الوحدة الثالثة: السلاسل الزمنية

Time Series

(٣-١) السلسلة الزمنية

(٣-٢) عناصر السلسلة الزمنية

(٣-٣) تحليل السلاسل الزمنية

معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية.

KuwaitMath.com

مقدمة الوحدة

الوحدة الثالثة

السلاسل الزمنيّة

Time Series

مشروع الوحدة: المياه واستهلاكها

١ مقدمة المشروع: تعتبر المياه وطريقة استهلاكها من أهم المشاكل في دولة الكويت وأكثرها تعقيدًا، نظرًا لمحدوديّة مواردها والمصادر المتجددة، ونظرًا لارتفاع معدلات استهلاكها مع مرور الوقت.

٢ الهدف: تحديد مصادر المياه ومحاولة توقع الكميات المطلوبة خلال الـ ٢٠ سنة القادمة بناء على عدة عوامل.

٣ اللوازم: شبكة الإنترنت، ورق رسم بياني، حاسوب.

٤ أسئلة حول التطبيق:

أ كيف كانت تؤمن دولة الكويت حاجاتها من المياه قبل تدفق عائدات النفط؟

ب ما كلفة إنتاج المياه العذبة المقطرة المحلاة؟ قارنها بكلفة الإنتاج في السنوات الماضية أي منذ ستينيات القرن الماضي. ارسم المضلع التكراري لكلفة تحلية المتر المكعب الواحد خلال الخمسين سنة الماضية آخذين بالاعتبار معدل الكلفة كل ٥ سنوات.

جـ ما المعدل اليومي لاستهلاك الفرد من المياه خلال الخمسين سنة الماضية. ارسم مضلعًا تكراريًا يحدّد معدل الاستهلاك مع مرور الوقت آخذين بالاعتبار معدل الاستهلاك اليومي للفرد كل ٥ سنوات.

د قارن معدلات الاستهلاك بين عدة بلدان كقطر، والسعودية، وسلطنة عُمان في الفترات الزمنية ذاتها.

هـ ما معدل الزيادة السكانية في الكويت؟ وما تأثيره في السنوات القادمة على كمية المياه المستهلكة؟

٥ التقرير: قدّم تقريرًا مفصلًا عن هذا المشروع محاولًا توقع كميات الاستهلاك المطلوبة خلال الـ ٢٠ سنة القادمة، ومحددًا الموارد والمصادر التي يمكن اعتمادها لتأمين الحاجات مراعيًا الزيادة السكانية ليكون التقرير أكثر دقة وموضوعية.

دروس الوحدة

٣-١ السلسلة الزمنية	٣-٢ عناصر السلسلة الزمنية	٣-٣ تحليل السلاسل الزمنية
		معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية

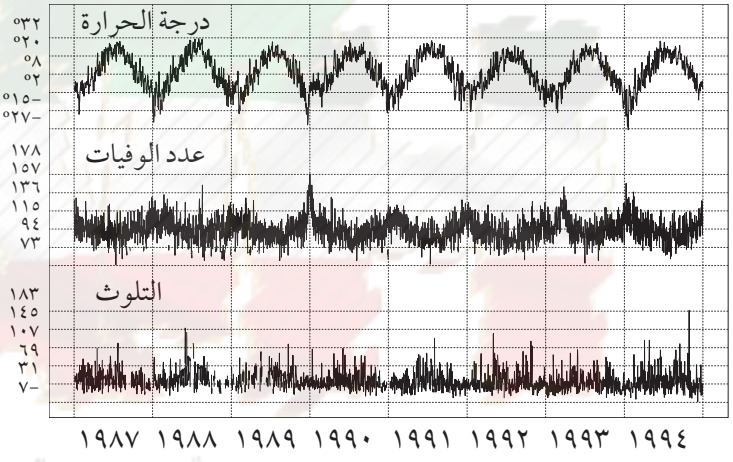
٦٤

السلاسل الزمنية هي عبارة عن مجموعة من الملاحظات تمّ تسجيلها بحسب تسلسلها الزمني.

مثال على ذلك:

- عدد الوفيات اليومية.
- قياس جسيمات التلوث في الهواء.
- بيانات درجات الحرارة.

يوضّح الرسم التالي هذه البيانات لإحدى المدن الصناعية الكبرى بين عام ١٩٨٧ وعام ١٩٩٤:



نمثّل قياسات السلاسل الزمنية بالمتغيرات التالية:

$س_1$، ... ، $س_ن$ حيث ن يساوي العدد الإجمالي للقياسات.

في حين أن معظم المسائل الإحصائية تعنى بخصائص تقدير مجتمع إحصائي ما من خلال عينة، ففي تحليل السلاسل الزمنية يختلف الوضع بالرغم من إمكانية تغيير حجم العينة التي يتم دراستها.

عادة ما يكون من المستحيل إجراء ملاحظات متعددة في الوقت نفسه (على سبيل المثال، لا يمكن للمرء مراقبة وفيات يوم ما أكثر من مرة واحدة) مما يجعل من الإجراءات الإحصائية التقليدية المستندة على تقديرات عينة كبيرة غير مناسبة.

أما السكون فهو افتراض مناسب يسمح لنا بوصف الخصائص الإحصائية للسلاسل الزمنية.

KuwaitMath.com

مشروع الوحدة

أوجه استخدام المياه كثيرة ومتنوعة، كالاستخدامات الزراعية، المنزلية، الصناعية.

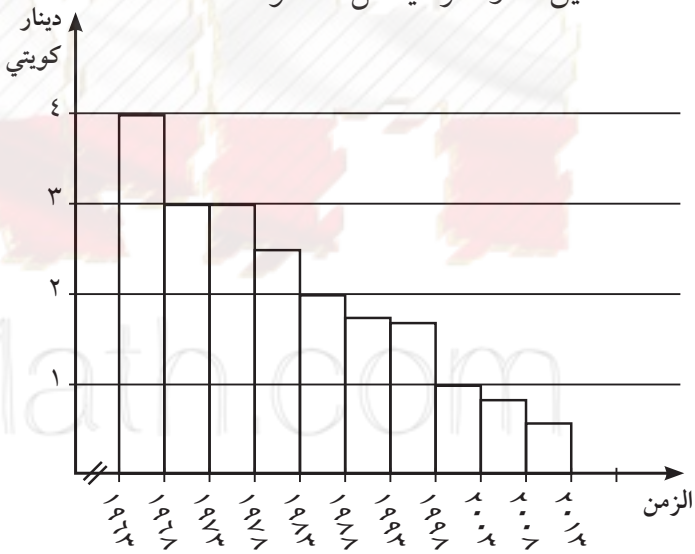
وقد أثرت هذه الاستخدامات في تغيير الأنظمة الإيكولوجية المحيطة مثل الصرف الصحي، وتحويل المياه للري، والاستخدامات الصناعية والمنزلية مما زاد من تلوث المياه وذلك نتيجة الأسمدة الزراعية، والنفايات الصناعية، وبناء السدود، إلخ... .

إجابات «أسئلة حول التطبيق»

(أ) قد تتنوع الإجابات بين الطلاب.

(ب) قد تتنوع الإجابات بحسب المراجع التي اعتمدها الطلاب في بحثهم.

على سبيل المثال شكل المضلع التكراري لكلفة تحلية المتر المكعب الواحد خلال الخمسين سنة الماضية آخذين الفترة الزمنية كل ٥ سنوات.



(جـ) قد تتنوع الإجابات بين الطلاب كذلك بالنسبة إلى المضلع التكراري.

(د) قد تتنوع الإجابات بين الطلاب.

(هـ) قد تتنوع الإجابات بين الطلاب.

التقرير

اعرض تقريرك أمام زملائك في غرفة الصف، وناقش معهم النتائج التي توصلت إليها. إذا وجدت أنك كنت على خطأ في مكان ما فأعد صياغة تقريرك بما يتناسب مع أهداف المشروع.

الوحدة الثالثة

أين أنت الآن (المعارف السابقة المكتسبة)
- مخطط الانتشار.
- الارتباط وتطبيقاته.
- مُعامل ارتباط بيرسون.
- الانحدار وتطبيقاته.
- التقدير بمعادلة الانحدار.

ماذا سوف تتعلم؟
- السلسلة الزمنية.
- عناصر السلسلة الزمنية.
- تحليل السلاسل الزمنية.

المصطلحات الأساسية
السلسلة الزمنية – عناصر السلسلة الزمنية – المنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية – الاتجاه العام – التغيرات الموسمية – التغيرات الدورية – التغيرات العرضية (الفجائية).

أضف إلى معلوماتك

تطور عمر الإنسان وزادت معدلاته، وذلك يعود إلى عدة عوامل أبرزها نوعية التغذية والرعاية الطبية، بحيث كان معدل عمر الإنسان عام ١٩٠٠ في الولايات المتحدة الأمريكية حوالي ٤٧,٣ سنة ليصبح عام ٢٠٠٧ ٧٧,٩ سنة.

أما بالنسبة إلى الدول التي تعتبر فيها معدلات عمر الإنسان الأعلى في العالم، فتحل اليابان في المركز الثاني حيث إن معدل العمر فيها هو ٨٢ سنة، ودولة أندورة، التي تقع في جبال البرينه بين فرنسا وإسبانيا، فتحل في المركز الأول حيث يبلغ عدد سكانها ٧٢ ٠٠٠ نسمة ومعدل أعمار أبنائها ٨٣,٥ سنة. وبالتالي، فإن معدل عمر الإنسان في ارتفاع دائم مع مرور الزمن.

٦٥

سلّم التقييم

٤	العرض في المشروع بكامله واضح – جداول البيانات واضحة ومتماسكة بحيث تخلو من الأخطاء – الرسوم البيانية دقيقة وصحيحة – التقرير مفصل ومنظم ويعكس دقة وجهدًا في العمل.
٣	معظم العرض في المشروع واضح – بعض الأخطاء في جداول البيانات – أخطاء طفيفة في الرسوم البيانية – التقرير مفصل ومنظم إنما ينقصه بعض التفاصيل الصغيرة.
٢	بعض العروض في المشروع واضحة – أخطاء متكررة في جداول البيانات وفي الرسوم البيانية – التقرير غير مفصل ويفتقر إلى التنظيم.
١	معظم عناصر هذا المشروع ناقصة وبحاجة إلى إعادة.

KuwaitMath.com

٣-١: السلسلة الزمنية

١ الأهداف

- يتعرف السلسلة الزمنية.
- يرسم المنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية.

٢ المفردات والمفاهيم الجديدة

السلسلة الزمنية – المنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية.

٣ الأدوات والوسائل

حاسوب – جهاز إسقاط (Data Show).

٤ التمهيد

اطلب إلى الطلاب رسم مخطط الانتشار للبيانات التالية:

س	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦
ص	١,١	١,٥	٢	٢,٢	٢,٣	٢,٨

اطلب إليهم ربط النقاط ببعضها بعضًا.

٥ التدريس

السلسلة الزمنية هي متتالية منتهية لمعطيات بدلالة الزمن (دقيقة، ساعة، أيام ...).

المنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية هو الرسم البياني على مخطط الانتشار للبيانات في الجدول مع ربط النقاط ببعضها بعضًا.

في المثال (١)

تطبيق مباشر للسلاسل الزمنية. لاحظ تزايد متوسط العمر مع الزمن.

في المثال (٢)

يشكل مثالًا لسلسلة زمنية في تناقص مع الزمن.

٦ الربط

المثالان (١) و(٢) هما من المجالات الحياتية حيث تستخدم السلسلة الزمنيّة.

١-٣

السلسلة الزمنيّة

Time Series

سوف تتعلم
- السلسلة الزمنية.
- المنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية.

دعنا نفكر ونتناقش

تعلّمت سابقًا كيف ترسم مخطط الانتشار لمتغيرين وكيفية إيجاد نوع العلاقة بينهما. في الجدول التالي:

س تمثّل السنوات ، ص تمثّل معدل النمو

س	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠
ص	٢,٧	٢,٧	٢,٧	٢,٧	٢,٦	٢,٧	٢,٧	٢,٤	٢,٣	٢,٢	٢,١

أ) مثّل البيانات بالخط المنكسر.

ب) كيف كان معدّل النمو بين سنة ٢٠٠٠ وسنة ٢٠٠٦؟ وبعد سنة ٢٠٠٦؟

جـ) ما نوع العلاقة بين الزمن ومعدّل النمو في هذه الفترات (ثابتة، متناقصة، متزايدة)؟

سبق لنا أن درسنا في الوحدة السابقة العلاقة بين ظاهرتين (متغيرين) من خلال موضوع الارتباط وفي هذه الوحدة سنتعرض لحالة خاصة من الارتباط بتثبيت قيم إحدى الظاهرتين (المتغيرين) وهو الزمن باعتباره المتغيّر المستقل ودراسة قيم الظاهرة الأخرى عبر الزمن وهو ما يسمى **بالسلسلة الزمنية**.

تعريف: السلسلة الزمنية

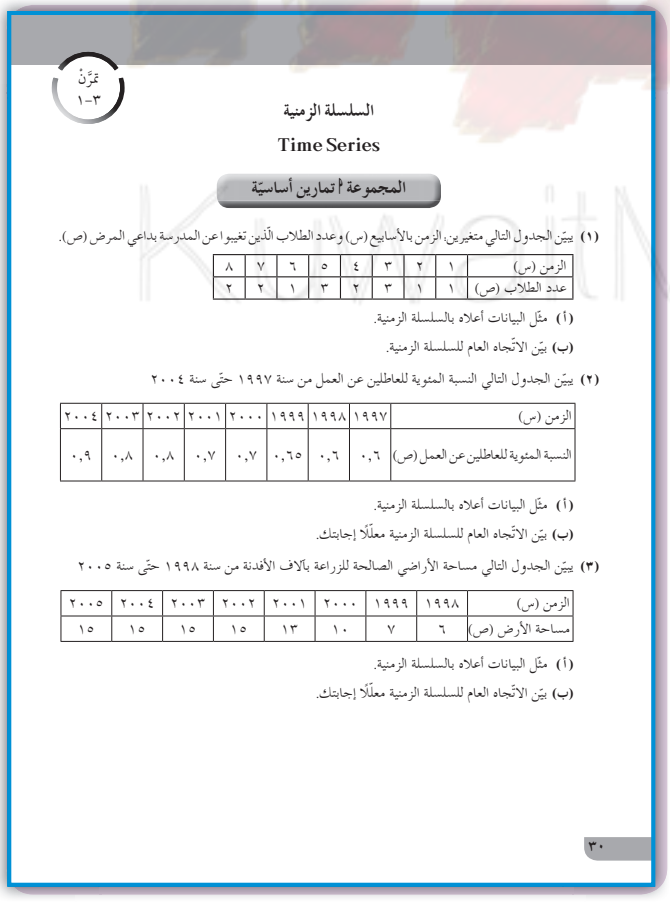
هي مجموعة القيم التي تأخذها ظاهرة ما في فترات زمنية غالبًا ما تكون متساوية ومتعاقبة.

