول الفترة (70) ابتداءً من الصف الثاني والعشرون والعمود الثالث فنجد العدد 38.

$38$

$38 + 70 = 108$

$108 + 70 = 178$

$178 + 70 = 248$

$248 + 70 = 318$

$318 + 70 = 388$

$338 + 70 = 458$

$458 + 70 = 528$

$528 + 70 = 598$

$598 + 70 = 668$

تتكون العينة العشوائية من الطلاب حيث ترقيمهم بالأعداد التالية:

38 , 108 , 178 , 248 , 318 , 388 , 458 , 528 , 598 , 668.

### حاول أن تحل

5 يبلغ عدد طلبة الصف الحادي عشر علمي في إحدى المدارس 140 طالبًا مرقمين من 1 إلى 140. المطلوب سحب عيّنة عشوائية منتظمة حجمها 7 لزيارة إحدى دور المسنين وتقديم الهدايا لهم بمناسبة حلول عيد الفطر السعيد باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السادس والعمود التاسع.

6–3

# أساليب عرض البيانات
# Ways to Display Data

**سوف تتعلم**

- إيجاد التكرار النسبي والنسبة المئوية للتكرار.
- تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية.
- تمثيل البيانات بالمدرج التكراري والمنحنى التكراري والربط بينهما.

**المفردات والمصطلحات:**

- التكرار Frequency
- التكرار النسبي Rational Frequency
- التكرار المئوي Percent Frequency
- تمثيل بياني بالقطاعات الدائرية Pie Chart
- المدرج التكراري Histogram
- المنحنى التكراري Frequency Curve
- مركز الفئة Center of Interval

**عمل تعاوني**

يمثل الجدول التالي التوزيع التكراري لأطوال قامات 50 طالبًا في المرحلة الثانوية بالسنتيمتر (cm)

| الفئة | 150− | 155− | 160− | 165− | 170− | 175− | 180− |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 2 | 8 | 6 | 8 | 13 | 7 | 6 |

1 ما هي النسبة المئوية للطلاب الذين تقل أطوال قاماتهم عن 170 cm؟

2 ما هي النسبة المئوية للطلاب الذين أطوال قاماتهم 170 cm فأكثر؟

علمت فيما سبق أن البيانات التي يمكن الحصول عليها من مصادر مختلفة تصنف إلى نوعين: كيفية وكمية.

وهناك طرق متعددة لعرض البيانات مثل الجداول التكرارية والأعمدة والأعمدة المزدوجة والخط المنكسر والنقاط المجمعة...

## القطاعات الدائرية Pie Chart

**يمكن تمثيل البيانات الكيفية باستخدام القطاعات الدائرية.**

نستخدم التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية لعرض التوزيع التكراري لبيانات كيفية وتكون هذه البيانات مقسمة إلى فئات متعددة. عند صنع القطاعات الدائرية تقسّم الدائرة إلى قطاعات عددها يساوي عدد الفئات في البيانات ويمثل كل قطاع دائري واحدة من هذه الفئات، قياس الزاوية المركزية لكل قطاع يعطى بالقاعدة:

**قياس الزاوية المركزية لقطاع = التكرار النسبي × $360°$**

**حيث التكرار النسبي = $\dfrac{\text{تكرار القيمة (أو الفئة)}}{\text{مجموع التكرارات}}$**

وكل قطاع من الدائرة يأخذ لونًا أو تظليلًا مختلفًا عن الآخر.

**مثال (1)**

**في أحد الاختبارات لم يقيّم الأستاذ طلابه بالدرجات، بل استخدم مفردات تقديرية كما في الجدول التالي:**

| الفئة | ممتاز | جيد جدًّا | جيد | متوسط | مقبول | ضعيف | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 4 | 4 | 6 | 4 | 5 | 2 | 25 |

**a** أوجد التكرار النسبي والتكرار المئوي لكل فئة.

**b** اعرض هذه البيانات الكيفية باستخدام القطاعات الدائرية.

(إرشاد: النسبة المئوية للتكرار (التكرار المئوي) = التكرار النسبي × 100%)

الحل:

**a**

| الفئة | ممتاز | جيد جدًا | جيد | متوسط | مقبول | ضعيف | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 4 | 4 | 6 | 4 | 5 | 2 | 25 |
| التكرار النسبي | $\frac{4}{25}$ | $\frac{4}{25}$ | $\frac{6}{25}$ | $\frac{4}{25}$ | $\frac{5}{25}$ | $\frac{2}{25}$ | $\frac{25}{25}$ |
| النسبة المئوية للتكرار (التكرار المئوي) | $\frac{4}{25} \times 100\% = 16\%$ | $\frac{4}{25} \times 100\% = 16\%$ | $\frac{6}{25} \times 100\% = 24\%$ | $\frac{4}{25} \times 100\% = 16\%$ | $\frac{5}{25} \times 100\% = 20\%$ | $\frac{2}{25} \times 100\% = 8\%$ | 100% |

**b** نحسب أولًا قياس الزاوية المركزية لكل قطاع دائري:

قياس (زاوية تقدير ممتاز):

$$\frac{4}{25} \times 360^\circ = 57.6^\circ$$

قياس (زاوية تقدير جيد جدًّا):

$$\frac{4}{25} \times 360^\circ = 57.6^\circ$$

قياس (زاوية تقدير جيد):

$$\frac{6}{25} \times 360^\circ = 86.4^\circ$$

قياس (زاوية تقدير متوسط):

$$\frac{4}{25} \times 360^\circ = 57.6^\circ$$

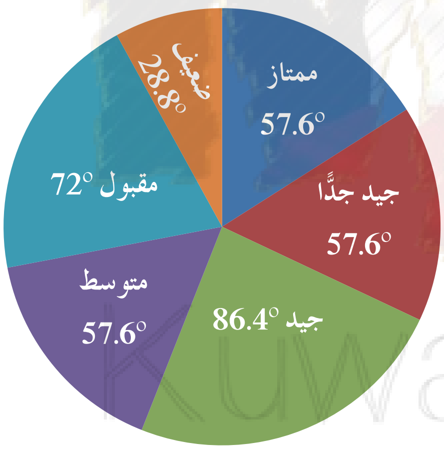
قياس (زاوية تقدير مقبول):

$$\frac{5}{25} \times 360^\circ = 72^\circ$$

قياس (زاوية تقدير ضعيف):

$$\frac{2}{25} \times 360^\circ = 28.8^\circ$$

التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية للبيانات الكيفية






## حاول أن تحل

**1** يمثل الجدول التالي التوزيع التكراري لألوان العيون لدى 40 طالبًا ثانويًّا:

| الفئة | أسود | أزرق | بني | عسلي | زيتي | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 13 | 4 | 13 | 6 | 4 | 40 |

**a** أوجد التكرار النسبي والتكرار المئوي.

**b** مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

## المنحنى التكراري والمدرج التكراري

## Frequency Curve and Histogram

يستخدم المدرج التكراري والمنحنى التكراري في تمثيل جدول تكراري ذي فئات بحيث إن كل مستطيل يمثل فئة من الفئات.

قاعدة المستطيل على الخط الأفقي هي طول الفئة، وارتفاعه الرأسي يساوي قيمة تكرار الفئة.

### مثال (2)

**يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لنتائج تحليل مادة النيترات في 40 وحدة ماء معدة للخدمات المشتركة في المنازل (غير الصالحة للشرب) وذلك خلال شهر واحد (mg/L).**

| الفئة | 15– | 20– | 25– | 30– | 35– | 40– | 45– | 50– | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 3 | 4 | 8 | 9 | 7 | 4 | 3 | 2 | 40 |

a أكمل الجدول بإضافة مراكز الفئات.

b ارسم المنحنى التكراري.

c ارسم المدرج التكراري ومنه المنحنى التكراري.

**الحل:**

a نوجد مراكز الفئات:

مركز الفئة 15– هو: $\frac{15+20}{2} = 17.5$

مركز الفئة 20– هو: $\frac{20+25}{2} = 22.5$

مركز الفئة 25– هو: $\frac{25+30}{2} = 27.5$

مركز الفئة 30– هو: $\frac{30+35}{2} = 32.5$

مركز الفئة 35– هو: $\frac{35+40}{2} = 37.5$

مركز الفئة 40– هو: $\frac{40+45}{2} = 42.5$

مركز الفئة 45– هو: $\frac{45+50}{2} = 47.5$

مركز الفئة 50– هو: $\frac{50+55}{2} = 52.5$



**معلومة:**

يتأثر استهلاك مياه الخدمات المشتركة في دولة الكويت بالعوامل التالية:

1 – كمية المطر المتساقطة على مدار السنة هي شبه ثابتة حيث إنها تتراوح سنويًّا بين 70 ملم – 130 ملم. وهذا يشكل جزءًا من رصيد المياه في الدولة.

