الوحدة التاسعة

الأشكال الرباعية

يتعرف الطالب من خلال هذه الوحدة على المستقيمات المتوازية وحالات خاصة من الأشكال الرباعية ويميز بين خصائص المربع والمستطيل والمعين ومتوازي الأضلاع يحدد العلاقة بين الأضلاع المتقابلة وبين قياس الزوايا المتقابلة ثم يستكشف خاصية تقاطع القطرين في هذه الرباعيات.

الفنون

اسأل الطلاب تحديد مواقع بعض المستقيمات في غرفة الفصل لجهة تقاطعها أو عدم تقاطعها وتعريف المضلعات الموجودة على المصباح وتحديد خصائصها وأهميتها في إظهار تصميات تتألق رونقًا وجمالًا.

تسلية

اطلب إلى الطلاب القيام بأبحاث عميقة عن معاني الأشكال الرباعية الموجودة في العلم الكويتي وإلى ما يرمز ثم تحديد الألوان ومعانيها على كل شكل رباعي.

رياضة

اطلب إلى الطلاب القيام ببحث عن كافة الملاعب المعتمدة في الألعاب الرياضية لتحديد أشكالها وأبعادها ولماذا أعطي لكل ملعب مواصفات محددة حسب كل نوع من الرياضة.

علوم

اسأل الطلاب عن أهمية الملح في الطعام. ما هي حسناته وما هي سيئاته. أيها أفضل تناوله بكثرة أم بقلة. هل هناك إمكانية لتحديد شكل حبة الملح؟

مشروع الوحدة

تعتبر الطائرات الورقية من أقدم وسائل التسلية عبر التاريخ وأهميتها أنها تساعد الولد على التعامل مع أشكال هندسية يجد متعة في تصميمها.

الوحدة التاسعة

الأشكال الرباعية

Quadrilaterals

الفنون

تبيّن هذه الصورة مصباحًا من التراث الإسلامي الخاص بشهر رمضان الكريم، وقد زُيّن بالبلور الملوّن ورسمت عليه أشكال هندسية معظمها مضلعات.

تسلية

يتألف علم دولة الكويت من أشكال مختلفة من الرباعيات الملونة (الأخضر، والأبيض، والأحمر، والأسود). يعبّر كل لون عن معنى سام يدل على شموخ هذه الدولة.

١٢٢

رياضة

ملعب كرة المضرب الأرضي مستطيل الشكل. يبلغ طوله ٢٣,٧٧ مترًا (٢٦ ياردة) وعرضه ٨,٢٣ أمتار (٩ ياردات). تتوسط الملعب شبكة ترتفع ١,٠٧ م عند الطرفين و٠,٩١٤ م في الوسط.

للكرة المعتمدة في المباريات الدولية مواصفات دقيقة: لونها أصفر أو أبيض، يتراوح طول قطرها بين ٦,٣٥٠ سم و٦,٦٨٨ سم، ووزنها بين ٥٦,٧ جرامًا و ٥٨,٥ جرامًا.

علوم

اعتبر الملح عنصرًا أساسيًّا لدى الإنسان منذ آلاف السنين. فكان يأخذه عند ترحاله للحفاظ على جودة طعامه. تبيّن هذه الصورة شكل مركّب الملح وهو على شكل نظام بلوري مكعب.

أفكار رياضية أساسية

الشكل الرباعي هو مضلع له أربعة أضلاع.

شبه المنحرف هو شكل رباعي له زوج واحد فقط من الأضلاع المتوازية.

متوازي الأضلاع هو شكل رباعي، كل زوج من أضلاعه المتقابلة متوازية.

المعين هو شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية الطول. أو هو متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان.

المستطيل هو شكل رباعي، قياس كل زاوية من زواياه ٩٠°، أو هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة.

المربع هو شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية الطول وكل زاوية من زواياه قياسها ٩٠°، أو هو متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان وإحدى زواياه قائمة.

مشروع الوحدة

حل المسائل

افهم خطط حل تحقق

في هذا المشروع، سوف تقوم بصنع طائرة ورقية مستخدمًا بعض الأوراق والمشابك. سوف تستكشف أوّلًا تأثير الوزن والشكل على قدرة هذه الطائرة على الطيران، ومن ثم سوف تقوم بتصميمها وصنعها. سوف ترى كيف أن الهندسة الصحيحة تجعل طائرتك متينة. تحقق الفرق عند نجاح طائرتك في الطيران وعند فشلها.

١٢٣

مرشد تخطيط الوحدة

كتاب الطالب			
الدرس	**الأدوات المستخدمة**	**المصطلحات الأساسية**	**رقم الدرس**
افتتاحية الوحدة التاسعة			
التركيز على حل المسائل			
افتتاحية الوحدة التاسعة (أ) الأشكال الرباعية			
المستقيمات المتوازية خواص الأشكال الرباعية		- متواز، قاطع، زاوية خارجية، زاوية داخلية، زوايا متبادلة، زوايا متناظرة، زوايا متقابلة بالرأس - شبه المنحرف، متوازي الأضلاع، مستطيل، مربع، معين، طائرة ورقية	(٩-١ - أ) (٩-١ - ب)
متوازي الأضلاع		متوازي الأضلاع زاويتان متتاليتان، زاويتان متقابلتان	(٩-٢)
الكشف عن متوازي الأضلاع	مقص مشابك ورق قضبان خشبية		(٩-٣)
الكشف عن متوازي الأضلاع في حالاته الخاصة	شبكة مربعات، مقص، منقلة، مسطرة.	مستطيل، مربع، معين	(٩-٤)
اختبار الوحدة			


التعرف على المعلومات الناقصة

عندما تخطط لحل خطوات المسألة، يجب أن تتأكد من أنك تعرف جميع المعلومات الضرورية لحلها. في بعض الأحيان تفتقد المسألة إلى معلومة (معلومات) هامة.

التركيز على حل المسائل

عرّف أي معلومات إضافيّة تحتاج إليها في كل مسألة. إذا كانت كل المعلومات اللازمة متوفرة، فقم بحل المسألة.

❶ تريد مها شراء بعض الأعلام المستطيلة الشكل وبعض الأشرطة لتزيين حواف هذه الأعلام، حيث يبلغ ثمن العلم الواحد ٤ دنانير وثمن المتر الواحد من الأشرطة ٠,٢٥٠ دينار. إلى كم دينار تحتاج لشراء هذه الأعلام من دون الأشرطة؟

❷ يساوي بعدا العلم المفضل عند مها ١,٥ م × ١٠٠ سم. إلى كم دينار تحتاج مها لشراء هذا العلم مع الأشرطة؟

❸ وجدت مها علمًا أكبر من علمها المفضل وبالثمن نفسه. إلى كم متر من الأشرطة تحتاج إذا قررت شراء العلم الأكبر؟

❹ إذا كان لدى مها ١٠ دنانير، فهل تستطيع شراء علمين؟

١٢٤

التركيز على حل المسائل

من المهم جدًّا أن يستكشف الطالب في المسألة الحاجة إلى معطيات إضافية كي يحلها وهذه بحد ذاتها تبيّن أن الطالب قد فهم جيدًا ما المطلوب إيجاده من طرح المسألة.

- في المسألة الأولى، لدينا ثمن العلم الواحد وثمن المتر الواحد من الأشرطة والسؤال المطروح: إلى كم دينار نحتاج لشراء هذه الأعلام من دون الأشرطة. يوحي السؤال وكأن المشكلة في شراء الأشرطة فقط؟
- في المسألة الثانية، لقد أعطيت أبعاد العلم الواحد مستطيل الشكل والسؤال دائمًا. إلى كم دينار تحتاج مها لشراء هذا العلم مع الأشرطة. هل تحتاج مها إلى أبعاد العلم الواحد لتشتريه مع الأشرطة؟
- في المسألة ٣ وجدت مها علمًا أكبر من علمها وله الثمن نفسه. ولكن ما نفع ذلك. وما علاقة كل هذا إذا اشترت أشرطة للعلم الأكبر؟
- في المسألة ٤ لدى مها ١٠ دنانير كيف تستطيع شراء علمين؟

إجابات «المسائل»

❶ يمكنها شراء الأعلام إذا كان في المسألة عدد الأعلام التي سوف تشتريها من دون الأشرطة.

❷ ثمن العلم الواحد ٤ دنانير طول الأشرطة يساوي محيط العلم أي: ٢(١,٥ + ١) = ٥ م

كلفة الأشرطة: ٥ × ٠,٢٥٠ = ١,٢٥٠ أي ١,٢٥٠ دينارًا.

تحتاج مها إلى: ١,٢٥٠ + ٤ = ٥,٢٥٠ دينارًا لشراء العلم المفضل مع الأشرطة.

❸ «يجب معرفة أبعاد العلم الكبير كي تعرف مها ثمن الأشرطة.

❹ ثمن العلم الواحد ٤ دنانير وبالتالي تستطيع مها شراء علمين ويبقى لديها ٢ دينار (دينارين) حيث إن ٤ × ٢ + ٢ = ١٠

الموضوع: الأشكال الرباعية

كيفية التعامل مع الصفحة


الوحدة التاسعة (٢)

الأشـكـال الربـاعيـة

Quadrilaterals

الأشكال الهندسية من حولك

ألق نظرة من حولك، سوف ترى أشياء عديدة لها أشكال مختلفة.

فباب منزلك مستطيل الشكل، وبعض نوافذه مربعة الشكل، والأضواء فيه دائرية الشكل.

إذا أردت أن تذهب إلى الحديقة أو إلى أحد الملاعب لممارسة رياضتك المفضلة، سوف تصادف أيضًا أشكالًا هندسية متنوعة. لذلك ولكي ترى الأشياء على صورة هذه الأشكال، يجب عليك أولاً أن تتعرف الأشكال الهندسية البسيطة وبعضًا من خصائصها المميزة.

١ اذكر بعض الأشياء وحدّد شكلها الهندسي.

٢ هل من الممكن أن يكون لشيء ما عدة أشكال هندسيّة في الوقت عينه؟ أعط أمثلة.

١٢٥

إحدى ابداعات الخالق، سبحانه وتعالى، على الأرض، هي تلك الأجسام والأشكال الهندسية المنتظمة وغير المنتظمة.

إن كل ما أنجزه الإنسان هو محاولة تقليد، فصنع نماذج تشبه ما رآه حوله.

فبعد دراسة المثلثات ومميزاتها وحالات تطابقها سوف ندرس الآن الأشكال الرباعية لنرى مميزاتها.

١ سطح طاولة – مستطيلة أو دائرية
وجه مرآة – مستطيلة أو مربعة أو شكل معيّن أو دائرية
سطح كتاب – مستطيل ...

٢ نعم، يمكن رؤية نافذة مستطيلة الشكل يعلوها قوس دائرة أو باب على شكل مستطيل يعلوه قوس دائرة

٩ – ١ – ﺃ

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يثبت توازي مستقيمين يقعان في مستوي واحد.

المصطلحات الأساسية

- متواز – قاطع – زاوية داخلية – زاوية خارجية – زوايا متبادلة – زوايا متناظرة – زوايا متقابلة بالرأس.

٩ – ١ – ﺃ

المستقيمات المتوازية
Parallel Lines

سوف تتعلّم
- تتعرف الخطوط المتوازية.

من الاستخدامات
- في صناعة النسيج

تكون الخيوط متوازية ومتعامدة على النول.

صلة الدرس تعلمت سابقًا المستقيم، والشعاع، والقطعة المستقيمة، والآن سوف تتعرف أوضاع المستقيمات لجهة تقاطعها أو عدم تقاطعها.
تسمى الخطوط المستقيمة التي تقع في مستوٍ واحد ولا تتقاطع أبدًا بالخطوط المتوازية.

ﺃ ب
جـ د

$\overleftrightarrow{\text{ﺃب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{جـد}}$ هما متوازيان ونكتب $\overleftrightarrow{\text{ﺃب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـد}}$.

استكشف القواطع والمستقيمات المتوازية

الأدوات المستخدمة: برنامج حاسوب هندسي أو أدوات هندسية

١ ارسم مستقيمين موازيين ثم ارسم مستقيمًا ثالثًا مائلًا بحيث يقطع المستقيمين المتوازين، رقّم الزوايا الثماني المبينة في الرسم.
٢ أوجد قياس كل زاوية في الرسم. اذكر الزوايا التي لها القياس نفسه. اكتب لكل زاوية ى (...) = ...
٣ اذكر جميع أزواج الزوايا المتكاملة.
٤ هل يوجد زوايا متتامة؟

تذكر
تكون زاويتان متكاملتين إذا كان مجموع قياسهما ١٨٠°.
تكون زاويتان متتامتين إذا كان مجموع قياسهما ٩٠°.

تعلّم القواطع والمستقيمات المتوازية

عندما يتقاطع مستقيمان في نقطة واحدة يشكلان زوجين من **الزوايا المتقابلة بالرأس**. وتكون الزاويتان المتقابلتان بالرأس متساويتي القياس.
مجموع قياس الزوايا عند نقطة تقاطع المستقيمين ٣٦٠°

$\hat{١}$ ، $\hat{٣}$ متقابلتان بالرأس ∴ ى ($\hat{١}$) = ى ($\hat{٣}$)
$\hat{٢}$ ، $\hat{٤}$ متقابلتان بالرأس ∴ ى ($\hat{٢}$) = ى ($\hat{٤}$)
ى ($\hat{١}$) + ى ($\hat{٢}$) + ى ($\hat{٣}$) + ى ($\hat{٤}$) = ٣٦٠°

١ ٢ ٣ ٤

المصطلحات الأساسية
- متواز Parallel
- قاطع Transversal
- زاوية داخلية Interior Angle
- زاوية خارجية Exterior Angle
- زوايا متبادلة Alternate Angles
- زوايا متناظرة Corresponding Angles
- زوايا متقابلة بالرأس Vertically Opposite Angles

١٢٦

مراجعة

١ في المثلث ﺃ ب جـ ، ى ($\hat{ﺃ}$) = ٦٣° ، ى ($\hat{ب}$) = ٥٨°، أوجد ى ($\hat{جـ}$) **٥٩°**

٢ $\hat{ﺃ}$ ، $\hat{ب}$ زاويتان متكاملتان بحيث إن: ى ($\hat{ﺃ}$) = ٩٤°، أوجد ى ($\hat{ب}$) **٨٦°**

٣ $\hat{س}$، $\hat{ص}$ زاويتان متتامتان بحيث إن: ى ($\hat{ص}$) = ٥٧°، أوجد ى ($\hat{س}$) **٣٣°**

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

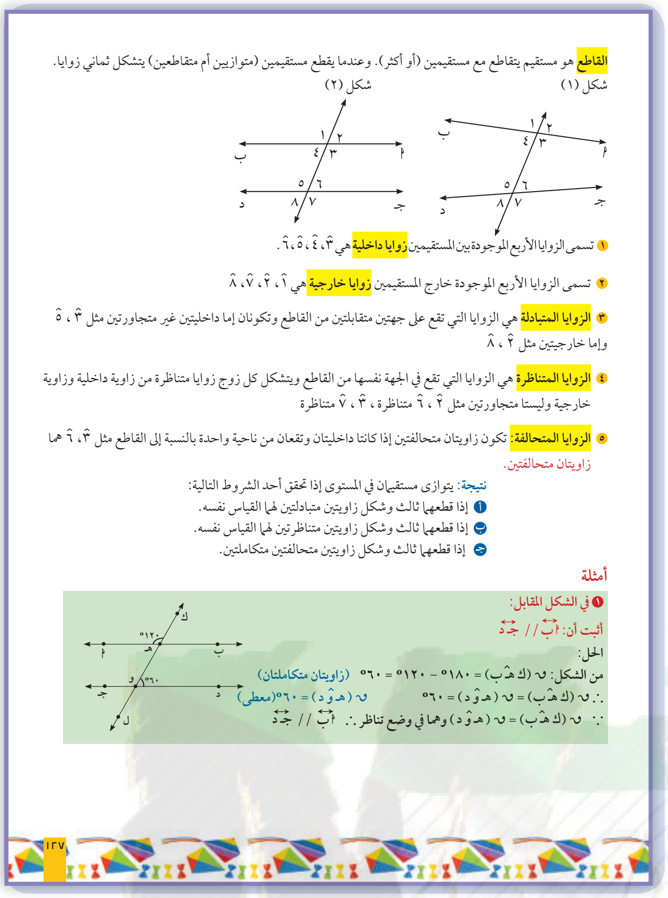
يستخدم الطالب الزوايا المتبادلة أو الزوايا المتناظرة أو الزوايا المتحالفة ليثبت توازي مستقيمين يقعان في مستوي واحد باستخدام الشروط كما وردت في فقرة «نتيجة».

التقييم المستمر

تابع الطلاب وهم يحاولون استخدام المساواة بين قياس الزوايا المتناظرة أو قياس الزوايا المتبادلة أو قياس الزوايا المتحالفة ليثبتوا توازي مستقيمين.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

اطلب إليهم إيجاد قياس الزوايا الموجودة في كتاب الطالب



القاطع هو مستقيم يتقاطع مع مستقيمين (أو أكثر). وعندما يقطع مستقيمين (متوازيين أم متقاطعين) يتشكل ثماني زوايا.

شكل (١)
شكل (٢)

١ تسمى الزوايا الأربع الموجودة بين المستقيمين **زوايا داخلية** هي $\hat{٣}$، $\hat{٤}$، $\hat{٥}$، $\hat{٦}$.

٢ تسمى الزوايا الأربع الموجودة خارج المستقيمين **زوايا خارجية** هي $\hat{١}$، $\hat{٢}$، $\hat{٧}$، $\hat{٨}$

٣ **الزوايا المتبادلة** هي الزوايا التي تقع على جهتين متقابلتين من القاطع وتكونان إما داخليتين غير متجاورتين مثل $\hat{٣}$ ، $\hat{٥}$ وإما خارجيتين مثل $\hat{٢}$ ، $\hat{٨}$

٤ **الزوايا المتناظرة** هي الزوايا التي تقع في الجهة نفسها من القاطع ويتشكل كل زوج زوايا متناظرة من زاوية داخلية وزاوية خارجية وليستا متجاورتين مثل $\hat{٢}$ ، $\hat{٦}$ متناظرة ، $\hat{٣}$ ، $\hat{٧}$ متناظرة

٥ **الزوايا المتحالفة:** تكون زاويتان متحالفتين إذا كانتا داخليتان وتقعان من ناحية واحدة بالنسبة إلى القاطع مثل $\hat{٣}$، $\hat{٦}$ هما زاويتان متحالفتين.

نتيجة: يتوازى مستقيمان في المستوى إذا تحقق أحد الشروط التالية:
- أ إذا قطعهما ثالث وشكل زاويتين متبادلتين لهما القياس نفسه.
- ب إذا قطعهما ثالث وشكل زاويتين متناظرتين لهما القياس نفسه.
- جـ إذا قطعهما ثالث وشكل زاويتين متحالفتين متكاملتين.