أي أنها علاقة تربط بين متغيرين أحدهما هو قيم الظاهرة المطلوب دراستها والآخر هو الزمن. أي أننا نتتبع سلوك الظاهرة في أزمنة متعاقبة (سنة – نصف سنة – ربع سنة – شهر – يوم ...) ويسمى التتبع لقيم الظاهرة خلال هذه الأزمنة **بالسلسلة الزمنية**.

السلسلة الزمنية تحتوي على متغيرين أحدهما هو الزمن (المتغير المستقل) وسوف نرمز له بالرمز (س)، والآخر هو قيمة الظاهرة (المتغيّر التابع) وسنرمز له بالرمز (ص).

وتقاس قيم هذه الظواهر بنفس الوحدات ونفس طريقة القياس حتى يمكن المقارنة بين قيم الظاهرة خلال فترة الدراسة. وبعض السلاسل الزمنية تكون تصاعدية بصورة مطردة، وفي هذا النوع تزداد قيم الظاهرة محل الدراسة بمرور الزمن مثل إنتاج تحلية المياه في دولة الكويت، وبعض السلاسل الزمنية تكون تنازلية حيث تكون قيم مشاهداتها تتناقص بمرور الزمن مثل عدد الإصابات بشلل الأطفال في السنوات الأخيرة، والبعض الآخر من السلاسل الزمنية لا تخضع لنظام ثابت فهي متذبذبة بين التصاعدية والتنازلية وتكون قيم الظاهرة موزعة بين الصعود والنزول مثل إنتاج المشروبات الغازية على مدار السنة.

٦٦



تمرّنْ ١-٣

السلسلة الزمنية

Time Series

المجموعة أ تمارين أساسيّة

(١) يبيّن الجدول التالي متغيرين: الزمن بالأسابيع (س) وعدد الطلاب الّذين تغيبوا عن المدرسة بداعي المرض (ص).

الزمن (س)	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
عدد الطلاب (ص)	١	١	٣	٢	٣	١	٢	٢

(أ) مثّل البيانات أعلاه بالسلسلة الزمنية.

(ب) بيّن الاتّجاه العام للسلسلة الزمنية.

(٢) يبيّن الجدول التالي النسبة المئوية للعاطلين عن العمل من سنة ١٩٩٧ حتّى سنة ٢٠٠٤

الزمن (س)	١٩٩٧	١٩٩٨	١٩٩٩	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤
النسبة المئوية للعاطلين عن العمل (ص)	٠,٦	٠,٦	٠,٦٥	٠,٧	٠,٧	٠,٨	٠,٨	٠,٩

(أ) مثّل البيانات أعلاه بالسلسلة الزمنية.

(ب) بيّن الاتّجاه العام للسلسلة الزمنية معلّلًا إجابتك.

(٣) يبيّن الجدول التالي مساحة الأراضي الصالحة للزراعة بآلاف الأفدنة من سنة ١٩٩٨ حتّى سنة ٢٠٠٥

الزمن (س)	١٩٩٨	١٩٩٩	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥
مساحة الأرض (ص)	٦	٧	١٠	١٣	١٥	١٥	١٥	١٥

(أ) مثّل البيانات أعلاه بالسلسلة الزمنية.

(ب) بيّن الاتّجاه العام للسلسلة الزمنية معلّلًا إجابتك.

٣٠

٧ أخطاء متوقّعة ومعالجتها

من المهم لفت انتباه الطلاب إلى أن الزمن يتمثّل على محور السينات وإعطائهم جدولًا أو اثنين مع س تمثّل زمن ما ليتقنوا رسم المنحنى التاريخي.

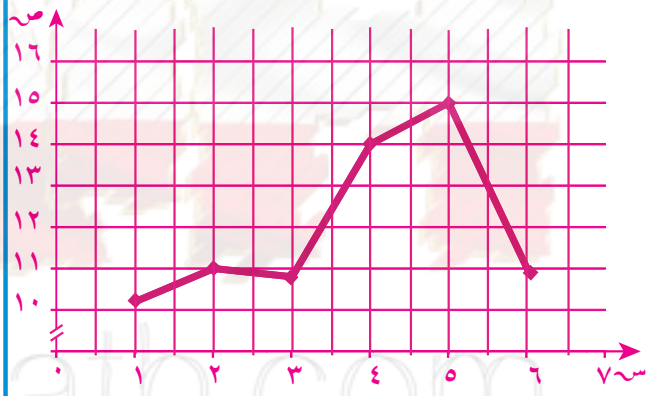
٨ التقييم

تابع الطلاب وهم يحلون فقرات «حاول أن تحل» وأعطهم الوقت اللازم لذلك.

اختبار سريع

مثّل البيانات أدناه بالسلسلة الزمنيّة، ثم بيّن اتّجاهها العام.

س	١	٢	٣	٤	٥	٦
ص	١٠,٢	١١	١٠,٨	١٤	١٥	١١



السلسلة الزمنية تبيّن تغيّرًا عرضيًّا.

سوف يتم تمثيل السلسلة الزمنية بيانيًّا بخط منكسر ويسمى بالمنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية، حيث يتم تمثيل الزمن على المحور الأفقي والظاهرة على المحور الرأسي.

مثال (١)

يبيّن الجدول التالي متوسط العمر (ص) في إحدى الدول خلال السنوات (س) من سنة ٢٠٠٤ إلى سنة ٢٠١١.

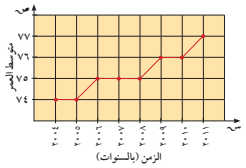
الزمن (س)	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١
العمر (ص)	٧٤	٧٤	٧٥	٧٥	٧٥	٧٦	٧٦	٧٧

أ) مثّل بيانيًّا السلسلة الزمنية للبيانات الموجودة في الجدول أعلاه.

ب) ما نوع العلاقة بين متوسط العمر والزمن؟

الحل:

أ) مثّل الزمن على المحور الأفقي، ومتوسّط العمر على المحور الرأسي.



ب) نلاحظ أن متوسط العمر في تزايد مع الزمن.

حاول أن تحل

أ) في الجدول التالي متغيرين: الزمن (س) بالسنوات، وعدد الولادات (ص) بالآلاف.

الزمن (س)	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨
عدد الولادات بالآلاف (ص)	٤٢	٤٢	٤٣	٤٥	٤٧	٥١	٥٣	٥٥	٥٥

أ) مثّل بيانيًّا السلسلة الزمنية للبيانات الموجودة في الجدول أعلاه.

ب) ما نوع العلاقة بين عدد الولادات والزمن؟

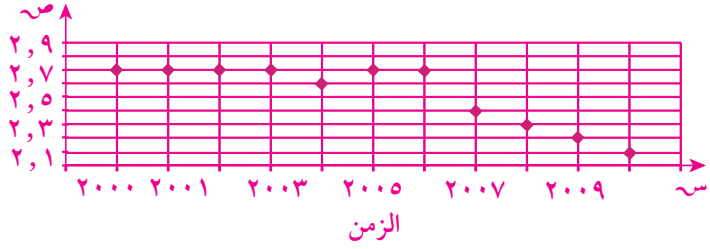
٦٧

KuwaitMath.com

٩ إجابات وحلول

«دعنا نفكر ونتناقش»

(أ)



(ب) كان ثابتًا بين سنة ٢٠٠٠ وسنة ٢٠٠٦ وأصبح يتناقص بعد سنة ٢٠٠٦ .

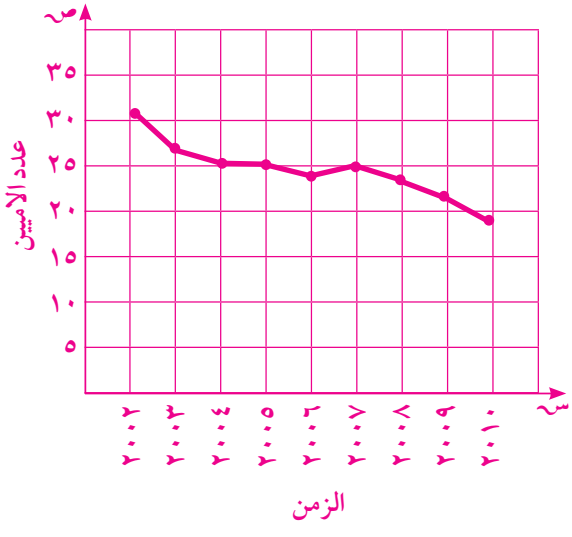
(جـ) هي علاقة خطية ثابتة من ٢٠٠٠ إلى ٢٠٠٦ ومتناقصة من ٢٠٠٦ وما بعد.

«حاول أن تحل»

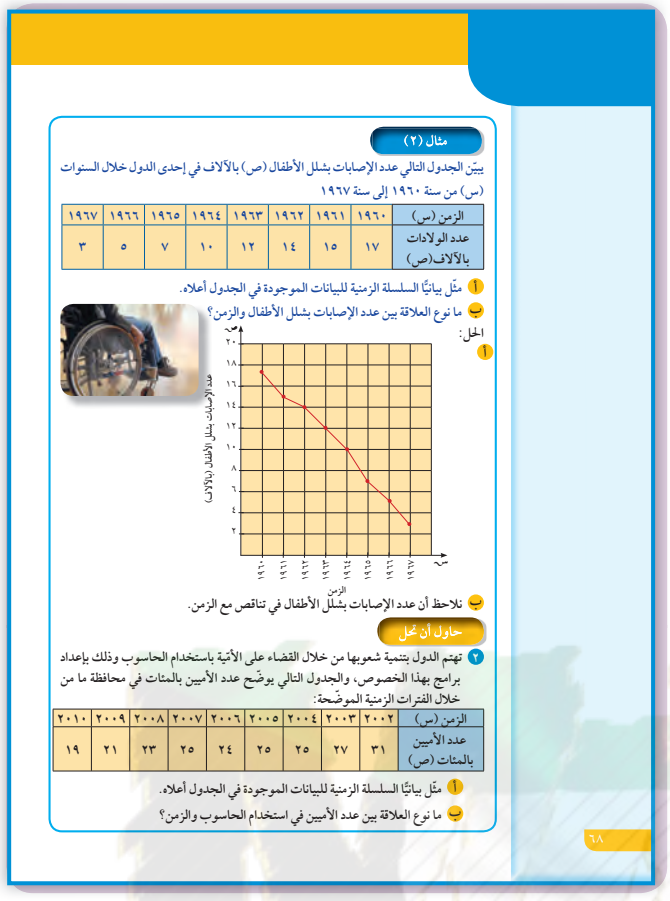
١ (أ)

(ب) نلاحظ أن عدد الولادات يتزايد مع الزمن.

٢ (أ)



(ب) يتناقص عدد الأميين مع الزمن.



مثال (٢)

يبيّن الجدول التالي عدد الإصابات بشلل الأطفال (ص) بالآلاف في إحدى الدول خلال السنوات (س) من سنة ١٩٦٠ إلى سنة ١٩٦٧

الزمن (س)	١٩٦٠	١٩٦١	١٩٦٢	١٩٦٣	١٩٦٤	١٩٦٥	١٩٦٦	١٩٦٧
عدد الولادات بالآلاف (ص)	١٧	١٥	١٤	١٢	١٠	٧	٥	٣

١ مثّل بيانيًّا السلسلة الزمنية للبيانات الموجودة في الجدول أعلاه.

ما نوع العلاقة بين عدد الإصابات بشلل الأطفال والزمن؟

الحل:

١

نلاحظ أن عدد الإصابات بشلل الأطفال في تناقص مع الزمن.

حاول أن تحل

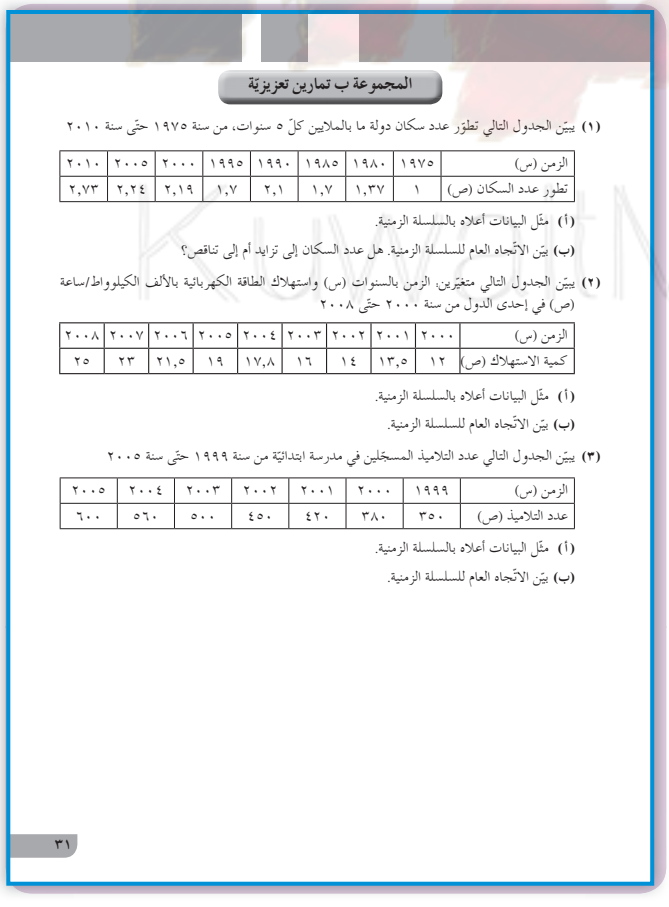
٢ تهتم الدول بتنمية شعوبها من خلال القضاء على الأمية باستخدام الحاسوب وذلك بإعداد برامج بهذا الخصوص، والجدول التالي يوضّح عدد الأميين بالمئات في محافظة ما من خلال الفترات الزمنية الموضّحة:

الزمن (س)	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠
عدد الأميين بالمئات (ص)	٣١	٢٧	٢٥	٢٥	٢٤	٢٥	٢٣	٢١	١٩

١ مثّل بيانيًّا السلسلة الزمنية للبيانات الموجودة في الجدول أعلاه.