2 – مصروف المياه هو تصاعدي وذلك نتيجة العوامل الاجتماعية والاقتصادية:

(a) عدد السكان في ازدياد حيث بلغت نسبة الزيادة السكانية في السنوات الأخيرة حوالي 4%.

(b) الرغبة في الإقامة داخل المدن وذلك يتطلب استهلاكًا أكثر لكمية المياه.

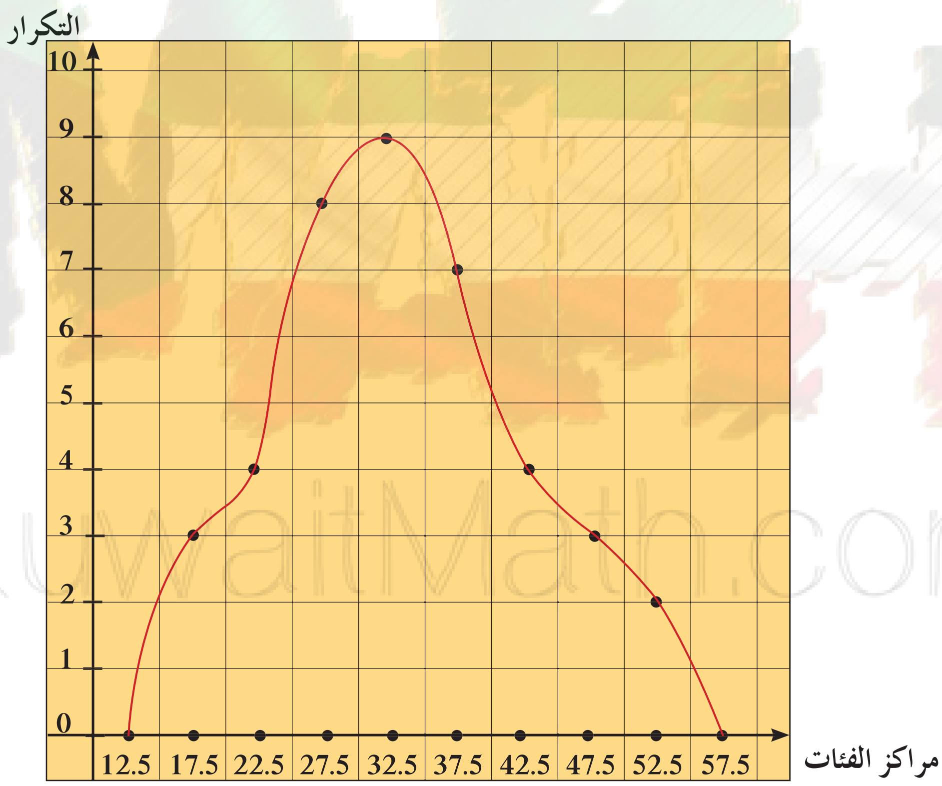
(c) نمو الصناعة والزراعة وري الحدائق العامة.

الجدول:

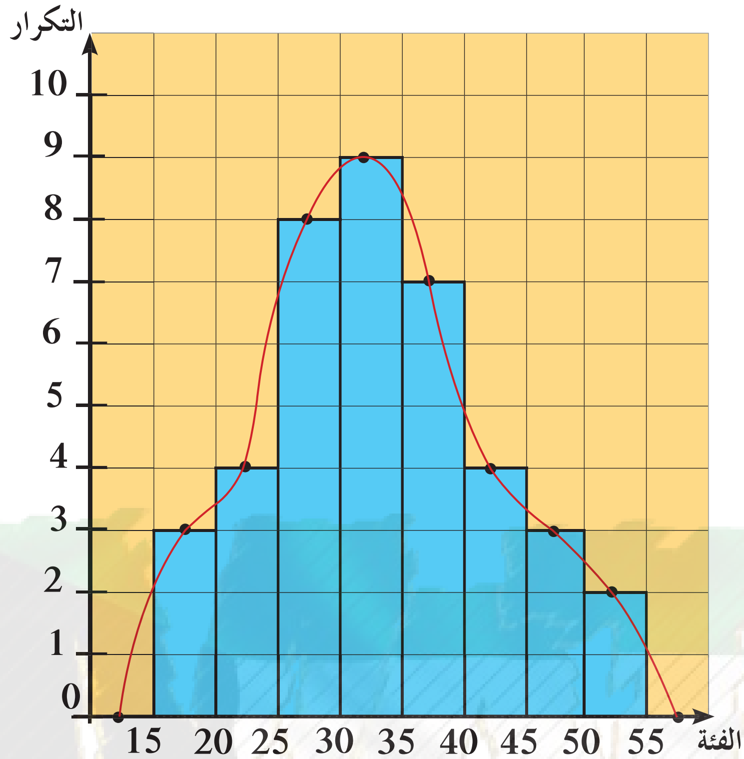
| الفئة | 15– | 20– | 25– | 30– | 35– | 40– | 45– | 50– | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 3 | 4 | 8 | 9 | 7 | 4 | 3 | 2 | 40 |
| مركز الفئة | 17.5 | 22.5 | 27.5 | 32.5 | 37.5 | 42.5 | 47.5 | 52.5 | |

**b** لرسم المنحنى التكراري نصل النقاط الممثلة للأزواج المرتبة التي تمثل مراكز الفئات وتكراراتها ونقفل المنحنى التكراري عند البداية في مركز فئة تكرارها صفر وعند النهاية في مركز فئة تكرارها صفر:

(12.5, 0), (17.5, 3), (22.5, 4), (27.5, 8), (32.5, 9), (37.5, 7), (42.5, 4), (47.5, 3), (52.5, 2) , (57.5, 0).



**c** المدرج التكراري والمنحنى التكراري.




**لإيجاد المنحنى التكراري، نأخذ منتصفات الأضلاع العليا للمستطيلات ثم نصل هذه النقاط بمنحنيات، ونقفل المنحنى التكراري عند البداية في مركز فئة تكرارها صفر، وعند النهاية في مركز فئة تكرارها صفر.**

**معلومة:**
نصل بين منتصفات الأضلاع العليا للمستطيلات يدويًّا دون استخدام المسطرة للحصول على المنحنى التكراري.

**حاول أن تحل**

**2** يبين الجدول التالي التوزيع التكراري لأطوال 30 طالبًا بالسنتيمتر (cm)

| الفئة | 155– | 160– | 165– | 170– | 175– | 180– | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 4 | 6 | 11 | 5 | 3 | 1 | 30 |

**a** أوجد مراكز الفئات.

**b** ارسم المنحنى التكراري.

**c** ارسم المدرج التكراري ومنه المنحنى التكراري.

# 6-4

# الانحراف المعياري

# Standard Deviation

**سوف تتعلم**

- إيجاد التباين والانحراف المعياري.

**المفردات والمصطلحات:**

- المتوسط الحسابي Mean
- مقاييس التشتت Dispersion Measures
- الانحراف المعياري Standard Deviation
- التباين Variance

**عمل تعاوني**

في نهاية الفصل الأول من العام الدراسي، كانت درجات أحد الطلاب حيث النهاية العظمى 20 درجة كما يلي:

| المادة | الدرجة | | | | | المتوسط الحسابي |
|---|---|---|---|---|---|---|
| أحياء | 11 | 12 | 11 | 10 | 9 | |
| رياضيات | 16 | 8 | 10 | 7 | 13 | |
| فيزياء | 15 | 15 | 15 | 5 | 5 | |
| كيمياء | 11 | 12 | 11 | 10 | 11 | |

**a** هل يمكن التعرف على المادة الأفضل في التحصيل، من دون إجراء عمليات حسابية، أو من خلال أفضل متوسط حسابي لدرجات هذا الطالب؟

**b** أوجد المتوسط الحسابي لدرجات هذا الطالب في كل مادة.

**c** أدخل البيانات إلى الآلة الحاسبة الموجودة لديك، ثم أوجد الانحراف المعياري لدرجات كل مادة.
أكمل الجدول التالي:

| | الانحراف المعياري |
|---|---|
| أحياء | |
| رياضيات | |
| فيزياء | |
| كيمياء | |

**d** ما الذي تلاحظه عند هذا الطالب بالنسبة إلى الانحراف المعياري لدرجات كل مادة؟ اشرح.



**خطوات استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد الانحراف المعياري:**

**لإدخال بيانات ذو متغير منفرد. تأخذ x على الترتيب القيم: {1، 2، 2، 3، 3، 3، 4، 4، 5}**
**باستخدام العمود FREQ لتعيين عدد التكرارات لكل بند {xn; freqn}**
**{1;1، 2;2، 3;3، 4;2، 5;1}، وحساب الانحراف المعياري والمتوسط الحسابي.**

SHIFT MODE (SETUP) ▼ 4 (STAT) 1 (ON)

MODE 3 (STAT) 1 (1 − VAR)

1 = 2 = 3 = 4 = 5 = ▼ ▶

1 = 2 = 3 = 2 = 1 =

| | STAT X | FREQ |
|---|---|---|
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 2 |
| 5 | 5 | 1 |

AC SHIFT 1 (STAT) 4 (VAR) 2 ($\bar{x}$) =  →  3

AC SHIFT 1 (STAT) 4 (VAR) 3 ($\sigma x$) =  →  1.154700538

الناتج: المتوسط الحسابي: 3 الانحراف المعياري: 1.154700538

يمكن قراءة البيانات الإحصائية بزوج مرتب مكون من مقياسين مهمين:

a المتوسط الحسابي وهو مقياس لتمركز القيم في البيانات.

b الانحراف المعياري وهو مقياس لتشتت القيم في البيانات.

