الوحدة الثانية: الارتباط والانحدار

(٢-١): الارتباط

(٢-١-أ) المخطط الانتشاري

(٢-١-ب) مُعامل الارتباط الخطي.

(٢-٢): الانحدار

KuwaitMath.com

مقدمة الوحدة

في هذه الوحدة سوف نحدّد العلاقات التي تربط بين المتغيرات، على سبيل المثال:

- كيف تعتمد مبيعات منتج ما على السعر الذي يدفعه المستهلك؟
- كيف يمكن لمادة ما أن تتأثر بدرجات الحرارة المعرضة لها؟
- إلى أي مدى تتضرر المعادن من جراء التلوث؟
- ما مدى قوّة العلاقة بين التضخم ومعدلات التوظيف؟
- كيف يمكننا توقع المحاصيل الزراعية من خلال كمية الأسمدة المستخدمة؟

وبالتالي، نجد نوعين من المسائل التي سوف نعالجها في هذه الوحدة:

- الارتباط حيث المسائل تتضمن قياس قوة العلاقة.
- الانحدار حيث المسائل تعنى بشكل العلاقة وطبيعتها.

KuwaitMath.com

مشروع الوحدة

شجّع الطلاب للقيام بدراسة عن عوارض ضغط الدم عند المسنين وأصحاب السمنة المرتفعة. اطلب إليهم قبل البدء بالمشروع الاجتماع مع معلم علم الأحياء لمناقشة وإستيضاح نقاط تتعلق بضغط الدم.

إجابات «أسئلة حول التطبيق»

تتنوع الإجابات وذلك بحسب حجم العينة التي سيختارها الطلاب.

التقرير

يجب أن يتضمن التقرير تفاصيل واضحة عن أوزان الأشخاص ومعدلات ضغط الدم لكل واحد والحسابات المتعلقة بالقوانين الموضوعة ومخططات الانتشار مع الإقتراحات والنصائح.

سلّم التقييم	
٤	مخططات الانتشار واضحة وسليمة بالكامل الحسابات دقيقة – التقرير مفصل وموضوعي.
٣	مخططات الانتشار بمعظمها واضحة قليل من الأخطاء في الحسابات – معظم التقرير مفصل ومعبّر.
٢	معظم مخططات الانتشار غير سليمة أخطاء كثيرة في الحسابات – التقرير غير مفصل وبحاجة إلى إعادة صياغة.
١	معظم عناصر المشروع ناقصة ويجب إعادتها.

KuwaitMath.com

٢ـ١: الارتباط

١ الأهداف

- يعرف الارتباط.
- يرسم مخطط الانتشار.
- يوجد مُعامل ارتباط بيرسون.
- يحلل قيمة مُعامل الارتباط.

٢ المفردات والمفاهيم الجديدة

الارتباط – مخطط الانتشار – مُعامل الارتباط – مُعامل ارتباط بيرسون – نزعات الاتجاه.

٣ الأدوات والوسائل

آلة حاسبة – حاسوب – جهاز إسقاط (Data Show).

٤ التمهيد

اطلب إلى الطلاب الإجابة عن الأسئلة التالية:

ارسم مخطط الانتشار الذي يوضح البيانات التالية:

(أ)

س	٣	٤	٥	٦	٧	٨
ص	١,١	١,٥	٢	٢,٢	٢,٣	٢,٨

(ب)

س	١٥	١٤	١٥	١٣	١٤	١٥
ص	١	٦	٤	٢	٣	٥

ماذا تلاحظ في العلاقة بين س، ص على كل مخطط انتشار؟

١–٢

الارتباط

Correlation

سوف تتعلم
- مفهوم الارتباط.
- رسم مخطط الانتشار.
- إيجاد مُعامل ارتباط بيرسون.
- تحليل قيمة مُعامل الارتباط.
- توقع قيمة أحد المتغيرين.

دعنا نفكر ونتناقش

هل تساءلت يومًا: كيف تحسب العلاقة بين الطول والوزن؟
ما الذي يربط بين التدخين والإصابة بمرض السرطان؟
كيف نجد رابطًا بين وزن سيارة واستهلاكها للوقود؟
كيف يتغيّر سعر الذهب مع تغير قيمة الدولار الأمريكي؟
وما هي أفضل وسيلة للتقدير لنقترب من الحقيقة؟

الارتباط Correlation

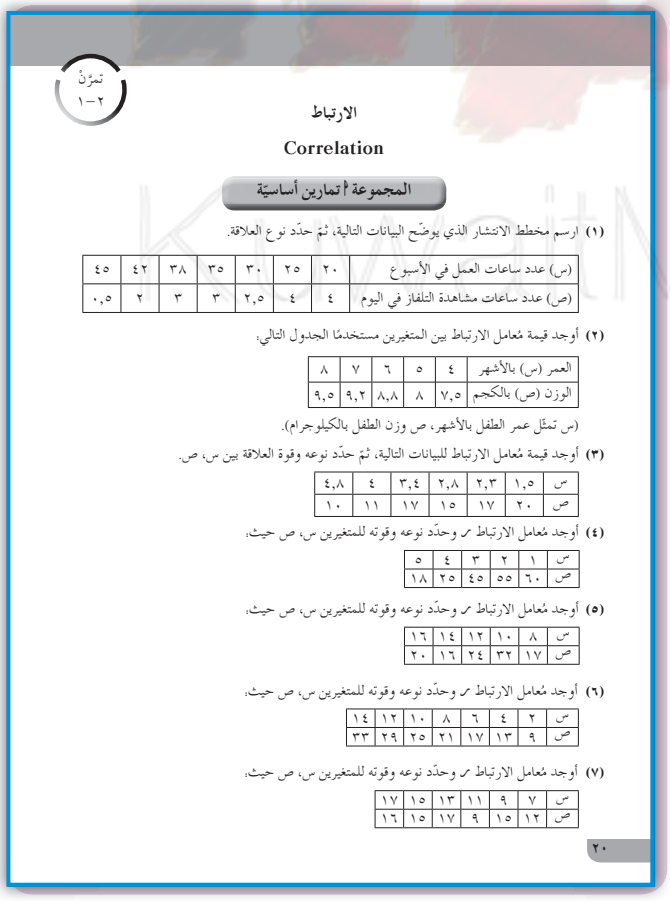
من دراستنا السابقة تمّ عرض بعض المقاييس الإحصائية، مثل: مقاييس النزعة المركزية (المتوسط الحسابي – الوسيط – المنوال) ومقاييس التشتت (المدى – التباين – الانحراف المعياري).
نلاحظ أن هذه المقاييس كانت تصف شكل البيانات التي تمّ جمعها من ظاهرة إحصائية واحدة أي من متغير واحد والذي يمكن الحصول عليه من العينة. بينما يقابلنا في حياتنا العملية مواقف كثيرة تتضمن متغيرين (ظاهرتين) أو أكثر ويكون تساؤلنا: هل هناك علاقة بين هذه المتغيرات؟ وما هو شكل هذه العلاقة؟ وأيضًا كيف يمكن التنبؤ بقيمة أحد هذين المتغيرين إذا علم قيمة المتغير الآخر؟ وكثيرًا ما يرى الباحثون ضرورة دراسة العلاقة بين متغيرين (ظاهرتين) كما يتضح من الأمثلة التالية:

- الطول والوزن.
- التدخين والإصابة بمرض السرطان.
- وزن سيارة واستهلاكها للوقود.
- الإنفاق والدخل.
- سعر السلعة والكمية المعروضة منها.
- العمر وضغط الدم.

والأمثلة في هذا المجال كثيرة ومتعددة، ولدراسة العلاقة بين هذه الظواهر ندرس ما يسمى الارتباط.

تعريف: الارتباط
هو العلاقة بين متغيرين.

٤٠



تمرّنْ ١–٢

الارتباط

Correlation

المجموعة أ تمارين أساسيّة

(١) ارسم مخطط الانتشار الذي يوضّح البيانات التالية، ثمّ حدّد نوع العلاقة.

(س) عدد ساعات العمل في الأسبوع	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥	٣٨	٤٢	٤٥
(ص) عدد ساعات مشاهدة التلفاز في اليوم	٤	٤	٢,٥	٣	٣	٢	٠,٥

(٢) أوجد قيمة مُعامل الارتباط بين المتغيرين مستخدمًا الجدول التالي:

العمر (س) بالأشهر	٤	٥	٦	٧	٨
الوزن (ص) بالكجم	٧,٥	٨	٨,٨	٩,٢	٩,٥

(س تمثّل عمر الطفل بالأشهر، ص وزن الطفل بالكيلوجرام).

(٣) أوجد قيمة مُعامل الارتباط للبيانات التالية، ثمّ حدّد نوعه وقوة العلاقة بين س، ص.

س	١,٥	٢,٣	٢,٨	٣,٤	٤	٤,٨
ص	٢٠	١٧	١٥	١٧	١١	١٠

(٤) أوجد مُعامل الارتباط ر وحدّد نوعه وقوته للمتغيرين س، ص حيث:

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	٦٠	٥٥	٤٥	٢٥	١٨

(٥) أوجد مُعامل الارتباط ر وحدّد نوعه وقوته للمتغيرين س، ص حيث:

س	٨	١٠	١٢	١٤	١٦
ص	١٧	٣٢	٢٤	١٦	٢٠

(٦) أوجد مُعامل الارتباط ر وحدّد نوعه وقوته للمتغيرين س، ص حيث:

س	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤
ص	٩	١٣	١٧	٢١	٢٥	٢٩	٣٣

(٧) أوجد مُعامل الارتباط ر وحدّد نوعه وقوته للمتغيرين س، ص حيث:

س	٧	٩	١١	١٣	١٥	١٧
ص	١٢	١٥	٩	١٧	١٥	١٦

٢٠

٥ التدريس

يجب البدء بتعريف الارتباط على أنه نوع العلاقة بين متغيرين إن وجدت والتوضيح للطلاب أنه لا يجب الاكتفاء بالقول إنّه يوجد ارتباط بل يجب قياسه ورؤيته باستخدام قواعد موضحة في هذا الدرس. ذكّر الطلاب بأنهم في هذا الدرس سوف يتعلمون فقط الارتباط الخطي.

في الأمثلة (٢)، (٣)

تبيّن مخططات الانتشار المختلفة كيف يكون توزيع البيانات عندما تكون العلاقة خطيّة، طرديّة، غير خطيّة أو غير موجودة.

في الأمثلة من (٤) إلى (٩)

توضّح هذه الأمثلة عملية إيجاد مُعامل ارتباط بين متغيرين من خلال احتساب جميع مكوّنات المُعامل، ومن ثمّ استبدال قيمها في القانون. نبّه الطلاب أنه لا يكفي فقط رسم مخطط الانتشار، بل عليهم قياس مُعامل الارتباط ر (مُعامل ارتباط بيرسون) وبأنه يجب الانتباه جيّدًا إلى الفرق بين $\Sigma س^2$ و$(\Sigma س)^2$.

يجب على المعلم أن يفسّر للطلاب قيمة مُعامل الارتباط ر، حيث: $-١ \leq ر \leq ١$ ويدعوهم لقراءة خواص مُعامل الارتباط الخطي ر في صفحة ٤٥ من كتاب الطالب.

سنرمز للمتغير الأول بالرمز «س»، وهو المتغير الذي يتم تحديده من قبل الباحث القائم بالدراسة ويسمى «بالمتغير المستقل».

ونرمز للمتغير الثاني بالرمز «ص»، وهذا المتغير غير مستقل بذاته لأن نتيجته مرتبطة بالمتغير المستقل ولذلك يسمى «بالمتغير التابع».

(٢-١-أ) المخطط الانتشاري Scatter Plot

تعريف: المخطط الانتشاري

هو عبارة عن تمثيل بياني لعدد من الأزواج المرتبة (س، ص) تستخدم لوصف العلاقة بين المتغيرين.

مثال (١)

الجدول التالي يوضح العلاقة بين طول اللاعب (س) ومعدّل المتابعات (ص)، لسبعة لاعبين في مباراة كرة السلة.

طول اللاعب (بالسنتيمتر) (س)	١٧٠	١٧٥	١٨٠	١٨٥	١٩٠	١٩٥	٢٠٠
معدل المتابعات (ص)	٣	٤	٥	٥	٧	١٠	١١

المطلوب: ارسم المخطط الانتشاري.