أمثلة

١ في الشكل المقابل:

أثبت أن: $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{جـد}$

الحل:

من الشكل: ق (ك هـ ب) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠° (زاويتان متكاملتان)

∴ ق (ك هـ ب) = ق (هـ و د) = ٦٠° ق (هـ و د) = ٦٠°(معطى)

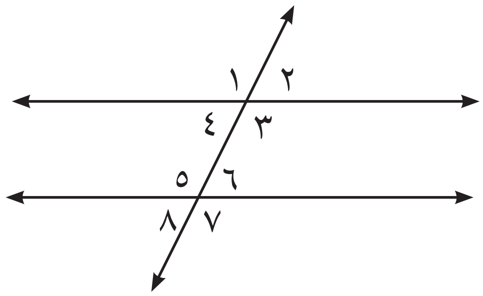
∵ ق (ك هـ ب) = ق (هـ و د) وهما في وضع تناظر ∴ $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{جـد}$

١٢٧

شكل (١) في فقرة «تعلم». اسأل هل الزوايا المتناظرة متساوية القياس؟ هل الزوايا المتحالفة متساوية القياس؟ هل الزوايا المتبادلة متساوية القياس؟ تحقق من إجابات الطلاب

إجابات «استكشف»

١



٢ تحقق من إجابات الطلاب، وتأكد من كيفية استخدامهم المنقلة لقياس كل زاوية.

٣ ق$(\hat{٦})$ + ق$(\hat{٧})$ = ١٨٠°

ق$(\hat{٥})$ + ق$(\hat{٨})$ = ١٨٠°

ق$(\hat{٢})$ + ق$(\hat{٣})$ = ١٨٠°

ق$(\hat{١})$ + ق$(\hat{٤})$ = ١٨٠°

٤ تحقق من إجابات الطلاب.

٢- التعليم

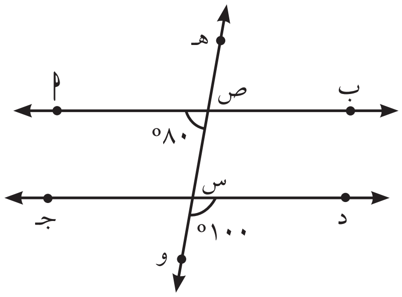
تعلم

من المهم جدًّا تركيز فكرة وجود القاطع لمستقيمين مهما كان موقعهما في المستوي، وأن الزوايا المتبادلة والزوايا المتناظرة والزوايا الداخلية والخارجية موجودة في جميع الحالات، ولكن إذا كانت القياسات متساوية، فإن المستقيمين هما متوازيان كما ورد في فقرة «نتيجة».

أمثلة بديلة

❶ في الرسم المقابل

أثبت أن: $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$



ق (د سٓ ص) = ١٨٠° − ١٠٠° = ٨٠° (زاويتان متكاملتان)

∴ ق (د سٓ ص) = ق (أ صٓ س) = ٨٠° (معطى)

∵ ق (د سٓ ص) = ق (أ صٓ س) وهما زاويتان متبادلتان

داخليًّا ∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$

❷ في الرسم المقابل

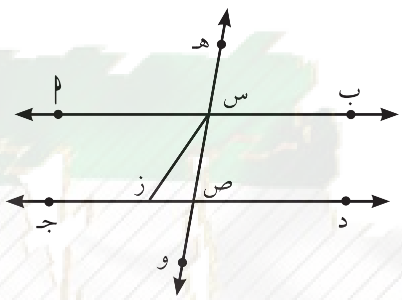
$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ ،

ق (ص شٓ ز) = ١٨°

ق (س صٓ د) = ٨٢°

أوجد: ق (أ سٓ ز) ،

ق (س زٓ ص)



ق (أ سٓ ز) = ٨٢° − ١٨° = ٦٤°

ق (س صٓ ز) = ١٨٠° − ٨٢° = ٩٨°

فيكون ق (س زٓ ص) = ١٨٠° − (١٨° + ٩٨°) = ٦٤°

حاولْ أن تحلّ

١ في الشكل المقابل أثبت أن $\overleftrightarrow{\text{ك ل}}$ // $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$.

❷ في الشكل المقابل:

$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$

ق (٢ٓ) = ٢٥°

ق (٦ٓ) = ٦٠°

أوجد قياس الزوايا المرقمة في الشكل.

الحل:

• ق (٣ٓ) + ق (٦ٓ) = ١٨٠° — زاويتان متحالفتان متكاملتان

ق (٣ٓ) + ٦٠° = ١٨٠° — بالتعويض

∴ ق (٣ٓ) = ١٨٠° − ٦٠°

ق (٣ٓ) = ١٢٠° — بالتبسيط

• ق (١ٓ) + ق (٢ٓ) + ق (٣ٓ) = ١٨٠° — زوايا متجاورة على مستقيم

ق (١ٓ) + ٢٥° + ١٢٠° = ١٨٠° — بالتعويض

ق (١ٓ) = ١٨٠° − (١٢٠° + ٢٥°)

∴ ق (١ٓ) = ٣٥° — بالتبسيط

• ق (٥ٓ) = ق (٣ٓ) = ١٢٠° — بالتبادل والتوازي

• ق (١ٓ) = ق (٤ٓ) = ٣٥° — بالتبادل والتوازي

حاولْ أن تحلّ

٢ في الشكل المقابل:

$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$

ق (١ٓ) = ٥٥°

ق (٤ٓ) = ٥٠°

أوجد قياس الزوايا المرقمة في الشكل.

١٢٨

إجابات «حاول أن تحل»

① ق (ص و̂ د) = ١٨٠° − ١٠٥° = ٧٥° (زاويتان متكاملتان)

∴ ق (ص و̂ د) = ق (ل د̂ أ) = ٧٥° (معطى)

∵ (ص و̂ د) ، (ل د̂ أ) هما متناظرتان ولهما القياس نفسه

∴ ك ل // س ص (نتيجة)

② ق (١̂) = ق (٥̂) = ٥٥° (متبادلتان داخليًا)

ق (٦̂) = ١٨٠° − ٥٥° = ١٢٥° (زاويتان متكاملتان)

ق (٢̂) = ١٨٠° − (٥٥° + ٥٠°) = ٧٥° (مجموع قياس زوايا مثلث)

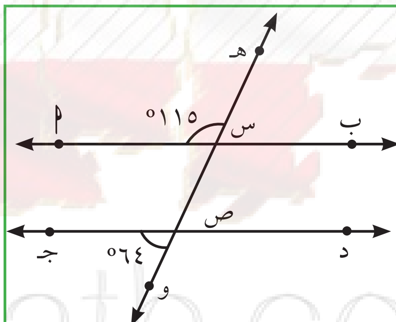
ق (٣̂) = ١٨٠° − (٥٥° + ٧٥°) = ٥٠° (قياس زاوية مستقيمة).

تقييم بديل

شجع الطلاب البحث على شبكة الإنترنت عن نماذج واقعية تتضمن مستقيمات متوازية، مثل الأبراج والجسور. . . .

اختبار سريع

① في الشكل المقابل، هل أ ب ، جـ د متوازيان؟ اشرح.



لا. لأن ق (جـ ص̂ س) = ١٨٠° − ٦٤° = ١١٦°

وبالتالي الزاويتان المتناظرتان: جـ ص̂ س ، أ س̂ هـ ليس لهما القياس نفسه.

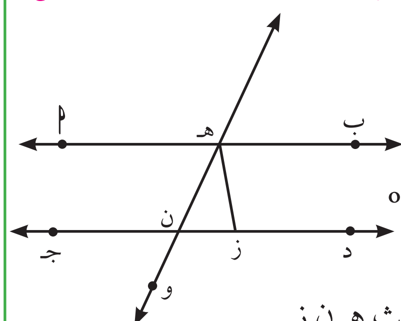
② في الشكل المقابل:

أ ب // جـ د

ق (ب هـ̂ ز) = ٧٦°

ق (أ هـ̂ ن) = ٦٩°

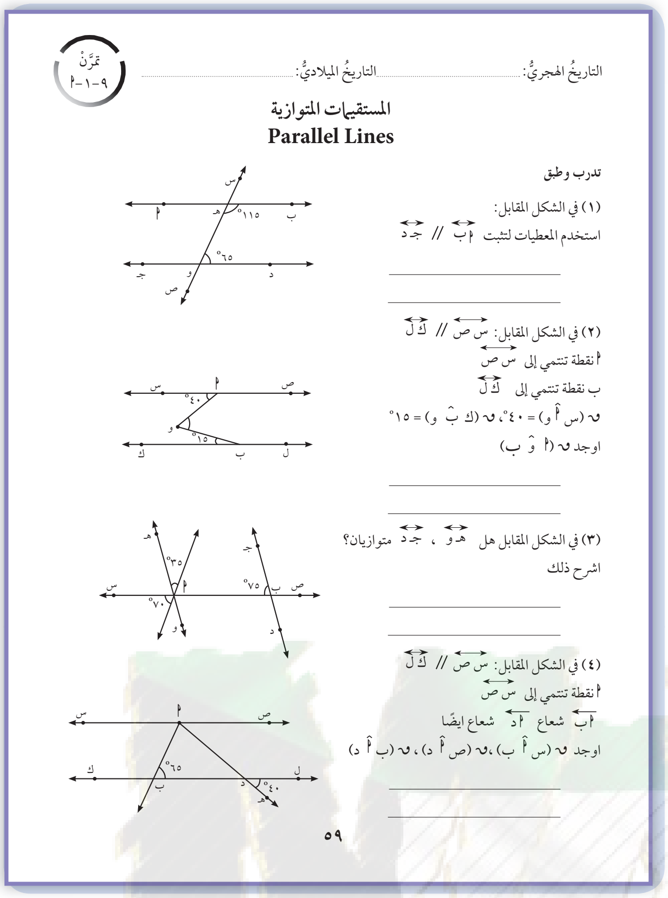
أوجد قياس زوايا المثلث هـ ن ز.



ق (ب هـ̂ ز) = ق (هـ ز̂ ن) = ٧٦° (متبادلتان داخليًا)

ق (أ هـ̂ ن) = ق (هـ ن̂ ز) = ٦٩° (متبادلتان داخليًا)

ق (ن هـ̂ ز) = ١٨٠° − (٧٦° + ٦٩°) = ٣٥° (مجموع قياس زوايا المثلث ١٨٠°)



التاريخُ الهجريُّ: .... التاريخُ الميلاديُّ: .... تمرَّن ٩-١-٩

المستقيمات المتوازية

Parallel Lines

تدرب وطبق

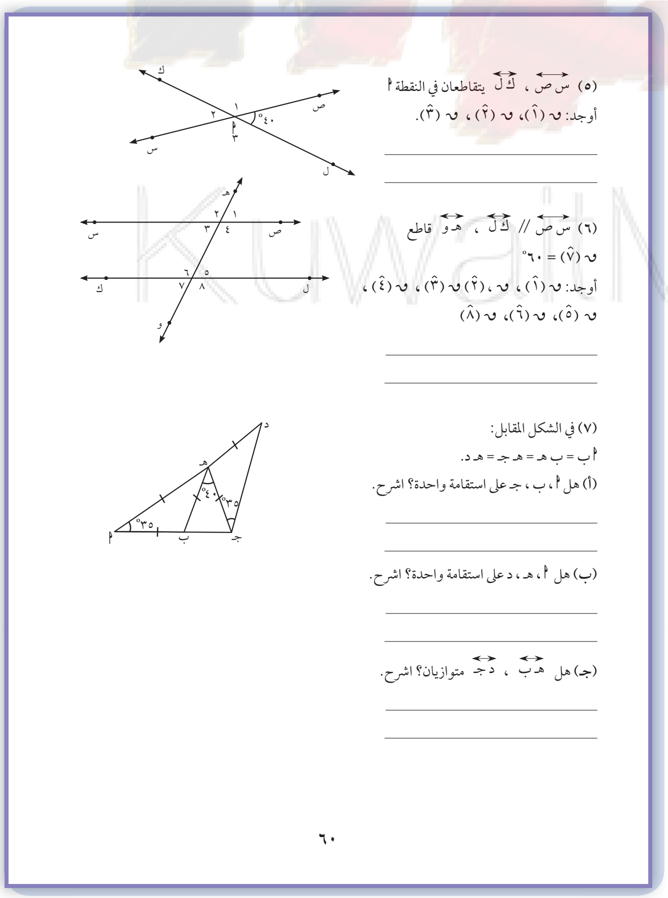
(١) في الشكل المقابل:
استخدم المعطيات لتثبت أ ب // جـ د

(٢) في الشكل المقابل: س ص // ك ل
أ نقطة تنتمي إلى س ص
ب نقطة تنتمي إلى ك ل
ق (س أ̂ و) = ٤٠°، ق (ك ب̂ و) = ١٥°
اوجد ق (أ و̂ ب)

(٣) في الشكل المقابل هل هـ و ، جـ د متوازيان؟
اشرح ذلك

(٤) في الشكل المقابل: س ص // ك ل
أ نقطة تنتمي إلى س ص
أ ب شعاع أ د شعاع ايضًا
اوجد ق (س أ̂ ب)، ق (ص أ̂ د)، ق (ب أ̂ د)

٥٩



(٥) س ص ، ك ل يتقاطعان في النقطة أ
أوجد: ق (١̂)، ق (٢̂) ، ق (٣̂).

(٦) س ص // ك ل ، هـ و قاطع
ق (٧̂) = ٦٠°
أوجد: ق (١̂) ، ق ، (٢̂) ق (٣̂) ، ق (٤̂) ،
ق (٥̂)، ق (٦̂)، ق (٨̂)

(٧) في الشكل المقابل:
أ ب = ب هـ = هـ جـ = هـ د.
(أ) هل أ ، ب ، جـ على استقامة واحدة؟ اشرح.
(ب) هل أ ، هـ ، د على استقامة واحدة؟ اشرح.
(جـ) هل هـ ب ، د جـ متوازيان؟ اشرح.

٦٠

٩-١-ب

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يصنف الأشكال الرباعية.

المصطلحات الأساسية

- متوازي الأضلاع، مستطيل، مربع، معين، شبه منحرف، طائرة ورقية

مراجعة

❶ ما تعريف المثلث؟ هو مضلع له ثلاثة أضلاع وثلاثة رؤوس وثلاث زوايا

❷ ما تعريف الرباعي؟ هو مضلع له أربعة أضلاع وأربعة رؤوس وأربع زوايا

١ - التمهيد

استكشف

الغاية

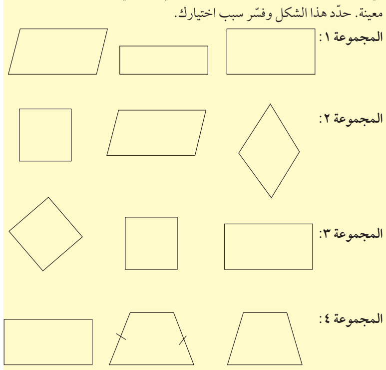
يصنف الطالب الأشكال الرباعية باستخدام خصائص معينة على أضلاعها من حيث التوازي أو التعامد أو التطابق.

التقييم المستمر

تابع مع الطلاب طرائق تصنيفهم للأشكال الرباعية وكيف استخدموا معارفهم السابقة في التوازي والتعامد والتطابق في هذا العمل.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

اسأل الطلاب إمعان النظر في مخطط العلاقة بين الأشكال الرباعية ثم الإجابة عن السؤال التالي:



٩-١- ب

خواص الأشكال الرباعية
Properties of Quadrilaterals

صلة الدرس سبق أن تعلمت الأشكال الرباعية، والآن سوف تتعلم تصنيفها.

سوف تتعلّم
- تصنيف الأشكال الرباعية.

من الاستخدامات
- يستخدم المهندسون المدنيون الأشكال الرباعية عند رسم مخططات الأبنية.

المصطلحات الأساسية
- شبه المنحرف Trapezoid
- متوازي الأضلاع Parallelogram
- معين Rhombus
- مستطيل Rectangle
- مربع Square
- طائرة ورقية Kite

استكشف الأشكال الرباعية

في كل من المجموعات أدناه هناك شكل رباعي لا ينتمي إلى المجموعة بخاصّيّة معينة. حدّد هذا الشكل وفسّر سبب اختيارك.

المجموعة ١:

المجموعة ٢:

المجموعة ٣:

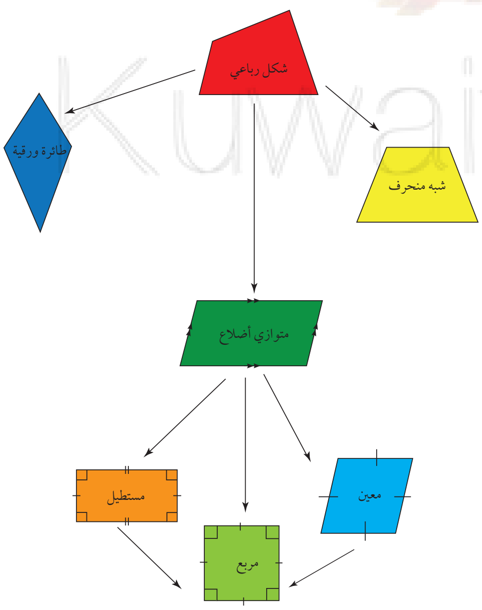
المجموعة ٤:

تعلّم الأشكال الرباعية

الشكل الرباعي هو مضلع له أربعة أضلاع. توجد عدة أنواع خاصة من الأشكال الرباعية منها: شبه المنحرف، متوازي الأضلاع، المعين، المستطيل، المربع. ولكل منها مجموعة مختلفة من الخصائص يمكن تصنيفها بأكثر من طريقة.

١٢٩

حدّد المخطط أدناه العلاقة بين الأشكال الرباعيّة:



١٣٠

بما تتميز الطائرة الورقية؟

– الأضلاع المتقابلة ليست متوازية.

– زوجين من الأضلاع المتجاورة متطابقة.

إجابات «استكشف»

المجموعة (١): الشكل الثالث لأن زواياه ليست قائمة.

المجموعة (٢): الشكل الثاني لأن أضلاعه الأربعة ليست متطابقة.

المجموعة (٣): الشكل الأول لأن أضلاعه الأربعة ليست متطابقة.

المجموعة (٤): الشكل الثالث لأن زوجي أضلاعه المتقابلة متوازية ومتطابقة.