- لإيجاد المتوسط الحسابي $\overline{x}$ نستخدم القانون: $$\overline{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$$

حيث إن: $x_i$ هي قيم المتغيرات في البيانات.

$n_i$ تكرارات المتغيرات في البيانات.

- لإيجاد التباين $v$ نستخدم القانون: $$v = \frac{\sum n_i (x_i - \overline{x})^2}{\sum n_i}$$

- لإيجاد الانحراف المعياري $\sigma$ نستخدم القانون: $$\sigma = \sqrt{v}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i (x_i - \overline{x})^2}{\sum n_i}}$$

**ملاحظة هامة:** في حالة التوزيع التكراري ذي الفئات $x_i$ تمثل مراكز الفئات ونستخدم نفس القوانين السابقة.

## مثال (1)

في استطلاع أجري في عيادة أحد الأطباء عن الوقت المستغرق لمعاينة 120 مريضًا، جاءت النتائج كما يلي:

| المجموع | 50– | 45– | 40– | 35– | 30– | 25– | 20– | 15– | 10– | الوقت المستغرق بالدقائق (min) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 120 | 2 | 3 | 12 | 18 | 16 | 14 | 23 | 21 | 11 | عدد المرضى |

a أكمل الجدول بإيجاد مركز كل فئة. أوجد المتوسط الحسابي.

b أوجد التباين والانحراف المعياري.

c فسّر إجابتك.

الحل:

a

| المجموع | 50– | 45– | 40– | 35– | 30– | 25– | 20– | 15– | 10– | الوقت المستغرق بالدقائق (min) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 120 | 2 | 3 | 12 | 18 | 16 | 14 | 23 | 21 | 11 | عدد المرضى $(n_i)$ |
| | 52.5 | 47.5 | 42.5 | 37.5 | 32.5 | 27.5 | 22.5 | 17.5 | 12.5 | مركز الفئة $(x_i)$ |

المتوسط الحسابي:

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$$

$$\bar{x} = \frac{(11 \times 12.5) + (21 \times 17.5) + (23 \times 22.5) + (14 \times 27.5) + \ldots + (3 \times 47.5) + (2 \times 52.5)}{120}$$

$$\bar{x} = \frac{3\,360}{120} = 28$$

b لإيجاد التباين والانحراف المعياري نكون الجدول التالي:

| مركز الفئة $x_i$ | التكرار $n_i$ | $(x_i - \bar{x})$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $n_i(x_i - \bar{x})^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 12.5 | 11 | 12.5 − 28 | 240.25 | 2642.75 |
| 17.5 | 21 | 17.5 − 28 | 110.25 | 2315.25 |
| 22.5 | 23 | 22.5 − 28 | 30.25 | 695.75 |
| 27.5 | 14 | 27.5 − 28 | 0.25 | 3.5 |
| 32.5 | 16 | 32.5 − 28 | 20.25 | 324 |
| 37.5 | 18 | 37.5 − 28 | 90.25 | 1624.5 |
| 42.5 | 12 | 42.5 − 28 | 210.25 | 2523 |
| 47.5 | 3 | 47.5 − 28 | 380.25 | 1140.75 |
| 52.5 | 2 | 52.5 − 28 | 600.25 | 1200.5 |
| | | | | المجموع = 12 470 |

التباين:

$$v = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}$$

$$v = \frac{12\,470}{120} \approx 103.91\bar{6}$$

الانحراف المعياري:

$$\sigma = \sqrt{v}$$

$$\sigma \approx 10.2$$



c بما أن المتوسط الحسابي $\bar{x} = 28$ min والانحراف المعياري $\sigma \approx 10.2$ فهذا يدل على تشتت كبير لقيم البيانات عن المتوسط الحسابي.

## حاول أن تحل

1 لاحظ صاحب صيدلية أن مبيع الأدوية بحسب أسعارها بالدينار هو كما يلي:

| الفئة (بالدينار) | −0 | −5 | −10 | −15 | −20 | −25 | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 19 | 30 | 47 | 28 | 26 | 10 | 160 |

a أكمل الجدول بإيجاد مركز كل فئة. أوجد المتوسط الحسابي.

b أوجد التباين والانحراف المعياري لأسعار الأدوية.

# 6-5

# القاعدة التجريبية

# Empirical Rule

**سوف تتعلم**

- استخدام القاعدة التجريبية.

**المفردات والمصطلحات:**

- قاعدة تجريبية
Empirical Rule
- التوزيع الطبيعي
Normal Distribution

**دعنا نفكر ونتناقش**

تعلمنا سابقًا أن المدى يقيس تشتت قيم البيانات، إذا كانت قيمة المدى صغيرة فنستطيع القول إن قيم البيانات قريبة من بعضها بعضًا ولكن إذا كانت قيمة المدى كبيرة فإن قيم البيانات بعيدة عن بعضها بعضًا أو يوجد فيها قيم متطرفة. كما أن الانحراف المعياري يقيس مدى تشتت قيم البيانات بالمقارنة مع المتوسط الحسابي، إذا كانت قيمة الانحراف المعياري صغيرة تكون قيم البيانات قريبة جدًا من قيمة المتوسط الحسابي أما إذا كانت قيمة الانحراف المعياري كبيرة فتكون قيم البيانات بعيدة عن قيمة المتوسط الحسابي.

فمثلًا في البيانات: 14، 15، 16، 17، 18 نجد أن المدى = 4،

المتوسط الحسابي: $\overline{x} = 16$

والانحراف المعياري $\sigma_1 \approx 1.414$

وفي البيانات: 3، 9، 17، 23، 28 نجد أن المدى = 25

المتوسط الحسابي: $\overline{y} = 16$ والانحراف المعياري: $\sigma_2 \approx 9.077$

من الملاحظ أن البيانات الأولى لها متوسط حسابي $\overline{x} = 16$ وانحراف معياري $\sigma_1 \approx 1.414$ أي أن قيم هذه البيانات تتجمع حول المتوسط الحسابي.

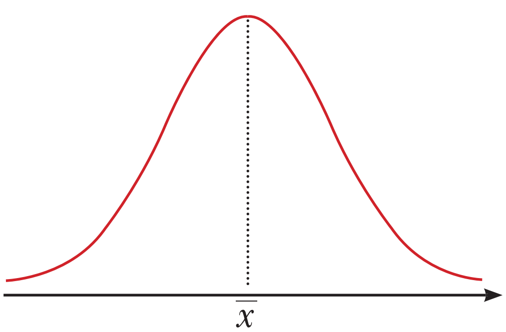
في البيانات الثانية المتوسط الحسابي $\overline{y} = 16$ والانحراف المعياري $\sigma_2 \approx 9.077$ أي أن هذه البيانات تبتعد عن المتوسط الحسابي.

أوجد الإحصائيون قواعد أخرى لدراسة تشتت قيم البيانات عندما تتوزع بطريقة معينة تعرف بالتوزيع الطبيعي وذلك من خلال استخدام القاعدة التجريبية التي سنوضحها في هذا البند.

## التوزيع الطبيعي Normal Distribution

تعلمت سابقًا توزيع قيم البيانات بحسب قيم المتوسط الحسابي والوسيط مقارنة مع قيمة المنوال.