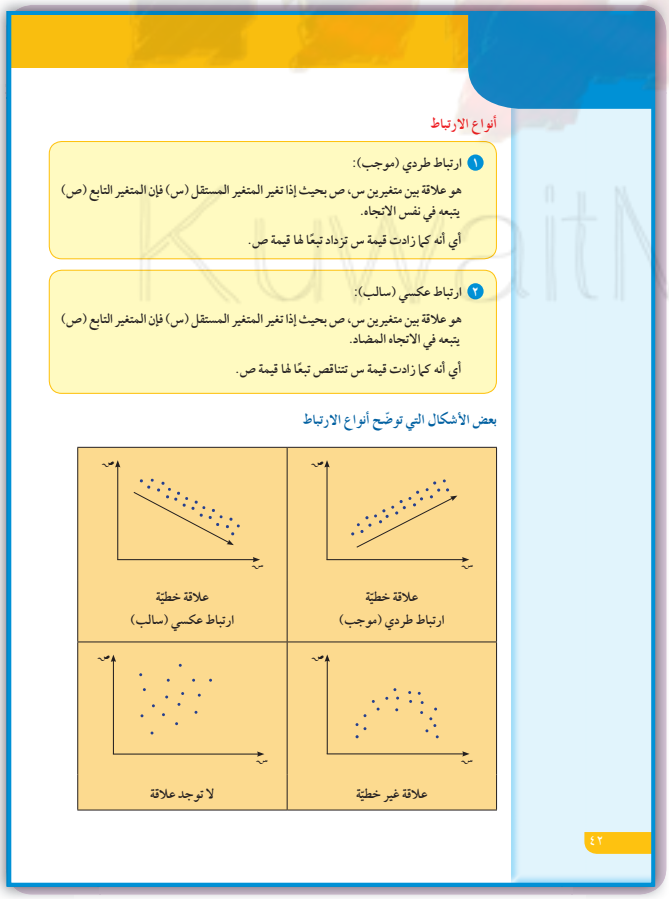
الحل:

حاول أن تحل

١ ارسم مخطط الانتشار الذي يوضّح البيانات التالية:

س	١٠٠	١١٠	١٢٠	١٣٠	١٤٠	١٦٠	١٧٠	١٨٠	١٩٠
ص	٢٢	٢٠	٢٠	١٩	١٨	١٧	١٥	١٦	١٤

٤١



أنواع الارتباط

١ ارتباط طردي (موجب):

هو علاقة بين متغيرين س، ص بحيث إذا تغير المتغير المستقل (س) فإن المتغير التابع (ص) يتبعه في نفس الاتجاه.

أي أنه كما زادت قيمة س تزداد تبعًا لها قيمة ص.

٢ ارتباط عكسي (سالب):

هو علاقة بين متغيرين س، ص بحيث إذا تغير المتغير المستقل (س) فإن المتغير التابع (ص) يتبعه في الاتجاه المضاد.

أي أنه كما زادت قيمة س تتناقص تبعًا لها قيمة ص.

بعض الأشكال التي توضّح أنواع الارتباط

٤٢

KuwaitMath.com

في المثال (١٠)

يوضّح هذا المثال بعد احتساب قيمة ر = −٠,٨٨٤٠، كيف يمكن القول بأنّ العلاقة بين درجات مادة الإحصاء ودرجات مادة التاريخ هي علاقة عكسيّة قويّة.

٦ الربط

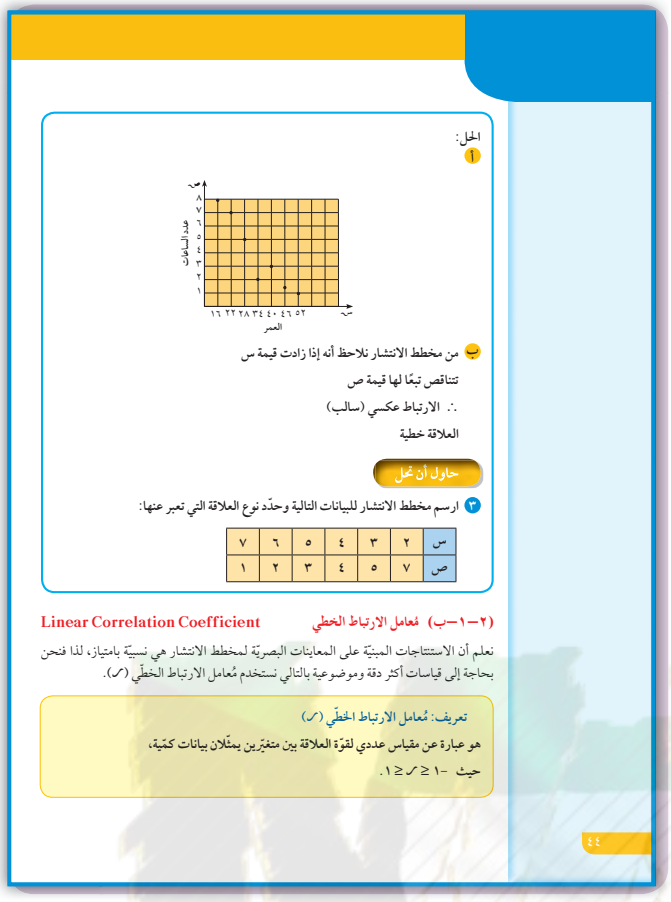
الأمثلة (١)، (٣)، (٧)، (١٠) وفقرات «حاول أن تحل» تبيّن المواقف الحياتية الّتي يمكن أن يستخدم فيها الارتباط وقياسه.

٧ أخطاء متوقّعة ومعالجتها

من المهم ألا يخلط الطلاب بين $\Sigma س^2$ و$(\Sigma س)^2$، لذا يجب إعطاء الطلاب أمثلة حسابيّة متعددة لتخطي هذه المشكلة.

٨ التقييم

تابع الطلاب وهم يحلون فقرات «حاول أن تحل»، وركّز على تفسيرهم للإجابات.



الحل:

١

ب من مخطط الانتشار نلاحظ أنه إذا زادت قيمة س

تتناقص تبعًا لها قيمة ص

∴ الارتباط عكسي (سالب)

العلاقة خطية

حاول أن تحل

٣ ارسم مخطط الانتشار للبيانات التالية وحدّد نوع العلاقة التي تعبر عنها:

س	٢	٣	٤	٥	٦	٧
ص	٧	٥	٤	٣	٢	١

(٢-١-ب) معامل الارتباط الخطي Linear Correlation Coefficient

نعلم أن الاستنتاجات المبنيّة على المعاينات البصريّة لمخطط الانتشار هي نسبيّة بامتياز، لذا فنحن بحاجة إلى قياسات أكثر دقة وموضوعية بالتالي نستخدم مُعامل الارتباط الخطّي (ر).

تعريف: مُعامل الارتباط الخطّي (ر)

هو عبارة عن مقياس عددي لقوّة العلاقة بين متغيّرين يمثّلان بيانات كمّية،

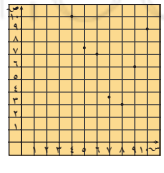
حيث $-١ \leq ر \leq ١$.

مثال (٢)

ارسم مخطط الانتشار للبيانات التالية وحدّد نوع العلاقة الّتي تعبّر عنها.

س	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
ص	١٠	٧,٥	٧	٣,٥	٣	٦	٩

الحل:



لا توجد علاقة.

حاول أن تحل

٢ ارسم مخطط الانتشار للبيانات التالية وحدّد نوع العلاقة التي تعبّر عنها.

س	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
ص	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤

مثال (٣)

البيانات التالية تبيّن العلاقة بين عمر الشخص وعدد ساعات التمرينات الرياضية التي يقوم بها:

العمر (س)	١٦	٢٢	٢٨	٣٤	٤٠	٤٦	٥٢
عدد ساعات التمرينات (ص)	٨	٧	٥	٢	٣	١,٥	١

١ ارسم مخطط الانتشار.

ب حدّد نوع العلاقة.

خواص مُعامل الارتباط (ر)

١ $-١ \leq ر \leq ١$ أو $ر \in [-١ ، ١]$.

٢ إذا كانت ر = ١ يكون الارتباط طردي (موجب) تام.

٣ إذا كانت ر = −١ يكون الارتباط عكسي (سالب) تام.

٤ إذا كانت ر = ٠ ينعدم الارتباط.

٥ إذا كانت $ر \in [٠,٧ ، ١)$ يكون الارتباط طردي (موجب) قوي.

٦ إذا كانت $ر \in [٠,٥ ، ٠,٧)$ يكون الارتباط طردي (موجب) متوسط.

٧ إذا كانت $ر \in (٠ ، ٠,٥)$ يكون الارتباط طردي (موجب) ضعيف.

٨ إذا كانت $ر \in (-٠,٥ ، ٠)$ يكون الارتباط عكسي (سالب) ضعيف.

٩ إذا كانت $ر \in (-٠,٧ ، -٠,٥]$ يكون الارتباط عكسي (سالب) متوسط.

١٠ إذا كانت $ر \in (-١ ، -٠,٧]$ يكون الارتباط عكسي (سالب) قوي.

معامل ارتباط بيرسون Pearson Correlation Coefficient

$$ر = \frac{\Sigma(س - \overline{س})(ص - \overline{ص})}{ن \, ع_س \, ع_ص}$$ حيث:

$$ع_س = \sqrt{\frac{\Sigma(س - \overline{س})^2}{ن}}$$ حيث $ع_س$ (الانحراف المعياري للمتغير س)

$$ع_ص = \sqrt{\frac{\Sigma(ص - \overline{ص})^2}{ن}}$$ حيث $ع_ص$ (الانحراف المعياري للمتغير ص)

$$ر = \frac{\Sigma(س - \overline{س})(ص - \overline{ص})}{\sqrt{ن\Sigma(س - \overline{س})^2} \sqrt{ن\Sigma(ص - \overline{ص})^2}}$$

اختبار سريع

ادرس العلاقة بين المتغيّرين س، ص التاليين:

س	١٣,٥	١٤	١٢	١١	١٥	١٣
ص	٧	٧,٥	٦	٤	١٠	٧

$\Sigma س = ٧٨,٥$ ، $\Sigma س^{٢} = ١٠٣٧,٢٥$

$(\Sigma س)^{٢} = ٦١٦٢,٢٥$

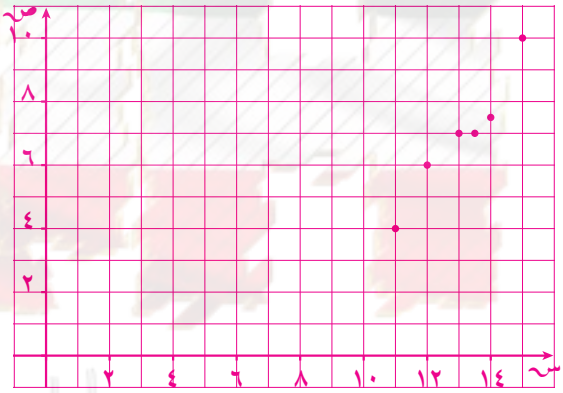
$\Sigma ص = ٤١,٥$ ، $\Sigma ص^{٢} = ٣٠٦,٢٥$

$(\Sigma ص)^{٢} = ١٧٢٢,٢٥$

$\Sigma س ص = ٥٥٦,٥$ ، $ن = ٦$

$ر \approx ٠,٩٦٧٣$ الارتباط طردي موجب قوي.

مخطط الانتشار



مثال (٤)

من الجدول المقابل:

س	٧	٤	٢	١	١
ص	٢٣	١٥	٨	٥	٤

(أ) أوجد مُعامل الارتباط ر.

(ب) حدّد نوع وقوة الارتباط.

الحل:

(أ) مُعامل الارتباط: $ر = \frac{\Sigma(س - \overline{س})(ص - \overline{ص})}{\sqrt{\Sigma(س - \overline{س})^{٢}} \sqrt{\Sigma(ص - \overline{ص})^{٢}}}$

س	ص	س − $\overline{س}$	ص − $\overline{ص}$	(س − $\overline{س}$)²	(ص − $\overline{ص}$)²	(س − $\overline{س}$)(ص − $\overline{ص}$)
٧	٢٣	٤	١٢	١٦	١٤٤	٤٨
٤	١٥	١	٤	١	١٦	٤
٢	٨	−١	−٣	١	٩	٣
١	٥	−٢	−٦	٤	٣٦	١٢
١	٤	−٢	−٧	٤	٤٩	١٤
المجموع	$\Sigma س = ١٥$		$\Sigma ص = ٥٥$	$\Sigma(س - \overline{س})^{٢} = ٢٦$	$\Sigma(ص - \overline{ص})^{٢} = ٢٥٤$	$\Sigma(س - \overline{س})(ص - \overline{ص}) = ٨١$

$\because \overline{س} = \frac{\Sigma س}{ن} = \frac{١٥}{٥} = ٣$ ، $\overline{ص} = \frac{\Sigma ص}{ن} = \frac{٥٥}{٥} = ١١$

$\therefore$ مُعامل الارتباط $= \frac{٨١}{\sqrt{٢٦} \times \sqrt{٢٥٤}} \approx ٠,٩٩٦٨$

(ب) نوع الارتباط: طردي موجب قوي.