٢– التعليم

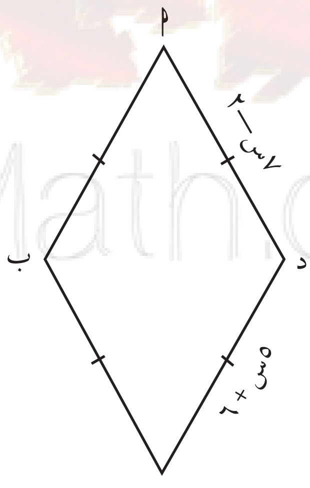
تعلم

من المفيد جدًّا إدارة نقاش مع الطلاب حول تصنيف الأشكال الرباعية باستخدام خصائص الأضلاع المتقابلة والمتجاورة.

أمثلة بديلة

❶ يبدو في الرسم إلى اليسار معيّن.

أوجد قيمة س ثم طول الضلع.



٥ س + ٦ = ٧ س – ٢

٥ س – ٧ س = – ٦ – ٢

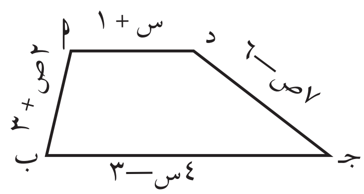
–٢ س = – ٨

س = ٤

طول الضلع = ٥ (٤) + ٦

= ٢٠ + ٦ = ٢٦ سم

❷ يبين الرسم شبه منحرف. أوجد قيم س، ص ثم طول أضلاعه في الحالات التالية



(أ) ب جـ = ٣ أ د

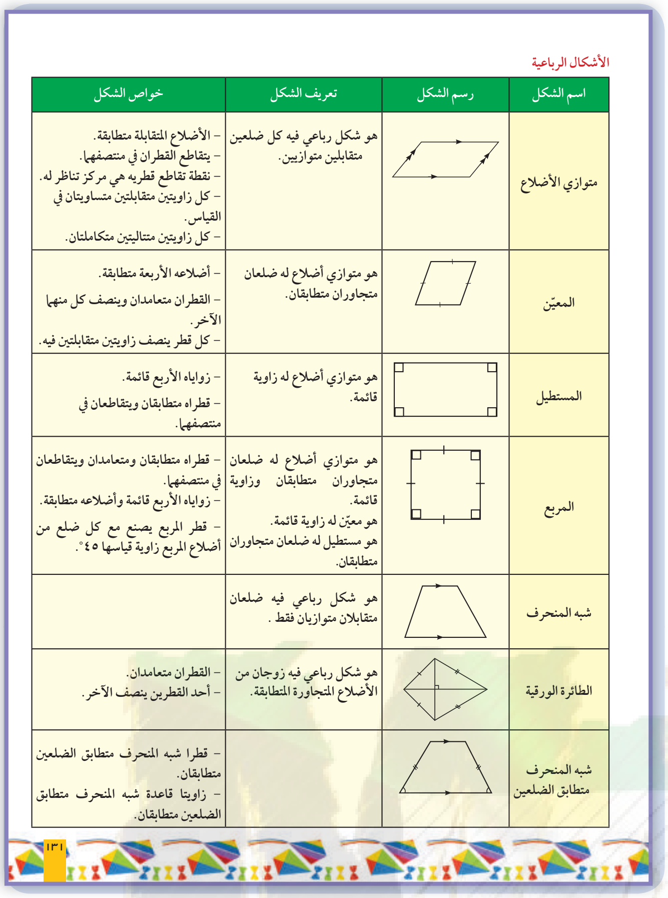
٤ س – ٣ = ٣ (س + ١)

٤ س – ٣ = ٣ س + ٣

٤ س – ٣ س = ٣ + ٣

س = ٦

وبالتالي: ب جـ = ٢١ سم ، أ د = ٧ سم



الأشكال الرباعية

خواص الشكل	تعريف الشكل	رسم الشكل	اسم الشكل
– الأضلاع المتقابلة متطابقة. – يتقاطع القطران في منتصفهما. – نقطة تقاطع قطريه هي مركز تناظر له. – كل زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس. – كل زاويتين متتاليتين متكاملتان.	هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين.		متوازي الأضلاع
– أضلاعه الأربعة متطابقة. – القطران متعامدان وينصف كل منهما الآخر. – كل قطر ينصف زاويتين متقابلتين فيه.	هو متوازي أضلاع له ضلعان متجاوران متطابقان.		المعيّن
– زواياه الأربع قائمة. – قطراه متطابقان ويتقاطعان في منتصفهما.	هو متوازي أضلاع له زاوية قائمة.		المستطيل
– قطراه متطابقان ومتعامدان ويتقاطعان في منتصفهما. – زواياه الأربع قائمة وأضلاعه متطابقة. – قطر المربع يصنع مع كل ضلع من أضلاع المربع زاوية قياسها ٤٥°.	هو متوازي أضلاع له ضلعان متجاوران متطابقان وزاوية قائمة. هو معيّن له زاوية قائمة. هو مستطيل له ضلعان متجاوران متطابقان.		المربع
	هو شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متوازيان فقط .		شبه المنحرف
– القطران متعامدان. – أحد القطرين ينصف الآخر.	هو شكل رباعي فيه زوجان من الأضلاع المتجاورة المتطابقة.		الطائرة الورقية
– قطرا شبه المنحرف متطابق الضلعين متطابقان. – زاويتا قاعدة شبه المنحرف متطابق الضلعين متطابقان.			شبه المنحرف متطابق الضلعين

١٣١

(ب) جـ د = ٢ ب أ

٧ ص – ٦ = ٢ (٢ ص + ٣)

٧ ص – ٦ = ٤ ص + ٦

٧ ص – ٤ ص = ٦ + ٦

٣ ص = ١٢

ص = ٤

وبالتالي: أ ب = ١١ سم، جـ د = ٢٢ سم

إجابات «حاول أن تحل»

❶ ٣ س + ٨ = ٥ س − ٤

٣ س − ٥ س = − ٨ − ٤

− ٢ س = − ١٢

س = ٦

وبالتالي أطوال الزوج الأول من الأضلاع هو: ٢٦ سم

٣ ص + ٢ = ٤ ص − ٢

٣ ص − ٤ ص = − ٢ − ٢

− ص = − ٤

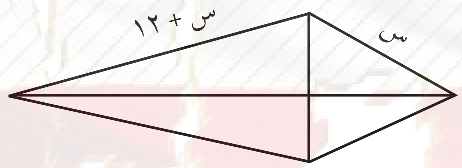
ص = ٤

وبالتالي أطوال الزوج الثاني من الأضلاع هو: ١٤ سم

❷ لنأخذ س الضلع الأصغر فيكون س + ١٢ الضلع الأكبر. نكتب المعادلة ٢ (س + س + ١٢) = ٨٤

٤ س + ٢٤ = ٨٤

س = ١٥

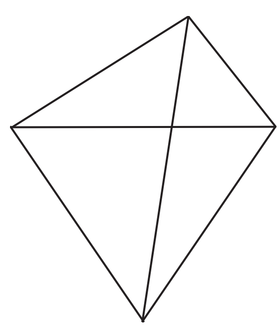


فيكون طول أصغر ضلعين ١٥ سم وطول أكبر ضلعين ٢٧ سم

٣- التدريب والتقييم

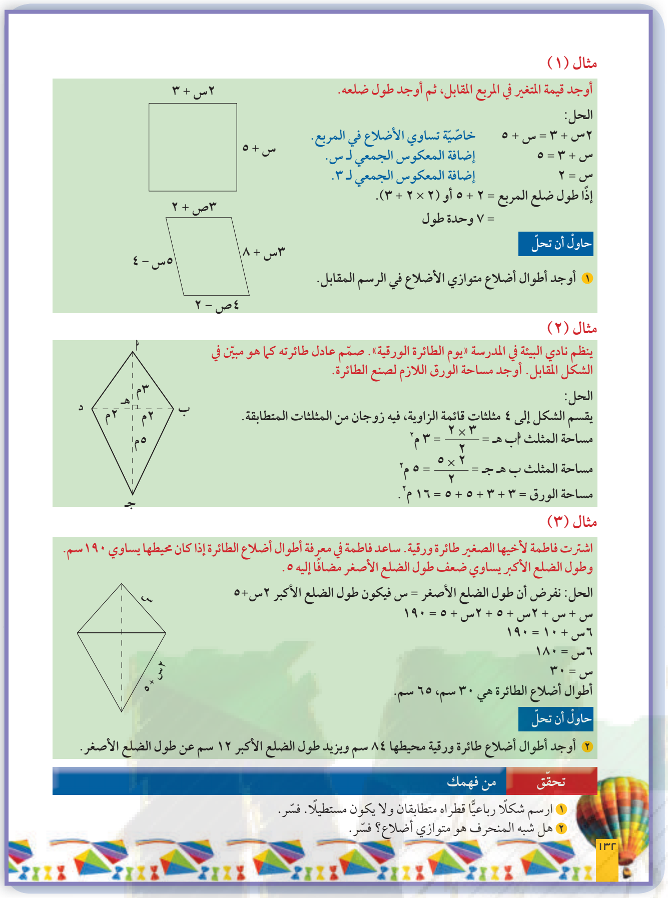
تحقق من فهمك

إجابات «تحقق من فهمك»



❶ تتنوع الإجابات. هذا الرباعي قطراه متطابقان إنما ليس مستطيلاً لأنهما لا يتقاطعان في منتصفهما.

❷ لا. يتضمن شبه المنحرف ضلعان متقابلان متوازيان فقط. أما متوازي الأضلاع فكل زوج من أضلاعه المتقابلة هي متوازية


مثال (١)

أوجد قيمة المتغير في المربع المقابل، ثم أوجد طول ضلعه.

الحل:

٢س + ٣ = س + ٥ خاصّيّة تساوي الأضلاع في المربع.

س + ٣ = ٥ إضافة المعكوس الجمعي لـ س.

س = ٢ إضافة المعكوس الجمعي لـ ٣.

إذًا طول ضلع المربع = ٢ + ٥ أو (٢ × ٢ + ٣).

= ٧ وحدة طول

حاولْ أن تحلّ

١ أوجد أطوال أضلاع متوازي الأضلاع في الرسم المقابل.

مثال (٢)

ينظم نادي البيئة في المدرسة «يوم الطائرة الورقية». صمّم عادل طائرته كما هو مبيّن في الشكل المقابل. أوجد مساحة الورق اللازم لصنع الطائرة.

الحل:

يقسم الشكل إلى ٤ مثلثات قائمة الزاوية، فيه زوجان من المثلثات المتطابقة.

مساحة المثلث أ ب هـ = $\frac{٣ \times ٢}{٢}$ = ٣ م^2

مساحة المثلث ب هـ جـ = $\frac{٢ \times ٥}{٢}$ = ٥ م^2

مساحة الورق = ٣ + ٣ + ٥ + ٥ = ١٦ م^2.

مثال (٣)

اشترت فاطمة لأخيها الصغير طائرة ورقية. ساعد فاطمة في معرفة أطوال أضلاع الطائرة إذا كان محيطها يساوي ١٩٠ سم. وطول الضلع الأكبر يساوي ضعف طول الضلع الأصغر مضافًا إليه ٥.

الحل: نفرض أن طول الضلع الأصغر = س فيكون طول الضلع الأكبر ٢س+٥

س + س + ٢س + ٥ + ٢س + ٥ = ١٩٠

٦س + ١٠ = ١٩٠

٦س = ١٨٠

س = ٣٠

أطوال أضلاع الطائرة هي ٣٠ سم، ٦٥ سم.

حاولْ أن تحلّ

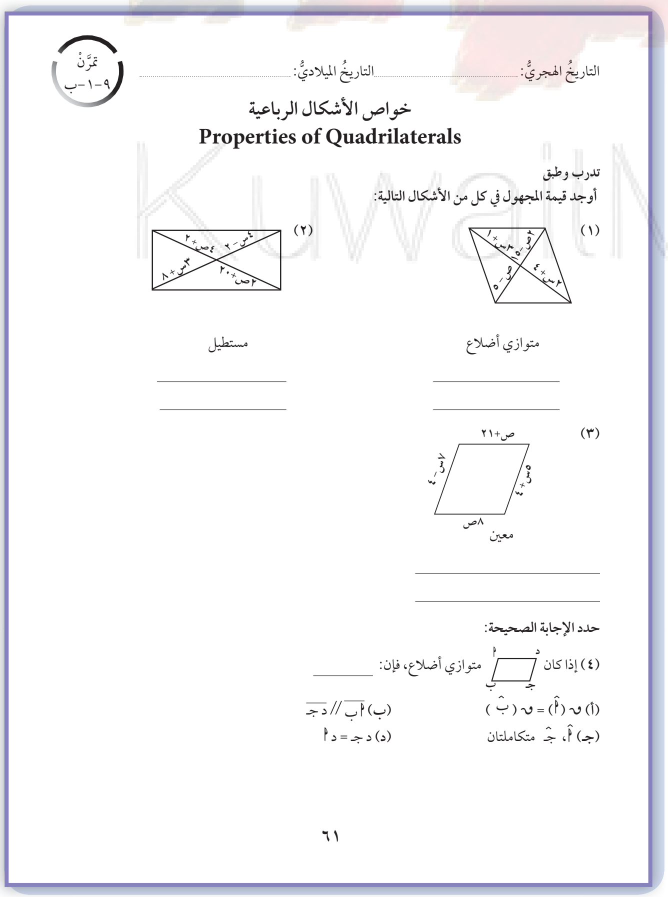
٢ أوجد أطوال أضلاع طائرة ورقية محيطها ٨٤ سم ويزيد طول الضلع الأكبر ١٢ سم عن طول الضلع الأصغر.

تحقّق من فهمك

١ ارسم شكلًا رباعيًّا قطراه متطابقان ولا يكون مستطيلًا. فسّر.

٢ هل شبه المنحرف هو متوازي أضلاع؟ فسّر.

١٣٢


التاريخُ الهجريُّ: .... التاريخُ الميلاديُّ: ....

تمرَّنْ ٩-١-ب

خواص الأشكال الرباعية

Properties of Quadrilaterals

تدرب وطبق

أوجد قيمة المجهول في كل من الأشكال التالية:

(١) متوازي أضلاع

(٢) مستطيل

(٣) معين

حدد الإجابة الصحيحة:

(٤) إذا كان أ ب جـ د متوازي أضلاع، فإن: ________

(أ) ق (أ) = ق (ب)

(ب) أب // د جـ

(جـ) أ، جـ متكاملتان

(د) د جـ = د أ

٦١

تقييم بديل

شجع الطلاب على دراسة أشكال رباعية في صورة أحد الجسور الحديدية أو أحد الأعمدة الحديدية والتأكد من الخصائص التي تعلموها في هذا الدرس.

اختبار سريع

❶ اذكر خاصية تميز المربع عن المعيّن. في كلا الاثنين الأضلاع الأربعة متطابقة ولكن في المربع الزوايا الأربع قائمة أما في المعين فلا يوجد زوايا قائمة.

❷ أي الأشكال الرباعية لا تتقاطع فيها الأقطار بزوايا قائمة؟ متوازي الأضلاع، المستطيل، شبه المنحرف، رباعي مختلف الأضلاع.

إجابات «المرشد لحل المسائل»

❶ تناول ورقة مستطيلة الشكل واطوها إلى نصفين أفقيًا وعموديًا ثم قص الورقة بعد طيّها.

❷ إيجاد نوعية الشكل الذي تحصل عليه بعد قص الورقة وعند فتحها

❸ مستطيل

❹ مستطيل

❺ لا. رباعي

❻ الأضلاع متطابقة. لأن عمليات الطي المتتابعة سوف تنتج رباعي متطابق الأضلاع.

❼ معين. أضلاعه الأربعة متطابقة ولكن زواياه ليست متساوية القياس.

❽ إذا تم قص الورقة وفق القطر سوف نحصل على أربعة مثلثات مختلفة الأبعاد ولكن كل زوج منها متطابقان.

❾ تابع عمل الطلاب

❿ نحصل على مربع بعد قص الورقة.

المرشد لحل المسائل (٩-١)

تناول ورقة مستطيلة الشكل واطوها إلى نصفين أفقيًا ثم عموديًا (انظر الشكل المقابل). قص الورقة بعد طيّها، كما هو في الشكل المقابل. ما الشكل الذي تحصل عليه بعد قص الورقة وعند فتحها؟ اشرح.

افهم

١ ما معطيات المسألة؟ ....

٢ ما المطلوب إليك إيجاده؟ ....

خطِّط

٣ ما الشكل الذي تحصل عليه بعد طي الورقة للمرّة الأولى؟ ....

٤ ما الشكل الذي تحصل عليه بعد طي الورقة للمرّة الثانية؟ ....

حلّ

٥ هل الشكل الذي ستحصل عليه هو مثلث؟ ....

٦ هل أضلاع الشكل متطابقة؟ فسّر. ....

٧ ما الشكل الذي تحصل عليه؟ فسّر. ....

٨ هل يتغيّر الشكل إذا تم قص الورقة وفق القطر الآخر؟ فسّر. ....

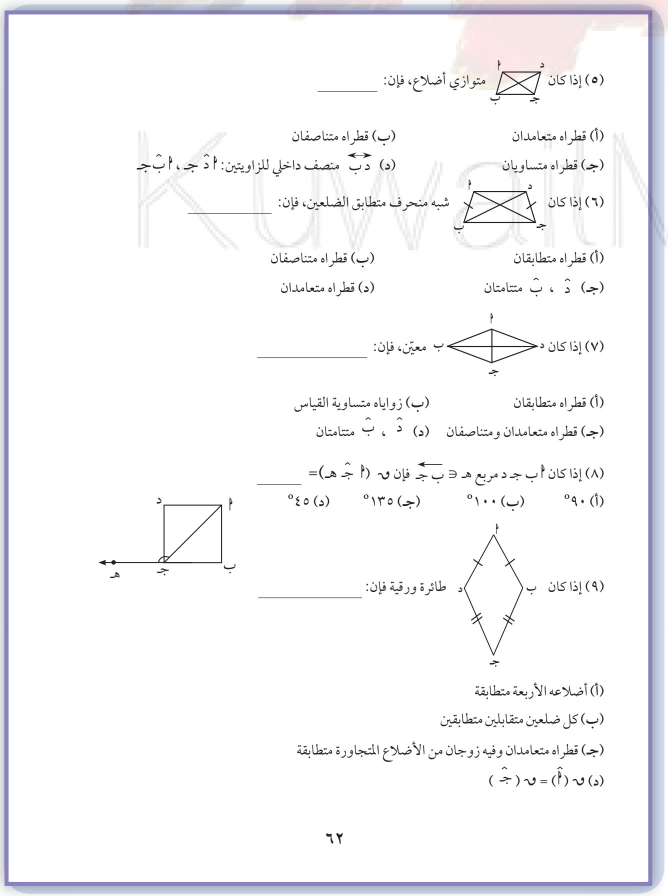
تحقّق

٩ نفذ الخطوات المطلوبة مستخدمًا ورقة ومقصًّا للتحقق.