ما نوع العلاقة بين عدد الأميين في استخدام الحاسوب والزمن؟

٦٨



المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) يبيّن الجدول التالي تطوّر عدد سكان دولة ما بالملايين كلّ ٥ سنوات، من سنة ١٩٧٥ حتّى سنة ٢٠١٠

الزمن (س)	١٩٧٥	١٩٨٠	١٩٨٥	١٩٩٠	١٩٩٥	٢٠٠٠	٢٠٠٥	٢٠١٠
تطور عدد السكان (ص)	١	١,٣٧	١,٧	٢,١	١,٧	٢,١٩	٢,٢٤	٢,٧٣

(أ) مثّل البيانات أعلاه بالسلسلة الزمنية.

(ب) بيّن الاتّجاه العام للسلسلة الزمنية. هل عدد السكان إلى تزايد أم إلى تناقص؟

(٢) يبيّن الجدول التالي متغيّرين، الزمن بالسنوات (س) واستهلاك الطاقة الكهربائية بالألف الكيلوواط/ساعة (ص) في إحدى الدول من سنة ٢٠٠٠ حتّى ٢٠٠٨

الزمن (س)	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨
كمية الاستهلاك (ص)	١٢	١٣,٥	١٤	١٦	١٧,٨	١٩	٢١,٥	٢٣	٢٥

(أ) مثّل البيانات أعلاه بالسلسلة الزمنية.

(ب) بيّن الاتّجاه العام للسلسلة الزمنية.

(٣) يبيّن الجدول التالي عدد التلاميذ المسجّلين في مدرسة ابتدائيّة من سنة ١٩٩٩ حتّى سنة ٢٠٠٥

الزمن (س)	١٩٩٩	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥
عدد التلاميذ (ص)	٣٥٠	٣٨٠	٤٢٠	٤٥٠	٥٠٠	٥٦٠	٦٠٠

(أ) مثّل البيانات أعلاه بالسلسلة الزمنية.

(ب) بيّن الاتّجاه العام للسلسلة الزمنية.

٣١

KuwaitMath.com

٣-٢: عناصر السلسلة الزمنية

١ الأهداف

- يتعرّف الاتجاه العام.
- يتعرّف التغيرات الموسمية.
- يتعرّف التغيرات الدورية.
- يتعرّف التغيرات العرضية (الفجائية).

٢ المفردات والمفاهيم الجديدة

الاتجاه العام – التغيرات الموسمية – التغيرات الدورية – التغيرات العرضية.

٣ الأدوات والوسائل

حاسوب – جهاز إسقاط (Data Show).

٤ التمهيد

اطلب إلى الطلاب أن يرسموا المنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية لكل من البيانات في الجدولين التاليين:

(أ)

س	١	٢	٣	٤	٥	٦
ص	١٠	٩	١٨	١١	١٠	١١

(ب)

س	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
ص	١٠٠	١٠٥	٥٠	١١٠	١٠٨	١٠٠	٥٥	١٠٣

٥ التدريس

تعرفت في الدرس السابق السلسلة الزمنية. والآن سندرس الاتجاه العام للسلسلة الزمنية وأنواع التغيرات فيها.

الاتجاه العام للسلسلة الزمنية هو الاتجاه الذي تأخذه السلسلة لحدث ما خلال فترة طويلة من الزمن.

أما التغيرات فهي ٣ أنواع:

- التغيرات الموسمية: تحصل تقريبًا كل سنة خلال فترة زمنية معيّنة، تكثر الأمثلة عن هذه التغيرات، منها: أعداد السوّاح، درجة الحرارة.

٢–٣

عناصر السلسلة الزمنية

Time Series Elements

سوف تتعلم
- الاتجاه العام.
- التغيرات الموسمية.
- التغيرات الدورية.
- التغيرات العرضية.

دعنا نفكر ونتناقش

انظر إلى السلاسل الزمنية التالية:

١ ب ص — فصول: ربيع، صيف، خريف، شتاء

ج ص — سنوات: ٩٠ ٩١ ٩٢ ٩٣ ٩٤ ٩٥ ٩٦ ٩٧ ٩٨

ص — أشهر: ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨

١ قارن فيما بينها.

٢ اقترح أمثلة حياتية تتطابق مع السلسلة الزمنية في الشكل ١.

٣ أي سلسلة من السلاسل الزمنية الثلاث تبيّن تغيرًا فجائيًا؟

درسنا فيما سبق أن السلسلة الزمنية هي علاقة بين متغيّرين أحدهما يسمى المتغيّر المستقل وهو الزمن (س)، والآخر يسمى المتغيّر التابع (ص)، ويوجد عدد من المؤثرات المشتركة في كل سلسلة زمنية ولكنها تؤثر بدرجات مختلفة من ظاهرة لأخرى طبقًا لطبيعة الظاهرة محل الدراسة.

والهدف من الدراسة الإحصائية للسلسلة الزمنية هو اكتشاف التغيرات التي تطرأ على قيم الظاهرة من زيادة أو نقصان في زمن محدد وتسمى هذه التغيرات التي تؤثر على السلسلة الزمنية سواء كانت مجتمعة أم منفردة بعناصر السلسلة الزمنية.

عناصر السلسلة الزمنية هي:

١ المؤثرات الاتجاهية (الاتجاه العام للسلسلة الزمنية).

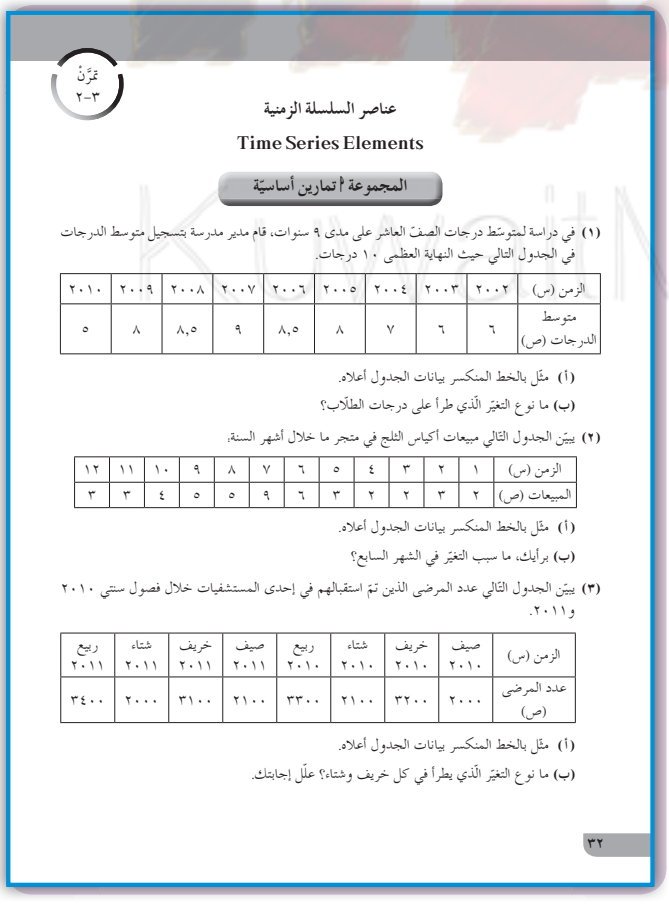
٢ التغيرات الموسمية.

٣ التغيرات الدورية.

٤ التغيرات العرضية (الفجائية).

وسنتناول هذه العناصر بشيء من التفصيل.

٦٩



تمرّن ٢-٣

عناصر السلسلة الزمنية

Time Series Elements

المجموعة أ تمارين أساسيّة

(١) في دراسة لمتوسّط درجات الصفّ العاشر على مدى ٩ سنوات، قام مدير مدرسة بتسجيل متوسط الدرجات في الجدول التالي حيث النهاية العظمى ١٠ درجات.

الزمن (س)	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠
متوسط الدرجات (ص)	٦	٦	٧	٨	٨,٥	٩	٨,٥	٨	٥

(أ) مثّل بالخط المنكسر بيانات الجدول أعلاه.

(ب) ما نوع التغيّر الّذي طرأ على درجات الطلّاب؟

(٢) يبيّن الجدول التالي مبيعات أكياس الثلج في متجر ما خلال أشهر السنة.

الزمن (س)	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
المبيعات (ص)	٢	٣	٢	٢	٣	٦	٩	٥	٥	٤	٣	٣

(أ) مثّل بالخط المنكسر بيانات الجدول أعلاه.

(ب) برأيك، ما سبب التغيّر في الشهر السابع؟

(٣) يبيّن الجدول التالي عدد المرضى الذين تمّ استقبالهم في إحدى المستشفيات خلال فصول سنتي ٢٠١٠ و٢٠١١.

الزمن (س)	صيف ٢٠١٠	خريف ٢٠١٠	شتاء ٢٠١٠	ربيع ٢٠١٠	صيف ٢٠١١	خريف ٢٠١١	شتاء ٢٠١١	ربيع ٢٠١١
عدد المرضى (ص)	٢٠٠٠	٣٢٠٠	٢١٠٠	٣٣٠٠	٢١٠٠	٣١٠٠	٢٠٠٠	٣٤٠٠

(أ) مثّل بالخط المنكسر بيانات الجدول أعلاه.

(ب) ما نوع التغيّر الّذي يطرأ في كل خريف وشتاء؟ علّل إجابتك.

٣٢

- التغيرات الدورية: هي تغيرات على فترات طويلة تمتد لأكثر من سنة؛ مثلًا: فترة كساد أو ركود الأسواق، حركة الكواكب،...
- التغيرات العرضية (الفجائية): هي التغيرات الفجائية في السلسلة الزمنية تعود إلى الصدفة البحتة: الزلازل، كوارث طبيعية، النزاعات والحروب.

وسنتعرّف أيضًا في هذا الدرس التغيرات وكيفية تمييزها من خلال المنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية.

في المثال (١)

نلاحظ عند رسم المنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية تغيّرًا مفاجئًا تمثّل بانخفاض كبير جدًّا للأرباح، وعند قراءة السنة نلاحظ أن السبب هو العدوان العراقي على الكويت سنة ١٩٩٠.

في المثال (٢)

نلاحظ التغير الدوري في المبيعات خلال الفترات الزمنية من ٤ أشهر. يبيّن الخط المنكسر تناقصًا في المبيعات خلال الأشهر من ٥ إلى ٨.

في المثال (٣)

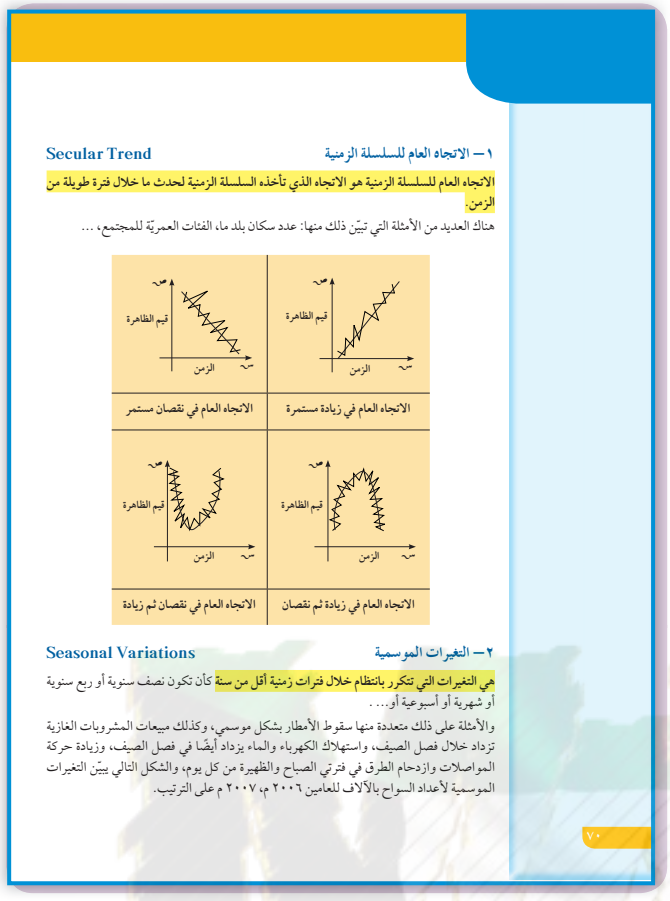
كل فترة هي نصف سنة. كذلك نشهد تغيرًا دوريًّا مع تزايد بطيء على مر الزمن.

٦ الربط

يبيّن المثالان (١)، (٢) كيف أن الأحداث الواقعية تتمثّل في المنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية.

٧ أخطاء متوقعة ومعالجتها

نبّه الطلاب إلى عدم الخلط بين أنواع التغيرات، والانتباه دائمًا إلى المدة الزمنية التي تحصل خلالها هذه التغيرات، إذا كانت أقل من سنة فتكون موسمية، وأكثر من سنة فتكون دورية، وإذا كانت غير متوقعة فتكون فجائية.



١ – الاتجاه العام للسلسلة الزمنية Secular Trend

الاتجاه العام للسلسلة الزمنية هو الاتجاه الذي تأخذه السلسلة الزمنية لحدث ما خلال فترة طويلة من الزمن.