حاول أن تحل

(٤) يبيّن الجدول التالي العلاقة بين وزن مولود جديد وطوله خلال فترة محددة من الزمن.

الوزن (كجم)	٢,١	٢,٩	٣,٢	٣,٨	٤,١
الطول (سم)	٥٨	٦٥	٦٨	٧١	٧٥

(أ) أوجد مُعامل الارتباط ر.

(ب) حدّد نوع وقوة الارتباط.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) توضح البيانات في الجدول التالي درجات مادة الرياضيات، ودرجات مادة الفلسفة لستة طلاب في إحدى المدارس، حيث النهاية العظمى ١٠ درجات لكل مادة.

(س) درجات الرياضيات	٦	٨	٤	٥	٣,٥	٧
(ص) درجات الفلسفة	٦,٥	٧	٤,٥	٥	٤	٦,٧

(أ) ارسم مخطط الانتشار المناسب.

(ب) احسب مُعامل الارتباط، ثمّ حدّد نوع العلاقة.

(٢) عندما تمّ تخدير عيّنة من ثمانية دببة ذكور، قام الباحثون بقياس محيط الصدر بالسنتيمتر ووزن الدببة بالكيلوجرام. فجاءت النتائج كما هو موضح في الجدول أدناه.

محيط الصدر س(سم)	٦٦	١١٤	١٣٧	١٢٤	١٠٤	١٢٥	١١٢	٤٨
وزن الدببة ص (كجم)	٤١	١٥٦	١٨٩	١٥٨	١١٩	١٦٣	١٥٠	١٥

بناءً على هذه النتائج، هل وزن الدببة متعلّق بمحيط الصدر؟

(٣) يوضّح الجدول أدناه أوزان السيارات الجديدة (بمئات الكيلوجرامات)، ومعدلات استهلاكها للوقود على الطرقات السريعة (بالكيلومتر/لتر).

وزن السيارة س (بمئات الكيلوجرامات)	١٣	١٦	٢٠	١٢,٥	١١	١٥,٥	١٣,٥	١٥	١٣	١١
معدل استهلاك الوقود ص (بالكيلومتر/لتر)	١١٧	١٠٢	٩٥	١١٠	١١٧	١١٠	١٠٦	١٠٦	١٠٦	١٢٥

استنادًا إلى النتائج، هل كمية استهلاك الوقود مرتبطة بثقل السيارة؟

(٤) حدّد نوع العلاقة بين المتغيرين التاليين مستخدمًا الطريقة التي تريدها.

س	٣	٢,١	٢,٥	٤,٥	٦,١	٥,٤
ص	١١٠	١٢٠	١١٥	١٠٧	٨٧	٩٠

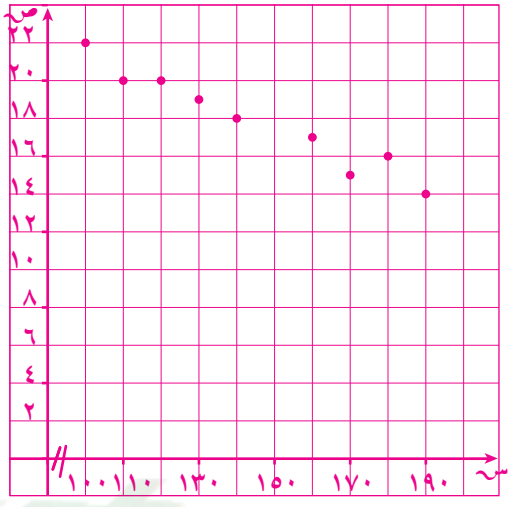
(٥) أوجد قيمة مُعامل الارتباط، ثمّ حدد نوعه وقوته.

(س) عدد أفراد الأسرة الواحدة	٣	٤	٥	٦	٧	٨
(ص) مصروف المنزل أسبوعيًا	٢٥٠	٢٦٥	٢٧٣	٢٩٥	٣١٥	٣٣٠

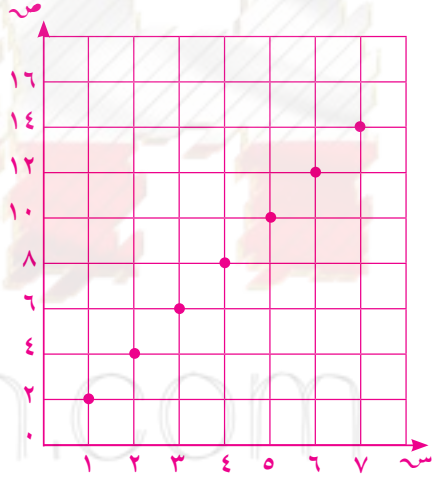
٩ إجابات وحلول

«حاول أن تحل»

١



٢ علينا رسم مخطّط الانتشار.



ارتباط طردي (موجب)
العلاقة خطية

نلاحظ من خلال شكل المخطط الانتشاري أن العلاقة خطيّة والارتباط طردي (موجب).

مثال (٥)

أوجد مُعامل الارتباط ر وحدّد نوعه وقوته للمتغيرين س ، ص حيث :

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	١	−١	−٤	−٦	−٥

الحل:

$$\text{مُعامل الارتباط: } ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2} \sqrt{\sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

س	ص	س − $\bar{س}$	ص − $\bar{ص}$	$(س - \bar{س})^2$	$(ص - \bar{ص})^2$	$(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$
١	١	−٢	٤	٤	١٦	−٨
٢	−١	−١	٢	١	٤	−٢
٣	−٤	٠	−١	٠	١	٠
٤	−٦	١	−٣	١	٩	−٣
٥	−٥	٢	−٢	٤	٤	−٤
المجموع	$\sum س = ١٥$	$\sum ص = -١٥$		$\sum (س - \bar{س})^2 = ١٠$	$\sum (ص - \bar{ص})^2 = ٣٤$	$\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = -١٧$

$$\because \bar{س} = \frac{\sum س}{ن} = \frac{١٥}{٥} = ٣ \text{ ، } \bar{ص} = \frac{\sum ص}{ن} = \frac{-١٥}{٥} = -٣$$

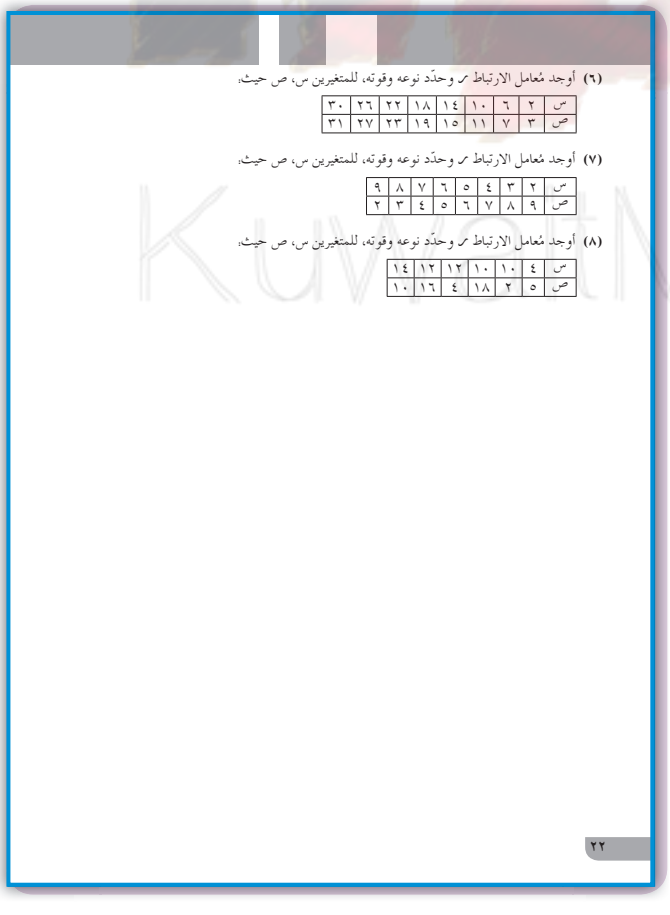
$$\therefore \text{ مُعامل الارتباط: } ر = \frac{-١٧}{\sqrt{١٠} \times \sqrt{٣٤}} \approx -٠,٩٢٢٠$$

نوع الارتباط: عكسي سالب قوي.

حاول أن تحل

٥ أوجد مُعامل الارتباط ر وحدد نوعه وقوته للمتغيرين س ، ص حيث:

س	٨	١٠	٦	٤	١٥	١٣	٥	١١	٩
ص	١٥٠	١٦٠	١٥٠	١٣٠	١٦٠	١٨٠	١٢٠	١٦٠	١٥٠



(٦) أوجد مُعامل الارتباط ر وحدّد نوعه وقوته، للمتغيرين س، ص حيث:

س	٢	٦	١٠	١٤	١٨	٢٢	٢٦	٣٠
ص	٣	٧	١١	١٥	١٩	٢٣	٢٧	٣١

(٧) أوجد مُعامل الارتباط ر وحدّد نوعه وقوته، للمتغيرين س، ص حيث:

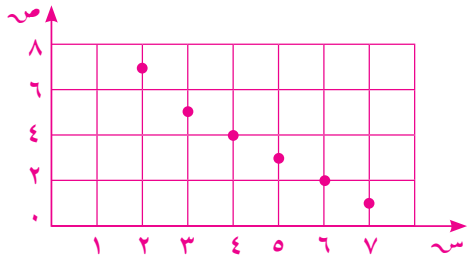
س	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
ص	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢

(٨) أوجد مُعامل الارتباط ر وحدّد نوعه وقوته، للمتغيرين س، ص حيث:

س	٤	١٠	١٠	١٢	١٢	١٤
ص	٥	٢	١٨	٤	١٦	١٠

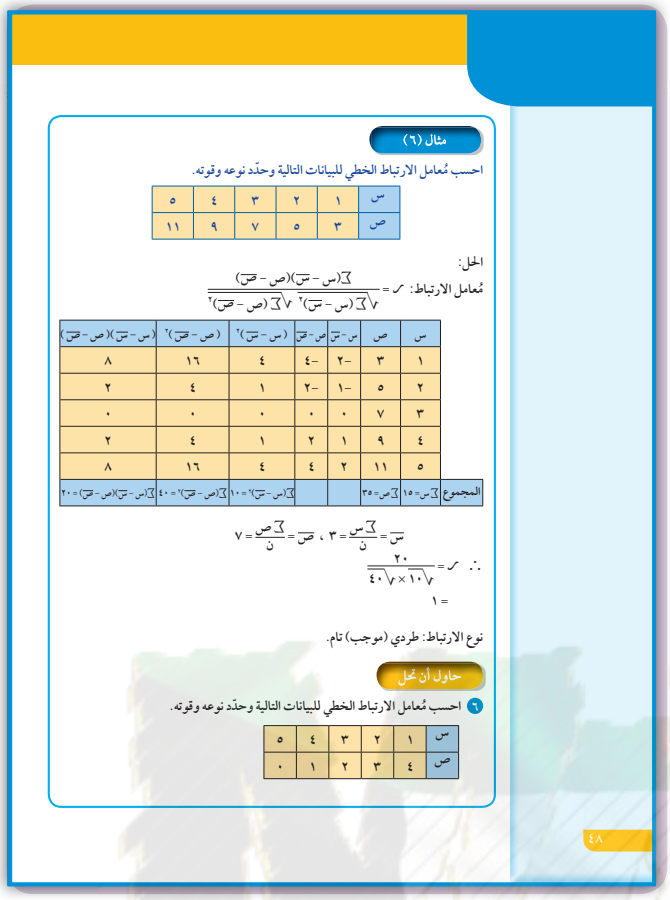
KuwaitMath.com

٣



ارتباط عكسي (سالب)
العلاقة خطية

نلاحظ من خلال شكل المخطط الانتشاري أن العلاقة خطيّة والارتباط عكسيّ (سالب).



مثال (٦)

احسب مُعامل الارتباط الخطي للبيانات التالية وحدّد نوعه وقوته.