والتوزيع الطبيعي هو توزيع البيانات بشكل متماثل حول المتوسط الحسابي والمنحنى التكراري الذي يمثل هذه البيانات يأخذ شكل الجرس كما في الشكل التالي:




من خواص منحنى التوزيع الطبيعي:

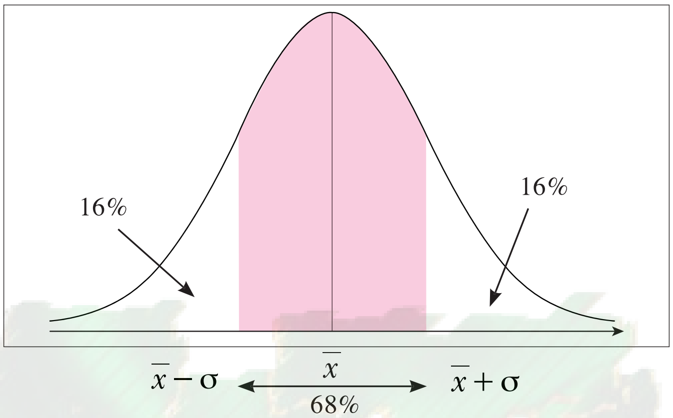
- أن يكون على شكل ناقوس (جرس) متماثل حول المتوسط الحسابي.
- أن تتساوى فيه قيم المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.
- أن ينحدر طرفاه تدريجيًا ويمتدان إلى ما لانهاية ولا يلتقيان مع المحور الأفقي أبدًا.

## القاعدة التجريبية Empirical Rule

تستخدم القاعدة التجريبية لدراسة الجودة في مواقف إحصائية متعددة لعينات ذات قيم مفردة محددة ويمكن اتخاذ القرارات المناسبة على ضوء هذه الدراسة.

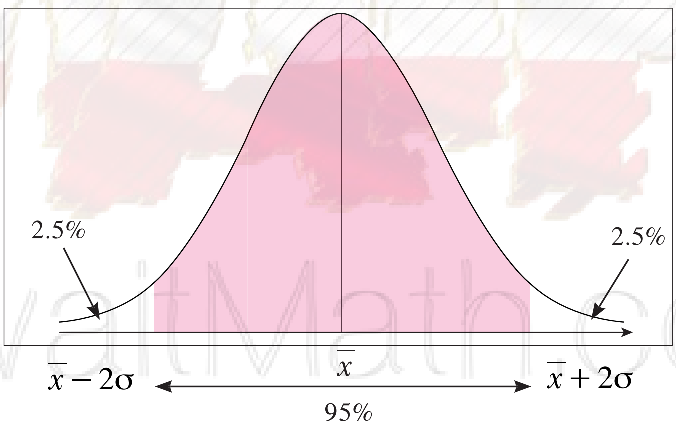
على افتراض أن لدينا مجموعة بيانات كمية ووجدنا المتوسط الحسابي $\overline{x}$ والانحراف المعياري $\sigma$ لقيم هذه البيانات وتبين أن المنحنى التكراري هو على شكل الجرس يمكن عندها تطبيق القاعدة التجريبية التي تنص على ما يلي:

- حوالي 68% من قيم هذه البيانات تنتمي إلى الفترة $[\overline{x}-\sigma, \overline{x}+\sigma]$.



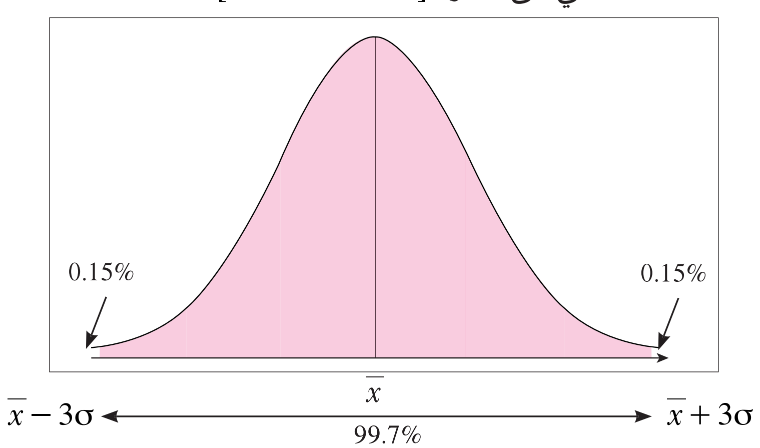

68% من البيانات تقع على الفترة $[\overline{x}-\sigma, \overline{x}+\sigma]$

- حوالي 95% من قيم هذه البيانات تنتمي إلى الفترة $[\overline{x}-2\sigma, \overline{x}+2\sigma]$



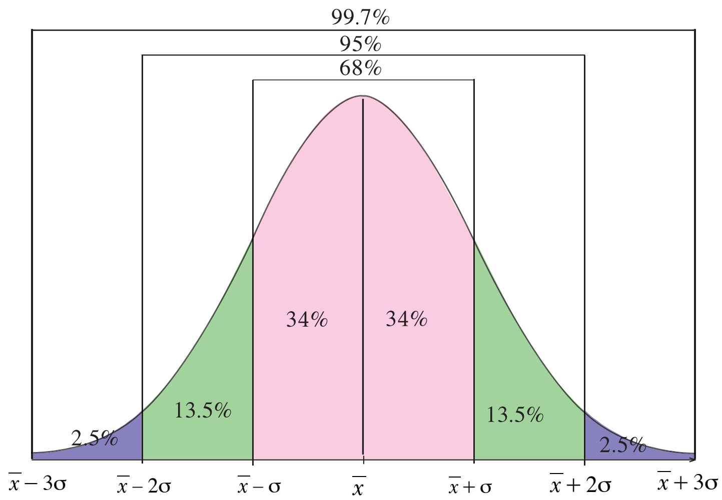

95% من البيانات تقع على الفترة $[\overline{x}-2\sigma, \overline{x}+2\sigma]$

- حوالي 99.7% من قيم هذه البيانات تنتمي إلى الفترة $[\overline{x}-3\sigma, \overline{x}+3\sigma]$




99.7% من البيانات تقع على الفترة $[\overline{x}-3\sigma, \overline{x}+3\sigma]$

يبيّن الشكل أدناه التوزيعات للفترات الثلاث ونسبها المئوية.




**مثال (1)**

**إذا كان المتوسط الحسابي لأرباح إحدى الشركات الصغيرة 350 دينارًا والانحراف المعياري 110 والمنحنى التكراري لأرباح هذه الشركة هو على شكل الجرس (توزيع طبيعي).**

**a** طبق القاعدة التجريبية.

**b** هل وصلت أرباح الشركة إلى 690 دينارًا؟ فسّر ذلك.

**الحل:**

**a** $\overline{x}=350$، $\sigma=110$

باستخدام القاعدة التجريبية نحصل على ما يلي:

(1) حوالى 68% من الأرباح تقع على الفترة:

$[\overline{x}-\sigma,\ \overline{x}+\sigma]$

$=[350-110,\ 350+110]=[240,\ 460]$

(2) حوالى 95% من الأرباح تقع على الفترة:

$[\overline{x}-2\sigma,\ \overline{x}+2\sigma]$

$=[350-220,\ 350+220]=[130,\ 570]$

(3) حوالى 99.7% من الأرباح تقع على الفترة:

$[\overline{x}-3\sigma,\ \overline{x}+3\sigma]$

$=[350-330,\ 350+330]=[20,\ 680]$

**b** نلاحظ أن المبلغ 690 دينارًا يقع خارج الفترة الأخيرة $[20,\ 680]$ والتي تناظر 99.7% من الأرباح لذلك من غير المتوقع أن تكون أرباح هذه الشركة قد وصلت إلى المبلغ 690 دينارًا.

**حاول أن تحل**

**1** لاحظت شركة تجارية أن المتوسط الحسابي لأرباحها 475 دينارًا بانحراف معياري 115 دينارًا.

**a** طبق القاعدة التجريبية.

**b** هل وصلت أرباح هذه الشركة إلى 750 دينارًا؟ فسّر ذلك.

## مثال (2)

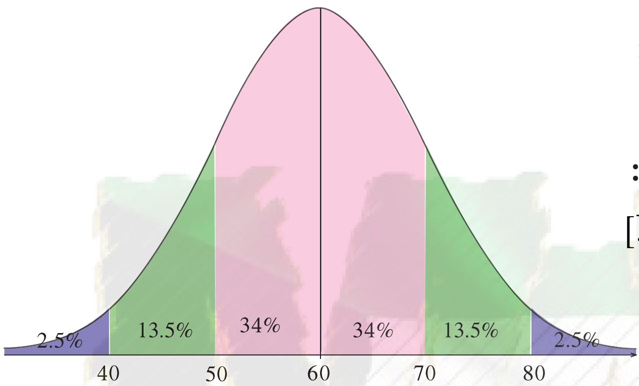
يعلن مصنع لإنتاج البطاريات المستخدمة في السيارات أن متوسط عمر البطارية من النوع (A) هو 60 شهرًا بانحراف معياري 10 أشهر.
على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر البطاريات يقترب كثيرًا من التوزيع الطبيعي.

a طبق القاعدة التجريبية.

b أوجد النسبة المئوية للبطاريات من النوع (A) التي يزيد عمرها عن 50 شهرًا بفرض أن ما يعلنه المصنع صحيحًا.

c أوجد النسبة المئوية للبطاريات من النوع (A) والتي يقل عمرها عن 40 شهرًا بفرض أن ما يعلنه المصنع صحيحًا.