حلّ مسألة أخرى

١٠ كرّر الخطوات مستخدمًا ورقة مربعة الشكل. ما الشكل الذي تحصل عليه؟ ....

١٣٣



(٥) إذا كان د أ ب جـ متوازي أضلاع، فإن: ________

(أ) قطراه متعامدان　(ب) قطراه متناصفان

(جـ) قطراه متساويان　(د) $\overleftrightarrow{دب}$ منصف داخلي للزاويتين: أ د̂ جـ ، أ ب̂ جـ

(٦) إذا كان أ د جـ ب شبه منحرف متطابق الضلعين، فإن: ________

(أ) قطراه متطابقان　(ب) قطراه متناصفان

(جـ) د̂ ، ب̂ متتامتان　(د) قطراه متعامدان

(٧) إذا كان د أ ب جـ معيّن، فإن: ________

(أ) قطراه متطابقان　(ب) زواياه متساوية القياس

(جـ) قطراه متعامدان ومتناصفان　(د) د̂ ، ب̂ متتامتان

(٨) إذا كان أ ب جـ د مربع هـ ∈ $\overleftarrow{بجـ}$ فإن ق (أ جـ̂ هـ)= ________

(أ) °٩٠　(ب) °١٠٠　(جـ) °١٣٥　(د) °٤٥

(٩) إذا كان ب أ د جـ طائرة ورقية فإن: ________

(أ) أضلاعه الأربعة متطابقة

(ب) كل ضلعين متقابلين متطابقين

(جـ) قطراه متعامدان وفيه زوجان من الأضلاع المتجاورة متطابقة

(د) ق (أ̂) = ق (جـ̂)

٦٢

٩ – ٢

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يتعرف متوازي الأضلاع

المصطلحات الأساسية

متوازي الأضلاع، زاويتان متتاليتان، زاويتان متقابلتان

مراجعة

❶ ما المستقيمان المتوازيان؟

هما مستقيمان لا يلتقيا.

❷ ما الزاويتان المتكاملتان؟

هما زاويتان مجموع قياسهما ١٨٠°.

❸ ما القطر في المضلع؟

هو قطعة مستقيمة تصل بين رأسين غير متتاليين من رؤوس المضلع.

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

يتعرف الطالب على واحد من الأشكال الرباعية له خصائص مميزة ومتعددة ويرتبط به عدد من الأشكال الرباعية لها خواص محددة ولها استخدامات كثيرة في مجال الهندسة والتصميم.

التقييم المستمر

تابع الطلاب وهم يتعرفون خواص متوازي الأضلاع.
تأكد من كيفية استخدامهم لهذه الخواص في مواقف جديدة ومسائل تتطلب ذلك.

٩ – ٢

متوازي الأضلاع
Parallelogram

صلة الدرس سبق أن صنفت الأشكال الرباعيّة، والآن سوف تثبت خواص متوازي الأضلاع.

سوف تتعلّم
- التعرف إلى متوازي الأضلاع.

من الاستخدامات
- معظم الأشكال التي تراها في الجسور الحديدية هي على شكل متوازي الأضلاع.

استكشف | استكشاف متوازي الأضلاع

١ ارسم مستقيمين متوازيين مستخدمًا المثلث القائم والمسطرة، ثم اقطعهما بقاطع.
٢ ارسم مستقيمًا موازيًا لهذا القاطع مستخدمًا المثلث القائم والمسطرة.
٣ أي نوع من المضلعات ترى؟
٤ كم زوجًا من المستقيمات المتوازية في هذا المضلع؟
٥ قارن أطوال كل زوج من أزواج الأضلاع المتوازية.
٦ ماذا تستطيع أن تستنتج عن نوع المضلع؟

تعلّم | خواص متوازي الأضلاع

متوازي الأضلاع: هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان.

ك ل ن هـ متوازي أضلاع وعلى ذلك:

ك ل // هـ ن ، هـ ك // ن ل.

خواص متوازي الأضلاع:

١ – في متوازي الأضلاع، مجموع قياسي كل زاويتين متتاليتين ١٨٠°.

المعطيات: أ ب جـ د متوازي أضلاع.

المطلوب: إثبات أن ق (ب) + ق (أ) = ١٨٠°، ق (ب) + ق (جـ) = ١٨٠°.
ق (جـ) + ق (د) = ١٨٠°، ق (د) + ق (أ) = ١٨٠°.

البرهان: ∵ أ ب جـ د متوازي الأضلاع
∴ أ د // ب جـ
أ ب هو قاطع للمستقيمين المتوازيين أ د ، ب جـ

المصطلحات الأساسية
- متوازي الأضلاع Parallelogram
- زاويتان متتاليتان Consecutive Angles
- زاويتان متقابلتان Opposite Angles

معلومة مفيدة
ملاحظة: نستخدم الرمز // بدلًا من موازٍ.

١٣٤

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

اسأل: هل يتطابق قطري متوازي الأضلاع؟ اشرح إجابتك.

في متوازي الأضلاع لا يتطابق القطرين لأن أحدهم يقابل زاوية حادّة والآخر يقابل زاوية منفرجة.

إجابات «استكشف»

❶ – ❻ تحقق من أعمال الطلاب وإجاباتهم.

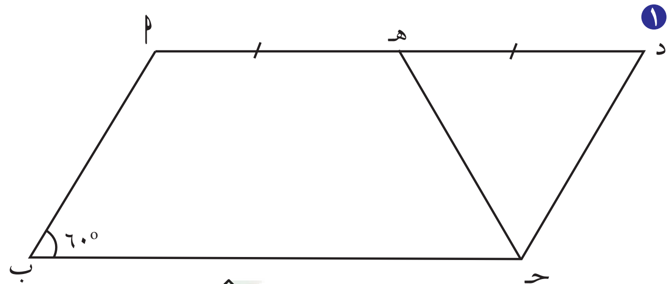
٢- التعليم

تعلم

من المهم جدًّا التأكد من أن الطلاب قد تفهموا جيدًا خواص متوازي الأضلاع وأنهم قادرون على استخدامها في مواقف جديدة.

أمثلة بديلة

❶



أ ب جـ د متوازي أضلاع حيث ق(ب̂) = ٦٠°

د أ = ٢ د جـ. نأخذ هـ منتصف أ د.

ما نوع المثلث د جـ هـ؟

بما أن ق(ب̂) = ٦٠° لذا الزاوية المقابلة لها في متوازي الأضلاع لها القياس نفسه وبالتالي ق(د̂) = ٦٠°

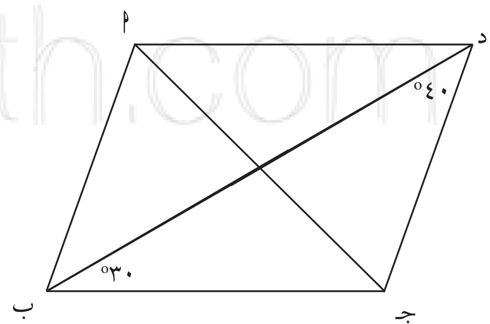
كما أن د أ = ٢ د جـ. بالقسمة على ٢

نجد $\frac{1}{2}$ د أ = د جـ ومنه

د هـ = د جـ وعليه يكون المثلث د هـ جـ متطابق الضلعين

ولكن إحدى زواياه قياسها ٦٠° فيصبح متطابق الأضلاع.

❷



أ ب جـ د متوازي أضلاع. ما قياس الزوايا الأربع؟

مجموع قياس الزوايا في المثلث (ب جـ د) = ١٨٠°

لذا يكون ق(جـ̂) = ١٨٠° − (٤٠° + ٣٠°)

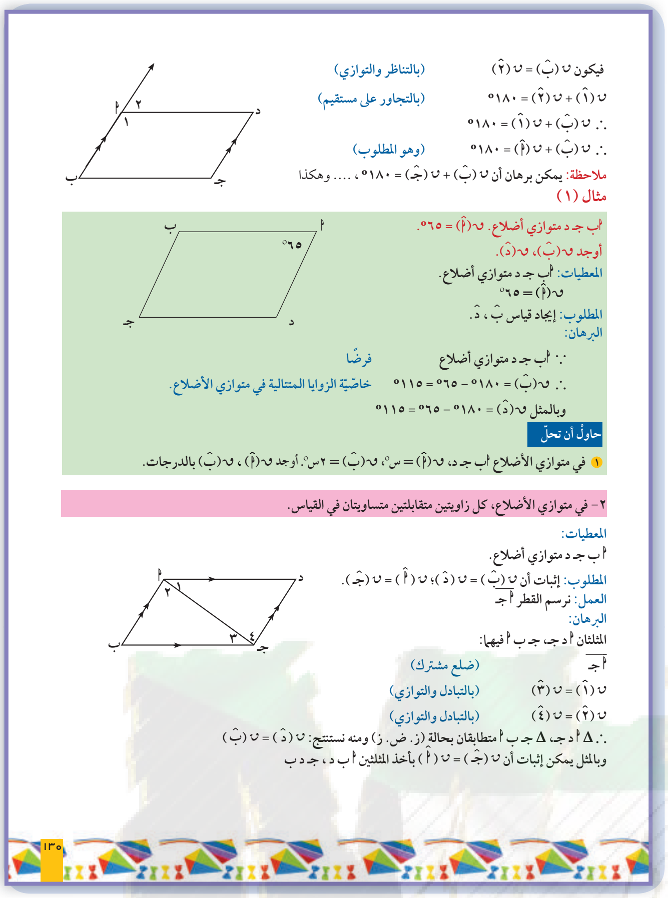
= ١٨٠° − ٧٠°

= ١١٠°

وحيث إن الزوايا المتتالية في متوازي الأضلاع هي متكاملة لذا يكون:

ق(د̂) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

ويكون ق(ب̂) = ٧٠° ثم ق(أ̂) = ١١٠°



فيكون ق (ب̂) = ق (٢̂) (بالتناظر والتوازي)

ق (١̂) + ق (٢̂) = ١٨٠° (بالتجاور على مستقيم)

∴ ق (ب̂) + ق (١̂) = ١٨٠°

∴ ق (ب̂) + ق (أ̂) = ١٨٠° (وهو المطلوب)

ملاحظة: يمكن برهان أن ق (ب̂) + ق (جـ̂) = ١٨٠°، .... وهكذا

مثال (١)

أ ب جـ د متوازي أضلاع. ق(أ̂) = ٦٥°.

أوجد ق(ب̂)، ق(د̂).

المعطيات: أ ب جـ د متوازي أضلاع.

ق(أ̂) = ٦٥°

المطلوب: إيجاد قياس ب̂ ، د̂.

البرهان:

∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع فرضًا

∴ ق(ب̂) = ١٨٠° − ٦٥° = ١١٥° خاصّيّة الزوايا المتتالية في متوازي الأضلاع.

وبالمثل ق(د̂) = ١٨٠° − ٦٥° = ١١٥°

حاولْ أن تحلّ

① في متوازي الأضلاع أ ب جـ د، ق(أ̂) = س°، ق(ب̂) = ٢س°. أوجد ق(أ̂) ، ق(ب̂) بالدرجات.

٢- في متوازي الأضلاع، كل زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس.

المعطيات:

أ ب جـ د متوازي أضلاع.

المطلوب: إثبات أن ق (ب̂) = ق (د̂)؛ ق (أ̂) = ق (جـ̂).

العمل: نرسم القطر أ جـ

البرهان:

المثلثان أ د جـ، جـ ب أ فيهما:

أ جـ (ضلع مشترك)

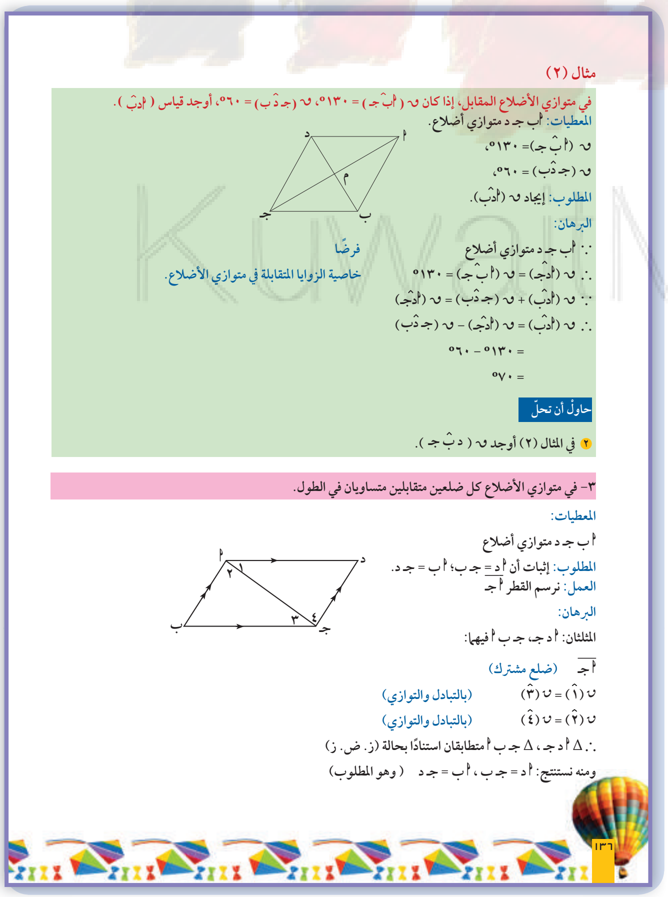
ق (١̂) = ق (٣̂) (بالتبادل والتوازي)

ق (٢̂) = ق (٤̂) (بالتبادل والتوازي)

∴ Δ أ د جـ، Δ جـ ب أ متطابقان بحالة (ز. ض. ز) ومنه نستنتج: ق (د̂) = ق (ب̂)

وبالمثل يمكن إثبات أن ق (جـ̂) = ق (أ̂) بأخذ المثلثين أ ب د ، جـ د ب

١٣٥



مثال (٢)

في متوازي الأضلاع المقابل، إذا كان ق (أ ب̂ جـ) = ١٣٠°، ق (جـ د̂ ب) = ٦٠°، أوجد قياس (أ د̂ ب).

المعطيات: أ ب جـ د متوازي أضلاع.

ق (أ ب̂ جـ) = ١٣٠°،

ق (جـ د̂ ب) = ٦٠°،

المطلوب: إيجاد ق (أ د̂ ب).

البرهان:

∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع فرضًا

∴ ق (أ د̂ جـ) = ق (أ ب̂ جـ) = ١٣٠° خاصية الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع.

∵ ق (أ د̂ ب) + ق (جـ د̂ ب) = ق (أ د̂ جـ)

∴ ق (أ د̂ ب) = ق (أ د̂ جـ) − ق (جـ د̂ ب)

= ١٣٠° − ٦٠°

= ٧٠°

حاولْ أن تحلّ

② في المثال (٢) أوجد ق (د ب̂ جـ).

٣- في متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متساويان في الطول.

المعطيات:

أ ب جـ د متوازي أضلاع

المطلوب: إثبات أن أ د = جـ ب؛ أ ب = جـ د.

العمل: نرسم القطر أ جـ

البرهان:

المثلثان: أ د جـ، جـ ب أ فيهما:

أ جـ (ضلع مشترك)

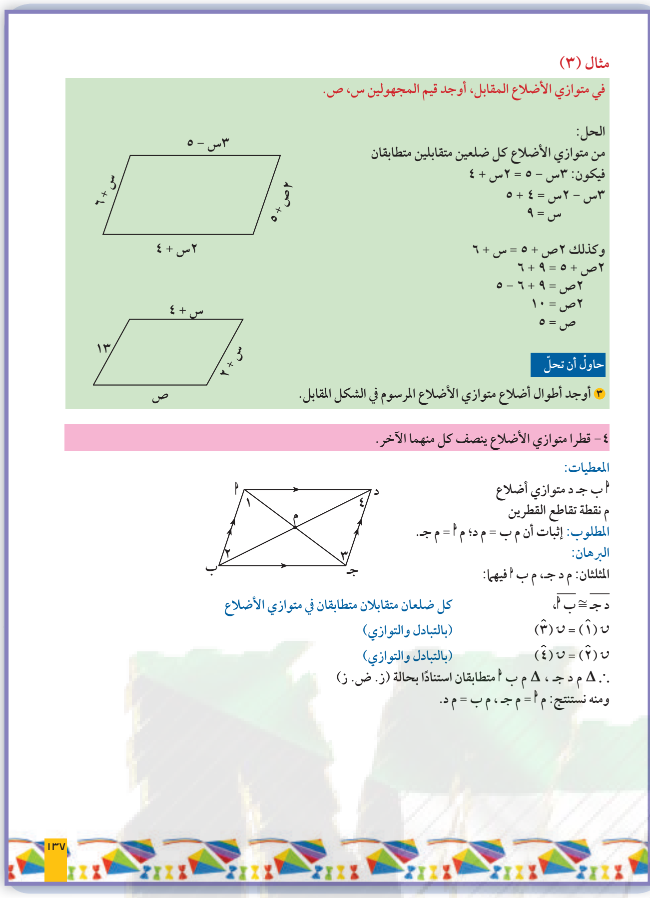
ق (١̂) = ق (٣̂) (بالتبادل والتوازي)

ق (٢̂) = ق (٤̂) (بالتبادل والتوازي)

∴ Δ أ د جـ ، Δ جـ ب أ متطابقان استنادًا بحالة (ز. ض. ز)

ومنه نستنتج: أ د = جـ ب ، أ ب = جـ د (وهو المطلوب)

١٣٦


مثال (٣)

في متوازي الأضلاع المقابل، أوجد قيم المجهولين س، ص.

الحل:

من متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متطابقان

فيكون: ٣س − ٥ = ٢س + ٤

٣س − ٢س = ٤ + ٥

س = ٩

وكذلك ٢ص + ٥ = س + ٦

٢ص + ٥ = ٩ + ٦

٢ص = ٩ + ٦ − ٥

٢ص = ١٠

ص = ٥

حاولْ أن تحلّ

٣ أوجد أطوال أضلاع متوازي الأضلاع المرسوم في الشكل المقابل.

٤ – قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر.

المعطيات:

ٲ ب جـ د متوازي أضلاع

م نقطة تقاطع القطرين

المطلوب: إثبات أن م ب = م د؛ م ٲ = م جـ.

البرهان:

المثلثان: م د جـ، م ب ٲ فيهما:

د جـ ≅ ب ٲ، كل ضلعان متقابلان متطابقان في متوازي الأضلاع

ق (١̂) = ق (٣̂) (بالتبادل والتوازي)

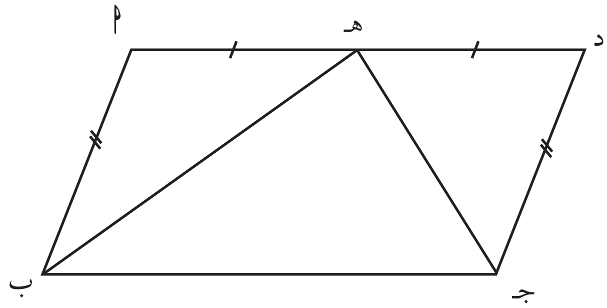
ق (٢̂) = ق (٤̂) (بالتبادل والتوازي)

∴ Δ م د جـ ، Δ م ب ٲ متطابقان استنادًا بحالة (ز. ض. ز)

ومنه نستنتج: م ٲ = م جـ ، م ب = م د.