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	٣	٥	٧	٩	١١

الحل:

$$\text{مُعامل الارتباط: } ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2} \sqrt{\sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

س	ص	$س - \bar{س}$	$ص - \bar{ص}$	$(س - \bar{س})^2$	$(ص - \bar{ص})^2$	$(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$
١	٣	-٢	-٤	٤	١٦	٨
٢	٥	-١	-٢	١	٤	٢
٣	٧	٠	٠	٠	٠	٠
٤	٩	١	٢	١	٤	٢
٥	١١	٢	٤	٤	١٦	٨
المجموع	$\sum س = ١٥$	$\sum ص = ٣٥$		$\sum (س - \bar{س})^2 = ١٠$	$\sum (ص - \bar{ص})^2 = ٤٠$	$\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ٢٠$

$$\bar{س} = \frac{\sum س}{ن} = ٣ \text{ ، } \bar{ص} = \frac{\sum ص}{ن} = ٧$$

$$\therefore ر = \frac{٢٠}{\sqrt{١٠ \times ٤٠}}$$

$$= ١$$

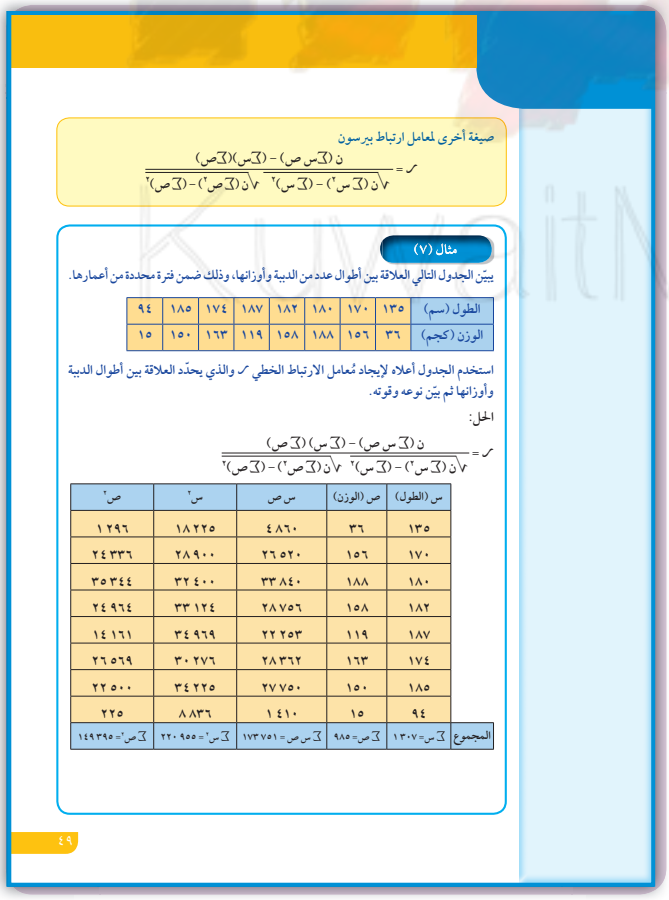
نوع الارتباط: طردي (موجب) تام.

حاول أن تحل

٦ احسب مُعامل الارتباط الخطي للبيانات التالية وحدّد نوعه وقوته.

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	٤	٣	٢	١	٠

٤٨



صيغة أخرى لمعامل ارتباط بيرسون

$$ر = \frac{ن(\sum س ص) - (\sum س)(\sum ص)}{\sqrt{ن(\sum س^2) - (\sum س)^2} \sqrt{ن(\sum ص^2) - (\sum ص)^2}}$$

مثال (٧)

يبيّن الجدول التالي العلاقة بين أطوال عدد من الدببة وأوزانها، وذلك ضمن فترة محددة من أعمارها.

الطول (سم)	١٣٥	١٧٠	١٨٠	١٨٢	١٨٧	١٧٤	١٨٥	٩٤
الوزن (كجم)	٣٦	١٥٦	١٨٨	١٥٨	١١٩	١٦٣	١٥٠	١٥

استخدم الجدول أعلاه لإيجاد مُعامل الارتباط الخطي ر والذي يحدّد العلاقة بين أطوال الدببة وأوزانها ثم بيّن نوعه وقوته.

الحل:

$$ر = \frac{ن(\sum س ص) - (\sum س)(\sum ص)}{\sqrt{ن(\sum س^2) - (\sum س)^2} \sqrt{ن(\sum ص^2) - (\sum ص)^2}}$$

س (الطول)	ص (الوزن)	س ص	$س^2$	$ص^2$
١٣٥	٣٦	٤٨٦٠	١٨٢٢٥	١٢٩٦
١٧٠	١٥٦	٢٦٥٢٠	٢٨٩٠٠	٢٤٣٣٦
١٨٠	١٨٨	٣٣٨٤٠	٣٢٤٠٠	٣٥٣٤٤
١٨٢	١٥٨	٢٨٧٥٦	٣٣١٢٤	٢٤٩٦٤
١٨٧	١١٩	٢٢٢٥٣	٣٤٩٦٩	١٤١٦١
١٧٤	١٦٣	٢٨٣٦٢	٣٠٢٧٦	٢٦٥٦٩
١٨٥	١٥٠	٢٧٧٥٠	٣٤٢٢٥	٢٢٥٠٠
٩٤	١٥	١٤١٠	٨٨٣٦	٢٢٥
المجموع $\sum س = ١٣٠٧$	$\sum ص = ٩٨٥$	$\sum س ص = ١٧٣٧٥١$	$\sum س^2 = ٢٢٠٩٥٥$	$\sum ص^2 = ١٤٩٣٩٥$

٤٩

KuwaitMath.com

٤ (أ) $ر = \frac{٢٠,٠٦}{\sqrt{١٦٥,٢} \times \sqrt{٢,٤٦٨}}$

$\approx ٠,٩٩٣٥$

(ب) نوع الارتباط: طردي (موجب) قوي

٥ $ر = \frac{٤٣٠}{\sqrt{٢٤٨٩} \times \sqrt{١٠٨}}$

$ر \approx \frac{٤٣٠}{٥١٨,٤٧}$

$\approx ٠,٨٢٩٣٦$

نوع الارتباط: طردي (موجب) قوي

٦ $ر = \frac{-١٠}{\sqrt{١٠} \times \sqrt{١٠}} = \frac{-١٠}{١٠} = -١$

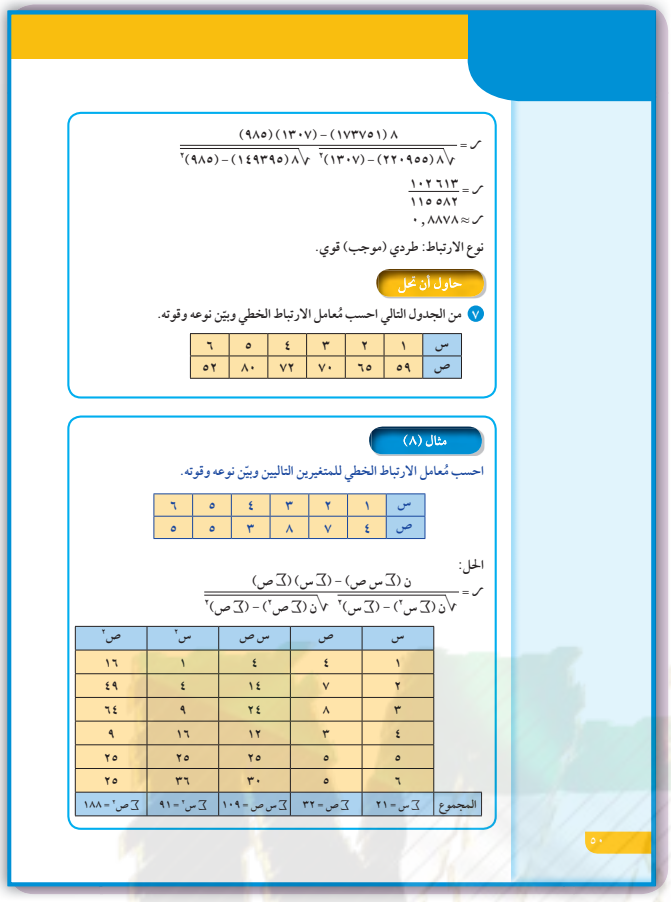
نوع الارتباط: عكسي (سالب) تام

٧ $\frac{ن(\sum س ص) - \sum(س) \sum(ص)}{\sqrt{ن(\sum س^٢) - (\sum س)^٢} \sqrt{ن(\sum ص^٢) - (\sum ص)^٢}}$

$= \frac{٣٦}{\sqrt{٢٩٦٠} \times \sqrt{١٠٥}}$

$ر \approx \frac{٣٦}{٥٥٧,٤٩٤٤} \approx ٠,٠٦٤٥$

نوع الارتباط: طردي (موجب) ضعيف.



$ر = \frac{٨(١٧٣٧٥١) - (١٣٠٧)(٩٨٥)}{\sqrt{٨(٢٢٠٩٥٥) - (١٣٠٧)^٢} \sqrt{٨(١٤٩٣٩٥) - (٩٨٥)^٢}}$

$ر = \frac{١٠٢٦١٣}{١١٥٥٨٢}$

$ر \approx ٠,٨٨٧٨$

نوع الارتباط: طردي (موجب) قوي.

حاول أن تحل

٧ من الجدول التالي احسب مُعامل الارتباط الخطي وبيّن نوعه وقوته.

س	١	٢	٣	٤	٥	٦
ص	٥٩	٦٥	٧٠	٧٢	٨٠	٥٢

مثال (٨)

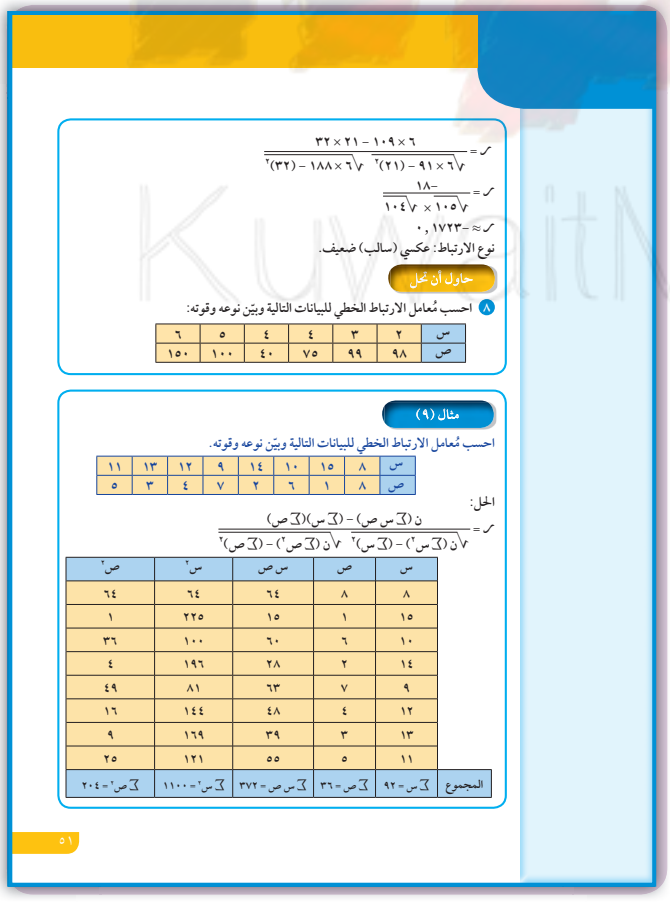
احسب مُعامل الارتباط الخطي للمتغيرين التاليين وبيّن نوعه وقوته.

س	١	٢	٣	٤	٥	٦
ص	٤	٧	٨	٣	٥	٥

الحل:

$ر = \frac{ن(\sum س ص) - (\sum س)(\sum ص)}{\sqrt{ن(\sum س^٢) - (\sum س)^٢} \sqrt{ن(\sum ص^٢) - (\sum ص)^٢}}$

س	ص	س ص	$س^٢$	$ص^٢$
١	٤	٤	١	١٦
٢	٧	١٤	٤	٤٩
٣	٨	٢٤	٩	٦٤
٤	٣	١٢	١٦	٩
٥	٥	٢٥	٢٥	٢٥
٦	٥	٣٠	٣٦	٢٥
المجموع	$\sum س = ٢١$	$\sum ص = ٣٢$	$\sum س ص = ١٠٩$	$\sum س^٢ = ٩١$	$\sum ص^٢ = ١٨٨$



$ر = \frac{٦ \times ١٠٩ - ٢١ \times ٣٢}{\sqrt{٦ \times ٩١ - (٢١)^٢} \sqrt{٦ \times ١٨٨ - (٣٢)^٢}}$

$ر = \frac{-١٨}{\sqrt{١٠٥} \times \sqrt{١٠٤}}$

$ر \approx -٠,١٧٢٣$

نوع الارتباط: عكسي (سالب) ضعيف.

حاول أن تحل

٨ احسب مُعامل الارتباط الخطي للبيانات التالية وبيّن نوعه وقوته:

س	٢	٣	٤	٥	٦
ص	٩٨	٩٩	٧٥	١٠٠	١٥٠

مثال (٩)

احسب مُعامل الارتباط الخطي للبيانات التالية وبيّن نوعه وقوته.