الحل:




a (1) حوالى 68% من البطاريات المصنعة عمرها يقع على الفترة:

$$[\bar{x}-\sigma,\ \bar{x}+\sigma]=[60-10,\ 60+10]=[50,\ 70]$$

(2) حوالى 95% من البطاريات المصنعة عمرها يقع على الفترة:

$$[\bar{x}-2\sigma,\ \bar{x}+2\sigma]=[60-20,\ 60+20]=[40,\ 80]$$

(3) حوالى 99.7% من البطاريات المصنعة عمرها

يقع على الفترة:

$$[\bar{x}-3\sigma,\ \bar{x}+3\sigma]=[60-30,\ 60+30]=[30,\ 90]$$

b بما أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر البطاريات يقترب كثيرًا من التوزيع الطبيعي لذا من الرسم أعلاه نستنتج:

$$34\% + 34\% + 13.5\% + 2.5\% = 84\%$$

أي أن 84% من هذه البطاريات يزيد عمرها عن 50 شهرًا بفرض أن ما تعلنه هذه الشركة صحيحًا.

c يبين المنحنى الممثل لعمر البطاريات أن 2.5% من هذه البطاريات يقل عمرها عن 40 شهرًا وذلك بفرض أن ما تعلنه الشركة صحيحًا.



## حاول أن تحل

2 يعلن مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية أن متوسط عمر المصباح الكهربائي من النوع (A) هو 700h بانحراف معياري 100h
على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر المصابيح الكهربائية يقترب كثيرًا من التوزيع الطبيعي.

a طبق القاعدة التجريبية.

b أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (A) التي يزيد عمرها عن 500h

c أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (A) التي يقل عمرها عن 400h

6–6

# القيمة المعيارية

# Standardized Value

سوف تتعلم

- استخدام القيمة المعيارية.

المفردات والمصطلحات:

- قيمة معيارية

Standardized Value

**دعنا نفكر ونتناقش**

قد يحصل طالب خلال السنة الدراسية على درجات مختلفة في كل مادة كما أنه من الممكن أن يحصل على الدرجة نفسها في أكثر من مادة. والسؤال: كيف يقيم الطالب هذه الدرجة في كل مادة مع بقية الدرجات؟

للإجابة عن هذا السؤال تستخدم القيمة المعيارية.

## القيمة المعيارية Standardized Value

هي مؤشر يدل على انحراف قيمة مفردة من بيانات عن المتوسط الحسابي وذلك باستخدام الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات. إذا كان المطلوب مقارنة قيمتين لمفردتين مختلفتين تنتمي كل منهما إلى مجموعة محددة فإنه لا يكفي إحصائيًّا مقارنة قيم هذه المفردات بعضها بعضًا بل يجب الأخذ بعين الاعتبار المتوسط الحسابي لكل مجموعة من البيانات وانحرافها المعياري. ويتطلب منا هذا الأمر تحويل القيم المقاسة بوحدات قياس عادية إلى قيم معيارية مناظرة بعدد من الانحرافات المعيارية، وذلك باستخدام القاعدة:

**القيمة المعيارية = $\dfrac{\text{قيمة المفردة} - \text{المتوسط الحسابي}}{\text{الانحراف المعياري}}$**

$$z = \frac{x - \overline{x}}{\sigma}$$

**مثال (1)**

**في أحد الاختبارات نال أحد الطلاب درجة 16 من 20 في مادة الرياضيات حيث المتوسط الحسابي 13 والانحراف المعياري 5 ونال أيضًا 16 من 20 في مادة الكيمياء حيث المتوسط الحسابي 14 والانحراف المعياري 4.**

**ما القيمة المعيارية للدرجة 16مقارنة مع درجات كل مادة؟ أيهما أفضل؟**

**الحل:**

القيمة المعيارية للدرجة 16 في مادة الرياضيات:
$$z_1 = \frac{x - \overline{x}}{\sigma} = \frac{16 - 13}{5} = 0.6$$

القيمة المعيارية للدرجة 16 في مادة الكيمياء:
$$z_2 = \frac{x - \overline{x}}{\sigma} = \frac{16 - 14}{4} = 0.5$$

$\because 0.5 < 0.6$

$\therefore$ القيمة المعيارية للدرجة 16 في مادة الرياضيات أفضل من القيمة المعيارية للدرجة 16 في مادة الكيمياء.

وبالتالي الدرجة 16 في مادة الرياضيات أفضل من الدرجة 16 في مادة الكيمياء.

### حاول أن تحل

1 جاءت إحدى درجات طالب في مادة الفيزياء 15 حيث المتوسط الحسابي 14 والانحراف المعياري 3.8 وفي مادة الكيمياء 15 حيث المتوسط الحسابي 13 والانحراف المعياري 7.8

ما القيمة المعيارية للدرجة 15 مقارنة مع درجات كل مادة؟ أيهما أفضل؟

### مثال (2)

في نتيجة نهاية العام الدراسي حصلت الطالبة موضي على 64 درجة في مادة اللغة العربية حيث المتوسط الحسابي 69 والانحراف المعياري 8. وحصلت على 48 درجة في مادة الجغرافيا حيث المتوسط الحسابي 56 والانحراف المعياري 10

في أي المادتين كانت موضي أفضل؟

الحل:

لتحديد المادة التي كانت فيها موضي أكثر تحصيلاً نحول الدرجات الفعلية إلى قيم معيارية:

القيمة المعيارية للدرجة 64 في مادة اللغة العربية: $z_1 = \frac{x - \overline{x}}{\sigma} = \frac{64 - 69}{8} = -0.625$

القيمة المعيارية للدرجة 48 في مادة الجغرافيا: $z_2 = \frac{x - \overline{x}}{\sigma} = \frac{48 - 56}{10} = -0.8$

$\because -0.625 > -0.8$

$\therefore$ القيمة المعيارية للطالبة في مادة اللغة العربية أفضل من القيمة المعيارية في مادة الجغرافيا.

$\therefore$ أداء الطالبة موضي في مادة اللغة العربية أفضل من أدائها في مادة الجغرافيا.



### حاول أن تحل

2 يسكن خالد في المدينة A حيث إن طول قامته 180cm والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 174cm مع انحراف معياري 12cm. أما صالح فيسكن في المدينة B حيث إن طول قامته 172cm والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 165cm مع انحراف معياري 15

أي منهما طول قامته أفضل من الآخر مقارنة مع أطوال الرجال في كل مدينة؟

## المرشد لحل المسائل

في سوق العمل، ثمة شركتان تعملان في المجال نفسه. الرواتب الشهرية المدفوعة بالدينار لموظفي كل شركة مبينة على الجدولين الآتيين:

| الراتب في الشركة $(a)$ | 600 | 700 | 1 200 | 1 750 | 2 250 |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 13 | 4 | 1 | 1 | 1 |

| الراتب في الشركة $(b)$ | 700 | 800 | 1 100 | 1 300 | 1 500 |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 13 | 4 | 1 | 1 | 1 |

1. بالنظر إلى الجدولين، أيّ الشركتين تبدو أفضل من حيث الرواتب؟
2. a احسب المتوسط الحسابي $\overline{x}$، $\overline{y}$ للرواتب في كل جدول.
   b هل تحقق من التوقعات التي وضعتها في السؤال 1؟ اشرح.
   c هل إيجاد المتوسط الحسابي يكفي وحده لمقارنة الرواتب الشهرية في الشركتين؟
3. احسب الانحراف المعياري $\sigma_2$ , $\sigma_1$ لرواتب الموظفين في كل شركة. ماذا تستنتج؟

الحل:

1. نلاحظ أن الرواتب الصغيرة والتي تكرارها 4 , 13 على الترتيب في الشركة $(b)$ أفضل من تلك التي في الشركة $(a)$ ولكن الرواتب الكبيرة والتي تكرارها 1 , 1 , 1 على الترتيب في الشركة $(a)$ أفضل من تلك التي في الشركة $(b)$، وبالتالي رواتب العاملين في الشركة $(b)$ أفضل، لكن رواتب الإداريين في الشركة $(a)$ أفضل.
2. a المتوسط الحسابي لرواتب الموظفين في الشركة $(a)$:

$$\overline{x} = 790 \text{ KD}$$

المتوسط الحسابي لرواتب الموظفين في الشركة $(b)$:

$$\overline{y} = 810 \text{ KD}$$

   b يبدو من خلال النتائج الحسابية أن المتوسط الحسابي للرواتب في الشركة $(b)$ أفضل من المتوسط الحسابي للرواتب في الشركة $(a)$.
   c لا تكفي معرفة المتوسط الحسابي عند المقارنة بين الرواتب لوجود قيم متطرفة في الجدولين.