هناك العديد من الأمثلة التي تبيّن ذلك منها: عدد سكان بلد ما، الفئات العمرية للمجتمع، ...

٢ – التغيرات الموسمية Seasonal Variations

هي التغيرات التي تتكرر بانتظام خلال فترات زمنية أقل من سنة كأن تكون نصف سنوية أو ربع سنوية أو شهرية أو أسبوعية أو...

والأمثلة على ذلك متعددة منها سقوط الأمطار بشكل موسمي، وكذلك مبيعات المشروبات الغازية تزداد خلال فصل الصيف، واستهلاك الكهرباء والماء يزداد أيضًا في فصل الصيف، وزيادة حركة المواصلات وازدحام الطرق في فترتي الصباح والظهيرة من كل يوم، والشكل التالي يبيّن التغيرات الموسمية لأعداد السواح بالآلاف للعامين ٢٠٠٦ م، ٢٠٠٧ م على الترتيب.

٧٠

(٤) يبيّن الجدول التالي عدد المصابين بحوادث السير والذين أدخلوا إلى أحد المستشفيات خلال فصول السنة الأربعة في السنوات ٢٠٠١، ٢٠٠٢، ٢٠٠٣

السنة	٢٠٠١				٢٠٠٢				٢٠٠٣			
الفصل	١	٢	٣	٤	١	٢	٣	٤	١	٢	٣	٤
عدد المصابين	٢٧	١٥	١٧	١٤	١٣	٢١	٢٦	١٨	١٠	١٣	١٣	٢٤

(أ) مثّل بيانيًّا على شكل منحنى بيانات الجدول أعلاه.

(ب) ما الذي تلاحظه بالنسبة إلى الاتجاه العام للسلسلة؟

(٥) سجلت إحدى الشركات العالمية المبالغ التي حصلت عليها (بملايين الدنانير) من بيع ألعاب على الحاسوب للسنوات من ٢٠٠٠ إلى ٢٠٠٥ خلال الفصول الأربعة.

السنة	الشتاء	الربيع	الصيف	الخريف
٢٠٠٠	٦,٧	٤,٦	١٠	١٢,٧
٢٠٠١	٦,٥	٤,٦	٩,٨	١٣,٦
٢٠٠٢	٦,٩	٥	١٠,٤	١٤,١
٢٠٠٣	٧	٥,٥	١٠,٨	١٥
٢٠٠٤	٧,١	٥,٧	١١,١	١٤,٥
٢٠٠٥	٨	٦,٢	١١,٤	١٤,٩

(أ) مثّل بيانيًّا على شكل منحنى بيانات الجدول أعلاه.

(ب) هل الاتجاه العام للسلسلة في تزايد؟

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) يوضّح الجدول التالي بيانات تطوّر طول الرجال في بلد معيّن. المتغيران هما الزمن (س) ووحدته ١٠ سنوات، والمتغيّر (ص) الطول بالسنتيمتر.

الزمن (س)	١٩٥٠	١٩٦٠	١٩٧٠	١٩٨٠	١٩٩٠	٢٠٠٠	٢٠١٠
الطول بالسنتيمتر (ص)	١٧٠	١٧١	١٧١,٩	١٧٣	١٧٥	١٧٥,٥	١٧٨

(أ) مثّل بالخط المنكسر بيانات الجدول أعلاه.

(ب) ما الاتّجاه العام لطول الرجال في هذا البلد؟

٣٣

KuwaitMath.com

٨ التقييم

تابع الطلاب وهم يحلون فقرات «حاول أن تحل» وأعطهم الوقت اللازم لذلك.

اختبار سريع

مثّل بيانيًّا على شكل خطّ منكسر بيانات كل من الجداول أدناه موضحًا طبيعة السلسلة الزمنيّة.

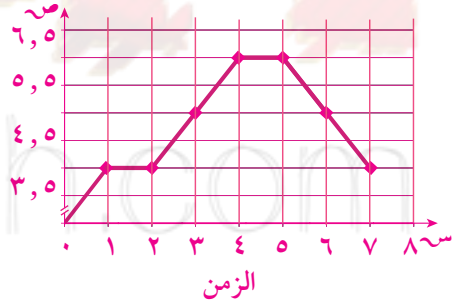
(أ)

س	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
ص	٩	١٠	٩	١٧	١٢	٩

السلسلة تبيّن تغيّرًا عرضيًّا (فجائيًا).

(ب)

س	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
ص	٤	٤	٥	٦	٦	٥	٤



السلسلة تبيّن تغيّرًا دوريًّا.

(جـ)

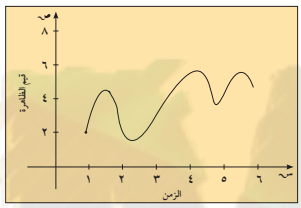
س	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
ص	٢	٥	١٣	٧	٢	٢	١٤	٥

السلسلة تبيّن تغيّرات موسمية.

لاحظ أن الاتجاه العام للسلسلة الزمنية في نقصان.

٣– التغيرات الدورية Cyclic Variations

هي تغيرات للسلسلة الزمنية على فترات طويلة المدى نسبيًّا أكثر من سنة، وتختلف التغيرات الدورية عن التغيرات الموسمية في أن التغيرات الموسمية تحدث في فترات زمنية أقل من سنة، ويمكن اعتبار التغيرات الدورية تحركًا لفترة أقل طولًا من فترة الاتجاه العام، ومن الأمثلة المهمة للتغيرات الدورية ما يحدث لشركة ما من فترة رخاء اقتصادي، ثم فترة ركود اقتصادي، ثم فترة كساد، ثم انفراج من الأزمة الاقتصادية كما هو موضح في الشكل.



لاحظ أن الاتجاه العام للسلسلة في تزايد.

٧١

KuwaitMathZoom

٩ إجابات وحلول

«دعنا نفكر ونتناقش»

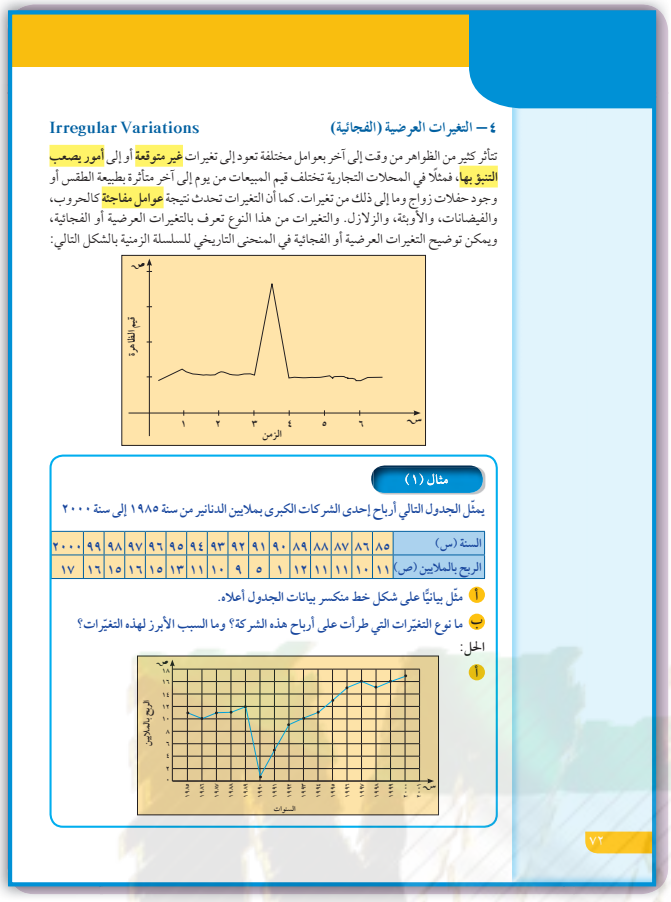
١ في السلسلة الزمنية (أ)، نلاحظ أن التغيّرات تحصل فقط خلال فصلي الربيع والصيف من كلّ سنة.

في السلسلة الزمنية (ب)، التغير يحصل على مدى سنتين أو أكثر.

في السلسلة الزمنية (جـ)، التغيّر يطرأ فقط على شهر واحد ليعود بعد ذلك ويستقرّ.

٢ بعض الأمثلة:

- التغير في درجات الحرارة.
- عدد السواح في البلد.
- عدد الحجوزات الفندقية.



٤ – التغيرات العرضية (الفجائية) Irregular Variations

تتأثر كثير من الظواهر من وقت إلى آخر بعوامل مختلفة تعود إلى تغيرات غير متوقعة أو إلى أمور يصعب التنبؤ بها، فمثلًا في المحلات التجارية تختلف قيم المبيعات من يوم إلى آخر متأثرة بطبيعة الطقس أو وجود حفلات زواج وما إلى ذلك من تغيرات. كما أن التغيرات تحدث نتيجة عوامل مفاجئة كالحروب، والفيضانات، والأوبئة، والزلازل. والتغيرات من هذا النوع تعرف بالتغيرات العرضية أو الفجائية، ويمكن توضيح التغيرات العرضية أو الفجائية في المنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية بالشكل التالي:

مثال (١)

يمثّل الجدول التالي أرباح إحدى الشركات الكبرى بملايين الدنانير من سنة ١٩٨٥ إلى سنة ٢٠٠٠

السنة (س)	٨٥	٨٦	٨٧	٨٨	٨٩	٩٠	٩١	٩٢	٩٣	٩٤	٩٥	٩٦	٩٧	٩٨	٩٩	٢٠٠٠
الربح بالملايين (ص)	١١	١٠	١١	١١	١٢	١	٥	٩	١٠	١١	١٣	١٥	١٦	١٥	١٦	١٧

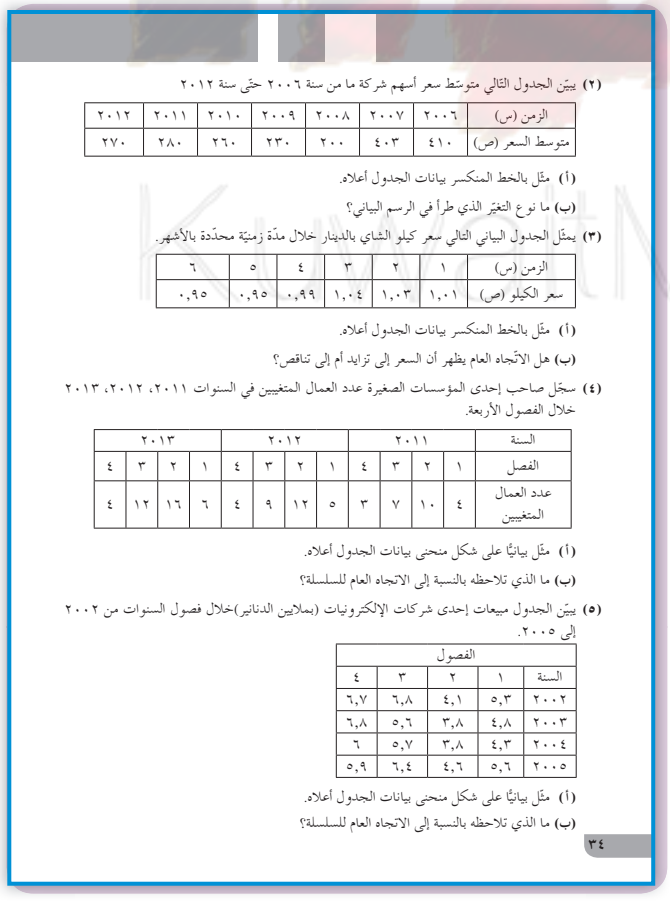
أ مثّل بيانيًّا على شكل خط منكسر بيانات الجدول أعلاه.

ب ما نوع التغيّرات التي طرأت على أرباح هذه الشركة؟ وما السبب الأبرز لهذه التغيّرات؟

الحل:

أ

٧٢



(٢) يبيّن الجدول التالي متوسّط سعر أسهم شركة ما من سنة ٢٠٠٦ حتّى سنة ٢٠١٢

الزمن (س)	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١	٢٠١٢
متوسط السعر (ص)	٤١٠	٤٠٣	٢٠٠	٢٣٠	٢٦٠	٢٨٠	٢٧٠

(أ) مثّل بالخط المنكسر بيانات الجدول أعلاه.

(ب) ما نوع التغيّر الذي طرأ في الرسم البياني؟

(٣) يمثّل الجدول البياني التالي سعر كيلو الشاي بالدينار خلال مدّة زمنيّة محدّدة بالأشهر.

الزمن (س)	١	٢	٣	٤	٥	٦
سعر الكيلو (ص)	١,٠١	١,٠٣	١,٠٤	٠,٩٩	٠,٩٥	٠,٩٥

(أ) مثّل بالخط المنكسر بيانات الجدول أعلاه.

(ب) هل الاتّجاه العام يظهر أن السعر إلى تزايد أم إلى تناقص؟

(٤) سجّل صاحب إحدى المؤسسات الصغيرة عدد العمال المتغيبين في السنوات ٢٠١١، ٢٠١٢، ٢٠١٣ خلال الفصول الأربعة.

السنة	٢٠١١				٢٠١٢				٢٠١٣			
الفصل	١	٢	٣	٤	١	٢	٣	٤	١	٢	٣	٤
عدد العمال المتغيبين	٤	١٠	٧	٣	٥	١٢	٩	٤	٦	١٦	١٢	٤

(أ) مثّل بيانيًّا على شكل منحنى بيانات الجدول أعلاه.

(ب) ما الذي تلاحظه بالنسبة إلى الاتجاه العام للسلسلة؟

(٥) يبيّن الجدول مبيعات إحدى شركات الإلكترونيات (بملايين الدنانير) خلال فصول السنوات من ٢٠٠٢ إلى ٢٠٠٥.

السنة	الفصول			
	١	٢	٣	٤
٢٠٠٢	٥,٣	٤,١	٦,٨	٦,٧
٢٠٠٣	٤,٨	٣,٨	٥,٦	٦,٨
٢٠٠٤	٤,٣	٣,٨	٥,٧	٦
٢٠٠٥	٥,٦	٤,٦	٦,٤	٥,٩

(أ) مثّل بيانيًّا على شكل منحنى بيانات الجدول أعلاه.