س	٨	١٥	١٠	١٤	٩	١٢	١٣	١١
ص	٨	١	٦	٢	٧	٤	٣	٥

الحل:

$ر = \frac{ن(\sum س ص) - (\sum س)(\sum ص)}{\sqrt{ن(\sum س^٢) - (\sum س)^٢} \sqrt{ن(\sum ص^٢) - (\sum ص)^٢}}$

س	ص	س ص	$س^٢$	$ص^٢$
٨	٨	٦٤	٦٤	٦٤
١٥	١	١٥	٢٢٥	١
١٠	٦	٦٠	١٠٠	٣٦
١٤	٢	٢٨	١٩٦	٤
٩	٧	٦٣	٨١	٤٩
١٢	٤	٤٨	١٤٤	١٦
١٣	٣	٣٩	١٦٩	٩
١١	٥	٥٥	١٢١	٢٥
المجموع	$\sum س = ٩٢$	$\sum ص = ٣٦$	$\sum س ص = ٣٧٢$	$\sum س^٢ = ١١٠٠$	$\sum ص^٢ = ٢٠٤$

KuwaitMath.com

٨ $ر \approx ٠,٤١٢٢$

نوع الارتباط: طردي (موجب) ضعيف

٩ $ر = ١$

نوع الارتباط: طردي (موجب) تام

١٠ $ر \approx -٠,٥١٠٧$

نوع الارتباط: عكسي (سالب) متوسط

$$ر = \frac{٨ \times ٣٧٢ - ٣٦ \times ٩٢}{\sqrt{٨ \times ١١٠٠ - (٩٢)^٢} \times \sqrt{٨ \times ٢٠٤ - (٣٦)^٢}}$$

$$ر = \frac{-٣٣٦}{\sqrt{٣٣٦} \times \sqrt{٣٣٦}}$$

$$ر = \frac{-٣٣٦}{٣٣٦}$$

$$ر = -١$$

نوع الارتباط: عكسي (سالب) تام

حاول أن تحل

٩ احسب مُعامل الارتباط الخطي للبيانات التالية وبيّن نوعه وقوته.

س	٨	٥	١١	٧	٩	١٢	٦
ص	٤	١	٧	٣	٥	٨	٢

مثال (١٠)

في ما يلي درجات عدد من الطلاب في مادتي الإحصاء (س) والتاريخ (ص)

الإحصاء (س)	٥	١٠	٦	١٥	١١	١٣	١٧	١٢
التاريخ (ص)	١٧	١٧	١٥	٩	١٠	١٠	٦	١٢

١ أوجد مُعامل الارتباط ر.

حدّد نوع وقوة الارتباط.

٥٢

الحل:

١ $ر = \frac{ن(\sum س ص) - (\sum س)(\sum ص)}{\sqrt{ن(\sum س^٢) - (\sum س)^٢} \times \sqrt{ن(\sum ص^٢) - (\sum ص)^٢}}$

س	ص	س ص	$س^٢$	$ص^٢$
٥	١٧	٨٥	٢٥	٢٨٩
١٠	١٧	١٧٠	١٠٠	٢٨٩
٦	١٥	٩٠	٣٦	٢٢٥
١٥	٩	١٣٥	٢٢٥	٨١
١١	١٠	١١٠	١٢١	١٠٠
١٣	١٠	١٣٠	١٦٩	١٠٠
١٧	٦	١٠٢	٢٨٩	٣٦
١٢	١٢	١٤٤	١٤٤	١٤٤
المجموع	$\sum س = ٨٩$	$\sum ص = ٩٦$	$\sum س ص = ٩٦٦$	$\sum س^٢ = ١١٠٩$	$\sum ص^٢ = ١٢٦٤$

$$ر = \frac{٨(٩٦٦) - (٨٩)(٩٦)}{\sqrt{٨(١١٠٩) - (٨٩)^٢} \times \sqrt{٨(١٢٦٤) - (٩٦)^٢}}$$

$$ر = \frac{٧٧٢٨ - ٨٥٤٤}{\sqrt{٨٩٦} \times \sqrt{٩٥١}} = \frac{-٨١٦}{\sqrt{٨٩٦} \times \sqrt{٩٥١}}$$

$$ر \approx -٠,٨٨٤٠$$

نوع الارتباط: عكسي (سالب) قوي.

حاول أن تحل

١٠ أوجد مُعامل الارتباط الخطي للبيانات التالية وحدّد نوعه وقوته.

س	١	٣	٨	٧	٦	٥	٧	٨
ص	١٩	١٦	١٦	١٩	١٨	١٧	١١	٩

٥٣

KuwaitMath.com

٢-٢: الانحدار

١ الأهداف

- يوجد معادلة خط الانحدار.
- يتنبأ باستخدام معادلة خط الانحدار.
- يوجد مقدار الخطأ.

٢ المفردات والمفاهيم الجديدة

الانحدار – معادلة خط الانحدار – هامش الخطأ – التنبؤ.

٣ الأدوات والوسائل

آلة حاسبة – حاسوب – جهاز إسقاط (Data Show).

٤ التمهيد

اطلب من الطلاب احتساب مُعامل الارتباط للبيانات التالية:

(أ)

س	١٢	١٠	١١	٤٠	٣٣	٢٣
ص	٢٤	٢٠	٢٢	٨٠	٦٦	٤٦

(ب)

س	٣-	٢-	١-	٠	١	٢	٣
ص	٩	٤	١	٠	١	٤	٩

اسألهم: هل كان بالإمكان تنبؤ هذه القيم للمُعامل؟

٢-٢

الانحدار

Regression

سوف تتعلم
- إيجاد معادلة خط الانحدار.
- التقدير باستخدام معادلة خط الانحدار.
- إيجاد مقدار الخطأ.

دعنا نفكر ونتناقش

في الجدول التالي قيم لمتغيّرين: طول الأم (س) وطول ابنتها (ص) بالسنتيمتر.

طول الأم (س)	١٦٠	١٦٨	١٦٩	١٦٤	١٧٤	١٦١	١٦٦	١٥٨
طول الابنة (ص)	١٥٨	١٦٧	١٧٠	١٦٣	١٧١	١٦٥	١٧٢	١٥٧

لدينا ✓ ٠,٨٤٤ ≈ ٠,٨٤، إذًا يوجد علاقة خطيّة طرديّة قوية بين طول الأم وطول ابنتها.

أضفنا زوج المتغيرين ($\overline{س}$ ، $\overline{ص}$) = (١٦٥,٣٧٥ ، ١٦٥) إلى الجدول حيث $\overline{س}$ = ١٦٥ هو المتوسط الحسابي لأطوال الأمهات، $\overline{ص}$ = ١٦٥,٣٧٥ هو المتوسط الحسابي لأطوال البنات فلاحظنا أن قيمة ✓ لم تتغير.

نريد أن نقدّر طول الابنة من خلال العلاقة مع طول أمها، لذا افترضنا زوج المتغيرين (١٥٠، ١٧٠) وأضفناه إلى الجدول.

- هل يتوافق زوج المتغيرين الذي أضفناه مع الجدول علمًا أنّ قيمة ✓ تصبح ٠,٢١٦؟
- هل يمكن التنبؤ بقيمة إحدى الظاهرتين إذا علمت قيمة الظاهرة الأخرى؟ وكيف؟

الانحدار Regression

لقد تعلمنا في الدرس السابق مفهوم الارتباط والارتباط الخطي، وعرفنا كيف يمكن حساب قيمة مُعامل الارتباط الخطي بين متغيرين، وعليه تمّ تحديد قوة العلاقة الخطية بين المتغيرين ونوع هذه العلاقة فيما إذا كانت طردية أم عكسية.

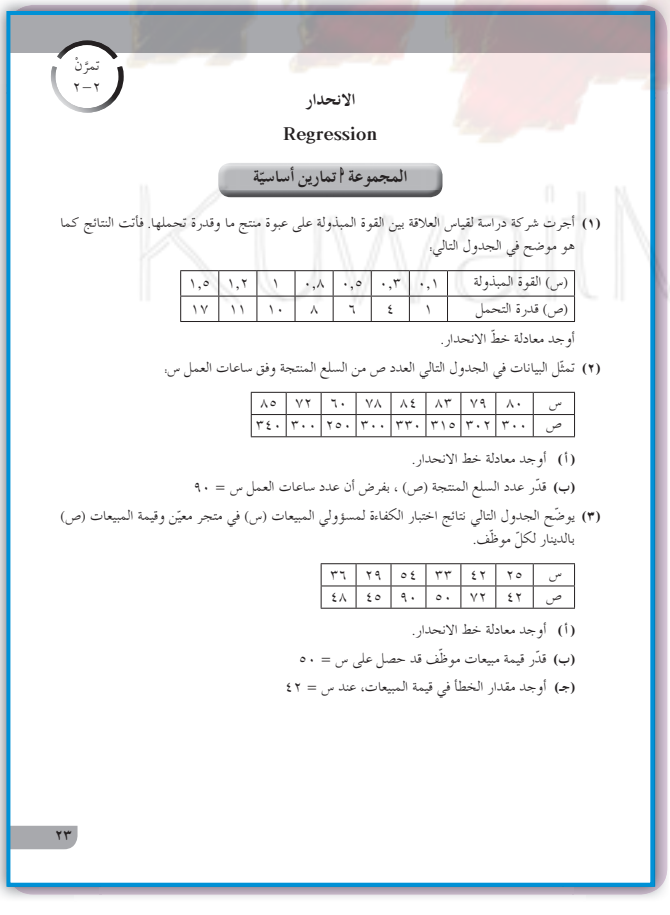
وفي هذا الدرس سوف نتعلّم وصف العلاقة بين متغيّرين بإيجاد معادلة الخط المستقيم الممثّل لهذه العلاقة.

يسمّى هذا الخط المستقيم بخط الانحدار، وتسمّى معادلته بمعادلة خط الانحدار.

تعريف: الانحدار

هو وصف العلاقة بين متغيرين.

٥٤



تمرّنْ ٢-٢

الانحدار

Regression

المجموعة أ تمارين أساسيّة

(١) أجرت شركة دراسة لقياس العلاقة بين القوة المبذولة على عبوة منتج ما وقدرة تحملها. فأتت النتائج كما هو موضح في الجدول التالي:

(س) القوة المبذولة	٠,١	٠,٣	٠,٥	٠,٨	١	١,٢	١,٥
(ص) قدرة التحمل	١	٤	٦	٨	١٠	١١	١٧

أوجد معادلة خطّ الانحدار.

(٢) تمثّل البيانات في الجدول التالي العدد ص من السلع المنتجة وفق ساعات العمل س:

س	٨٠	٧٩	٨٣	٨٤	٧٨	٦٠	٧٢	٨٥
ص	٣٠٠	٣٠٢	٣١٥	٣٣٠	٣٠٠	٢٥٠	٣٠٠	٣٤٠

(أ) أوجد معادلة خط الانحدار.

(ب) قدّر عدد السلع المنتجة (ص) ، بفرض أن عدد ساعات العمل س = ٩٠

(٣) يوضّح الجدول التالي نتائج اختبار الكفاءة لمسؤولي المبيعات (س) في متجر معيّن وقيمة المبيعات (ص) بالدينار لكلّ موظّف.

س	٢٥	٤٢	٣٣	٥٤	٢٩	٣٦
ص	٤٢	٧٢	٥٠	٩٠	٤٥	٤٨

(أ) أوجد معادلة خط الانحدار.

(ب) قدّر قيمة مبيعات موظّف قد حصل على س = ٥٠

(جـ) أوجد مقدار الخطأ في قيمة المبيعات، عند س = ٤٢

٢٣

٥ التدريس

وضّح للطلاب أن في الدراسات الإحصائية، لا يكفي تبيان العلاقة بين متغيّر وآخر، لأن الأهم هو إمكانية تنبؤ قيم لا نعرفها لمتغيّر، من خلال البيانات المعطاة.

والمعادلة التي تسمح تنبؤ هذه القيم تسمّى معادلة الانحدار وتتمثّل بـ $\hat{ص} = أ + ب\ س$.

تستخدم فقط هذه المعادلة إذا ما كانت العلاقة الخطيّة موجودة بين المتغيرين.

ذكّر الطلاب بأن الميل ب يعطى بـ :

$$ب = \frac{ن(\Sigma\ س\ ص) - \Sigma(س)\ \Sigma(ص)}{ن\Sigma(س^{٢}) - (\Sigma س)^{٢}}$$

والجزء المقطوع من المحور الصادي

هو $أ = \overline{ص} - ب\ \overline{س}$ حيث $\overline{س} = \frac{\Sigma\ س}{ن}$ ، $\overline{ص} = \frac{\Sigma\ ص}{ن}$

مقدار خطأ بين القيمة المتوقّعة والقيمة الجدولية:

مقدار الخطأ $= |ص_{س} - \hat{ص}_{س}|$

معادلة خط الانحدار Equation of Linear Regression

تعريف: معادلة خط الانحدار

هي المعادلة الخطية التي يمكن من خلالها التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين إذا علمت قيمة المتغير الآخر.

سبق لنا دراسة معادلة الخط المستقيم على الصورة: ص = م س + جـ حيث م ترمز إلى ميل هذا المستقيم، |جـ| ترمز إلى طول الجزء المقطوع من محور الصادات.