3 الانحراف المعياري للرواتب في الشركة $(a)$:

$$\sigma_1 \approx 431.45$$

الانحراف المعياري للرواتب في الشركة $(b)$:

$$\sigma_2 \approx 218.86$$

نستنتج أن الرواتب للموظفين في الشركة $(b)$ تتقارب من المتوسط الحسابي أكثر ممّا تتقارب رواتب الموظفين في الشركة $(a)$. والملاحظ أن $\sigma_1 \approx 2\sigma_2$

**مسألة إضافية**

في أحد الاختبارات، أراد الأستاذ المقارنة بين درجات مجموعتين من الطلاب حيث النهاية العظمى 10 درجات.

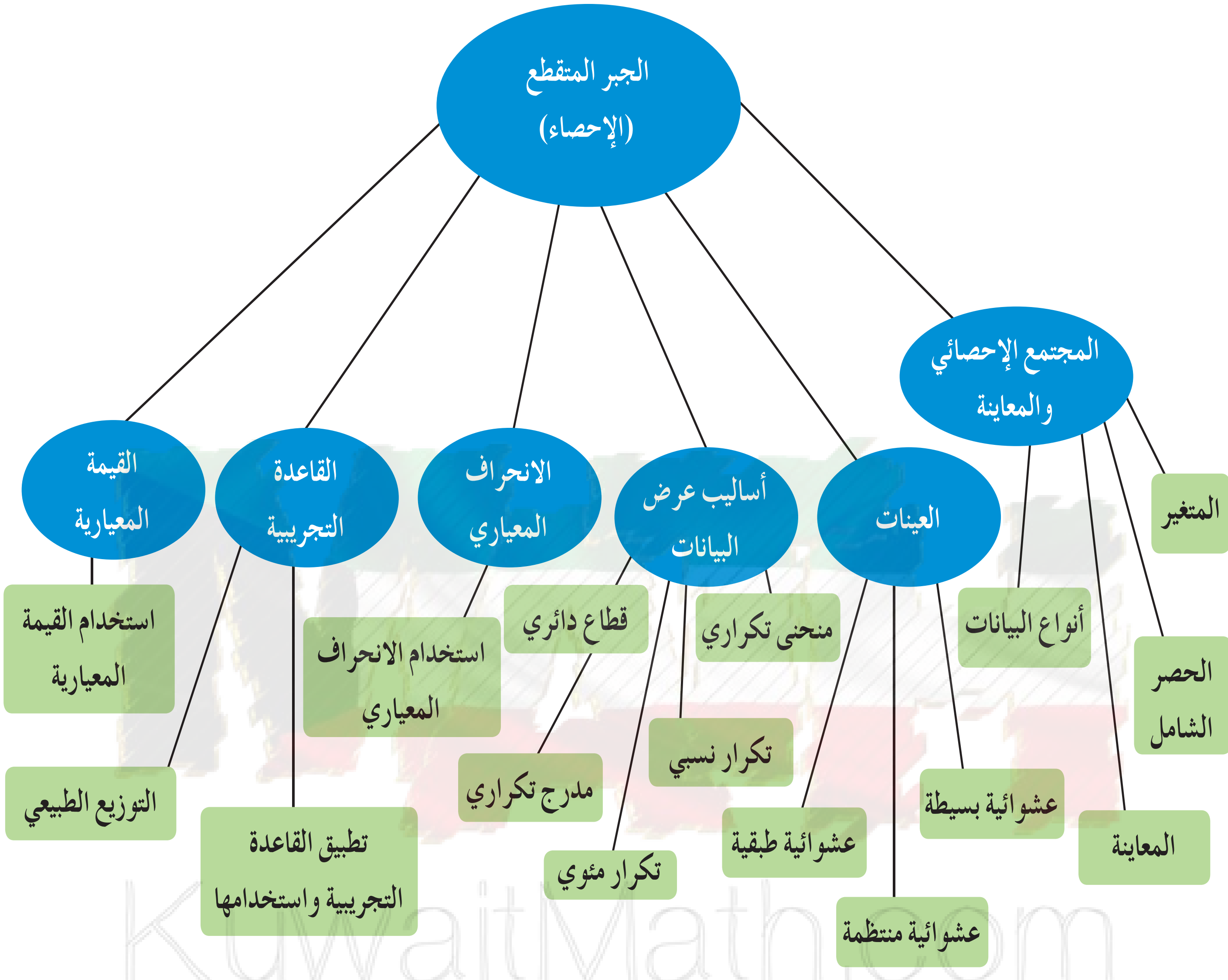
يبين الجدول التالي ما يلي:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| مجموعة $(a)$ | 8 | 3 | 7 | 3 | 5 | 7 | 9 | 6 | 8 | 3 | 3 | 8 | 6 | 9 |
| مجموعة $(b)$ | 6 | 7 | 3 | 5 | 6 | 6 | 8 | 4 | 7 | 9 | 6 | 7 | 5 | 6 |

1 أوجد لكل مجموعة المتوسط الحسابي.

2 كوّن جدولًا تكراريًّا لكل مجموعة، ثم أوجد: $\sigma_1$ الانحراف المعياري للمجموعة $(a)$، $\sigma_2$ الانحراف المعياري للمجموعة $(b)$. ماذا تستنتج؟ اشرح.

## مخطط تنظيمي للوحدة السادسة




## ملخص

- المجتمع الإحصائي هو مجموعة كل المفردات(الوحدات) قيد الدراسة ولها خصائص مشتركة.
- المتغير هو الصفة (أو الصفات) محور الدراسة في مجتمع إحصائي معين.
- الحصر الشامل هو عملية جمع بيانات جميع مفردات المجتمع الإحصائي محل الدراسة.
- المعاينة هي عملية اختيار جزء من مفردات المجتمع بطريقة مدروسة تجعل هذه المفردات تمثل المجتمع وتحقق أهداف الدراسة.
- تصنف البيانات إلى نوعين: كيفي وكمي.
- العينة هي جزء من المجتمع الإحصائي يتم اختيارها عشوائيًّا بطريقة علمية كي تمثل هذا المجتمع أفضل تمثيل بأقل كلفة ممكنة.
- العينة العشوائية البسيطة هي عينة حيث إن كل مفردة منها لها الفرصة نفسها في الظهور وتمثل المجتمع الإحصائي الذي أخذت منه.

- العينة العشوائية الطبقية هي عينة تتكون من عينات عشوائية بسيطة وتستخدم في مجتمع إحصائي مكون من مجموعات لا تتقاطع مع بعضها بعضًا.
- لإيجاد العينة العشوائية الطبقية نوجد أوّلًا:

**a** كسر المعاينة $= \dfrac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \dfrac{m}{n}$

**b** حجم العينة من كل طبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة

- العينة العشوائية المنتظمة هي عينة تقسم المجتمع الإحصائي إلى فترات متساوية الطول وعددها يساوي حجم العينة ويكون طول الفترة $= \dfrac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}}$
- تستخدم الجداول التكرارية في تحديد عدد ظهور كل قيمة في البيانات.
- نستخدم التكرار النسبي لمقارنة ظهور كل قيمة بالنسبة إلى مجموع قيم البيانات.
- نستخدم النسبة المئوية لظهور كل قيمة لمعرفة نسبتها المئوية من الكل.
- توفر التمثيلات البيانية بالقطاعات الدائرية معرفة حجم كل قيمة بالنسبة إلى الكل.
- يبيّن المدرج التكراري حجم كل فئة مقارنة ببقية الفئات ويساعد على إيجاد قيمة تقريبية للمنوال.
- المدى = القيمة العظمى من البيانات − القيمة الصغرى من البيانات.
- المتوسط الحسابي: $\overline{x} = \dfrac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$
- التباين: $v = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} n_i (x_i - \overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{n} n_i}$، حيث $n_i$ التكرار، $\overline{x}$ = المتوسط الحسابي.
- الانحراف المعياري: $\sigma = \sqrt{v}$
- يؤشر الانحراف المعياري إلى تشتت البيانات عن المتوسط الحسابي، كلما كان أصغر كان التشتت أقل.
- القيمة المعيارية $= \dfrac{x - \overline{x}}{\sigma}$، توفر القيمة المعيارية مقارنة قيمة معينة ببقية القيم في عدد من البيانات.
- نستخدم القاعدة التجريبية: $[\overline{x} - \sigma, \overline{x} + \sigma]$، $[\overline{x} - 2\sigma, \overline{x} + 2\sigma]$، $[\overline{x} - 3\sigma, \overline{x} + 3\sigma]$ لإيجاد عدد القيم من البيانات في كل فئة والنسبة المئوية لهذه القيم.