(ب) ما الذي تلاحظه بالنسبة إلى الاتجاه العام للسلسلة؟

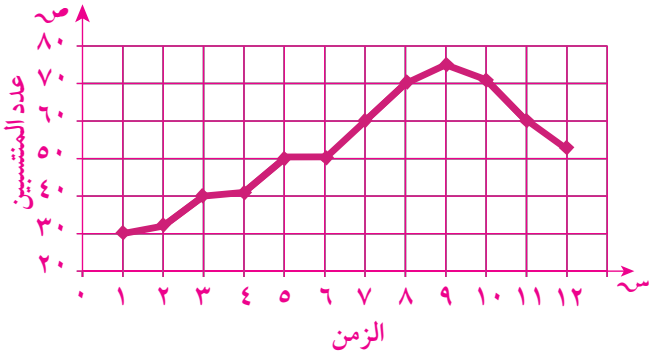
٣٤

KuwaitMath.com

٣ السلسة الزمنية (جـ) تبيّن تغيّرًا فجائيًّا.

«حاول أن تحل»

١ (أ)



(ب) نلاحظ أن عدد المنتسبين إلى ارتفاع من بداية السنة إلى أن يبلغ القيمة القصوى في شهر ٩، ٧٥ منتسبًا، ثمّ يتناقص في أشهر ١٠، ١١، ١٢.

(جـ) في فصل الشتاء يكون عدد المنتسبين أقل من أشهر الفصول الأخرى، لأن الناس يفّضلون ممارسة النشاطات الرياضية في القاعات المقفلة في أشهر الربيع والصيف.

ب لدينا تغيّر مفاجئ في سنة ١٩٩٠ يمثّل بانخفاض جذري للأرباح.
السبب الأبرز هو العدوان العراقي على الكويت.

حاول أن تحل

١ يبيّن الجدول التالي عدد المنتسبين إلى أحد الأندية الرياضية خلال أشهر سنة ٢٠٠٨

الأشهر (س)	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
عدد المنتسبين (ص)	٣٠	٣٢	٤٠	٤١	٥٠	٥٠	٦٠	٧٠	٧٥	٧١	٦٠	٥٥

أ مثّل بيانيًّا على شكل خط منكسر بيانات الجدول أعلاه.
ب ما الذي تلاحظه في الرسم البياني؟
جـ برأيك، ما سبّب هذه التغيّرات؟

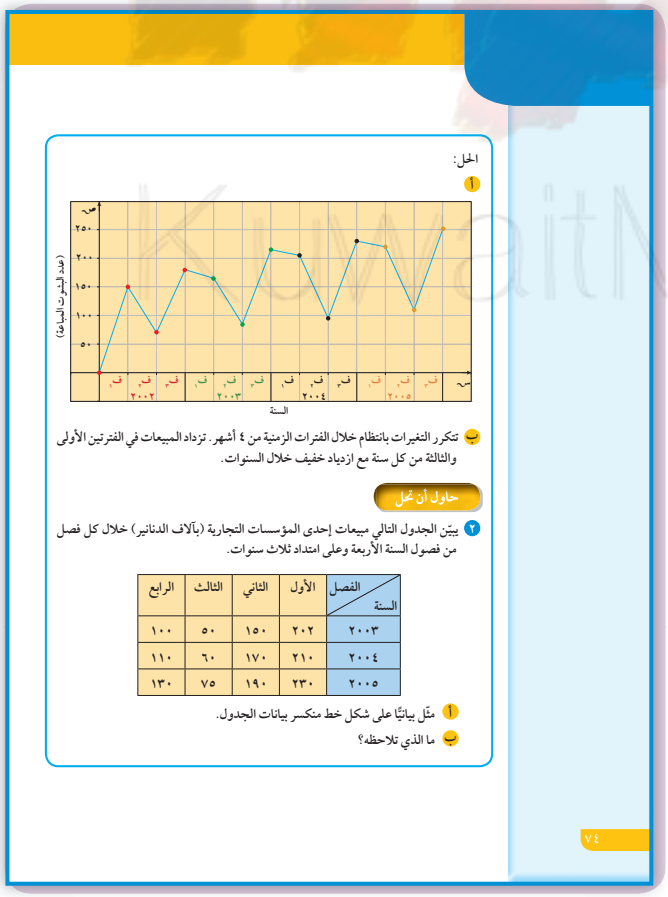
مثال (٢)

يبيّن الجدول التالي عدد البشوت المباعة في أحد المجمعات التجارية خلال فترة زمنية من أربعة أشهر وعلى امتداد أربع سنوات.

الفترة / السنوات	الأولى	الثانية	الثالثة
٢٠٠٢	١٥٠	٧٠	١٨٠
٢٠٠٣	١٦٥	٨٥	٢١٥
٢٠٠٤	٢٠٥	٩٥	٢٣٠
٢٠٠٥	٢٢٠	١١٠	٢٥٠

أ مثّل بيانيًّا على شكل خط منكسر بيانات الجدول أعلاه.
ب ما الذي تلاحظه؟

٧٣



الحل:

أ

ب تتكرر التغيرات بانتظام خلال الفترات الزمنية من ٤ أشهر. تزداد المبيعات في الفترتين الأولى والثالثة من كل سنة مع ازدياد خفيف خلال السنوات.

حاول أن تحل

٢ يبيّن الجدول التالي مبيعات إحدى المؤسسات التجارية (بآلاف الدنانير) خلال كل فصل من فصول السنة الأربعة وعلى امتداد ثلاث سنوات.

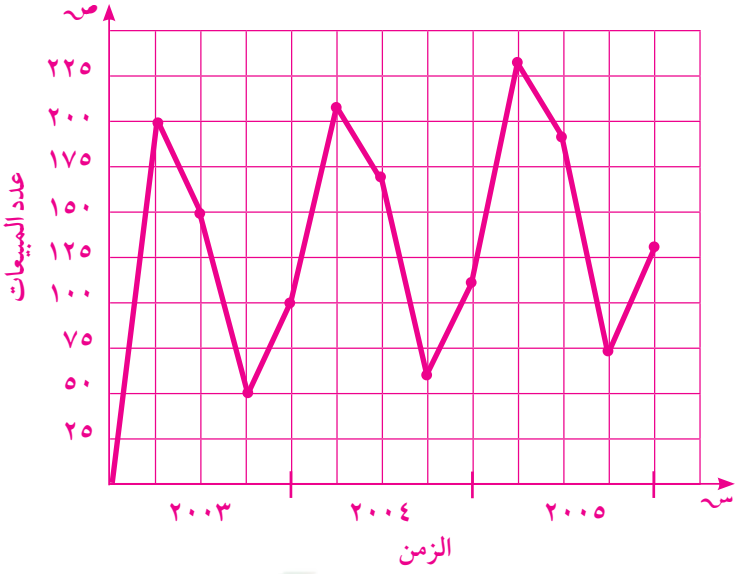
السنة / الفصل	الأول	الثاني	الثالث	الرابع
٢٠٠٣	٢٠٢	١٥٠	٥٠	١٠٠
٢٠٠٤	٢١٠	١٧٠	٦٠	١١٠
٢٠٠٥	٢٣٠	١٩٠	٧٥	١٣٠

أ مثّل بيانيًّا على شكل خط منكسر بيانات الجدول.
ب ما الذي تلاحظه؟

٧٤

KuwaitMath.com

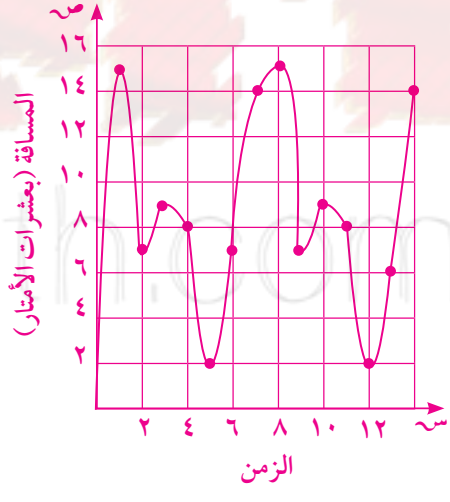
٢ (أ)



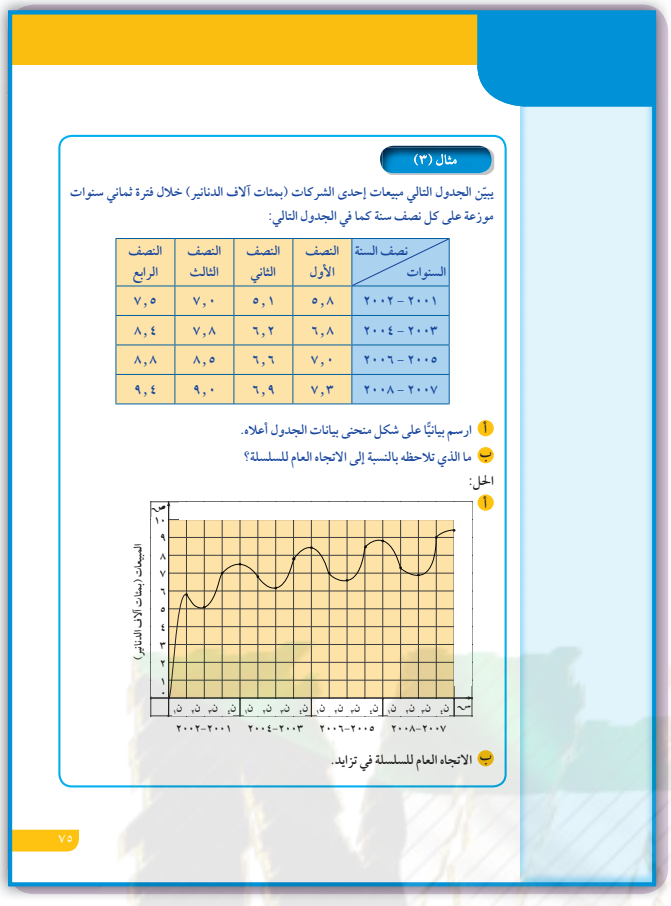
(ب) تتكرر التغيرات بانتظام خلال الفترات الزمنية من ٣ أشهر.

تزداد المبيعات في الفترتين الأولى والرابعة وتتناقص في الفترتين الثانية والثالثة مع ازدياد خفيف خلال السنوات.

٣ (أ)



(ب) الاتجاه العام للسلسلة في تزايد وتناقص مما يشكل نوع من الذبذبة.



مثال (٣)

يبيّن الجدول التالي مبيعات إحدى الشركات (بمئات آلاف الدنانير) خلال فترة ثماني سنوات موزعة على كل نصف سنة كما في الجدول التالي:

نصف السنة / السنوات	النصف الأول	النصف الثاني	النصف الثالث	النصف الرابع
٢٠٠١ - ٢٠٠٢	٥,٨	٥,١	٧,٠	٧,٥
٢٠٠٣ - ٢٠٠٤	٦,٨	٦,٢	٧,٨	٨,٤
٢٠٠٥ - ٢٠٠٦	٧,٠	٦,٦	٨,٥	٨,٨
٢٠٠٧ - ٢٠٠٨	٧,٣	٦,٩	٩,٠	٩,٤

أ ارسم بيانيًّا على شكل منحنى بيانات الجدول أعلاه.

ب ما الذي تلاحظه بالنسبة إلى الاتجاه العام للسلسلة؟

الحل:

أ

ب الاتجاه العام للسلسلة في تزايد.

٧٥

حاول أن تحل

٣ يبيّن الجدول التالي المسافات التي يركضها (بعشرات الأمتار) أحد لاعبي كرة القدم خلال ١٤ دقيقة.

الزمن	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤
المسافة (بعشرات الأمتار)	١٥	٧	٩	٨	٢	٦	١٤	١٥	٧	٩	٨	٢	٦	١٤

أ ارسم بيانيًّا على شكل منحنى بيانات الجدول أعلاه.

ب ما الذي تلاحظه بالنسبة إلى الاتجاه العام للسلسلة؟

٧٦

٣-٣: تحليل السلاسل الزمنية

١ الأهداف

- يتعرّف معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية.
- يحسب مقدار الخطأ.

٢ المفردات والمفاهيم الجديدة

معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية.

٣ الأدوات والوسائل

حاسوب - جهاز إسقاط (Data Show).

٤ التمهيد

اطلب إلى الطلاب أن يمثّلوا البيانات على شكل خط منكسر، وأن يحسبوا معادلة الانحدار الخطي بعد التأكد من أن العلاقة بين المتغيرين خطية.

س	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
ص	٢٢	٢٣	٢٤	٣٨	٣٠	٢٨	٢٩	٣٠

٥ التدريس

معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية، هي نفسها معادلة الانحدار الخطّي مع فرق بسيط أن المتغيّر س يتمثّل بالزمن. نحوّل أولًا المتغيّر س، باعتبار أن الفترة الأولى تأخذ القيمة س = صفر، الفترة الثانية س = ١، وهكذا دواليك.

ثمّ نطبّق الخطوات نفسها الّتي استخدمناها عند حساب معادلة الانحدار الخطي: ص̂ = أ + ب س مع

$$ب = \frac{ن(\Sigma س ص) - (\Sigma س)(\Sigma ص)}{ن(\Sigma س^{٢}) - (\Sigma س)^{٢}}$$

$$أ = \overline{ص} - ب\,\overline{س} \text{ حيث أن:}$$

$$\overline{س} = \frac{\Sigma س}{ن}\ ،\ \overline{ص} = \frac{\Sigma ص}{ن}$$

٣-٣

تحليل السلاسل الزمنية

Analysing Time Series

سوف تتعلم
- معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية.
- حساب مقدار الخطأ

دعنا نفكر ونتناقش

أخذت أوزان عشرة أطفال عند الولادة في أحد المستشفيات الغربية بهدف دراسة العلاقة بين وزن الطفل عند الولادة وعدد السجائر التي تدخنها الأم يوميًّا خلال أول شهرين من فترة الحمل.