شكل (١)

أما في الإحصاء معادلة خط انحدار مستقيم تكتب على الصورة:

$\hat{ص} = أ + ب\ س$، حيث |أ| ترمز إلى طول الجزء المقطوع من محور الصادات، ب ترمز إلى ميل المستقيم.

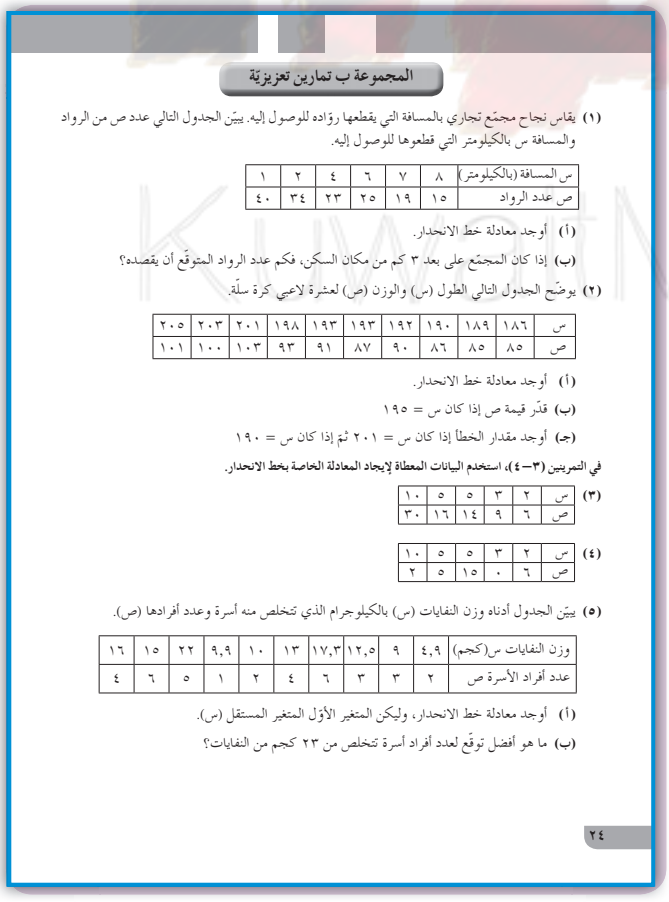
شكل (٢)

حيث: $ب = \frac{ن(\Sigma\ س\ ص) - (\Sigma\ س)(\Sigma\ ص)}{ن(\Sigma\ س^{٢}) - (\Sigma\ س)^{٢}}$

$أ = \overline{ص} - ب\ \overline{س}$

حيث: $\overline{ص} = \frac{\Sigma\ ص}{ن}$ ، $\overline{س} = \frac{\Sigma\ س}{ن}$

٥٥



المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) يقاس نجاح مجمّع تجاري بالمسافة التي يقطعها روّاده للوصول إليه. يبيّن الجدول التالي عدد ص من الرواد والمسافة س بالكيلومتر التي قطعوها للوصول إليه.

س المسافة (بالكيلومتر)	٨	٧	٦	٤	٢	١
ص عدد الرواد	١٥	١٩	٢٥	٢٣	٣٤	٤٠

(أ) أوجد معادلة خط الانحدار.

(ب) إذا كان المجمّع على بعد ٣ كم من مكان السكن، فكم عدد الرواد المتوقّع أن يقصده؟

(٢) يوضّح الجدول التالي الطول (س) والوزن (ص) لعشرة لاعبي كرة سلّة.

س	١٨٦	١٨٩	١٩٠	١٩٢	١٩٣	١٩٣	١٩٨	٢٠١	٢٠٣	٢٠٥
ص	٨٥	٨٥	٨٦	٩٠	٨٧	٩١	٩٣	١٠٣	١٠٠	١٠١

(أ) أوجد معادلة خط الانحدار.

(ب) قدّر قيمة ص إذا كان س = ١٩٥

(جـ) أوجد مقدار الخطأ إذا كان س = ٢٠١ ثمّ إذا كان س = ١٩٠

في التمرينين (٣–٤)، استخدم البيانات المعطاة لإيجاد المعادلة الخاصة بخط الانحدار.

(٣)

س	٢	٣	٥	٥	٥	١٠
ص	٦	٩	١٤	١٦	٥	٣٠

(٤)

س	٢	٣	٥	٥	٥	١٠
ص	٦	٠	١٥	٥	٥	٢

(٥) يبيّن الجدول أدناه وزن النفايات (س) بالكيلوجرام الذي تتخلص منه أسرة وعدد أفرادها (ص).

وزن النفايات س(كجم)	٤,٩	٩	١٢,٥	١٧,٣	١٣	١٠	٩,٩	٢٢	١٥	١٦
عدد أفراد الأسرة ص	٢	٣	٣	٦	٤	٢	١	٥	٦	٤

(أ) أوجد معادلة خط الانحدار، وليكن المتغير الأوّل المتغير المستقل (س).

(ب) ما هو أفضل توقّع لعدد أفراد أسرة تتخلص من ٢٣ كجم من النفايات؟

٢٤

KuwaitMath.com

في المثال (١)

يوضّح هذا المثال أنه لإيجاد معادلة الانحدار الخطي نبدأ باحتساب جميع عناصر المعادلة أ، ب ونعوّض في

$\hat{ص} = أ + ب\ س$

فالقيمة $\hat{ص}$، تعطي مسافة أكبر من ٥٠ مترًا لهذا تكون الكرة قد وصلت إلى الأرض.

ومقدار الخطأ $\approx ٠,٠٢٨٤٥$ عند القيمة س = ٢,٥، بين القيمة الجدولية والقيمة التي تحقق معادلة خط الانحدار.

في المثالين (٢)، (٣)

تطبيق مباشر لخطوات إيجاد معادلة خط الانحدار، والتنبؤ بقيمة ص بمعلومية س، وتحديد مقدار الخطأ في التنبؤ.

٦ الربط

يبيّن المثال (١) أهميّة الحساب والانحدار في مجال الفيزياء.

خطوات إيجاد معادلة خط الانحدار: $\hat{ص} = أ + ب\ س$

١ تعيين قيمة ب

٢ تعيين قيمة أ

٣ نكتب معادلة خط الانحدار: $\hat{ص} = أ + ب\ س$

٤ التنبؤ بقيمة ص إذا علمت قيمة س

٥ تحديد مقدار الخطأ في التنبؤ.

مقدار الخطأ = |القيمة الجدولية − القيمة التي تحقق معادلة الانحدار|

$= |ص_س - \hat{ص}_س|$

مثال (١)

سقطت كرة من ارتفاع ٥٠ مترًا، وتمّ تسجيل المسافات (بالمتر) التي قطعتها هذه الكرة كل ٠,٥ ثانية لمدة ثلاث ثوان.

فأتت النتائج كما يوضح الجدول التالي:

الوقت (س)	٠	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥	٣
المسافة (ص)	٠	١,٢	٤,٩	١١	١٩,٥	٣٠,٥	٤٤

أ أوجد معادلة خط الانحدار.

ب قدّر قيمة المسافة ص عندما س = ٤

ج أوجد مقدار الخطأ في المسافة عندما س = ٢,٥ ثانية.

٥٦

اختبار الوحدة الثانية

أسئلة المقال

(١) يبيّن الجدول التالي درجات بعض الطلاب في مادّة اللغة العربية (س) وفي اللغة الفرنسية (ص) حيث النهاية العظمى ١٠ درجات لكل مادة.

مادة اللغة العربية (س)	٧	٦	٨	٧,٥	٥	٩
مادة اللغة الفرنسية (ص)	٧	٥	٧	٥	٥	٥

(أ) ارسم مخطط الانتشار للبيانات. ماذا تلاحظ؟

(ب) احسب مُعامل الارتباط للتأكّد من صحة إجابتك.

(٢) يبيّن الجدول التالي عدد الكيلومترات التي تقطعها كل سيارة لكل جالون من الوقود (س) وثمن السيارة (ص).

عدد الكيلومترات لكل جالون (س)	١٠٠	١١٠	١٣٠	١٣٥	١٥٠	١٧٠
ثمن السيارة (ص)	١٠ ٠٠٠	١٠ ٦٠٠	١١ ٥٠٠	١٢ ٤٠٠	١٢ ٩٠٠	١٣ ٥٠٠

(أ) احسب مُعامل الارتباط.

(ب) أوجد معادلة خط الانحدار.

(جـ) كم سيكون ثمن السيارة المتوقع إذا قطعت ١٤٠ كيلومتر/جالون؟

(د) أوجد مقدار الخطأ عندما س = ١٣٥

(٣) من الجدول التالي:

س	٢٥	٢٧	٣١	٣٢	٥٠	٦٥
ص	٥٠	٥٠	٥٥	٥٥	٦٠	٧٠

(أ) ارسم مخطط الانتشار للبيانات. ماذا تلاحظ؟

(ب) احسب مُعامل الارتباط.

(جـ) قدّر ص عندما س = ٤٠

(د) أوجد مقدار الخطأ عند س = ٥٠

٢٥

KuwaitMath.com

٧ أخطاء متوقعة ومعالجتها

ذكّر الطلاب ضرورة الانتباه عند اختيار المتغيّر المستقل س والمتغيّر التابع ص. مثال على ذلك الطول لا يتأثّر بالوزن، بل الوزن ص يتأثّر بالطول س.

٨ التقييم

تابع الطلاب في فقرات «حاول أن تحل» لمعرفة مدى قدرتهم وسرعتهم في حساب المُعامل، والمعادلات، وشرح الإجابات.

اختبار سريع

أوجد، إذا ممكنًا، معادلة الانحدار الخطي للبيانات التالية واحسب مقدار الخطأ عند س = ١٥

س	١٢	١٥	١٥,٥	١٤	١٠	٩
ص	−٣	−٣٣	−٣٥	−٣٣	−٢٥	−٢٥

أوّلًا نوجد ر لنتأكّد من وجود ارتباط خطّي بين س، ص.

ر = −٠,٤٥٣٤

إذًا يوجد ارتباط خطّي عكسي (سالب) ضعيف

$\hat{ص} = أ + ب س$

$\hat{ص} = -٢,٠٠٧ س - ٠,٤١٢$

$\hat{ص}_{١٥} = -٣٠,٥١٧$

مقدار الخطأ = $|-٣٣ + ٣٠,٥١٧| = ٢,٤٨٣$

٩ إجابات وحلول

«دعنا نفكر ونتناقش»

- زوج المتغيرين (١٥٠، ١٧٠) لا يتناسب مع قيم الجدول، لأنّ قيمة مُعامل الارتباط الخطّي ر شهدت تغيّرًا ملحوظًا.
- إذا وجدنا العلاقة الخطية بين طول الأم وطول ابنتها يمكننا التنبؤ بقيمة إحدى الظاهرتين إذا علمت قيمة الظاهرة الأخرى.

الحل:

$ب = \frac{ن(\sum س ص) - (\sum س)(\sum ص)}{ن(\sum س^٢) - (\sum س)^٢}$

	س	ص	س ص	س٢
١	٠	٠	٠	٠
	٠,٥	١,٢	٠,٦	٠,٢٥
	١	٤,٩	٤,٩	١
	١,٥	١١	١٦,٥	٢,٢٥
	٢	١٩,٥	٣٩	٤
	٢,٥	٣٠,٥	٧٦,٢٥	٦,٢٥
	٣	٤٤	١٣٢	٩
المجموع	$\sum س = ١٠,٥$	$\sum ص = ١١١,١$	$\sum س ص = ٢٦٩,٢٥$	$\sum س^٢ = ٢٢,٧٥$

ن = ٧ ، $\overline{س} = \frac{١٠,٥}{٧} = ١,٥$ ، $\overline{ص} = \frac{١١١,١}{٧} = ١٥,٨٧١٤$

$ب = \frac{٧ \times ٢٦٩,٢٥ - ١٠,٥ \times ١١١,١}{٧ \times ٢٢,٧٥ - (١٠,٥)^٢}$

$ب = \frac{٧١٨,٢}{٤٩}$

$ب \approx ١٤,٦٥٧١$

$أ = \overline{ص} - ب \overline{س}$

$= ١٥,٨٧١٤ - ١٤,٦٥٧١ \times ١,٥$

$\approx -٦,١١٤٣$

معادلة خط الانحدار هي: $\hat{ص} = -٦,١١٤٣ + ١٤,٦٥٧١ س$

ب ∵ $\hat{ص} = -٦,١١٤٣ + ١٤,٦٥٧١ س$

∴ المسافة ص عندما س = ٤ هي:

$\hat{ص}_٤ = -٦,١١٤٣ + ١٤,٦٥٧١ \times ٤$

$\approx ٥٢,٥١٤١$ مترًا.