١٣٧

٣



ٲ ب جـ د متوازي أضلاع حيث: د ٲ = ٢ د جـ

وهـ منتصف د ٲ.

أثبت أن جـ هـ منصف (د جـ ب)

وأن ب هـ منصف (جـ ب ٲ)

بما أن د ٲ = ٢ د جـ ، هـ منتصف د ٲ

نحصل على د هـ = د جـ ، ٲ هـ = ٲ ب

المثلث هـ د جـ متطابق الضلعين لذا

ق (د جـ هـ) = ق (د هـ جـ) (١)

من ناحية ثانية ق (د هـ جـ) = ق (هـ جـ ب) (٢)

بالتبادل والتوازي ومن (١) ، (٢) نحصل على

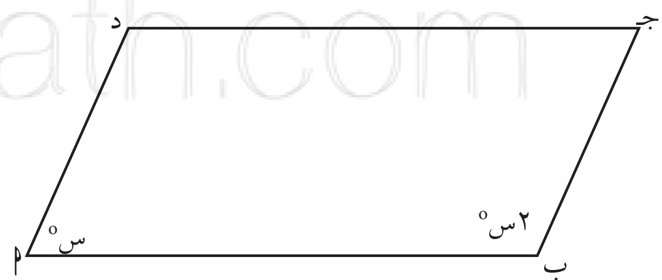
ق (د جـ هـ) = ق (هـ جـ ب)

وبالتالي جـ هـ منصف (د جـ ب).

والطريقة نفسها نستخدمها لنثبت أن ب هـ منصف (جـ ب ٲ).

إجابات «حاول أن تحل»

١



نأخذ س° + ٢ س° = ١٨٠°

٣ س° = ١٨٠°

س° = ٦٠°

فيكون ق (ٲ) = ٦٠° ، ق (ب) = ١٢٠°

❷ ق(د ب̂ جـ) = ق(أ د̂ ب) بالتبادل والتوازي

وبالتالي ق(د ب̂ جـ) = ٧٠°

❸ س + ٢ = ١٣ ، س = ١١

س + ٤ = ص ، ص = ١١ + ٤ = ١٥

∵ س = ١١، ص = ١٥

∴ أطوال أضلاع متوازي الأضلاع هي: ١٣، ١٥

❹ م جـ = م أ

٣ س + ١ = ٥ س − ٩   س = ٥

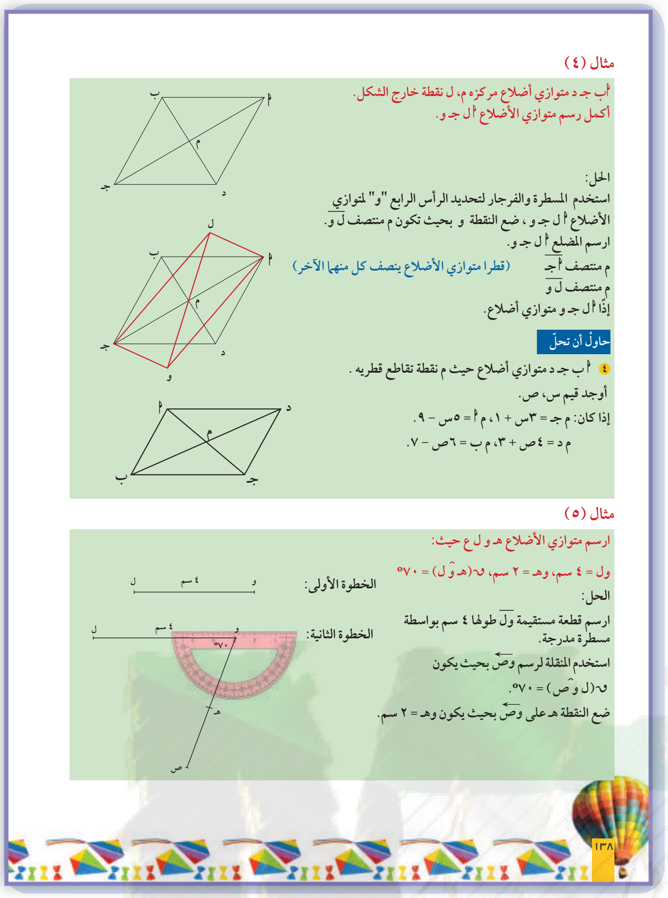
م د = م ب

٤ ص + ٣ = ٦ ص − ٧   ص = ٥

❺ نرسم $\overline{\text{و ط}}$ طولها ٨ سم ثم بواسطة المنقلة نرسم و ط̂ ن بحيث ق(و ط̂ ن) = ١٣٠°

وطول $\overline{\text{ط ن}}$ يساوي ٥ سم.

نأخذ بواسطة الفرجار دائرتين الأولى مركزها (و) مع طول نصف قطر ٥ سم والثانية مركزها (ن) مع طول نصف قطر ٨ سم تتقاطعان في النقطة ي ونحصل على متوازي الأضلاع و ط ن ي.


مثال (٤)

أب جـ د متوازي أضلاع مركزه م، ل نقطة خارج الشكل.
أكمل رسم متوازي الأضلاع أ ل جـ و.

الحل:
استخدم المسطرة والفرجار لتحديد الرأس الرابع "و" لمتوازي الأضلاع أ ل جـ و ، ضع النقطة و بحيث تكون م منتصف $\overline{\text{ل و}}$.
ارسم المضلع أ ل جـ و.
م منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$ (قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر)
م منتصف $\overline{\text{ل و}}$
إذًا أ ل جـ و متوازي أضلاع.

حاولْ أن تحلّ

٤ أ ب جـ د متوازي أضلاع حيث م نقطة تقاطع قطريه .
أوجد قيم س، ص.
إذا كان: م جـ = ٣س + ١ ، م أ = ٥س − ٩ .
م د = ٤ص + ٣، م ب = ٦ص − ٧ .

مثال (٥)

ارسم متوازي الأضلاع هـ و ل ع حيث:
ول = ٤ سم، وهـ = ٢ سم، ق(هـ و̂ ل) = ٧٠°
الحل:
ارسم قطعة مستقيمة $\overline{\text{و ل}}$ طولها ٤ سم بواسطة مسطرة مدرجة.
استخدم المنقلة لرسم $\overleftarrow{\text{و ص}}$ بحيث يكون ق(ل و̂ ص) = ٧٠°.
ضع النقطة هـ على $\overleftarrow{\text{و ص}}$ بحيث يكون وهـ = ٢ سم.

الخطوة الأولى:
الخطوة الثانية:

٣- التدريب والتقييم

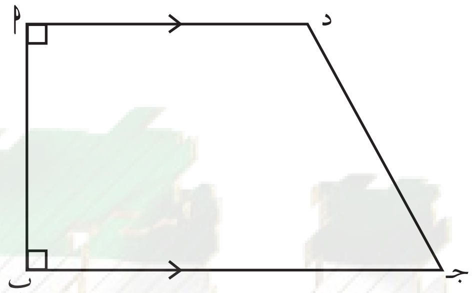
تحقق من فهمك

تأكد من أن الطلاب قد تفهموا جيدًا الخواص التي وردت في متوازي الأضلاع وأنه يمكن استخدام أي واحدة منها دون العودة إلى إثباتها.

إجابات «تحقق من فهمك»

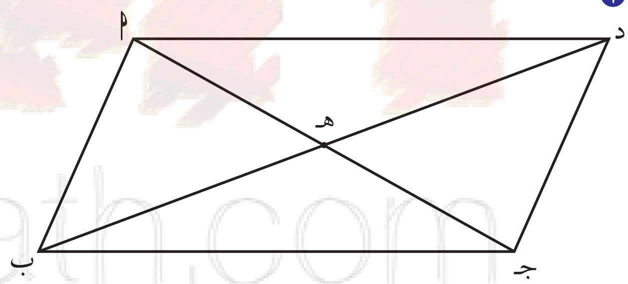
١ لا، إذا كان في الشكل الرباعي زاويتان متتاليتان متكاملتان فليس من الضروري أن يكون متوازي أضلاع.

مثال:



في الرباعي أعلاه: ق(ب̂) + ق(أ̂) = ١٨٠°
علمًا أنه ليس متوازي أضلاع.

٢



نعم، المثلثان د هـ جـ ، ب هـ أ هما متطابقان استنادًا إلى الحالة (ض . ز . ض)

نستنتج $\overline{\text{د جـ}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$

والمثلثان أ هـ د ، جـ هـ ب هما متطابقان استنادًا إلى الحالة (ض . ز . ض)

لذا $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ والرباعي يصبح متوازي أضلاع.

تقييم بديل

وزع الطلاب في مجموعات من اثنين. يرسم أحد الطلاب متوازي أضلاع ثم يطلب من زميله أن يعرض له الخصائص التي عرضت في الدرس ثم يتبادلان الأدوار.

ركز سن الفرجار عند ل وبفتحة طولها ٢ سم . ارسم قوسًا، ثم ركز سن الفرجار في هـ وبفتحة طولها ٤ سم ارسم قوسًا آخر بحيث يتقاطع القوسان في نقطة ع.

أكمل رسم المضلع هـ و ل ع.

حاولْ أن تحلّ

٥ ارسم متوازي الأضلاع وط ن ي حيث:
وط = ٨ سم، ق(وط̂ن) = ١٣٠°، ط ن = ٥ سم.

في متوازي الأضلاع:
- كل ضلعين متقابلين متوازيان.
- كل ضلعين متقابلين لهما الطول نفسه.
- كل زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس.
- كل زاويتين متتاليتين متكاملتان.
- يتقاطع قطرا متوازي الأضلاع في نقطة منتصفهما.

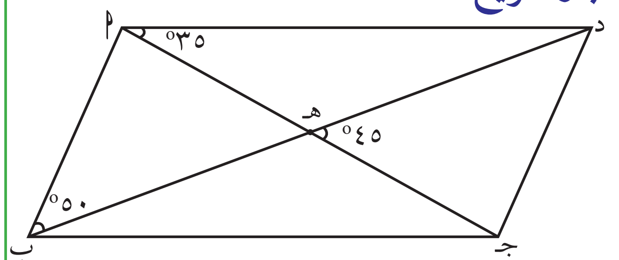
تحقّق من فهمك

١ هل كل شكل رباعي له زاويتان متتاليتان متكاملتان هو متوازي أضلاع؟ اشرح.
٢ إذا تقاطع قطرا شكل رباعي في نقطة منتصفها، فهل يكون هذا الشكل الرباعي متوازي أضلاع؟ اشرح.

١٣٩

اختبار سريع

❶



أ ب جـ د متوازي أضلاع.

احسب قياس زوايا جميع المثلثات وقياس زوايا متوازي الأضلاع.

ق(د أ̂ جـ) = ق (أ جـ̂ ب) = ٣٥°

ق(جـ هـ̂ ب) = ١٨٠° − ٤٥° = ١٣٥°

ق(هـ ب̂ جـ) = ١٨٠° − (١٣٥° + ٣٥°)

= ١٨٠° − ١٧٠° = ١٠°

ق(هـ ب̂ جـ) = ق (أ د̂ ب) = ١٠°

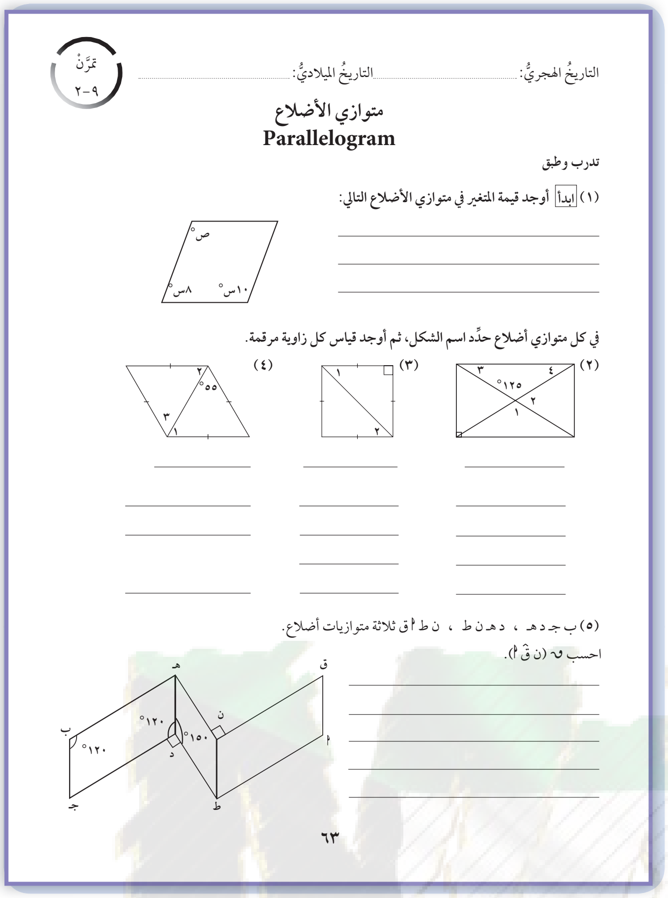
ق(أ هـ̂ ب) = ٤٥° ق(د هـ̂ أ) = ١٣٥°

ق(هـ د̂ جـ) = ٥٠°

ق(ب أ̂ هـ) = ق(د جـ̂ هـ)

= ١٨٠° − (٤٥° + ٥٠°) = ٨٥°

ق(د̂) = ق(ب̂) = ٦٠° ق(جـ̂) = ق(أ̂) = ١٢٠°



التاريخُ الهجريُّ: .... التاريخُ الميلاديُّ: ....

تمرَّنْ ٩-٢

متوازي الأضلاع

Parallelogram

تدرب وطبق

(١) ابدأ أوجد قيمة المتغير في متوازي الأضلاع التالي:

ص° ، ١٠س° ، ٨س°

في كل متوازي أضلاع حدِّد اسم الشكل، ثم أوجد قياس كل زاوية مرقمة.

(٢) ٣ ، ٤ ، ١٢٥° ، ٢ ، ١

(٣) ١ ، ٢

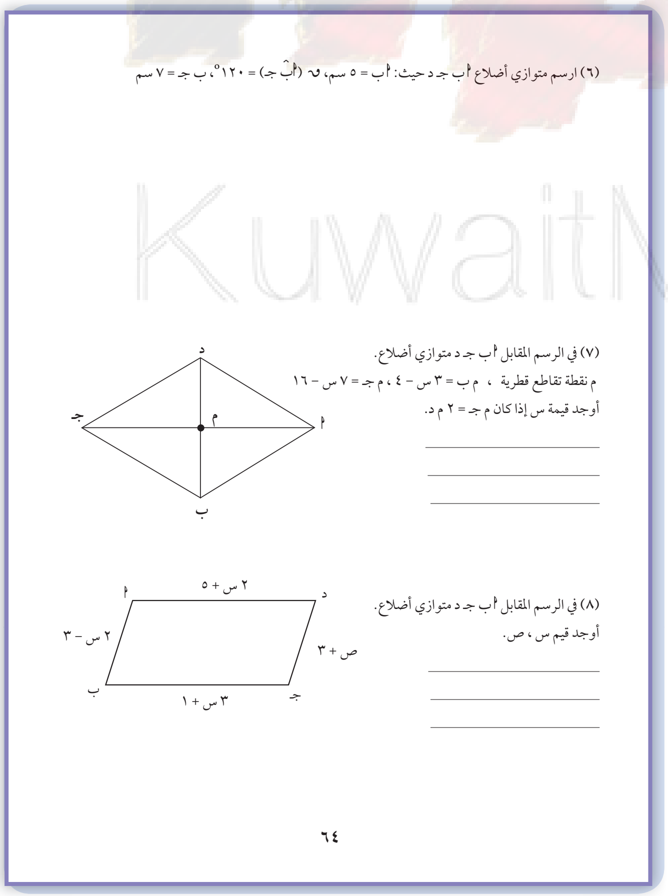
(٤) ٢ ، ٥٥° ، ٣ ، ١

(٥) ب جـ د هـ ، د هـ ن ط ، ن ط أ ق ثلاثة متوازيات أضلاع.

احسب ق (ن ق̂ أ).

هـ ، ق ، ن ، ب ، ١٢٠° ، ١٢٠° ، ١٥٠° ، د ، أ ، جـ ، ط

٦٣



(٦) ارسم متوازي أضلاع أ ب جـ د حيث: أ ب = ٥ سم، ق (أ ب̂ جـ) = ١٢٠°، ب جـ = ٧ سم

(٧) في الرسم المقابل أ ب جـ د متوازي أضلاع.

م نقطة تقاطع قطرية ، م ب = ٣ س − ٤ ، م جـ = ٧ س − ١٦

أوجد قيمة س إذا كان م جـ = ٢ م د.

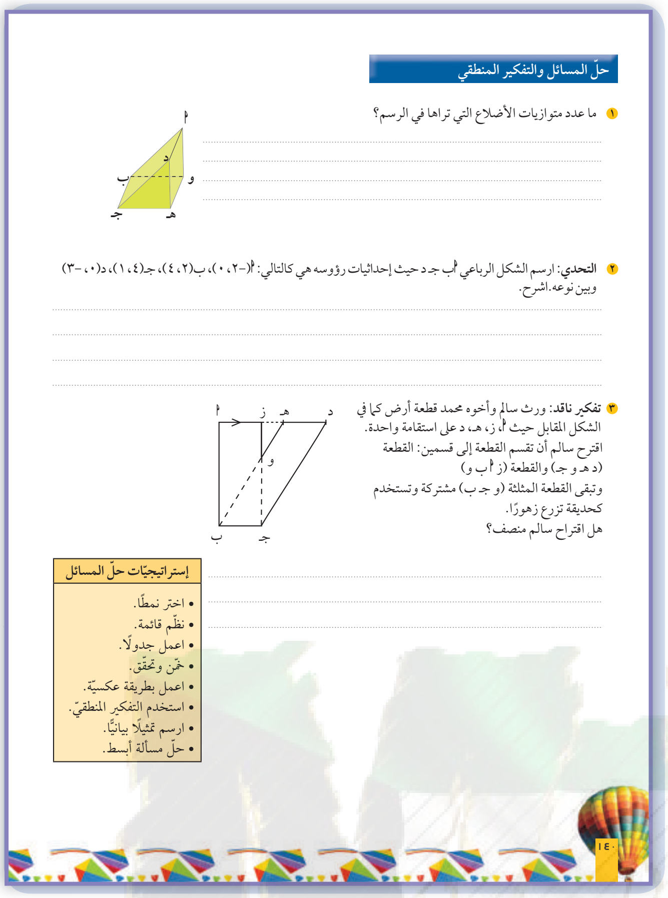
د ، جـ ، م ، أ ، ب

(٨) في الرسم المقابل أ ب جـ د متوازي أضلاع.