عدد السجائر في اليوم (س)	١٥	١٠	٥	٨	٩	٧	١١	٦	٣	٢
الوزن بالجرام (ص)	١٤٤٧	١٥٠٠	١٧٠١	١٧١٢	١٨٥٧	٢٠٣١	٢١٤٥	٢٢١٤	٢٢١٠	٢٥٣٧

أ هل يوجد علاقة بين المتغيرين س، ص؟
(إرشاد: أوجد مُعامل الارتباط (ر))

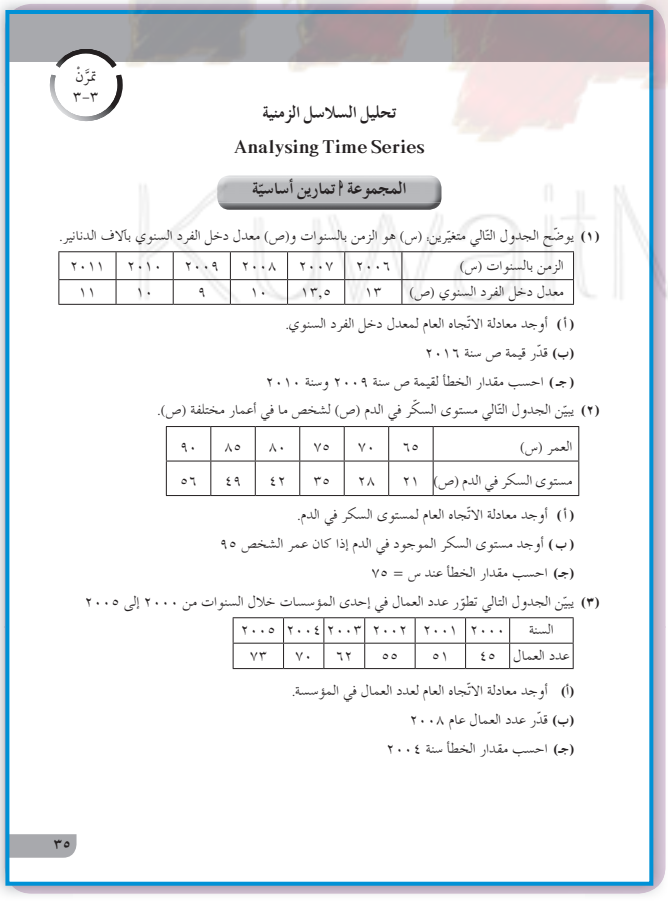
ب أوجد معادلة خط الانحدار.

جـ إذا كان وزن الطفل عند الولادة ١٩٥٠ جرامًا،
فما تقريبًا عدد السجائر التي تدخنها الأم يوميًّا؟

معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية — Equation of Time Series

الاتجاه العام للسلسلة الزمنية هو أهم عنصر من عناصر السلسلة، لأنه يساعد الباحثين وذوي الاختصاص على تقدير أو توقع قيمة مستقبلية لزمن قادم.
تعلّمنا سابقًا كيفية إيجاد معادلة خطّ الانحدار.
وفي هذا الدرس، سوف نستخدم الطريقة ذاتها لإيجاد معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية مع فرق بسيط وهو استخدام المتغيّر (س) لتمثيل الزمن، بفرض أن العلاقة بين الزمن (س) وقيم الظاهرة (ص) هي علاقة خطيّة.

٧٧



تمرّن ٣-٣

تحليل السلاسل الزمنية

Analysing Time Series

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) يوضّح الجدول التالي متغيّرين: (س) هو الزمن بالسنوات و(ص) معدل دخل الفرد السنوي بالآلاف الدنانير.

الزمن بالسنوات (س)	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١
معدل دخل الفرد السنوي (ص)	١٣	١٣,٥	١٠	٩	١٠	١١

(أ) أوجد معادلة الاتّجاه العام لمعدل دخل الفرد السنوي.

(ب) قدّر قيمة ص سنة ٢٠١٦

(جـ) احسب مقدار الخطأ لقيمة ص سنة ٢٠٠٩ وسنة ٢٠١٠

(٢) يبيّن الجدول التالي مستوى السكّر في الدم (ص) لشخص ما في أعمار مختلفة (ص).

العمر (س)	٦٥	٧٠	٧٥	٨٠	٨٥	٩٠
مستوى السكر في الدم (ص)	٢١	٢٨	٣٥	٤٢	٤٩	٥٦

(أ) أوجد معادلة الاتّجاه العام لمستوى السكر في الدم.

(ب) أوجد مستوى السكر الموجود في الدم إذا كان عمر الشخص ٩٥

(جـ) احسب مقدار الخطأ عند س = ٧٥

(٣) يبيّن الجدول التالي تطوّر عدد العمال في إحدى المؤسسات خلال السنوات من ٢٠٠٠ إلى ٢٠٠٥

السنة	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥
عدد العمال	٤٥	٥١	٥٥	٦٢	٧٠	٧٣

(أ) أوجد معادلة الاتّجاه العام لعدد العمال في المؤسسة.

(ب) قدّر عدد العمال عام ٢٠٠٨

(جـ) احسب مقدار الخطأ سنة ٢٠٠٤

٣٥

عند إيجاد المعادلة كاملة، يمكن التقدير بقيم مستقبلية على ألّا تكون بعيدة جدًّا عن طرفي فترة الزمن.

مقدار الخطأ =

|القيمة الجدولية – القيمة التي تحقق معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية|

ونعبر عنه بِـ: |ص$_{١}$ – ص$_{٢}$|

في المثال (١)

يبيّن الجدول عدد الخبراء الأجانب في دولة ما من سنة ٢٠٠٧ حتى سنة ٢٠١٤.

لإيجاد معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية، نبدأ بتحويل الزمن: ٢٠٠٧ إلى صفر، ٢٠٠٨ إلى ١، وهكذا دواليك.

الجدول في الإجابة هو طريقة لتنظيم العمل وتسهيل الحسابات.

في (ب)، سنة ٢٠١٧ هي عمليًّا س = ١٠، لذا ففي المعادلة نعوّض س بـ ١٠ ونحسب عدد العمّال المتوّقع سنة ٢٠١٧.

في المثالين (٢)، (٣)

تطبيق مباشر لإيجاد معادلة الاتجاه العام وتقدير قيم مستقبلية وحساب مقدار الخطأ.

الخطوات المتبعة لإيجاد معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية

١ نفرض قيم الزمن (س) باعتباره الفترة الأولى (سنة الأساس) ونعبر عنه بالعدد صفر، الفترة الثانية بالعدد ١، ثم الفترة الثالثة بالعدد ٢، وهكذا ...

٢ نعيّن قيم الثوابت أ، ب كما سبق شرحه حيث:

$$ب = \frac{ن(\sum س ص) - (\sum س)(\sum ص)}{ن(\sum س^{٢}) - (\sum س)^{٢}}$$

$$أ = \overline{ص} - ب\,\overline{س} \quad \text{حيث: } \overline{ص} = \frac{\sum ص}{ن}\ ،\ \overline{س} = \frac{\sum س}{ن}$$

٣ معادلة الاتجاه العام تكتب على الشكل التالي: $\hat{ص} = أ + ب\,س$

٤ يمكننا التنبؤ بقيمة ص إذا علمت قيمة س.

٥ نحسب مقدار الخطأ:

مقدار الخطأ = |القيمة الجدولية – القيمة التي تحقق معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية| ونعبر عنه بـ: |ص$_{١}$ – ص$_{٢}$|.

مثال (١)

يبيّن الجدول التالي عدد الخبراء الأجانب بالآلاف في دولة ما، بين سنة ٢٠٠٧ وسنة ٢٠١٤

السنوات (س)	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١	٢٠١٢	٢٠١٣	٢٠١٤
عدد الخبراء بالآلاف (ص)	٠,٥	٠,٧	٠,٨٣	١,٢	١,٥	١,٨	١,٣	١

أ أوجد معادلة الاتجاه العام لعدد الخبراء الأجانب في الفترة المذكورة أعلاه.

ب قدّر كم سيصبح عدد الخبراء سنة ٢٠١٧

جـ احسب مقدار الخطأ في عدد الخبراء سنة ٢٠١٢

الحل:

أ نعتبر سنة ٢٠٠٧ هي السنة الأساس ونعبّر عنها بالعدد صفر، وسنة ٢٠٠٨ بالعدد ١ وهكذا دواليك حتى سنة ٢٠١٤ فنعبّر عنها بالعدد ٧

٧٨

السنوات	س	ص	س ص	س^{٢}
٢٠٠٧	٠	٠,٥	٠	٠
٢٠٠٨	١	٠,٧	٠,٧	١
٢٠٠٩	٢	٠,٨٣	١,٦٦	٤
٢٠١٠	٣	١,٢	٣,٦	٩
٢٠١١	٤	١,٥	٦	١٦
٢٠١٢	٥	١,٨	٩	٢٥
٢٠١٣	٦	١,٣	٧,٨	٣٦
٢٠١٤	٧	١	٧	٤٩
المجموع	$\sum س = ٢٨$	$\sum ص = ٨,٨٣$	$\sum س ص = ٣٥,٧٦$	$\sum س^{٢} = ١٤٠$

$$ب = \frac{ن(\sum س ص) - (\sum س)(\sum ص)}{ن(\sum س^{٢}) - (\sum س)^{٢}}$$

$$ب = \frac{٨(٣٥,٧٦) - (٢٨)(٨,٨٣)}{٨(١٤٠) - ٧٨٤}$$

$ب \approx ٠,١١٥٦$

$أ = \overline{ص} - ب\,\overline{س}$

$\overline{ص} = \frac{\sum ص}{ن} = ١,١٠٣٨$ ، $\overline{س} = \frac{\sum س}{ن} = ٣,٥$

$أ = ١,١٠٣٨ - ٠,١١٥٦ \times ٣,٥$

$أ = ٠,٦٩٩٢$

∴ معادلة الاتجاه العام هي:

$\hat{ص} = أ + ب\,س$

$\hat{ص} = ٠,٦٩٩٢ + ٠,١١٥٦\,س$

ب نريد تقدير عدد الخبراء الأجانب سنة ٢٠١٧، أي عند س = ١٠

$\hat{ص} = ٠,٦٩٩٢ + ٠,١١٥٦ \times ١٠$

$\hat{ص} = ١,٨٥٥٢$

تقدير سنة ٢٠١٧ هو ١٨٥٥ خبيرًا أجنبيًّا (١,٨٥٥٢ × ١٠٠٠ = ١٨٥٥,٢)

٧٩

KuwaitMath.com

٦ الربط

توضّح الأمثلة (١)، (٢) ، (٣) أهمية معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية في حياتنا اليومية.

٧ أخطاء متوقعة ومعالجتها

خطأ شائع جدًّا، غالبًا ما يرتكبه الطلاب لذا يجب تنبيههم إلى ضرورة البدء بصفر عند تحويل المتغيّر الذي يمثل الزمن. ثم اسألهم: إذا كانت سنة ١٩٩٩ هي س = صفر، فأي سنة يعبّر عنها بِـ س = ١١، س = ٥.

٨ التقييم

تابع الطلاب وهم يحلون فقرات «حاول أن تحل» وأعطهم الوقت اللازم لذلك.

اختبار سريع

١ إذا كانت سنة س = ٢٠٠٢ تمثل بـ س = ٢،
فكيف تمثل سنة: س = ٢٠٠٠؟ س = ٢٠٠٦؟
س = ٢٠٠٩؟

س = ٢٠٠٠ تمثل بِـ س = صفر،

س = ٢٠٠٦ تمثل بِـ س = ٦،

س = ٢٠٠٩ تمثل بِـ س = ٩

٢ إذا كانت المعادلة هي: ص̂ = ١,٣ س − ٠,٢،
فقدّر ص̂ سنة ٢٠٠٥.

س = ٢٠٠٥ تمثّل بـ س = ٥

نعوّض بالمعادلة س = ٥

ص̂٢٠٠٥ = ١,٣ (٥) − ٠,٢ = ٠,٤٥

ج ص = أ + ب س

ص̂٢٠١٢ = ٠,٦٩٩٢ + ٠,١١٥٦ × ٥ = ١,٢٧٧٢

مقدار الخطأ = |١,٨ − ١,٢٧٧٢| = ٠,٥٢٢٨

أي أن مقدار الخطأ في عدد الخبراء ٠,٥٢٢٨ × ١٠٠٠ = ٥٢٢,٨ ≈ ٥٢٣ خبيرًا

حاول أن تحل

١ يبيّن الجدول التالي عدد مستخدمي شبكة الإنترنت بالآلاف في دولة ما من سنة ٢٠٠٠ حتى سنة ٢٠٠٨

السنوات (س)	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨
عدد المستخدمين (بالآلاف) (ص)	١٠٠	١٥٠	٢٠٠	٧٦٧	٦٣٣	٧٠٠	٨٠٠	٩٠٠	١٠٠٠

أ أوجد معادلة الاتجاه العام.

ب قدّر عدد مستخدمي شبكة الإنترنت سنة ٢٠١٢

ج أوجد مقدار الخطأ سنة ٢٠٠٦

مثال (٢)

يبيّن الجدول التالي التكلفة لإنتاج إحدى السلع بالألف دينار كويتي من سنة ٢٠٠٦ حتى سنة ٢٠١٣

السنة (س)	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١	٢٠١٢	٢٠١٣
التكلفة (بالألف دينار)(ص)	١٥	١٦	١٨	١٨	٢٠	٢٢	٢٤	٢٨

أ أوجد معادلة الاتجاه العام لتكلفة إنتاج السلعة.

ب قدّر قيمة التكلفة عام ٢٠١٧

ج احسب مقدار الخطأ سنة ٢٠١١

٨٠

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) يبيّن الجدول التالي متغيّرين، الزمن (س) بالسنوات و(ص) كمية الدجاج المجمّد في دولة الكويت (بالمليون كيلوجرام).

الزمن (س)	١٩٩٧	١٩٩٨	١٩٩٩	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢
كمية الدجاج بالمليون (ص)	٢٤	٢٧	٣٠	٣٣	٤٢	٣٧

(أ) أوجد معادلة الاتّجاه العام للدجاج المجمّد في الكويت.