٥٧

ج عند س = ٢,٥ ثانية من المعادلة $\hat{ص} = -٦,١١٤٣ + ١٤,٦٥٧١ س$

نجد أن $\hat{ص}_{٢,٥} = -٦,١١٤٣ + ١٤,٦٥٧١ \times ٢,٥$

$\approx ٣٠,٥٢٨٥$

من الجدول عند س = ٢,٥ ثانية نجد أن ص = ٣٠,٥

∴ مقدار الخطأ = $|ص_س - \hat{ص}_س|$

$= |٣٠,٥ - ٣٠,٥٢٨٥|$

$= ٠,٠٢٨٥$

حاول أن تحل

١ في الجدول التالي: المتغير س هو تكلفة إنتاج فيلم سينمائي (بملايين الدولارات) والمتغير ص هو مردود هذا الفيلم.

التكلفة (س)	٦٢	٩٠	٥٠	٣٥	٢٠٠	١٠٠	٩٥
المردود (ص)	٦٥	٦٤	٤٨	٥٧	٦٠١	١٤٦	٤٧

أ أوجد معادلة خط الانحدار.

ب قدّر مردود فيلم بلغت تكلفته ٥٥ مليون دولار.

ج أوجد مقدار الخطأ لفيلم بلغت تكلفته ٩٠ مليون دولار.

مثال (٢)

من الجدول التالي:

س	٤٣	٤٨	٥٦	٦١	٦٧	٧٠
ص	١٢٨	١٢٠	١٣٥	١٤٣	١٤١	١٥٢

أوجد:

أ معادلة خط الانحدار.

ب قيمة ص عندما س = ٥٢

ج مقدار الخطأ عندما س = ٦٧

٥٨

KuwaitMath.com

«حاول أن تحل»

١ (أ) $\hat{ص} = -١٦٣,٦٠٨٣ + ٣,٤٣٨٧ س$

(ب) يبلغ المردود حوالى ٢٥,٥ مليون دولار

(جـ) مقدار الخطأ $= |١٤٥,٨٧٤٧ - ٦٤|$

$= ٨١,٨٧٤٧$

٢ (أ) $\hat{ص} = ٩٤,٦٩٠٧ + ٠,٠١٧٨ س$

(ب) $\hat{ص}_{٢٠٠} = ٩٨,٢٥٠٧$

(جـ) مقدار الخطأ عند س = ١٩٢

$= |٩٨,١٠٨٣ - ٩٧|$

$= ١,١٠٨٣$

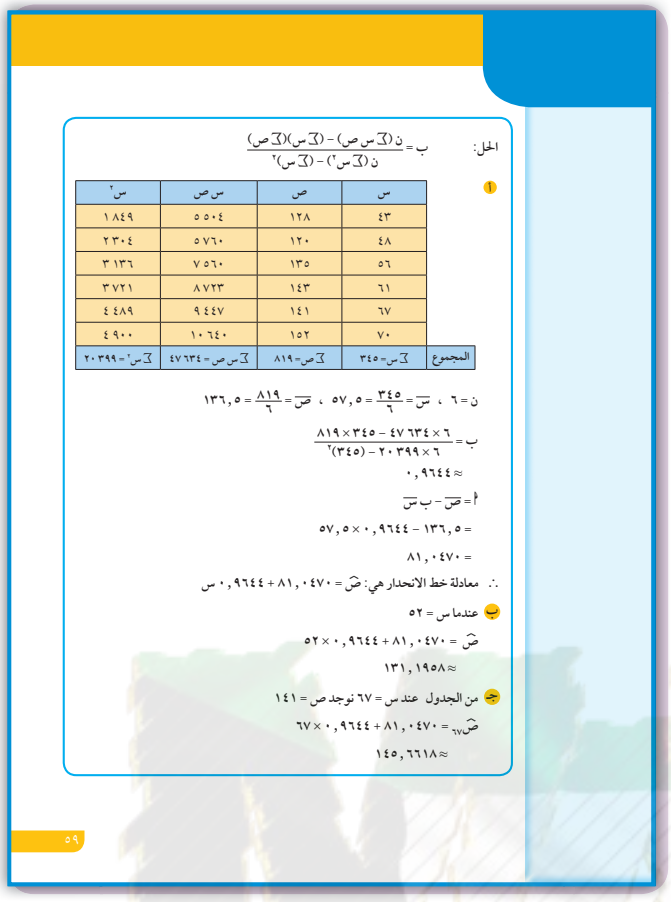
٣ (أ) $\hat{ص} = -\frac{٣٨}{٢٣} + \frac{٢٢}{٢٣} س$

أو $\hat{ص} = -١,٦٥٢٢ + ٠,٩٥٦٥ س$

(ب) $\hat{ص}_{١٠} = ٧\frac{٢١}{٢٣}$ أو ٧,٩١٣٠

(جـ) مقدار الخطأ $= |٧,٩١٣٠ - ٦|$

$= ١,٩١٣٠$



الحل: $ب = \frac{ن(\sum س ص) - (\sum س)(\sum ص)}{ن(\sum س^{٢}) - (\sum س)^{٢}}$

١

س	ص	س ص	$س^{٢}$
٤٣	١٢٨	٥٥٠٤	١٨٤٩
٤٨	١٢٠	٥٧٦٠	٢٣٠٤
٥٦	١٣٥	٧٥٦٠	٣١٣٦
٦١	١٤٣	٨٧٢٣	٣٧٢١
٦٧	١٤١	٩٤٤٧	٤٤٨٩
٧٠	١٥٢	١٠٦٤٠	٤٩٠٠
المجموع	$\sum س = ٣٤٥$	$\sum ص = ٨١٩$	$\sum س ص = ٤٧٦٣٤$	$\sum س^{٢} = ٢٠٣٩٩$

ن = ٦ ، $\bar{س} = \frac{٣٤٥}{٦} = ٥٧,٥$ ، $\bar{ص} = \frac{٨١٩}{٦} = ١٣٦,٥$

$ب = \frac{٦ \times ٤٧٦٣٤ - ٨١٩ \times ٣٤٥}{٦ \times ٢٠٣٩٩ - (٣٤٥)^{٢}}$

$\approx ٠,٩٦٤٤$

$أ = \bar{ص} - ب \bar{س}$

$= ١٣٦,٥ - ٠,٩٦٤٤ \times ٥٧,٥$

$= ٨١,٠٤٧٠$

∴ معادلة خط الانحدار هي: $\hat{ص} = ٨١,٠٤٧٠ + ٠,٩٦٤٤ س$

ب عندما س = ٥٢

$\hat{ص} = ٨١,٠٤٧٠ + ٠,٩٦٤٤ \times ٥٢$

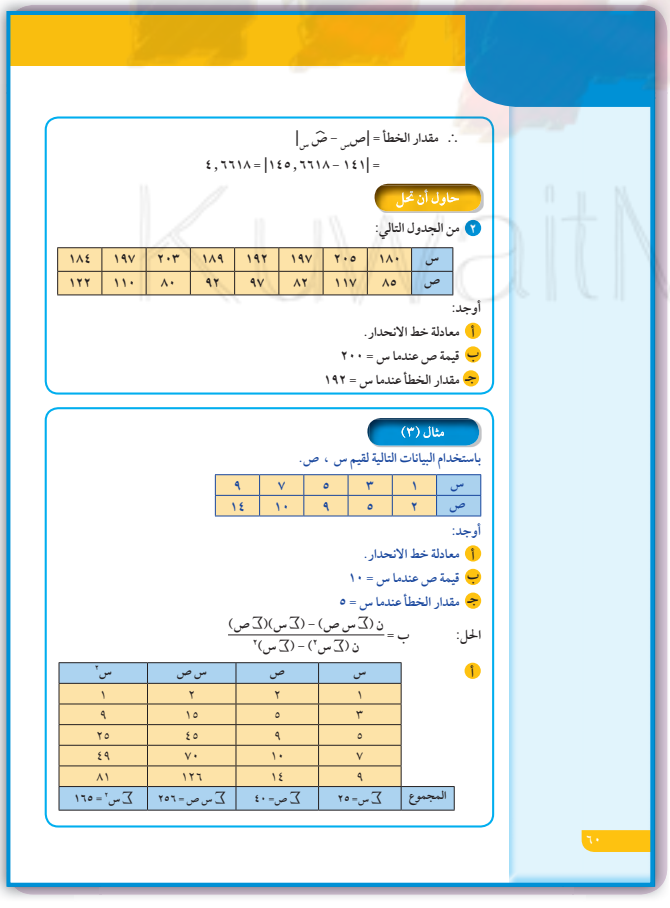
$\approx ١٣١,١٩٥٨$

ج من الجدول عندما س = ٦٧ نوجد ص = ١٤١

$\hat{ص}_{٦٧} = ٨١,٠٤٧٠ + ٠,٩٦٤٤ \times ٦٧$

$\approx ١٤٥,٦٦١٨$

٥٩



∴ مقدار الخطأ $= |ص_{س} - \hat{ص}_{س}|$

$= |١٤١ - ١٤٥,٦٦١٨| = ٤,٦٦١٨$

حاول أن تحل

٢ من الجدول التالي:

س	١٨٠	٢٠٥	١٩٧	١٩٢	١٨٩	٢٠٣	١٩٧	١٨٤
ص	٨٥	١١٧	٨٢	٩٧	٩٢	٨٠	١١٠	١٢٢

أوجد:

أ معادلة خط الانحدار.

ب قيمة ص عندما س = ٢٠٠

ج مقدار الخطأ عندما س = ١٩٢

مثال (٣)

باستخدام البيانات التالية لقيم س ، ص.

س	١	٣	٥	٧	٩
ص	٢	٥	٩	١٠	١٤

أوجد:

أ معادلة خط الانحدار.

ب قيمة ص عندما س = ١٠

ج مقدار الخطأ عندما س = ٥

الحل: $ب = \frac{ن(\sum س ص) - (\sum س)(\sum ص)}{ن(\sum س^{٢}) - (\sum س)^{٢}}$

١

س	ص	س ص	$س^{٢}$
١	٢	٢	١
٣	٥	١٥	٩
٥	٩	٤٥	٢٥
٧	١٠	٧٠	٤٩
٩	١٤	١٢٦	٨١
المجموع	$\sum س = ٢٥$	$\sum ص = ٤٠$	$\sum س ص = ٢٥٦$	$\sum س^{٢} = ١٦٥$

٦٠

KuwaitMath.com

المرشد لحل المسائل

إجابة «مسألة إضافية»

سيتغيّر مخطّط الانتشار فقط في قيم المحور الصادي.

الجدول الجديد:

س	٥	٨	١٠	١٤	١٦	١٨
ص	٢١,٢٥	٢٩,٧٥	٤٢,٥	٧٢,٢٥	١٠٢	١١٩

$\hat{ص} = -٢٨,٢٦٨٦ + ٧,٨٣٦١$ س

$\hat{ص}_{٢٠} \approx ١٢٨,٤٥٣٤$، وهو قريب جدًّا من التقدير في المسألة إذا أجري عليه تخفيض بقيمة ١٥٪

$(١٥١ \times (١ - ١٥٪)) = ١٢٨,٣٥$

ن = ٥ ، $\overline{س} = \frac{\sum س}{ن} = \frac{٢٥}{٥} = ٥$ ، $\overline{ص} = \frac{\sum ص}{ن} = \frac{٤٠}{٥} = ٨$

ب $= \frac{٥ \times ٢٥٦ - ٤٠ \times ٢٥}{٥ \times ١٦٥ - ٢٥ \times ٢٥} = ١,٤$

أ $= \overline{ص} - ب\ \overline{س}$

$= ٨ - ١,٤ \times ٥$

$= ١$

∴ معادلة خط الانحدار هي: $\hat{ص} = أ + ب$ س

$\hat{ص} = ١ + ١,٤$ س

ب عندما س = ١٠ فإن:

ص = ١ + ١,٤ × ١٠ = ١٥

ج من الجدول ص = ٩

من المعادلة $\hat{ص} = ١ + ١,٤ \times ٥ = ٨$

∴ مقدار الخطأ = $|ص_٥ - \hat{ص}_٥|$

$= |٨ - ٩| = ١$

حاول أن تحل

٣ من الجدول التالي:

س	٤	٥	٨	٩	١٠	١٢
ص	٢	٤	٥	٨	٦	١١

أوجد:

١ معادلة خط الانحدار.

ب قيمة ص عندما س = ١٠

ج أوجد مقدار الخطأ عندما س = ١٠

المرشد لحل المسائل

في متجر للأدوات الكهربائية، تختلف أسعار آلات التصوير الرقميّة بحسب نقاوة صورتها التي تقاس بالميغابيكسل.
يوضّح الجدول التالي أسعار إحدى هذه الآلات ومدى نقاوة صورتها:

(س) نقاوة الصورة بالميغابيكسل	٥	٨	١٠	١٤	١٦	١٨
(ص) السعر بالدينار الكويتي	٢٥	٣٥	٥٠	٨٥	١٢٠	١٤٠

أراد جاسم تقدير سعر آلة نقاوتها ٢٠ ميغابيكسل، علمًا أنّه سمع من صاحب المتجر أنّه يوجد علاقة بين السعر والنقاوة.