أوجد قيم س ، ص.

أ ، ٢ س + ٥ ، د ، ٢ س − ٣ ، ص + ٣ ، ب ، ٣ س + ١ ، جـ

٦٤


حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ ما عدد متوازيات الأضلاع التي تراها في الرسم؟

٢ **التحدي**: ارسم الشكل الرباعي أ ب جـ د حيث إحداثيات رؤوسه هي كالتالي: أ(-٢، ٠)، ب(٢، ٤)، جـ(٤، ١)، د(٠، -٣) وبين نوعه. اشرح.

٣ **تفكير ناقد**: ورث سالم وأخوه محمد قطعة أرض كما في الشكل المقابل حيث أ، ز، هـ، د على استقامة واحدة.
اقترح سالم أن تقسم القطعة إلى قسمين: القطعة (د هـ و جـ) والقطعة (ز أ ب و)
وتبقى القطعة المثلثة (و جـ ب) مشتركة وتستخدم كحديقة تزرع زهورًا.
هل اقتراح سالم منصف؟

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقيّ.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

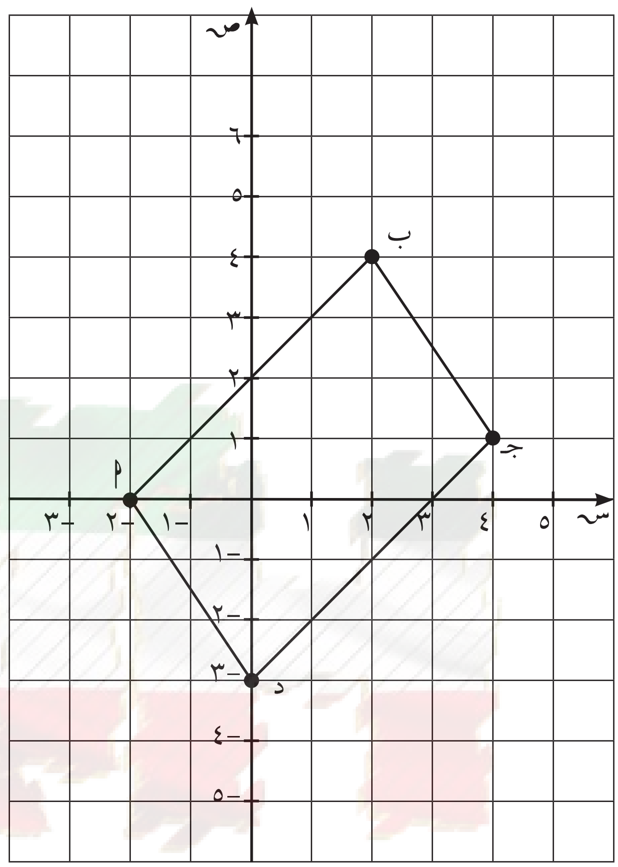
١٤٠

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

❶ و ب جـ هـ ، أ د هـ و ، أ د جـ ب

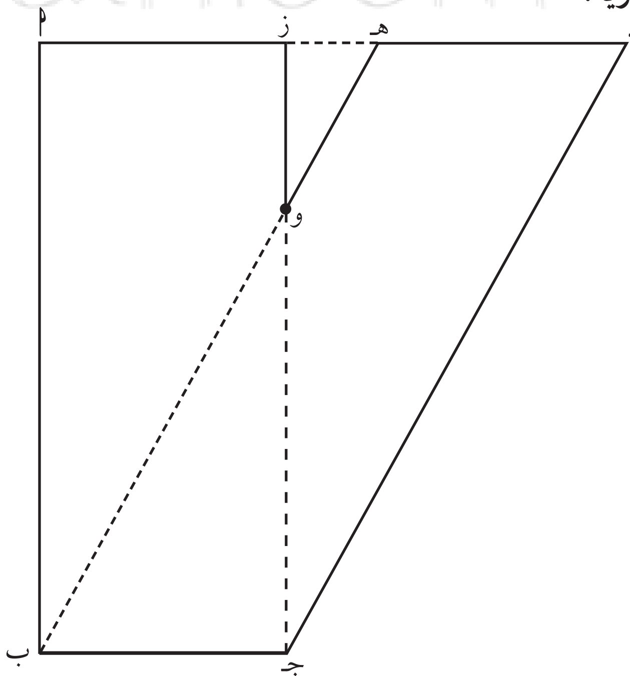
يوجد ثلاثة متوازي أضلاع.

❷



الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع لأن أضلاعه المتقابلة هي متوازية.

❸



مساحة المستطيل ز أ ب جـ = جـ ز × جـ ب

مساحة متوازي الأضلاع د هـ ب جـ = جـ ب × جـ ز

وبالتالي: مساحة المستطيل = مساحة متوازي الأضلاع لذا نكتب:

مساحة (د هـ و جـ) + مساحة (و جـ ب) =

مساحة (ز أ ب و) + مساحة (و جـ ب)

نستنتج أن: مساحة (د هـ و جـ) = مساحة (ز أ ب و) لذا يكون اقتراح سالم منصفًا.

٩ – ٣

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يثبت أن شكلًا رباعيًّا هو متوازي أضلاع.

الأدوات المستخدمة

- قضبان خشبية، مقص، مشابك ورق

مراجعة

❶ بما يتميز القطران في متوازي الأضلاع؟
يتقاطعان في نقطة هي منتصف كليهما

❷ ما العلاقة بين قياسات الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع؟
الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع لها القياس نفسه

❸ بما تتميز الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع؟
الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع هي متوازية ومتطابقة

١ – التمهيد

استكشف

يحاول الطلاب تعرّف شروط معينة كي يحصلوا على متوازي الأضلاع إذا كان لديهم شكل رباعي.

الغاية

يطوّر الطلاب مفهوم العلاقة بين الشكل الرباعي ومتوازي الأضلاع من خلال إضافة شروط محددة على الشكل الرباعي كي يصبح متوازي أضلاع.

التقييم المستمر

تابع عمل الطلاب وساعدهم على إدراك أن شروط الكشف عن متوازي الأضلاع هي معاكسة تمامًا لما تعلموه في درس سابق عن خواص متوازي الأضلاع. اشرح لهم أن الكشف عن متوازي أضلاع من خلال إثبات واحد من الشروط الواردة تصبح بقية خواص متوازي الأضلاع صالحة للاستخدام في مواقف جديدة.

٩–٣

الكشف عن متوازي الأضلاع
Exploring a Parallelogram

سوف تتعلّم
- كيفية إثبات أن شكلاً رباعيًّا هو متوازي أضلاع.

من الاستخدامات
- يستخدم صانعو الدراجات الهوائيّة فكرة متوازي الأضلاع عند دوران السلسلة المعدنية على تروس السرعة.

صلة الدرس: تعرفت سابقًا خصائص متوازي الأضلاع، والآن سوف تتعرف كيفية إثبات أن شكلًا رباعيًّا هو متوازي أضلاع.

استكشف – الكشف عن متوازي الأضلاع

الأدوات المستخدمة: مقص، مشابك ورق، قضبان خشبية

١ استخدم ٤ قضبان خشبية على أن يكون كل زوجين منها متطابقين.
٢ اربط أطراف هذه القضبان ببعضها كي تمثل شكلًا رباعيًّا أضلاعه المتقابلة متطابقة.
٣ ما الشكل الرباعي الذي حصلت عليه؟
٤ إذا غيّرت قياس الزوايا في هذا الشكل الرباعي، فما الشكل الذي تحصل عليه؟

هل تعلم؟
إذا قطع مستقيم مستقيمين، وتساوى قياسا زاويتين متبادلتين، فيكون المستقيمان متوازيين.
ق(١) = ق(٢)
∴ ل // م

تعلّم – الكشف عن متوازي الأضلاع

كل شكل رباعي أضلاعه المتقابلة متوازية يكون متوازي أضلاع. يمكن الكشف عن متوازي الأضلاع بإثبات واحدة من خمس خواص في الشكل الرباعي

حالات الكشف عن متوازي الأضلاع

١ – يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تطابق كل ضلعين متقابلين فيه.

المعطيات: أب ≅ دجـ ، أد ≅ ب جـ
المطلوب: إثبات أن أ ب جـ د متوازي أضلاع.
البرهان: المثلثان أ د ب ، جـ د ب فيهما:
أد ≅ ب جـ (فرضًا)
أب ≅ دجـ (فرضًا)
ب د ضلع مشترك.
لذا يكون المثلثان متطابقين بحسب حالة (ض. ض. ض.)

١٤١

ومنه نستنتج:
∵ ق(أ د̂ ب) = ق(د ب̂ جـ) وهما في وضع تبادل داخلي
∴ دأ // ب جـ
∵ ق(د ب̂ أ) = ق(جـ د̂ ب) وهما في وضع تبادل داخلي
∴ جـ د // ب أ
أي كل ضلعين متقابلين متوازيان
فيكون أ ب جـ د متوازي أضلاع.

مثال (١)

أ ب جـ د متوازي أضلاع يتقاطع قطراه في نقطة م. نأخذ هـ منتصف أم، ومنتصف م جـ .
أثبت أن الشكل الرباعي هـ ب و د متوازي أضلاع.

المعطيات:
أ ب جـ د متوازي أضلاع.
هـ منتصف أم، ومنتصف م جـ .

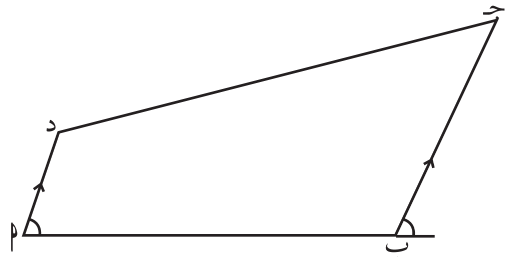
المطلوب:
إثبات أن الشكل الرباعي هـ ب و د متوازي أضلاع.

البرهان:
∵ ومنتصف م جـ ، هـ منتصف أم
∴ م جـ = أم القطران ينصف كل منهما الآخر من متوازي الأضلاع
∴ وجـ = هـ أ
المثلثان: د جـ و، ب أ هـ فيهما:
د جـ = أب (ضلعان متقابلان في متوازي الأضلاع)
و جـ = هـ أ (برهانًا)
ق(١) = ق(٢) (بالتبادل والتوازي)
∴ Δ د جـ و، Δ ب أ هـ متطابقان بحالة (ض. ز. ض) ومنه نستنتج:
د و = هـ ب ----- (١)

١٤٢

للمجموعات التي تنهي عملها باكرًا

اسأل الطلاب: هل يكفي تكامل زاويتان متتاليتان في الشكل الرباعي لكي يكون متوازي أضلاع؟ فسّر.



لا. تبيّن الصورة شكلًا رباعيًّا يتضمن زاويتان متكاملتان ولكنه ليس متوازي أضلاع. يوجد فيه ضلعان متوازيان فقط:

(ﺃد // ب جـ)

إجابات «استكشف»

١ – ٤ تابع عمل الطلاب. ساعدهم على انجاز الربط بين القضبان الخشبية وناقش معهم نوع الشكل الرباعي الذي حصلوا عليه.

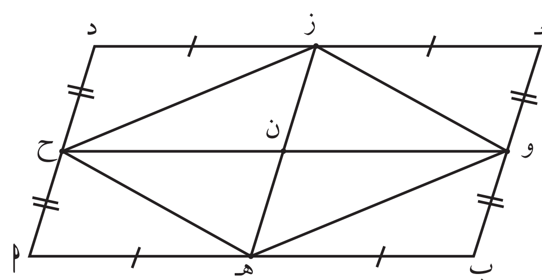
٢ – التعليم

تعلم

من المهم جدًّا إدراك الطلاب أن استخدام شرط واحد للكشف عن متوازي أضلاع سيكون كافيًا لاستخدام باقي مميزات متوازي الأضلاع التي تعلّمها سابقًا.

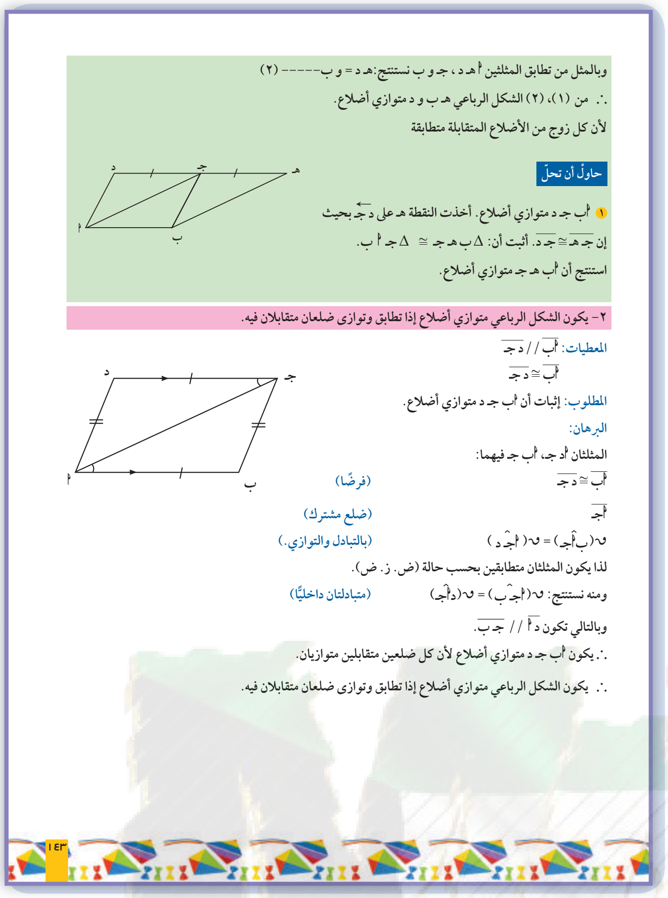
أمثلة بديلة

١



لدينا: ﺃ ب جـ د متوازي أضلاع. نأخذ هـ، و، ز، ح منتصفات الأضلاع ﺃب، ب جـ، جـ د، دﺃ على الترتيب

أثبت أن وح، هـ ز يتقاطعان في نقطة ن منتصف كليهما.


وبالمثل من تطابق المثلثين ﺃ هـ د، جـ و ب نستنتج: هـ د = و ب----- (٢)

∴ من (١)، (٢) الشكل الرباعي هـ ب و د متوازي أضلاع.

لأن كل زوج من الأضلاع المتقابلة متطابقة

حاولْ أن تحلّ

١ ﺃب جـ د متوازي أضلاع. أخذت النقطة هـ على د جـ بحيث إن جـ هـ ≅ جـ د. أثبت أن: Δ ب هـ جـ ≅ Δ جـ ﺃ ب.

استنتج أن ﺃب هـ جـ متوازي أضلاع.

٢ – يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تطابق وتوازى ضلعان متقابلان فيه.

المعطيات: ﺃب // د جـ

ﺃب ≅ د جـ

المطلوب: إثبات أن ﺃب جـ د متوازي أضلاع.

البرهان:

المثلثان ﺃد جـ، ﺃب جـ فيهما:

ﺃب ≅ د جـ (فرضًا)

ﺃجـ (ضلع مشترك)

ق(ب ﺃ جـ) = ق(ﺃ جـ د) (بالتبادل والتوازي.)

لذا يكون المثلثان متطابقين بحسب حالة (ض. ز. ض).

ومنه نستنتج: ق(ﺃ جـ ب) = ق(د ﺃ جـ) (متبادلتان داخليًّا)

وبالتالي تكون د ﺃ // جـ ب.

∴ يكون ﺃب جـ د متوازي أضلاع لأن كل ضلعين متقابلين متوازيان.

∴ يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تطابق وتوازى ضلعان متقابلان فيه.

١٤٣

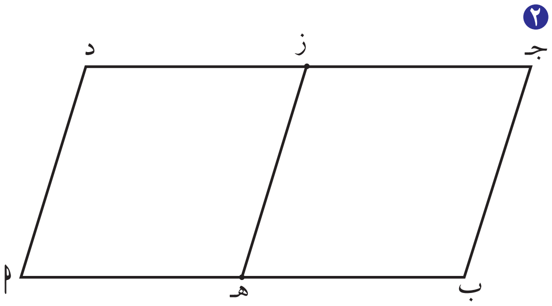
يمكن إثبات تطابق المثلثين جـ ز و، ﺃ هـ ح. ومنه نستنتج أن و ز ≅ هـ ح

ويمكن إثبات تطابق المثلثين د ز ح، ب هـ و. ومنه نستنتج أن و هـ ≅ ح ز

وبالتالي يكون هـ و ز ح متوازي أضلاع لأن أضلاعه المتقابلة هي متطابقة.

وبما أنه متوازي أضلاع فإن قطريه يتقاطعان في نقطة هي منتصف كليهما وبالتالي يتقاطع هـ ز، و ح في نقطة ن هي منتصف لكل منهما.

٢



لدينا: ﺃ ب جـ د متوازي أضلاع. هـ منتصف ﺃب، ز منتصف جـ د.

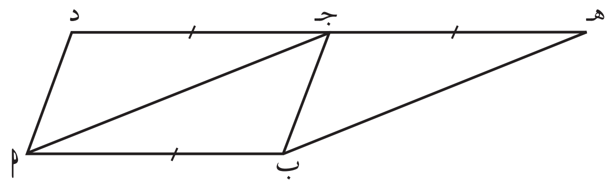
أثبت أن هـ ز // ﺃ د // ب جـ.

بما أن أ ب جـ د متوازي أضلاع فإن جـ ز ≅ ب هـ وأيضًا جـ ز // ب هـ.

فيكون هـ ب جـ ز متوازي أضلاع وعليه تصبح هـ ز // ب جـ

وبالتالي: هـ ز // ب جـ // أ د.

إجابات «حاول أن تحل»



❶ لدينا جـ هـ = جـ د = ب أ (معطيات)

جـ ب (ضلع مشترك في المثلثين)

ق (ب جـ هـ) = ق (جـ ب أ) بالتبادل والتوازي

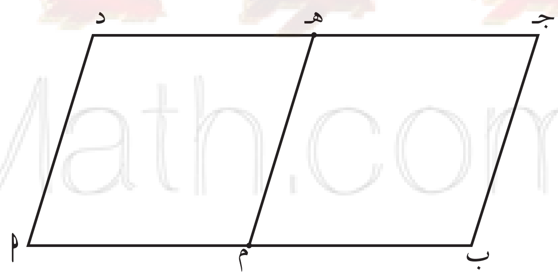
إذًا يكون المثلثان هـ جـ ب، أ ب جـ متطابقين استنادًا إلى الحالة (ض. ز. ض) وبالتالي نحصل على: ب هـ = أ جـ

ويكون الشكل الرباعي أ جـ هـ ب متوازي أضلاع لأن أضلاعه المتقابلة هي أزواج متطابقة.