(ب) قدّر كم ستصبح قيمة ص سنة ٢٠٠٥

(جـ) احسب مقدار الخطأ لسنة ٢٠٠٠

(٢) من الجدول التالي:

الزمن (س)	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥
ص	٨,٧	٥,٥	٥,٦٥	٥,٨	٥,٣	٤,٢

(أ) أوجد معادلة الاتّجاه العام

(ب) قدّر قيمة ص سنة ٢٠٠٩

(جـ) احسب مقدار الخطأ لسنة ٢٠٠١

٣٦

٩ إجابات وحلول

«دعنا نفكر ونتناقش»

(أ) ر = −٠,٧٠٥٦

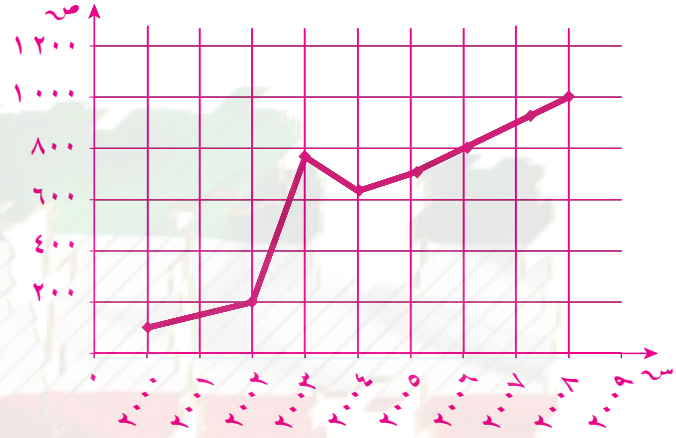
يوجد ارتباط عكسي (سالب) قوي.

(ب) ص̂ = ٢٤١٨,٥٥٧١ − ٦٣,٥٧٣٣ س

(جـ) س ≈ ٧,٣٧٠٣ تدخن الأم يوميًّا حوالى ٧ سجائر.

«حاول أن تحل»

١ (أ)



الحل:

١ نعتبر سنة ٢٠٠٦ هي السنة الأساس.

السنوات	س	ص	س ص	س²
٢٠٠٦	٠	١٥	٠	٠
٢٠٠٧	١	١٦	١٦	١
٢٠٠٨	٢	١٨	٣٦	٤
٢٠٠٩	٣	١٨	٥٤	٩
٢٠١٠	٤	٢٠	٨٠	١٦
٢٠١١	٥	٢٢	١١٠	٢٥
٢٠١٢	٦	٢٤	١٤٤	٣٦
٢٠١٣	٧	٢٨	١٩٦	٤٩
المجموع	∑س = ٢٨	∑ص = ١٦١	∑س ص = ٦٣٦	∑س² = ١٤٠

ن = ٨ ، $\overline{س} = \frac{\sum س}{ن} = \frac{٢٨}{٨} = ٣,٥$ ، $\overline{ص} = \frac{\sum ص}{ن} = \frac{١٦١}{٨} = ٢٠,١٢٥$

$ب = \frac{ن(\sum س ص) - (\sum س)(\sum ص)}{ن(\sum س^{٢}) - (\sum س)^{٢}} = \frac{٨ \times ٦٣٦ - ٢٨ \times ١٦١}{٨ \times ١٤٠ - (٢٨)^{٢}}$

$= \frac{٥٨٠}{٣٣٦} \approx ١,٧٢٦٢$

$أ = \overline{ص} - ب\overline{س}$ ← $أ = ٢٠,١٢٥ - (١,٧٢٦٢) \times ٣,٥ = ١٤,٠٨٣٣$

∴ معادلة الاتجاه العام هي:

ص̂ = ١٤,٠٨٣٣ + ١,٧٢٦٢ س

ب قيمة التكلفة سنة ٢٠١٧ عند س = ١١

∴ $ص̂_{٢٠١٧}$ = ١٤,٠٨٣٣ + ١,٧٢٦٢ × ١١

= ٣٣,٠٧١٥ ألف دينار

جـ سنة ٢٠١١ ← $ص_{٢٠١١}$ = ٢٢

$ص̂_{٢٠١١}$ = ١٤,٠٨٣٣ + ١,٧٢٦٢ × ٥

= ٢٢,٧١٤٣

∴ مقدار الخطأ = $|ص̂_{٢٠١١} - ص_{٢٠١١}|$

= |٢٢,٧١٤٣ − ٢٢|

= ٠,٧١٤٣

∴ مقدار الخطأ = ٧١٤,٣ ديناراً

حاول أن تحل

٢ الجدول التالي يبيّن قيم ظاهرة معينة خلال ٧ سنوات.

السنة	١٩٩٨	١٩٩٩	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤
قيم الظاهرة	٣	٥	٨	١٠	١٤	١٦	١٨

أ أوجد معادلة الاتجاه العام لقيم الظاهرة.

ب تنبأ بالقيمة المتوقعة للظاهرة سنة ٢٠٠٧

جـ احسب مقدار الخطأ سنة ٢٠٠٣

مثال (٣)

الجدول التالي يبيّن إنتاج إحدى شركات السيارات بالألف سيارة ما بين سنة ٢٠٠٧ وسنة ٢٠١٣

السنة (س)	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١	٢٠١٢	٢٠١٣
عدد السيارات بالألف (ص)	٤٠	٦٠	٧٠	٩٠	١٠٠	١٥٠	١٨٠

أ أوجد معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية

ب قدّر عدد السيارات المنتجة سنة ٢٠١٦

جـ احسب مقدار الخطأ سنة ٢٠١١

KuwaitMath.com

الاتجاه العام في زيادة مستمرة.

$\hat{ص} = ٣٨٣٣ س + ١١٧,٨٠٠١$

(ب) سنة ٢٠١٢ تمثّل بـ س = ١٢

إذًا $\hat{ص}_{٢٠١٢} = ١٥١٤,٣٩٩٧ \approx ١٥١٤$

(جـ) $\hat{ص}_{٢٠٠٦} = ٨١٦,١٤$

مقدار الخطأ = $|\hat{ص}_{٢٠٠٦} - ص_{٢٠٠٦}|$

$= ١٦,٠٩٩٩ \approx ١٦$

٢ (أ) $\hat{ص} = ٢,٧٥٠١ + ٢,٦٠٧١ س$

(ب) ٢٦,٢١٤

(جـ) ٠,٢١٤٤

٣ (أ) $\hat{ص} = ٨٣,٣٩٢٨ + ٨,٦٧٨٦ س$

(ب) ١٦١,٥٠٠٢

(جـ) ٠,٨٩٢٨

الحل:

١ نعتبر سنة ٢٠٠٧ هي السنة الأساس.

السنوات	س	ص	س ص	س^{٢}
٢٠٠٧	٠	٤٠	٠	٠
٢٠٠٨	١	٦٠	٦٠	١
٢٠٠٩	٢	٧٠	١٤٠	٤
٢٠١٠	٣	٩٠	٢٧٠	٩
٢٠١١	٤	١٠٠	٤٠٠	١٦
٢٠١٢	٥	١٥٠	٧٥٠	٢٥
٢٠١٣	٦	١٨٠	١٠٨٠	٣٦
المجموع	٢١	٦٩٠	٢٧٠٠	٩١

ن = ٧ ، $\bar{س} = \frac{\sum س}{ن} = \frac{٢١}{٧} = ٣$ ، $\bar{ص} = \frac{\sum ص}{ن} = \frac{٦٩٠}{٧} \approx ٩٨,٥٧١٤$

$ب = \frac{ن(\sum س ص) - (\sum س)(\sum ص)}{ن(\sum س^{٢}) - (\sum س)^{٢}} = \frac{٧ \times ٢٧٠٠ - ٢١ \times ٦٩٠}{٧ \times ٩١ - (٢١)^{٢}}$

$= ٢٢,٥$

∵ $أ = \bar{ص} - ب \bar{س} \leftarrow أ = ٩٨,٥٧١٤ - ٣ \times ٢٢,٥$

$= ٣١,٠٧١٤$

∴ معادلة الاتجاه العام هي: $\hat{ص} = أ + ب س$

$\hat{ص} = ٣١,٠٧١٤ + ٢٢,٥ س$

ب تقدير عدد السيارات المنتجة سنة ٢٠١٦ أي عند س = ٩

$\hat{ص} = ٣١,٠٧١٤ + ٢٢,٥ \times ٩$

$\hat{ص} = ٢٣٣,٥٧١٤$

تقدير عدد السيارات المنتجة سنة ٢٠١٦ هو حوالى ٢٣٤ ألف سيارة.

جـ $ص_{٢٠١١} = ١٠٠$ ، $\hat{ص}_{٢٠١١} = ٣١,٠٧١٤ + ٢٢,٥ \times ٤$

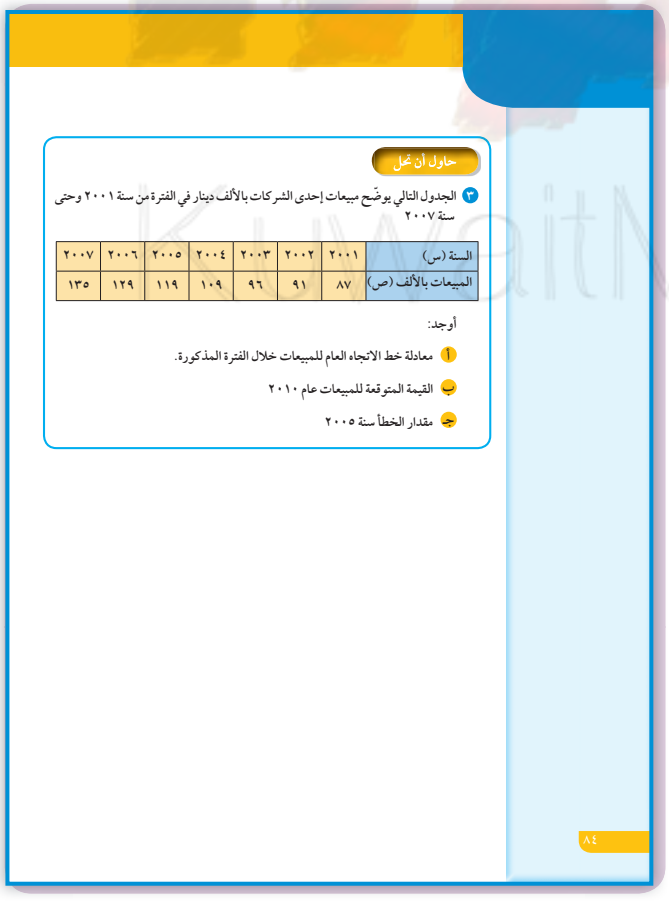
$= ١٢١,٠٧١٤$

مقدار الخطأ = $|\hat{ص} - ص| = |١٠٠ - ١٢١,٠٧١٤|$

$= ٢١,٠٧١٤$

حوالى ٢١ ألف سيارة.

٨٣



حاول أن تحل

٣ الجدول التالي يوضّح مبيعات إحدى الشركات بالألف دينار في الفترة من سنة ٢٠٠١ وحتى سنة ٢٠٠٧

السنة (س)	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧
المبيعات بالألف (ص)	٨٧	٩١	٩٦	١٠٩	١١٩	١٢٩	١٣٥

أوجد:

أ معادلة خط الاتجاه العام للمبيعات خلال الفترة المذكورة.

ب القيمة المتوقعة للمبيعات عام ٢٠١٠

جـ مقدار الخطأ سنة ٢٠٠٥

٨٤

KuwaitMath.com

المرشد لحل المسائل

إجابة «مسألة إضافية»

(أ)

الزمن	س	ص	س ص	س^{٢}
ربع ٤	٠	٢٥٠٠٠	٠	٠
ربع ١	١	٣٥٠٠٠	٣٥٠٠٠	١
ربع ٢	٢	٧٥٠٠٠	١٥٠٠٠٠	٤
ربع ٣	٣	١٠٠٠٠٠	٣٠٠٠٠٠	٩
ربع ٤	٤	١٧٥٠٠٠	٧٠٠٠٠٠	١٦
ربع ١	٥	٢٧٥٠٠٠	١٣٧٥٠٠٠	٢٥
ربع ٢	٦	٣٧٥٠٠٠	٢٢٥٠٠٠٠	٣٦
ربع ٣	٧	٥٠٠٠٠٠	٣٥٠٠٠٠٠	٤٩
ربع ٤	٨	٦٧٥٠٠٠	٥٤٠٠٠٠	٦٤
	∑س = ٣٦	∑ص = ٢٢٣٥٠٠٠	∑س ص = ١٣٧١٠٠٠٠	∑س^{٢} = ٢٠٤

(ب) ص̂ = ٧٩ ٥٠٠ س − ٦٩ ٦٦٧

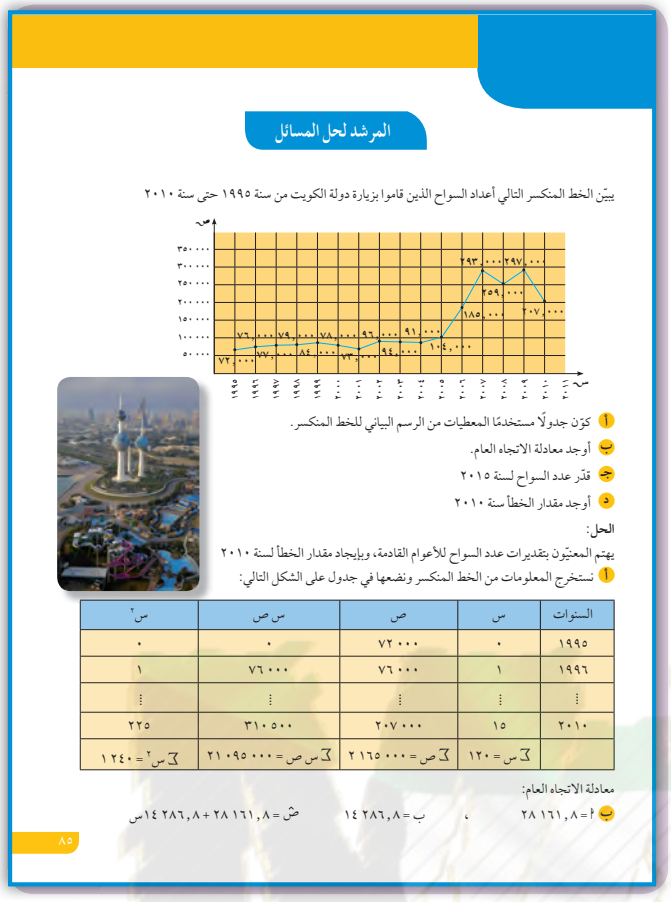
س = ربع٤ (٢٠١٥) تمثّل بِـ س = ٢٤

س ربع٤ (٢٠١٥) = ١ ٨٣٨ ٣٣٣

(جـ) ص̂ ربع٤ (٢٠١٠) = ٢٤٨ ٣٣٣

مقدار الخطأ = |٢٤٨٣٣٣ − ١٧٥ ٠٠٠|

= ٧٣ ٣٣٣



المرشد لحل المسائل

يبيّن الخط المنكسر التالي أعداد السواح الذين قاموا بزيارة دولة الكويت من سنة ١٩٩٥ حتى سنة ٢٠١٠

١ كوّن جدولًا مستخدمًا المعطيات من الرسم البياني للخط المنكسر.