# جدول الأعداد العشوائية

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 28138 | 28596 | 04819 | 50138 | 12598 | 96878 | 55684 | 01488 | 58963 | 25896 | 36987 | 47856 | 20150 | 18965 |
| 2 | 01055 | 53625 | 47739 | 51063 | 08445 | 33254 | 22542 | 50954 | 73949 | 11945 | 29947 | 86107 | 35420 | 77076 |
| 3 | 79603 | 31075 | 71532 | 38497 | 08236 | 78411 | 18237 | 48743 | 81472 | 31761 | 49582 | 70411 | 64708 | 59416 |
| 4 | 79261 | 96010 | 82558 | 15977 | 15827 | 55768 | 29668 | 73188 | 65198 | 24483 | 16219 | 63827 | 05092 | 47495 |
| 5 | 00005 | 37153 | 07206 | 78041 | 09457 | 97003 | 49739 | 75180 | 74018 | 90951 | 96161 | 31749 | 23314 | 55471 |
| 6 | 59282 | 86004 | 13259 | 59537 | 75702 | 66287 | 77941 | 27095 | 46176 | 67215 | 93007 | 84125 | 89302 | 92843 |
| 7 | 20119 | 41234 | 01600 | 61772 | 57765 | 43965 | 60952 | 86606 | 47653 | 71502 | 85121 | 56804 | 03494 | 98302 |
| 8 | 67205 | 41113 | 34514 | 03273 | 95516 | 68365 | 79855 | 50202 | 66262 | 31348 | 37260 | 56557 | 15116 | 38645 |
| 9 | 06244 | 02595 | 08941 | 24615 | 92256 | 43007 | 05022 | 48195 | 91554 | 42525 | 30499 | 92203 | 70717 | 92685 |
| 10 | 46210 | 35683 | 67486 | 77091 | 58196 | 08010 | 54826 | 97006 | 76740 | 76343 | 93982 | 66126 | 91164 | 53560 |
| 11 | 80851 | 80252 | 02993 | 92649 | 12421 | 00480 | 53258 | 45140 | 57226 | 10428 | 36478 | 24600 | 01401 | 29179 |
| 12 | 74684 | 98726 | 87312 | 70956 | 49731 | 45504 | 70689 | 57849 | 77383 | 53581 | 05100 | 07629 | 04450 | 54826 |
| 13 | 82136 | 32120 | 31733 | 10371 | 01132 | 25110 | 67123 | 59517 | 89996 | 58905 | 75260 | 21509 | 87839 | 68376 |
| 14 | 73419 | 88893 | 89748 | 44745 | 46390 | 54781 | 31307 | 62656 | 69777 | 24494 | 91659 | 29133 | 46122 | 75769 |
| 15 | 66082 | 76594 | 77480 | 38397 | 64521 | 18712 | 50625 | 39027 | 39168 | 07835 | 13446 | 17758 | 19166 | 86050 |
| 16 | 72300 | 93912 | 87548 | 69024 | 17509 | 52647 | 64335 | 84663 | 79524 | 34618 | 72718 | 51651 | 10486 | 81509 |
| 17 | 46805 | 82648 | 27550 | 65291 | 27181 | 92637 | 13539 | 87601 | 15442 | 70131 | 62278 | 99491 | 41647 | 11029 |
| 18 | 59068 | 93270 | 15829 | 34926 | 46252 | 90487 | 92734 | 04850 | 90175 | 84906 | 46435 | 91518 | 86972 | 25705 |
| 19 | 63089 | 93954 | 30250 | 80347 | 81506 | 53768 | 75611 | 62054 | 89867 | 16083 | 45585 | 39555 | 96236 | 37875 |
| 20 | 54384 | 64888 | 28929 | 46575 | 08301 | 86288 | 52656 | 19225 | 65019 | 74795 | 25915 | 71637 | 49063 | 17695 |
| 21 | 41219 | 63211 | 39429 | 15290 | 78067 | 66741 | 08485 | 64653 | 87698 | 04983 | 47255 | 72768 | 90770 | 82930 |
| 22 | 20939 | 02271 | 71831 | 53134 | 73002 | 86087 | 98213 | 24484 | 08574 | 34915 | 03881 | 26259 | 83583 | 55337 |
| 23 | 66587 | 02998 | 73357 | 00128 | 97188 | 71660 | 47602 | 52022 | 28157 | 21602 | 30212 | 53762 | 94149 | 66526 |
| 24 | 71255 | 04641 | 38419 | 79552 | 62599 | 76281 | 10226 | 60287 | 16627 | 85028 | 41218 | 20667 | 63917 | 49254 |
| 25 | 08584 | 91510 | 57892 | 75011 | 49221 | 69960 | 90413 | 62400 | 23239 | 76854 | 66983 | 15964 | 70808 | 41341 |
| 26 | 31552 | 70340 | 48274 | 81006 | 74831 | 19177 | 49160 | 50762 | 89666 | 93535 | 12381 | 29770 | 33895 | 90381 |
| 27 | 02779 | 92197 | 83606 | 60964 | 65448 | 64964 | 19444 | 31357 | 16774 | 68021 | 46076 | 43831 | 09372 | 71527 |
| 28 | 22739 | 38348 | 29275 | 50087 | 91312 | 68984 | 37018 | 03447 | 05352 | 00798 | 61243 | 86397 | 98949 | 07622 |
| 29 | 21255 | 64526 | 97920 | 04791 | 77315 | 49905 | 74232 | 67222 | 89562 | 14683 | 81533 | 60057 | 31164 | 21824 |
| 30 | 95796 | 88317 | 77167 | 07879 | 03499 | 00804 | 27377 | 18693 | 75652 | 32509 | 38279 | 28588 | 16753 | 86119 |
| 31 | 75902 | 33821 | 35579 | 75020 | 78575 | 43912 | 99570 | 79216 | 04682 | 53316 | 95976 | 11938 | 56490 | 43868 |
| 32 | 36028 | 73731 | 05339 | 82203 | 22856 | 72459 | 00237 | 17627 | 50326 | 98629 | 71967 | 48402 | 61549 | 83717 |
| 33 | 06836 | 03795 | 80497 | 34107 | 29215 | 17117 | 69538 | 63274 | 96690 | 78884 | 38149 | 84592 | 67096 | 84551 |
| 34 | 35984 | 71052 | 01657 | 19690 | 99783 | 13513 | 37517 | 96508 | 49098 | 86592 | 10874 | 18125 | 00876 | 14549 |
| 35 | 87635 | 49443 | 55077 | 18157 | 20552 | 27316 | 12591 | 68157 | 34316 | 20447 | 53989 | 40096 | 69123 | 74210 |
| 36 | 41484 | 58832 | 43633 | 92072 | 54522 | 60783 | 05639 | 78371 | 20340 | 90174 | 90549 | 60250 | 80858 | 97632 |
| 37 | 65736 | 34031 | 37846 | 47294 | 50168 | 96397 | 50329 | 17390 | 04554 | 96190 | 02594 | 44229 | 24198 | 03064 |
| 38 | 16118 | 88260 | 28975 | 20036 | 77353 | 96179 | 08143 | 29222 | 57871 | 01292 | 52420 | 07130 | 11896 | 94088 |
| 39 | 62064 | 36947 | 31193 | 72328 | 10262 | 75428 | 50450 | 31620 | 17855 | 27018 | 75910 | 60965 | 39988 | 73389 |
| 40 | 23472 | 61332 | 48829 | 99113 | 90538 | 74066 | 38628 | 09270 | 72856 | 71411 | 78860 | 50745 | 42966 | 27424 |
| 41 | 05654 | 41781 | 99888 | 60787 | 56313 | 83221 | 82631 | 91989 | 32577 | 68175 | 24897 | 23456 | 16419 | 41727 |
| 42 | 83428 | 17512 | 78322 | 01942 | 42061 | 60659 | 32746 | 95367 | 20551 | 99885 | 79334 | 03732 | 97058 | 80356 |
| 43 | 65126 | 87369 | 56266 | 48697 | 33094 | 07522 | 92724 | 05676 | 91022 | 64262 | 24239 | 60242 | 01049 | 42945 |
| 44 | 28042 | 84729 | 34846 | 05880 | 34188 | 27048 | 30623 | 23204 | 05034 | 93136 | 19192 | 91674 | 47022 | 48523 |
| 45 | 53148 | 70847 | 48117 | 16103 | 83773 | 13224 | 76143 | 39148 | 06742 | 08298 | 52014 | 61711 | 79466 | 78334 |