❷ أ ب جـ د هو متوازي أضلاع لذا أ ب = د جـ، أ ب // د جـ

وبما أن م منتصف أ ب، هـ منتصف جـ د نستنتج: هـ د = أ م،

هـ د // أ م وبالتالي أ م هـ د هو متوازي أضلاع.



❸ لكي يكون الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع يجب أن تحقق الشرطين:

ق (أ) = ق (جـ)

ق (ب) = ق (د)

لذا نكتب:

٢ س + ١٠ = ٣ س − ١٠

س = ٢٠

٥ ص + ٥ = ٦ ص − ٢٠

ص = ٢٥

مثال (٢)

أ ب جـ د متوازي أضلاع. إذا كان أ هـ ⊥ د ب، جـ م ⊥ د ب.

أثبت أن الشكل الرباعي أ هـ جـ م متوازي أضلاع

المعطيات:

أ ب جـ د متوازي أضلاع.

أ هـ ⊥ د ب، جـ م ⊥ د ب.

المطلوب:

إثبات أن الشكل الرباعي أ هـ جـ م متوازي أضلاع.

البرهان:

المثلثان د م جـ، ب هـ أ فيهما:

د جـ = أ ب (ضلعان متقابلان في متوازي الأضلاع)

ق (م) = ق (هـ) = ٩٠° (معطيات)

ق (١) = ق (٣) (بالتبادل والتوازي)

يبقى: ق (٢) = ق (٤) (مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°)

∴ Δ د م جـ، Δ ب هـ أ متطابقان بحالة (ز، ض، ز) ومنه نستنتج

جـ م = أ هـ

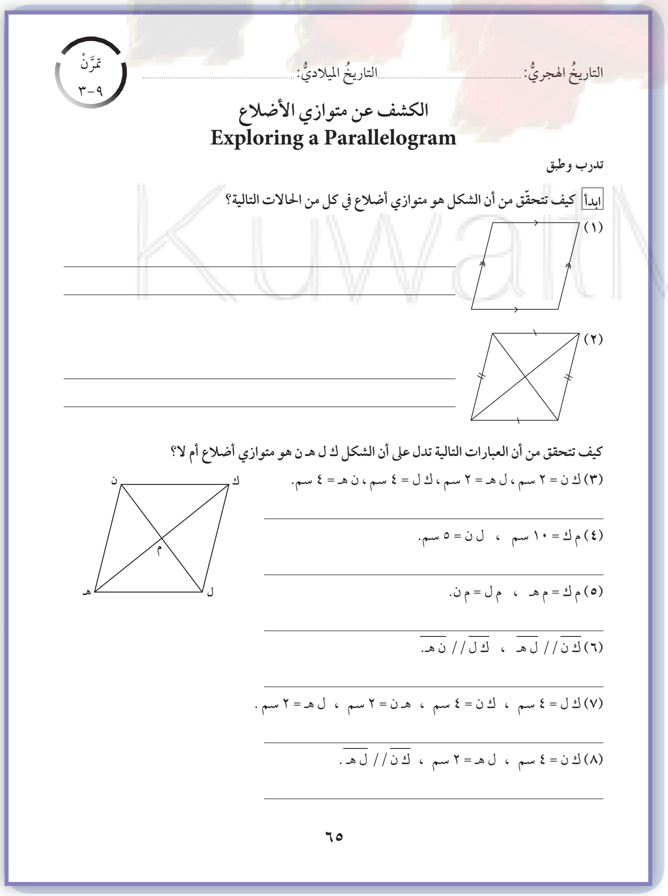
∵ ق(جـ م هـ) = ق(أ هـ م) = ٩٠° (وهما متبادلتان داخليًّا)

∴ جـ م // أ هـ

فيكون الشكل الرباعي أ هـ جـ م متوازي أضلاع لأن فيه ضلعين متقابلين متوازيين ومتطابقين.

حاولْ أن تحلّ

٢ في الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع. هـ منتصف د جـ، م منتصف أ ب. أثبت أن أ م هـ د متوازي أضلاع.



التاريخُ الهجريُّ: .... التاريخُ الميلاديُّ: ....

تمَرَّنْ ٩-٣

الكشف عن متوازي الأضلاع
Exploring a Parallelogram

تدرب وطبق

ابدأ كيف تتحقّق من أن الشكل هو متوازي أضلاع في كل من الحالات التالية؟

(١)

(٢)

كيف تتحقق من أن العبارات التالية تدل على أن الشكل ك ل هـ ن هو متوازي أضلاع أم لا؟

(٣) ك ن = ٢ سم، ل هـ = ٢ سم، ك ل = ٤ سم، ن هـ = ٤ سم.

(٤) م ك = ١٠ سم ، ل ن = ٥ سم.

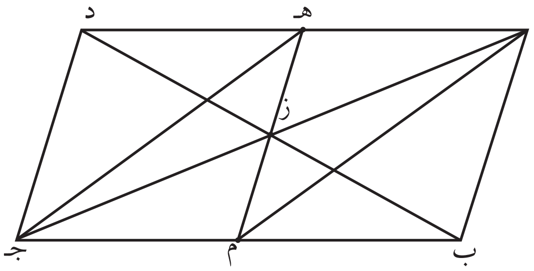
(٥) م ك = م هـ ، م ل = م ن.

(٦) ك ن // ل هـ ، ك ل // ن هـ.

(٧) ك ل = ٤ سم ، ك ن = ٤ سم ، هـ ن = ٢ سم ، ل هـ = ٢ سم .

(٨) ك ن = ٤ سم ، ل هـ = ٢ سم ، ك ن // ل هـ .

٦٥



❹ (أ) لدينا:

أ د = ب جـ لذا ١/٢ أ د = ١/٢ ب جـ ومنه نستنتج أ هـ = م جـ كما أن أ هـ // م جـ

في الشكل الرباعي أ هـ جـ م يوجد ضلعين متقابلين متوازيين ومتطابقين فيكون متوازي أضلاع.

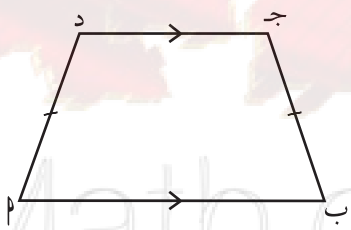
(ب) تتقاطع الأقطار في متوازي الأضلاع عند نقطة تنصف كليهما ولأن أ جـ قطر مشترك لمتوازيي الأضلاع أ ب جـ د و أ هـ جـ م لذا: أ جـ ، ب د ، م هـ تتقاطع في نقطة واحدة هي ز.

٣- التدريب و التقييم

تحقق من فهمك

شروط إيجاد متوازي الأضلاع تساعد كثيرًا على حل مسائل متنوعة.

إجابات تحقق من فهمك



❶ لنأخذ الرسم المقابل حيث

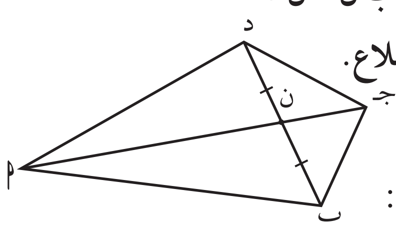
يوجد: جـ د // أ ب

ثم ب جـ = أ د

الشكل الرباعي ليس متوازي أضلاع إنه شبه منحرف متطابق الضلعين.

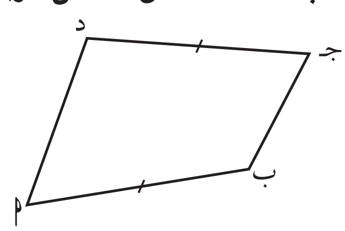
❷ تبين الصورة شكلًا رباعيًّا حيث يتقاطع القطران أ جـ ، ب د في نقطة ن مع شرط واحد أن: ب ن = ن د

لذا أ ب جـ د ليس متوازي أضلاع.



❸ تبيّن الصورة وجود ضلعين:

أ ب ≅ جـ د ولكن الشكل الرباعي ليس متوازي أضلاع.



٣- يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تطابقت كل زاويتين متقابلتين فيه.

المعطيات: ق(أ) = ق(جـ)
ق(ب) = ق(د)

المطلوب: إثبات أن أ ب جـ د متوازي أضلاع.

البرهان:

ق(أ) + ق(ب) + ق(جـ) + ق(د) = ٣٦٠° (مجموع قياس زوايا الشكل الرباعي ٣٦٠°)

ولكن: ق(أ) = ق(جـ) ؛ ق(ب) = ق(د) (فرضًا)

٢ ق(أ) + ٢ ق(ب) = ٣٦٠° (بالتعويض)

ق(أ) + ق(ب) = ١٨٠° (بالقسمة على ٢)

∴ أ د // ب جـ (أ، ب متحالفتان ومن جهة واحدة من القاطع أ ب)

وبالطريقة نفسها نثبت أن أ ب // د جـ .

∴ أ ب جـ د متوازي أضلاع لأن الزوايا المتقابلة متساوية القياس.

مثال (٣)

أ ب جـ د متوازي أضلاع.
د هـ منصف الزاوية أ د جـ
ب و منصف الزاوية أ ب جـ
أثبت أن د هـ ب و متوازي أضلاع

المعطيات:
أ ب جـ د متوازي أضلاع.
د هـ منصف (أ د جـ)
ب و منصف (أ ب جـ)

المطلوب:
إثبات أن الشكل الرباعي د هـ ب و متوازي أضلاع.

البرهان: ∵ الشكل أ ب جـ د متوازي الأضلاع

∴ ق(د) = ق(ب)

١/٢ ق(د) = ١/٢ ق(ب) (بالقسمة على ٢)

∴ ق(هـ د و) = ق(و ب هـ) (د هـ ، ب و منصفات زوايا) (١)

لدينا أيضًا:

ق(هـ د و) + ق(د هـ ب) = ١٨٠° (بالتحالف والتوازي)

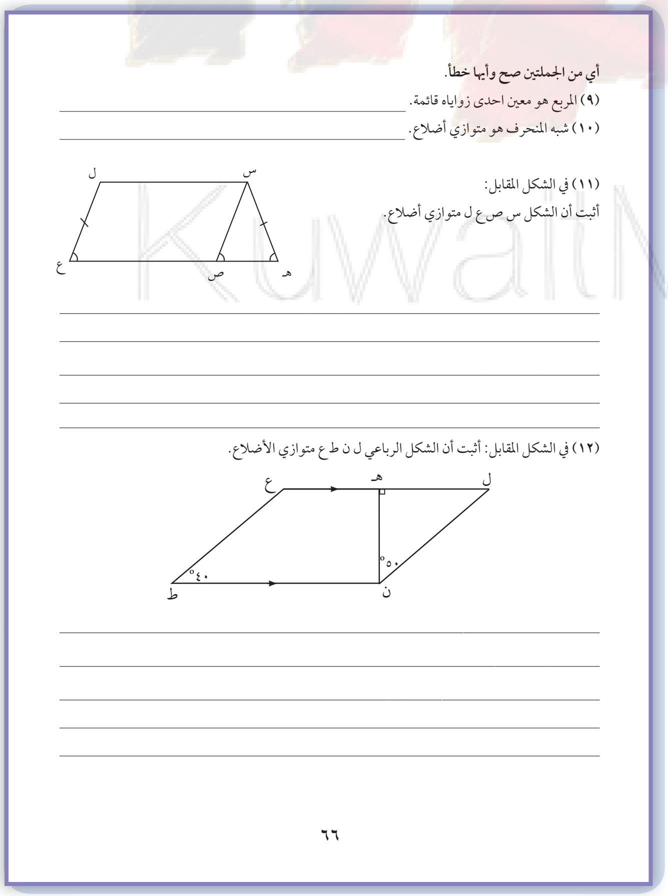
ق(هـ ب و) + ق(ب و د) = ١٨٠° (بالتحالف والتوازي)

نستنتج: ق(هـ د و) + ق(د هـ ب) = ق(هـ ب و) + ق(ب و د)

∴ ق(د هـ ب) = ق(ب و د) من خواص المساواة (٢)

من (١)، (٢) أزواج الزوايا المتقابلة تطابقت في الشكل الرباعي هـ ب و د فهو متوازي أضلاع.

١٤٥



أي من الجملتين صح وأيها خطأ.

(٩) المربع هو معين احدى زواياه قائمة.

(١٠) شبه المنحرف هو متوازي أضلاع.

(١١) في الشكل المقابل:

أثبت أن الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع.

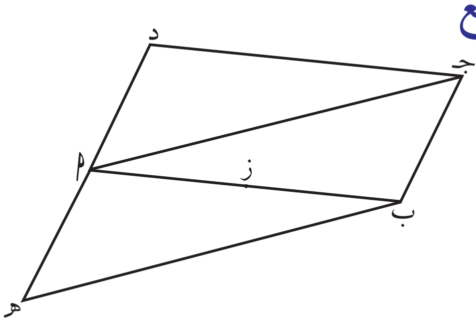
(١٢) في الشكل المقابل: أثبت أن الشكل الرباعي ل ن ط ع متوازي الأضلاع.

٦٦

تقييم بديل

اطلب إلى الطلاب تقديم حالات تتناول أضلاع الشكل الرباعي وقياس زواياه ثم عرض رسوم لها وإدارة نقاش حول إمكانية الحصول على متوازي أضلاع.

اختبار سريع

❶


لدينا ٲ ب جـ د متوازي أضلاع نأخذ ٲ هـ امتداد للضلع د ٲ بحيث ٲ هـ ≅ د ٲ

ز هي نقطة منتصف ٲ ب أثبت أن النقاط هـ، ز، جـ على مستقيم واحد.

نأخذ الشكل الرباعي ٲ هـ ب جـ، ٲ هـ // جـ ب

ٲ هـ = ٲ د = جـ ب

لذا يكون ٲ هـ ب جـ متوازي أضلاع حيث ٲ ب، هـ جـ هما قطران وبالتالي يتقاطعان في منتصف كليهما وهي النقطة ز. لذا: هـ، ز، جـ على مستقيم واحد

إجابات «المرشد لحل المسائل»

❶ متوازي أضلاع

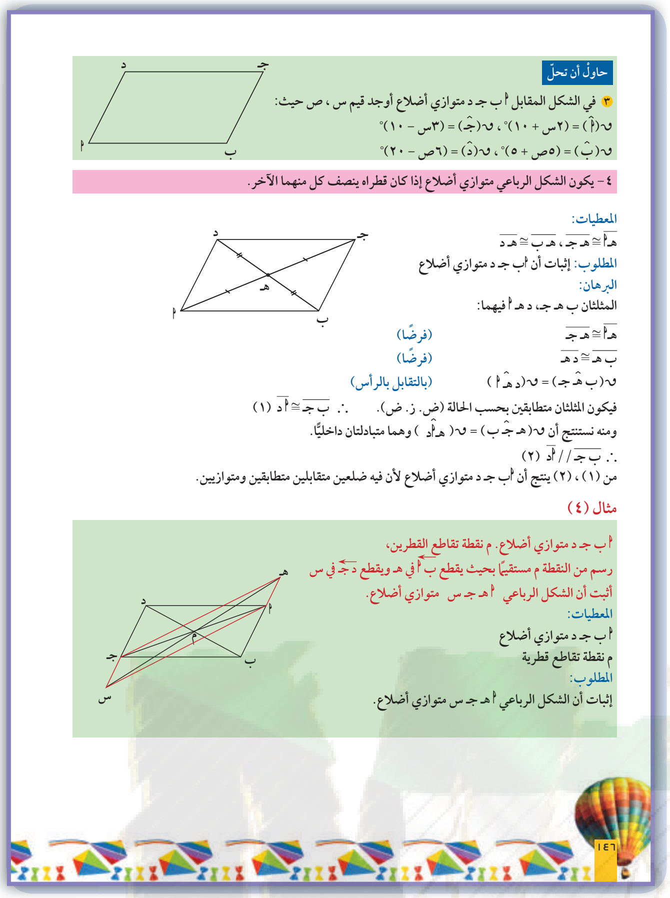
❷ هـ منتصف ٲ ب ، و منتصف ب جـ
ز منتصف جـ د ، ط منتصف دٲ

❸ جـ د = ٲ ب
ٲ د = ب جـ

❹ ق(ٲ̂) = ق(جـ̂)
ق(ب̂) = ق(د̂)

❺ المثلثان (ٲ هـ ط ، جـ ز هـ) متطابقين استنادًا إلى الحالة (ض . ز . ض) لذا يكون: و ز = هـ ط

❻ المثلثان د ط ز ، ب و هـ متطابقين استنادًا إلى الحالة (ض . ز . ض) لذا يكون: ز ط = و هـ


حاولْ أن تحلّ

٣ في الشكل المقابل ٲ ب جـ د متوازي أضلاع أوجد قيم س ، ص حيث:
ق(ٲ̂) = (٢س + ١٠)°، ق(جـ̂) = (٣س − ١٠)°
ق(ب̂) = (٥ص + ٥)°، ق(د̂) = (٦ص − ٢٠)°

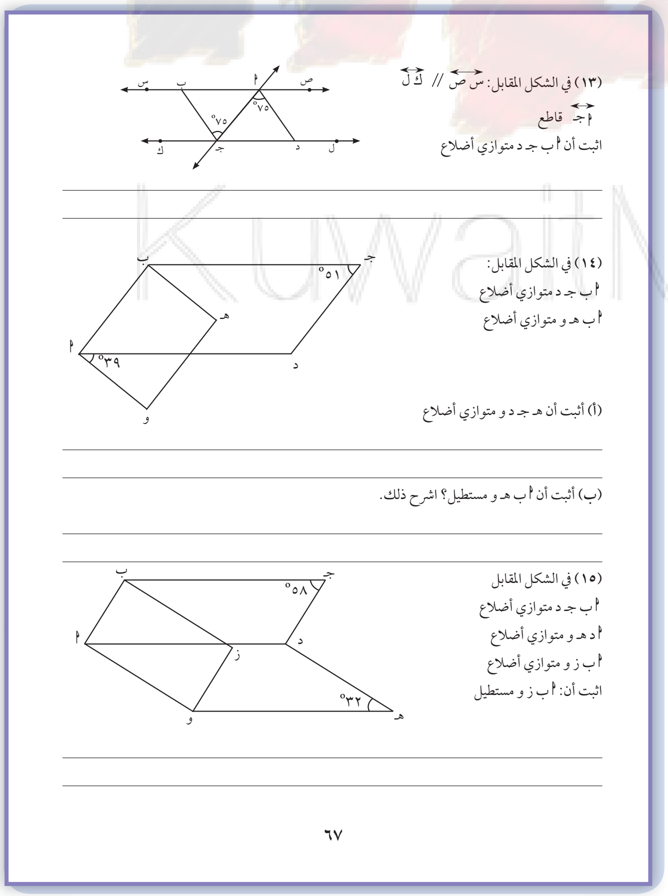
٤ – يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان قطراه ينصف كل منهما الآخر.