ب أوجد معادلة الاتجاه العام.

جـ قدّر عدد السواح لسنة ٢٠١٥

د أوجد مقدار الخطأ سنة ٢٠١٠

الحل:

يهتم المعنيّون بتقديرات عدد السواح للأعوام القادمة، وبإيجاد مقدار الخطأ لسنة ٢٠١٠

١ نستخرج المعلومات من الخط المنكسر ونضعها في جدول على الشكل التالي:

السنوات	س	ص	س ص	س^{٢}
١٩٩٥	٠	٧٢٠٠٠	٠	٠
١٩٩٦	١	٧٦٠٠٠	٧٦٠٠٠	١
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
٢٠١٠	١٥	٢٠٧٠٠٠	٣١٠٥٠٠	٢٢٥
	∑س = ١٢٠	∑ص = ٢١٦٥٠٠٠	∑س ص = ٢١٠٩٥٠٠٠	∑س^{٢} = ١٢٤٠

معادلة الاتجاه العام:

ب أ = ٢٨ ١٦١,٨ ، ب = ١٤ ٢٨٦,٨ ص̂ = ٢٨ ١٦١,٨ + ١٤ ٢٨٦,٨ س

٨٥

جـ نقدّر سنة ٢٠١٥ ، س = ٢٠ ، بالتعويض بـ «ص̂»:

ص̂$_{٢٠١٥}$ = ٣١٣٨٩٧

د نوجد مقدار الخطأ لسنة ٢٠١٠:

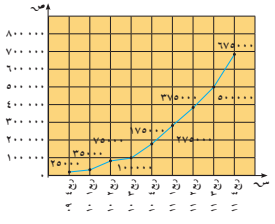
مقدار الخطأ = |ص̂$_{٢٠١٠}$ − ص$_{٢٠١٠}$| = |٣٥ ٤٦٣,٨ − ٣٥ ٤٦٤|

≈ ٣٥ ٤٦٤

مقدار الخطأ تقريبًا ٣٥ ٤٦٤ سائحًا.

مسألة إضافية

يمثّل الخط المنكسر التالي تطور عدد تطبيقات الهواتف الذكية التي تعمل بحسب أحد أنظمة التشغيل وذلك خلال الأرباع التالية من الربع الرابع من سنة ٢٠٠٩ إلى الربع الرابع من سنة ٢٠١١



يهتم المعنيّون بمعرفة تطور أعداد التطبيقات في الربع الرابع من سنة ٢٠١٥ لما يترتب على ذلك من ارتفاع في المداخيل من جراء تحميل هذه التطبيقات في الهواتف الذكية.

١ كوّن جدولًا كما في «المرشد لحل المسائل» مستخرجًا المعطيات من الرسم البياني للخط المنكسر.

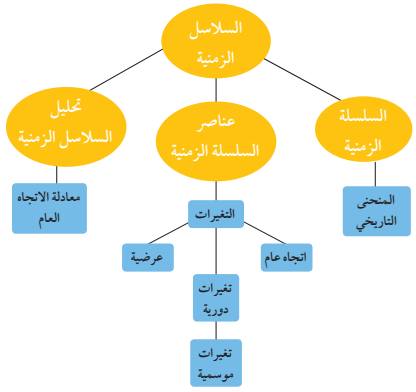
ب ما هو العدد المتوقع للتطبيقات في الربع الرابع من سنة ٢٠١٥؟

جـ ما هو مقدار الخطأ في الربع الرابع من سنة ٢٠١٠؟

٨٦

Kuwaitmath.com

مخطط تنظيمي للوحدة الثالثة



ملخص

- السلسلة الزمنية هي مجموعة قيم تأخذها ظاهرة ما في فترات زمنيّة مختلفة.
- المنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية هو الخط المنكسر الذي يربط النقاط الممثلة للبيانات.
- الاتجاه العام هو الاتجاه الذي تأخذه السلسلة على مدّة طويلة من الزمن.
- الاتجاه العام للسلسلة يمكن أن يكون تصاعديًّا أو تنازليًّا أو كليهما معًا.
- التغيرات الموسمية هي تغيرات تتكرّر بانتظام خلال فترات معيّنة من الزمن تكون مدّتها أقل من سنة.
- التغيرات الدورية هي تغيرات على فترة طويلة المدى أي أكثر من سنة.
- التغيرات العرضية هي تغيرات فجائية تعود إلى الصدفة البحتة أو إلى أمور يصعب تكهنها.
- معادلة الاتجاه العام تستخدم في عملية التكهن بقيم الظاهرة لفترات زمنيّة مستقبليّة. وتعطى بالقاعدة:

$\hat{ص} = أ + ب\ س$

حيث: $ب = \frac{ن(\Sigma س ص) - (\Sigma س)(\Sigma ص)}{ن(\Sigma س^2) - (\Sigma س)^2}$ ، $أ = \overline{ص} - ب\ \overline{س}$

بنود الصح والخطأ

في البنود (١–١٥) عبارات، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

استخدم الجدول التالي للإجابة عن التمارين (١–١١).

الزمن (س)	١	٢	٣	٤	٥
ص	١٣٥	١٤٣	١٤٠	١٥٤	١٥٢

(١) ن = ١٥ (أ) (ب)

(٢) Σ س = ٥١ (أ) (ب)

(٣) Σ ص = ٧٢٤ (أ) (ب)

(٤) $\overline{س}$ = ٣ (أ) (ب)

(٥) $\overline{ص}$ = ١٤٥ (أ) (ب)

(٦) $\Sigma س^2$ = ٥٥ (أ) (ب)

(٧) Σ س ص = ٢ ٢٧١ (أ) (ب)

(٨) ب = ٤,٥ (أ) (ب)

(٩) أ = ١٣١,٣ (أ) (ب)

(١٠) معادلة الاتجاه العام هي: $\hat{ص}$ = ٤,٥س + ١٣١,٣ (أ) (ب)

(١١) تقدير ص عندما س = ٦ هو ١٨٥ (أ) (ب)

(١٢) لا تغير السلسلة الزمنية بالمتغيرات الفجائية. (أ) (ب)

(١٣) السلسلة الزمنية هي تتبع لقيم ظاهرة معينة عبر الزمن. (أ) (ب)

(١٤) تتأثر السلسلة الزمنية بمتغير واحد فقط هو التغيرات الدورية. (أ) (ب)

(١٥) التغيرات الدورية فترتها تكون أكبر من سنة. (أ) (ب)

اختبار الوحدة الثالثة

أسئلة المقال

(١) يبيّن الجدول التالي إنتاج القمح (ص) في بلد ما بملايين الكيلوجرامات على مدى ٨ سنوات.

الزمن (س)	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١	٢٠١٢
كمية الإنتاج (ص)	٢٥٢٨	٢٦٧٨	٢٤٢٨	١٣٠٥	١٩٧٥	٢٨٧٥	٢٥٧٤	٢١٠٠

(أ) أوجد معادلة الاتجاه العام المناسبة.

(ب) قدّر كم سيصبح الإنتاج سنة ٢٠١٤

(جـ) أوجد مقدار الخطأ سنة ٢٠٠٨

(٢) يدوّن متجر لبيع المثلجات مبيعاته اليوميّة في الجدول التالي على مدى أسبوع.

الزمن (س)	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
المبيعات (ص)	١٣٥	١٣٧	١٧٤	١٤٨	١٨١	٢٠٤	٢٠٠

(أ) أوجد معادلة الاتّجاه العام المناسبة.

(ب) قدّر قيمة المبيعات يوم س = ١٧

(جـ) أوجد مقدار الخطأ عند س = ٤

(٣) يبيّن الجدول التالي إنتاج الغاز الطبيعيّ (ص) بمئات ملايين الأمتار المكعّبة × ١٠^٨ كلّ سنتين من سنة ٢٠٠٢ حتّى سنة ٢٠٠٨

الزمن (س)	٢٠٠٢	٢٠٠٤	٢٠٠٦	٢٠٠٨
إنتاج الغاز (ص)	٨,٧	٩,٧	١٢,٥	١٢,٧

(أ) أوجد معادلة الاتّجاه العام المناسبة.

(ب) قدّر كم سيكون الإنتاج سنة ٢٠١٢

استخدم الجدول التالي للإجابة عن التمارين من (١٦ – ٢٠).

أرقام الفصل (س)	١	٢	٣	٤	٥
المبيعات (ص) بالآلاف الدنانير	١٥	٢٠	١٢	١٣	٤٠

(١٦) $\overline{س}$ =

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ١٥ (د) ليس مما سبق

(١٧) $\overline{ص}$ =

(أ) ٢٥ (ب) ٢٠ (جـ) ١٠٠ (د) ليس مما سبق

(١٨) ب =

(أ) –٤,٣ (ب) ٣,٤ (جـ) ٤,٣ (د) –٣,٤

(١٩) أ =

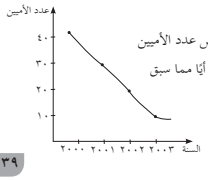
(أ) ٣ (ب) –٣ (جـ) ١,٥ (د) –٧,١

(٢٠) معادلة الاتجاه العام هي:

(أ) $\hat{ص}$ = –١,٥ + ٤,٣س (ب) $\hat{ص}$ = ٧,١ + ٤,٣س

(جـ) $\hat{ص}$ = –١,٥ + ٣س (د) $\hat{ص}$ = ١,٥ + ٣س

(٢١) الشكل المقابل يبيّن عدد الأميين خلال الفترة الزمنية المحددة (٢٠٠٠ – ٢٠٠٣) فإنّ الاتجاه العام للسلسلة الزمنية يشير إلى:



(أ) تزايد عدد الأميين (ب) تناقص عدد الأميين

(جـ) تزايد ثم تناقص عدد الأميين (د) ليس أيًا مما سبق

(٢٢) إذا كانت معادلة الاتجاه العام لأعداد الطلبة خلال الفترة من ١٩٩٦ حتى عام ٢٠٠٤ هي

$\hat{ص}$ = ٢,٨٢ س + ١,٨ فإن العدد المتوقع للطلاب المتقدمين عام ٢٠٠٧ تقريبًا هو:

(أ) ٢٧ (ب) ٣٠ (جـ) ٢٨ (د) ليس أي مما سبق

(٢٣) العوامل التي تؤثر في السلسلة الزمنية هي:

(أ) الاتجاه العام فقط (ب) التغيرات الدورية فقط

(جـ) التغيرات الموسمية والعرضية (ب) جميع ما سبق

(٢٤) الجدول التالي يوضّح عدد الطلاب المتقدمين للحصول على شهادة الماجيستير من إحدى الكليات من عام ١٩٩٨م وحتى عام ٢٠٠٤م

السنة	١٩٩٨	١٩٩٩	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤
عدد الطلاب	٣	٤	٦	١٠	١٢	١٥	٢٠

فإذا كانت معادلة الاتجاه العام لأعداد الطلاب خلال الفترة المذكورة $\hat{ص}$ = ٢,٨٢ س + ١,٥٤،

فإن العدد المتوقع للطلاب المتقدمين عام ٢٠٠٧ تقريبًا:

(أ) ٢٧ (ب) ٢٦ (جـ) ٢٨ (د) لا يشمل على أي مما سبق

تمارين إثرائية

(١) يسجّل سائق حافلة نقل عمومية عدد الرّكاب خلال أيّام الأسبوع ابتداءً من يوم الاثنين:

الزمن باليوم (س)	الاثنين (١)	الثلاثاء (٢)	الأربعاء (٣)	الخميس (٤)	الجمعة (٥)	السبت (٦)	الأحد (٧)
عدد الركاب (ص)	١٥٠	١٥٥	١٥٣	١٤٨	٢٢٠	١٣٠	١٢٠

(أ) أوجد معادلة خطّ الاتجاه العام لأعداد الرّكّاب خلال أيّام الأسبوع.

(ب) قدّر عدد الرّكّاب ليوم الجمعة التالي.

(جـ) احسب مقدار الخطأ عند س = ١، وعند س = ٥

(٢) مسؤول في شركة إنتاج للأفلام السينمائيّة يسجّل عدد الزبائن خلال أيّام الأسبوع:

أيّام الأسبوع (س)	الاثنين (١)	الثلاثاء (٢)	الأربعاء (٣)	الخميس (٤)	الجمعة (٥)	السبت (٦)	الأحد (٧)
عدد الزبائن (ص)	٣٠٠	٢٨٠	٢٩٠	٣١٥	٩١٠	٨٠٠	٢٩٠

(أ) أوجد معادلة خطّ الاتّجاه العام لعدد الزبائن.

(ب) قدّر عدد الزبائن ليوم الأربعاء التالي.

(جـ) أوجد مقدار الخطأ ليوم الخميس.

KuwaitMath.com