فكّر جاسم:

إذا رسمت مخطط الانتشار للأسعار والنقاوة، أتعرّف على طبيعة هذه العلاقة.

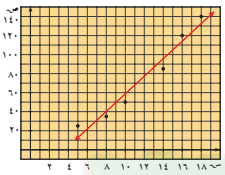
فلاحظ أن هذه العلاقة هي خطيّة طرديّة، لذا أراد إيجاد قيمة مُعامل الارتباط الخطي ومعادلة خط الانحدار.

أوجد القيم التالية التي ستساعده على ذلك:

ن = ٦ ، $\sum س = ٧١$ ، $\sum ص = ٤٥٥$ ، $\sum س ص = ٦٥٣٥$ ،

$\sum س^٢ = ٩٦٥$ ، $\sum ص^٢ = ٤٥٥٧٥$ ، $(\sum س)^٢ = ٥٠٤١$ ، $(\sum ص)^٢ = ٢٠٧٠٢٥$ ،

$\overline{س} = ١١,٨$ ، $\overline{ص} = ٧٥,٨$



قيمة مُعامل الارتباط الخطي $\checkmark \approx ٠,٩٧٨٨$، وهذا يدلّ على علاقة خطيّة قويّة بين السعر والنقاوة.

معادلة خط الانحدار: $\hat{ص} = -٣٣ + ٩,٢٢$ س

لتقدير سعر آلة مع ٢٠ ميغابيكسل، نعوّض س = ٢٠

ونحصل على $\hat{ص}$ ≈ ١٥١ دينارًا كويتيًّا.

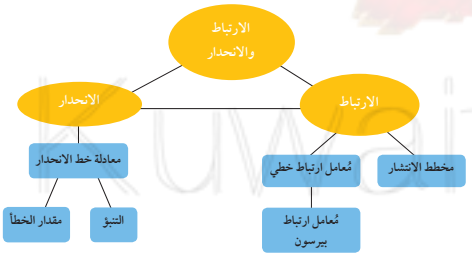
مسألة إضافية

أجري في المتجر نفسه تخفيض على الأسعار بنسبة ١٥٪.

برأيك، كيف يتغير تقدير جاسم؟ أعد الحل مستخدمًا السعر المخفّض للتأكد من إجابتك.

(ملاحظة: استخدم الجدول نفسه من المسألة السابقة إنّما بتخفيض قدره ١٥٪ على الأسعار)

مخطط تنظيمي للوحدة الثانية



ملخص

- الارتباط هو طريقة إحصائية يمكن من خلالها تحديد العلاقة بين متغيرين.
- مخطط الانتشار هو شكل بياني لعدد من الأزواج المرتبة (س، ص) يستخدم لوصف العلاقة الموجودة بين متغيرين.
- العلاقة بين متغيّرين تكون:
  - علاقة خطيّة طردية: تنتشر النقاط على جانبي خط مستقيم تصاعديّ.
  - علاقة خطيّة عكسيّة: تنتشر النقاط على جانبي خط مستقيم تنازليّ.
  - علاقة غير خطيّة: تنتشر النقاط على جانبي خط منحن.
  - لا توجد علاقة: لا يوجد نمط محدد لانتشار النقاط في الشكل البياني.
- مُعامل الارتباط الخطي يقيس قوة العلاقة الخطيّة بين متغيرين متصلين ونوعها،

$$\checkmark = \frac{ن \sum س ص - \sum س \sum ص}{\sqrt{ن \sum س^٢ - (\sum س)^٢}\sqrt{ن \sum ص^٢ - (\sum ص)^٢}} \quad \text{أو} \quad \checkmark = \frac{\sum (س - \overline{س})(ص - \overline{ص})}{\sqrt{\sum (س - \overline{س})^٢}\sqrt{\sum (ص - \overline{ص})^٢}}$$

- الانحدار هو طريقة إحصائية تستخدم لوصف طبيعة العلاقة بين متغيرين س ، ص من حيث كونها خطيّة أو غير خطيّة.
- معادلة خط الانحدار $\hat{ص} = أ + ب$ س، حيث:

$$ب = \frac{ن \sum س ص - \sum س \sum ص}{ن \sum س^٢ - (\sum س)^٢}$$

$$أ = \overline{ص} - ب\ \overline{س}$$

- التقدير يتم بالتعويض لقيمة س في معادلة خط الانحدار.
- مقدار الخطأ = |القيمة الجدولية − القيمة من معادلة الانحدار| = $|ص_س - \hat{ص}_س|$

(٤) توضح البيانات المزدوجة في الجدول أدناه وزن الأوراق المستهلكة (س) بالكيلوجرام وعدد أفراد الأسرة (ص) في فترة محددة:

وزن الأوراق المستهلكة س(كجم)	١,١	٣,٤	٤,٣	٤	٣,٩	٣	٣,١	٥,٢
عدد أفراد الأسرة ص	٢	٣	٣	٦	٤	٢	١	٥

(أ) أوجد معادلة خط الانحدار.

(ب) ما هو عدد أفراد أسرة استهلكت ٨ كجم من الورق؟

في التمرينين (٥–٦)، استخدم البيانات المعطاة لإيجاد المعادلة الخاصة بخط الانحدار.

(٥)

س	١	٤	٢	١	٥
ص	٣	٥	٩	١١	

(٦)

س	٥	٣	٢	١	٠	٢
ص	−٢	٠	١	٢	٣	١

بنود الصح والخطأ

في البنود (١–٥) عبارات ظلل الرمز (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و(ب) إذا كانت خاطئة.

(١) الارتباط هو علاقة بين متغيرين. (أ) (ب)

(٢) إذا كان ر معامل الارتباط بين متغيرين فإن −١ < ر < ١. (أ) (ب)

(٣) إذا كان معامل الارتباط بين متغيرين ر = −١ كان الارتباط تامًا. (أ) (ب)

(٤) الانحدار هو وصف العلاقة بين متغيرين. (أ) (ب)

(٥) إذا كان معامل الارتباط ر = صفر فإن الارتباط منعدم. (أ) (ب)

بنود الاختيار من متعدد

في البنود (٦–١٥) لكل بند ٤ خيارات واحد فقط منها صحيح. ظلّل دائرة الرمز الدّال على الإجابة الصحيحة.

(٦) قيمة معامل الارتباط (ر) التي تجعل الارتباط طردي تام بين المتغيرين س، ص هي:

(أ) −١ (ب) −٠,٥

(جـ) ٠,٥ (د) ١

(٧) إذا كانت قيمة معامل الارتباط (ر) بين متغيرين حيث ر ∈ (−١ ، −٠,٧] فإن العلاقة:

(أ) عكسية تامة (ب) عكسية قوية

(جـ) طردية تامة (د) طردية قوية

تمارين إثرائية

لكل من الجدولين ١ و٢ التاليين:

(١)

س	٢	٣	٤	٥	٦	٧
ص	١	١,٥	٢	٢,٥	٣	٣,٥

(٢)

س	−١	٠	١	٢	٣	٤
ص	٩	٨	٧	٦	٥	٤

(أ) أوجد مُعامل الارتباط.

(ب) ارسم مخطط الانتشار للبيانات.

(جـ) أوجد معادلة خط الانحدار.

(د) قدّر في الجدول (١) قيمة ص إذا كانت س = ٦,٥

قدّر في الجدول (٢) قيمة ص إذا كانت س = ٢,٥

(هـ) أوجد مقدار الخطأ في نقطتين مختلفتين لكل من المعادلتين.

(٣) يبيّن الجدول التالي قيم المتغيرين (س) و(ص)

س	١	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤	٤	٥	٥	٦	٦	٦	٧	٧	٨	٨
ص	٦	٧	٦	٥	٤	٤	٣	٤	٥	٤	٥	٦	٥	٦	٤	٥	٦	٦	٨

(أ) ارسم مخطط الانتشار للبيانات.

(ب) احسب مُعامل الارتباط، ثمّ أوجد معادلة خط الانحدار.

(جـ) أوجد مقدار الخطأ عند س = ٣

(د) إذا قسمنا الجدول إلى قسمين حيث كل منهما حجمه ن = ٨، ارسم مخطط الانتشار لكلّ منهما. ماذا تلاحظ؟

(هـ) أوجد مُعامل الارتباط لكل من الجدولين.

(و) أوجد معادلة خط الانحدار، ثمّ قدّر في أوّل معادلة قيمة ص عند س = ٣، وأوجد مقدار الخطأ.

(ز) أوجد مقدار الخطأ في الجدول الثاني عند س = ٦

(٨) إذا كانت معادلة خط الانحدار للمتغيرين س، ص هي ص̂ = ٥,٥ + ٣,٤س فإن قيمة ص المتوقعة عندما س = ٦ هي:

(أ) ٠,٥ (ب) ٦,٨ (جـ) ٢٩,٩٨ (د) ٢٥,٩

(٩) إذا كان مُعامل الارتباط بين متغيرين ر = ٠,٨٥ فإن الارتباط يكون:

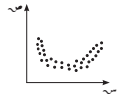
(أ) طردي قوي (ب) طردي ضعيف

(جـ) طردي متوسط (د) طردي تام

(١٠) إذا كانت معادلة خط الانحدار للمتغيرين س، ص هي ص̂ = ١ + ١,٤س فإن مقدار الخطأ عند س = ٥ علمًا بأن القيمة الجدولية هي ص = ٩ يساوي:

(أ) −١ (ب) ١ (جـ) ١٧ (د) ٨

(١١) الشكل المقابل يمثّل علاقة بين متغيرين س، ص نوع هذه العلاقة هو:



(أ) علاقة خطية طردية (ب) علاقة خطية عكسية

(جـ) علاقة غير خطية (د) ليس أي مما سبق

(١٢) من الجدول التالي:

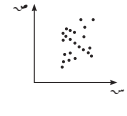
س	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
ص	٢٣	١٨	١٧	١٤	١٠	٦	٥	١

فإذا كانت معادلة خط الانحدار هي ص̂ = −٣,٠٥س + ٢٥,٥، فإن مقدار الخطأ عندما س = ٥ يساوي:

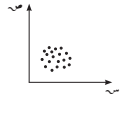
(أ) ٠,٢٥ (ب) −٠,٢٥ (جـ) ٢٠,٢٥ (د) ١٠,٢٥

(١٣) الشكل الذي يمثّل ارتباط عكسي قوي بين متغيرين س، ص هو:

(أ)

(ب) 

(جـ)

(د) 

(١٤) قيمة مُعامل الارتباط لا يمكن أن تساوي:

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) −٠,٥ (د) ١,٥

(١٥) إذا كان مُعامل الارتباط بين المتغيرين س، ص يساوي صفر فإن الارتباط يكون

(أ) قوي (ب) ضعيف (جـ) منعدم (د) تام

(٤) قرر صاحب أحد متاجر الأجهزة الكهربائية إقامة تجربة لمدة خمسة أشهر لمعرفة مدى تأثير الإنفاق الإعلاني على حجم المبيعات فكانت النتائج كما في الجدول التالي:

الأشهر	١	٢	٣	٤	٥
الإنفاق الإعلاني (س) بآلاف الدنانير لكل شهر	١	٢	٣	٤	٥
حجم المبيعات (ص) بعشرات آلاف الدنانير لكل شهر	١	١	٢	٢	٤

(أ) أوجد معادلة خط الانحدار.

(ب) أنفق صاحب المتجر في أحد الأشهر ٤٥٠٠ دينار على الإعلانات، فما حجم مبيعاته المتوقعة في هذا الشهر؟

(٥) أوجد مُعامل الارتباط ر وحدّد نوعه وقوته، للمتغيرين س، ص حيث:

س	٤	٧	١٠	٥	٦	٨
ص	٨	٥	٢	٦	١٠	١٤

(٦) أوجد مُعامل الارتباط ر وحدّد نوعه وقوته، للمتغيرين س، ص حيث:

س	٤	٥	٨	٩	١٠	٣
ص	٣	٦	١٠	٨	٥	

(٧) أوجد مُعامل الارتباط ر وحدّد نوعه وقوته، للمتغيرين س، ص حيث:

س	٧	٤	٢	٥	٦	٨	٣
ص	١٠	٨	٦	٩	١١	٦	١٢	٧

(٨) أوجد مُعامل الارتباط ر وحدّد نوعه وقوته، للمتغيرين س، ص حيث:

س	٤	٧	١٠	٥	٦	٨	٩
ص	٧	٦	٨	٩	٥	١٠	١١

KuwaitMath.com