# تابع جدول الأعداد العشوائية

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 46 | 13560 | 38973 | 76536 | 54464 | 57626 | 10247 | 67051 | 83850 | 93002 | 30930 | 83842 | 09990 | 39203 | 85693 |
| 47 | 74560 | 04842 | 75720 | 98173 | 35124 | 18019 | 70681 | 73624 | 86300 | 76894 | 55504 | 20022 | 27144 | 03239 |
| 48 | 27449 | 10887 | 55047 | 76702 | 62587 | 20131 | 63452 | 96127 | 15802 | 65271 | 74663 | 37237 | 95812 | 19427 |
| 49 | 44413 | 47571 | 63342 | 67062 | 19900 | 42511 | 71024 | 44364 | 02775 | 41081 | 33177 | 09580 | 71047 | 33820 |
| 50 | 64512 | 50481 | 41107 | 21553 | 86471 | 16380 | 45959 | 16065 | 75195 | 31120 | 33822 | 43200 | 82566 | 43078 |
| 51 | 00095 | 29635 | 33618 | 55201 | 12075 | 97285 | 80296 | 92250 | 92579 | 69296 | 68423 | 91353 | 35553 | 77036 |
| 52 | 09638 | 68500 | 84152 | 55279 | 29481 | 48723 | 87785 | 06304 | 53198 | 79425 | 41344 | 87395 | 54720 | 72911 |
| 53 | 08589 | 28972 | 20500 | 26761 | 61852 | 87387 | 17967 | 50345 | 20479 | 37841 | 16337 | 88163 | 38585 | 02798 |
| 54 | 54883 | 36854 | 75468 | 31821 | 08464 | 13393 | 24322 | 56872 | 39507 | 16845 | 92039 | 13209 | 47035 | 57686 |
| 55 | 15444 | 18858 | 69256 | 81949 | 85766 | 20284 | 15914 | 76382 | 25665 | 84484 | 36409 | 87271 | 14949 | 12069 |
| 56 | 71565 | 25235 | 48604 | 04697 | 60513 | 89675 | 34337 | 06619 | 67509 | 03365 | 67431 | 43725 | 60359 | 33823 |
| 57 | 92871 | 06972 | 97272 | 98081 | 58945 | 98039 | 47815 | 55173 | 93203 | 03385 | 58309 | 47970 | 27985 | 73782 |
| 58 | 68849 | 33525 | 22034 | 44200 | 90628 | 39212 | 75363 | 00247 | 96303 | 51838 | 99956 | 34321 | 85809 | 87275 |
| 59 | 98827 | 81751 | 86350 | 27162 | 56861 | 00566 | 32360 | 52560 | 05152 | 97370 | 29229 | 98503 | 44100 | 59854 |
| 60 | 66803 | 20412 | 23097 | 36884 | 14158 | 51578 | 82839 | 04323 | 01877 | 91180 | 22403 | 31175 | 67942 | 14508 |
| 61 | 41516 | 62122 | 37492 | 78385 | 08100 | 01107 | 49028 | 80607 | 92813 | 75169 | 25796 | 12643 | 75026 | 04170 |
| 62 | 12162 | 72695 | 70213 | 28844 | 94220 | 04677 | 63128 | 96254 | 60006 | 42148 | 63974 | 24739 | 46064 | 93416 |
| 63 | 13274 | 51517 | 40925 | 25926 | 47062 | 06867 | 80018 | 43394 | 68316 | 19197 | 74832 | 95805 | 26126 | 29623 |
| 64 | 52918 | 26336 | 17452 | 70092 | 22425 | 68294 | 14624 | 12683 | 60030 | 18091 | 76824 | 45533 | 29768 | 59678 |
| 65 | 30361 | 58894 | 77995 | 22650 | 20266 | 21791 | 25773 | 37748 | 38058 | 73835 | 57440 | 33610 | 24749 | 56691 |
| 66 | 46377 | 07121 | 20251 | 41301 | 07635 | 66029 | 80470 | 25523 | 16429 | 40640 | 40041 | 79302 | 98712 | 95368 |
| 67 | 27423 | 28968 | 39623 | 90457 | 26780 | 14540 | 15082 | 90327 | 56459 | 77107 | 60727 | 26328 | 59556 | 93557 |
| 68 | 73886 | 44934 | 65197 | 86001 | 51613 | 92940 | 24998 | 35378 | 35732 | 05469 | 05791 | 07309 | 23107 | 37543 |
| 69 | 70336 | 30279 | 09961 | 58625 | 11044 | 73699 | 32481 | 85490 | 58333 | 12277 | 98355 | 86413 | 87883 | 23945 |
| 70 | 97903 | 34498 | 31282 | 11249 | 13179 | 41489 | 87962 | 89071 | 61922 | 02704 | 83626 | 67269 | 26568 | 09110 |
| 71 | 86205 | 97851 | 61543 | 40666 | 78098 | 05621 | 86072 | 21202 | 84985 | 65253 | 09306 | 56791 | 86227 | 73343 |
| 72 | 70718 | 31353 | 96295 | 21718 | 03495 | 83149 | 48733 | 21496 | 68430 | 91459 | 18409 | 86552 | 53261 | 30280 |
| 73 | 79073 | 05288 | 57087 | 27201 | 29661 | 08888 | 42984 | 96272 | 93656 | 50805 | 32057 | 36231 | 03532 | 64408 |
| 74 | 37479 | 85240 | 68508 | 36333 | 90080 | 46063 | 78129 | 96854 | 65844 | 71369 | 15432 | 66145 | 29223 | 87139 |
| 75 | 56009 | 81470 | 06181 | 98341 | 92406 | 61704 | 57770 | 28984 | 92858 | 88178 | 80042 | 83674 | 23736 | 64497 |
| 76 | 97012 | 75201 | 16764 | 31720 | 59414 | 81005 | 63959 | 15445 | 12347 | 71939 | 23651 | 29846 | 20962 | 77463 |
| 77 | 89839 | 94534 | 78223 | 94989 | 54376 | 61163 | 21914 | 19430 | 86856 | 38116 | 83201 | 10117 | 77879 | 04504 |
| 78 | 81048 | 37891 | 24924 | 18757 | 54550 | 54788 | 72430 | 24611 | 18643 | 55647 | 11806 | 78567 | 76679 | 58222 |
| 79 | 96743 | 96838 | 50696 | 57648 | 15325 | 72557 | 77193 | 50894 | 33206 | 44420 | 37986 | 84257 | 02031 | 65384 |
| 80 | 87649 | 00751 | 47483 | 48564 | 13103 | 20941 | 49793 | 68972 | 27994 | 75845 | 84616 | 37040 | 97110 | 95953 |
| 81 | 18173 | 87553 | 45854 | 18750 | 16506 | 57202 | 60428 | 61710 | 35887 | 19879 | 49893 | 04512 | 62556 | 63742 |
| 82 | 27613 | 72032 | 94334 | 38239 | 00395 | 05486 | 96365 | 01758 | 99314 | 41866 | 25760 | 74573 | 72169 | 25744 |
| 83 | 67517 | 04195 | 89100 | 21434 | 52923 | 90818 | 09206 | 19493 | 00233 | 62413 | 39127 | 76457 | 39419 | 35023 |
| 84 | 23574 | 88907 | 08133 | 85126 | 84643 | 94128 | 89259 | 18791 | 71035 | 84179 | 82500 | 92193 | 31383 | 34150 |
| 85 | 98721 | 90145 | 05695 | 14882 | 11827 | 56881 | 14143 | 68069 | 88481 | 08328 | 58607 | 81737 | 11660 | 96892 |
| 86 | 85556 | 83652 | 92934 | 55451 | 94792 | 45056 | 50732 | 83305 | 46303 | 37510 | 15539 | 52534 | 47250 | 75231 |
| 87 | 63282 | 48334 | 46961 | 05993 | 16605 | 63422 | 23375 | 44298 | 16226 | 10617 | 96722 | 42776 | 53376 | 94366 |
| 88 | 34033 | 36344 | 41107 | 77495 | 73985 | 79352 | 14844 | 44334 | 30781 | 16339 | 38031 | 28104 | 60054 | 05725 |
| 89 | 75567 | 31423 | 72507 | 48162 | 30150 | 44912 | 76250 | 12017 | 12136 | 47687 | 90279 | 67127 | 83889 | 87957 |
| 90 | 45101 | 69475 | 96924 | 76548 | 57756 | 14741 | 26052 | 42807 | 52824 | 61981 | 87866 | 35512 | 23771 | 43130 |

**أودع في مكتبة الوزارة تحت رقم (٥٢) بتاريخ ١٠/ ٥/ ٢٠١٥ م**

شركة مطابع الرسالة - الكويت