المعطيات:
هـٲ ≅ هـ جـ ، هـ ب ≅ هـ د
المطلوب: إثبات أن ٲ ب جـ د متوازي أضلاع
البرهان:
المثلثان ب هـ جـ، د هـ ٲ فيهما:
هـٲ ≅ هـ جـ (فرضًا)
ب هـ ≅ د هـ (فرضًا)
ق(ب هـ̂ جـ) = ق(د هـ̂ ٲ) (بالتقابل بالرأس)
فيكون المثلثان متطابقين بحسب الحالة (ض. ز. ض). ∴ ب جـ ≅ ٲ د (١)
ومنه نستنتج أن ق(هـ جـ̂ ب) = ق(هـ ٲ̂ د) وهما متبادلتان داخليًا.
∴ ب جـ // ٲ د (٢)
من (١) ، (٢) ينتج أن ٲ ب جـ د متوازي أضلاع لأن فيه ضلعين متقابلين متطابقين ومتوازيين.

مثال (٤)

ٲ ب جـ د متوازي أضلاع. م نقطة تقاطع القطرين،
رسم من النقطة م مستقيمًا بحيث يقطع ب ٲ في هـ ويقطع د جـ في س
أثبت أن الشكل الرباعي ٲ هـ جـ س متوازي أضلاع.
المعطيات:
ٲ ب جـ د متوازي أضلاع
م نقطة تقاطع قطرية
المطلوب:
إثبات أن الشكل الرباعي ٲ هـ جـ س متوازي أضلاع.

١٤٦


(١٣) في الشكل المقابل: س ص // ك ل
ٲ جـ قاطع
اثبت أن ٲ ب جـ د متوازي أضلاع

(١٤) في الشكل المقابل:
ٲ ب جـ د متوازي أضلاع
ٲ ب هـ و متوازي أضلاع
(أ) أثبت أن هـ جـ د و متوازي أضلاع
(ب) أثبت أن ٲ ب هـ و مستطيل؟ اشرح ذلك.

(١٥) في الشكل المقابل
ٲ ب جـ د متوازي أضلاع
ٲ د هـ و متوازي أضلاع
ٲ ب ز و متوازي أضلاع
اثبت أن: ٲ ب ز و مستطيل

٦٧

البرهان:

∵ أب جـ د متوازي الأضلاع

م أ = م جـ (١) (القطران ينصف كل منهما الآخر في متوازي أضلاع)

المثلثان م أ هـ، م جـ س فيهما:

م أ = م جـ (برهانًا)

ق (أ م̂ هـ) = ق (س م̂ جـ) (زاويتان متقابلتان بالرأس)

ق (م أ̂ هـ) = ق (م جـ̂ س) (بالتبادل والتوازي)

∴ Δ م أ هـ ، Δ م جـ س متطابقان بحالة (ز. ض. ز)

ومنه نستنتج: م هـ = م س (٢)

ولدينا أيضًا م أ = م جـ (١)

من (١) ، (٢) ينتج أن الشكل الرباعي أ هـ جـ س متوازي أضلاع.

حاولْ أن تحلّ

٤ أب جـ د متوازي أضلاع

هـ منتصف $\overline{أد}$

م منتصف $\overline{ب جـ}$

أ أثبت أن الشكل الرباعي هـ جـ م أ متوازي أضلاع

ب استنتج أن: $\overline{أجـ}$، $\overline{ب د}$ ، $\overline{م هـ}$ ينصف كل واحد الآخر في نقطة واحدة.

تحقّق من فهمك

١ هل توازي ضلعين متقابلين وتطابق الضلعين الآخرين المتقابلين في شكل رباعي يكفي لأن يكون لدينا متوازي أضلاع؟ فسّر.

٢ إذا نصف أحد أقطار الشكل الرباعي القطر الآخر فهل يكون الشكل متوازي أضلاع؟ دعّم إجابتك برسم.

٣ هل تطابق ضلعين متقابلين في شكل رباعي يكفي لأن يكون لدينا متوازي أضلاع؟ فسّر.

١٤٧

حل المسائل
افهم
خطط
حل
تحقق

المرشد لحل المسائل (٩-٣)

أب جـ د متوازي أضلاع.

هـ، و، ز، ط منتصفات الأضلاع

$\overline{أب}$ ، $\overline{ب جـ}$، $\overline{جـ د}$، $\overline{دأ}$ على الترتيب أثبت أن: هـ و ز ط متوازي أضلاع.

افهم

١ ما نوع الشكل الرباعي أب جـ د؟ ....

٢ ما موقع النقاط هـ، و، ز، ط على القطع المستقيمة $\overline{أب}$ ، $\overline{ب جـ}$، $\overline{جـ د}$، $\overline{دأ}$؟ ....

خطّط

٣ ما العلاقة بين جـ د، أب؟ والعلاقة بين أد، ب جـ؟ ....

٤ ما العلاقة بين ق(أ̂) ، ق(جـ̂)؟ والعلاقة بين ق(ب̂) ، ق(د̂). ....

حلّ

٥ أثبت تطابق المثلثين أ هـ ط، جـ ز و. ماذا تستنتج بالنسبة لـ $\overline{وز}$، $\overline{ط هـ}$ ؟ ....

٦ أثبت تطابق المثلثين د ط ز، ب و هـ. ماذا تستنتج بالنسبة لـ $\overline{زط}$، $\overline{وهـ}$ ؟ ....

٧ استخدم نتائج ٥ - ٦ لتثبت أن هـ و ز ط متوازي أضلاع. ....

تحقّق

٨ استخدم مسطرة أو فرجارًا لإيجاد أطوال $\overline{هـ و}$، $\overline{وز}$، $\overline{زط}$، $\overline{ط هـ}$ والتأكد من أن كل ضلعين متقابلين لهما الطول نفسه.

....

حلّ مسألة أخرى

٩ لدينا أب جـ د متوازي أضلاع حيث م نقطة تقاطع قطريه: نأخذ هـ، ز، ق، ل نقاط منتصفات $\overline{أم}$، $\overline{ب م}$، $\overline{جـ م}$، $\overline{دم}$ على الترتيب.

أثبت أن هـ ز ق ل متوازي أضلاع.

....

١٤٨

٧ بما أن الأضلاع المتقابلة في الشكل الرباعي هي أزواج متطابقة فيكون هـ و ز ط متوازي أضلاع.

٨ باستخدام المسطرة أو الفرجار يمكن إثبات أن:

و هـ = ز ط، و ز = هـ ط

مما يثبت أن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع

٩ بما أن: م أ = م جـ لذا يكون م ق = م هـ

وبما أن: م ب = م د لذا يكون: م ز = م ل

ومنه نستنتج أن هـ ز ق ل هو متوازي أضلاع لأن قطريه يتقاطعان في نقطة منتصف كليهما.

«حل المسائل والتفكير المنطقي»

١ (أ) متوازي أضلاع لأن الزوايا المتقابلة متساوية القياس

ق(أ̂) = ق(جـ̂) = ٥٠°

ق(ب̂) = ق(د̂) = ١٣٠°

(ب) متوازي أضلاع لأن:

أد = جـ ب

$\overline{أد}$ // $\overline{جـ ب}$ (الزوايا في وضع تبادل ومتساوية القياس)

(جـ) متوازي أضلاع لأن:

$\overline{جـ د}$ // $\overline{بأ}$ (الزوايا في وضع تبادل ومتساوية القياس)

$\overline{جـ ب}$ // $\overline{دأ}$ (الزوايا في وضع تبادل ومتساوية القياس)

(د) ليس متوازي أضلاع. لا يحقق أي شرط من شروط إيجاد متوازي الأضلاع.

٢ التحدي:

(أ) من تطابق المثلثان د م جـ ، ب م أ نستنتج:

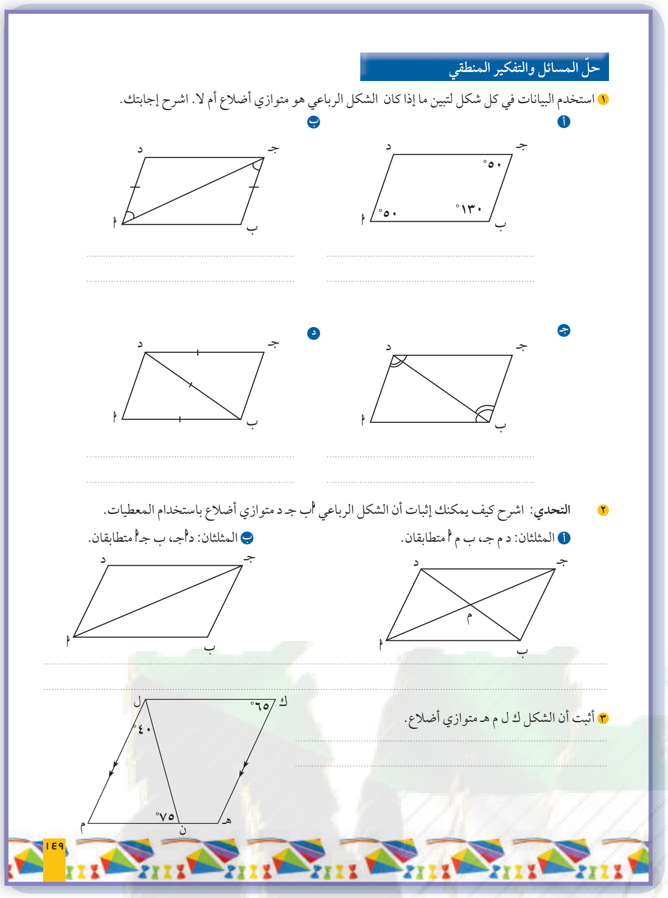
م ب = م د ، م أ = م جـ

لذا يكون أ ب جـ د متوازي أضلاع لأن قطريه يتقاطعان في نقطة منتصف كليهما.

(ب) من تطابق المثلثان د أ جـ ، ب جـ أ نستنتج:

جـ د = أ ب ، أ د = ب جـ

لذا يكون أ ب جـ د متوازي أضلاع لأن أزواج أضلاعه المتقابلة متطابقة.



حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ استخدم البيانات في كل شكل لتبين ما إذا كان الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع أم لا. اشرح إجابتك.

أ ب

ج د

٢ **التحدي**: اشرح كيف يمكنك إثبات أن الشكل الرباعي أب جـ د متوازي أضلاع باستخدام المعطيات.

أ المثلثان: د م جـ، ب م أ متطابقان.

ب المثلثان: د أ جـ، ب جـ أ متطابقان.

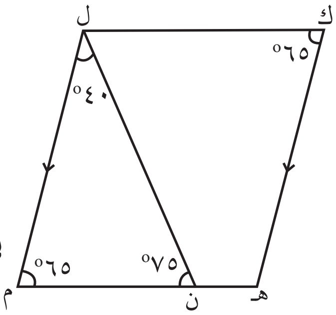
٣ أثبت أن الشكل ك ل م هـ متوازي أضلاع.

٣ ق(م̂) = ١٨٠° − (٧٥° + ٤٠°) = ٦٥°

نحصل على: ق(م̂) = ق(ك̂) = ٦٥°

ق(هـ ن̂ ل) = ١٠٥°، ق(ك ل̂ م) = ١١٥°

ق(ك ل̂ ن) = ٧٥°



ق(ك هـ̂ ن) =

٣٦٠° − (١٠٥° + ٦٥° + ٧٥°) = ١١٥°

في الشكل الرباعي ك ل م هـ الزوايا المتقابلة لها القياس نفسه إذًا هو متوازي أضلاع.

(هناك حلول أخرى).


٩ – ٤

الكشف عن متوازي الأضلاع في حالاته الخاصة
Exploring of Parallelogram in his Special Cases

سوف تتعلّم
- الحالات الخاصّة لمتوازي الأضلاع.
- خواص كل من المستطيل، المربع، المعين.

من الاستخدامات
- استخدمت أنواع مختلفة من متوازيات الأضلاع عند تصميم القلاع والقصور القديمة.

المصطلحات الأساسية
- مستطيل Rectangle
- معين Rhombus
- مربع Square

◀صلة الدرس سبق أن تعرفت خواص متوازي الأضلاع، والآن سوف تتعرف الحالات الخاصّة لمتوازي الأضلاع. ◀

استكشف الحالات الخاصة لمتوازي الأضلاع

الأدوات المستخدمة: شبكة مربعات، مقصات، منقلة، مسطرة

اعمل ضمن مجموعة مع اثنين من رفاقك لاستكشاف خصائص كل من المستطيل والمعين والمربع.

١ يختار كل طالب من المجموعة شكلًا من هذه الأشكال الثلاثة ويرسمه على ورقة شبكة مربعات.

٢ باستخدام طي الورقة أو باستخدام المنقلة والمسطرة، يقيس كل طالب أطوال أضلاع الشكل ويقارن ما بينها، كذلك يقيس الزوايا ويقارن ما بينها.

٣ استخدموا النتائج التي حصلتم عليها لإكمال الجدول أدناه:

الخصائص	متوازي الأضلاع	المستطيل	المعين	المربع
كل الأضلاع متطابقة				
الأضلاع المتقابلة متطابقة	✔			
الأضلاع المتقابلة متوازية	✔			
قياسات الزوايا المتقابلة متساوية	✔			
كل الزوايا قائمة				
تتقاطع الأقطار في منتصفها	✔			
القطران متطابقان				
القطران متعامدان				
كل قطر ينصف الزاويتين المتقابلتين				

١٥٠


تعلّم الحالات الخاصّة لمتوازي الأضلاع

أولًا : المستطيل.

يكون متوازي الأضلاع مستطيلًا إذا كانت إحدى زواياه قائمة.

يكون متوازي الأضلاع مستطيلًا إذا تطابق قطراه.

مثال (١)

أ ب جـ د شكل رباعي يتقاطع قطراه في م.
أ د = ب جـ ، أ م = م د
ق (د أ جـ) = ق (أ جـ ب) = ٥٠°.
أثبت أن أ ب جـ د مستطيل، ثم أوجد ق (ب أ جـ).

المعطيات:
أ ب جـ د شكل رباعي حيث م نقطة تقاطع قطريه.
أ د = ب جـ ، أ م = م د.
ق (د أ جـ) = ق (أ جـ ب) = ٥٠°.

المطلوب:
إثبات أن الشكل الرباعي أ ب جـ د مستطيل أولًا، إيجاد ق (ب أ جـ) ثانيًا.

البرهان:
أ د ≅ ب جـ (فرضًا) (١)
ق (د أ جـ) = ق (ب جـ أ) = ٥٠° (وهما متبادلتان داخليًّا)
نستنتج: أ د // ب جـ (٢)
من (١)، (٢) الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع لأن فيه ضلعين متقابلين متطابقين ومتوازيين
∵ أ م = م جـ ، م د = م ب (في متوازي الأضلاع ينصف كل قطر الآخر)
ولكن: م أ = م د (فرضًا)
∴ أ م = م د = م ب = م جـ
فيكون: أ جـ = د ب أي أ جـ ≅ ب د
∵ القطرين يتطابقان في متوازي الأضلاع ∴ الشكل أ ب جـ د يكون مستطيل،
وبالتالي ق (ب أ جـ) = ٩٠° − ٥٠° = ٤٠°.

حاولْ أن تحلّ

١ أ ب جـ د متوازي أضلاع تتقاطع منصفات زواياه في النقاط: هـ، و، س، ص.
أثبت أن الشكل الرباعي هـ وس ص مستطيل.

١٥١

٩ – ٤

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:
- يتعرف الحالات الخاصة لمتوازي الأضلاع.
- يتعرف خواص المستطيل، المربع، المعيّن.

المصطلحات الأساسية

- مستطيل، مربع، معيّن

الأدوات المستخدمة

- شبكة مربعات، مقصات، منقلة، مسطرة

مراجعة

❶ ما خاصية تقاطع القطرين في متوازي الأضلاع؟
يتقاطع القطران في منتصف كليهما

❷ هل يتطابق القطران في متوازي الأضلاع؟
لا يتطابق القطران في متوازي الأضلاع

❸ هل يتعامد القطران في متوازي الأضلاع؟
لا يتعامد القطران في متوازي الأضلاع

١ – التمهيد

استكشف

يستكشف الطلاب الحالات الخاصة لمتوازي الأضلاع ويتعرفون خواص كل من المستطيل والمربع والمعين.

الغاية

يتعامل الطلاب مع المستطيل والمربع والمعين على أنهم حالات خاصة من متوازي الأضلاع بحيث إن جميع الخواص التي تعرفوا إليها في متوازي الأضلاع يستخدموها في هذه الأشكال الرباعية ويضاف إليها خواص خاصة لكلٍّ من المستطيل والمربع والمعين.

التقييم المستمر

تابع الطلاب وهم يتعرفون الخواص في المستطيل من حيث العلاقة بين قطريه والعلاقة بين زواياه الأربع وفي المربع من حيث العلاقة بين زواياه وقطريه و أطوال أضلاعه وأخيرًا في المعين من حيث العلاقة بين أطوال أضلاعه وبين قطريه.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

اسأل: ما أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين المستطيل والمربع والمعين؟

يتشابه الثلاثة من حيث اشتراكهم مع متوازي الأضلاع بميزاته الخمس المعروفة. ويختلفان بقياس الزوايا، وتقاطع القطرين وطولهما والعلاقة بين أطوال الأضلاع.

إجابات «استكشف»

❶ - ❷ تحقق من عمل الطلاب.

❸

الخواص	متوازي الأضلاع	المستطيل	المعين	المربع
كل الأضلاع متطابقة			✓	✓
الأضلاع المتقابلة متطابقة	✓	✓	✓	✓
الأضلاع المتقابلة متوازية	✓	✓	✓	✓
قياسات الزوايا المتقابلة متساوية	✓	✓	✓	✓
كل الزوايا قائمة		✓		✓
تتقاطع الأقطار في منتصفهما	✓	✓	✓	✓
القطران متطابقان		✓		✓
القطران متعامدان			✓	✓
كل قطر ينصف الزاويتين المتقابلتين			✓	✓


ثانيًا : المعين.

يكون متوازي الأضلاع معينًا إذا تطابق ضلعان متجاوران فيه.

يكون متوازي الأضلاع معينًا إذا تعامد قطراه.

مثال (٢)

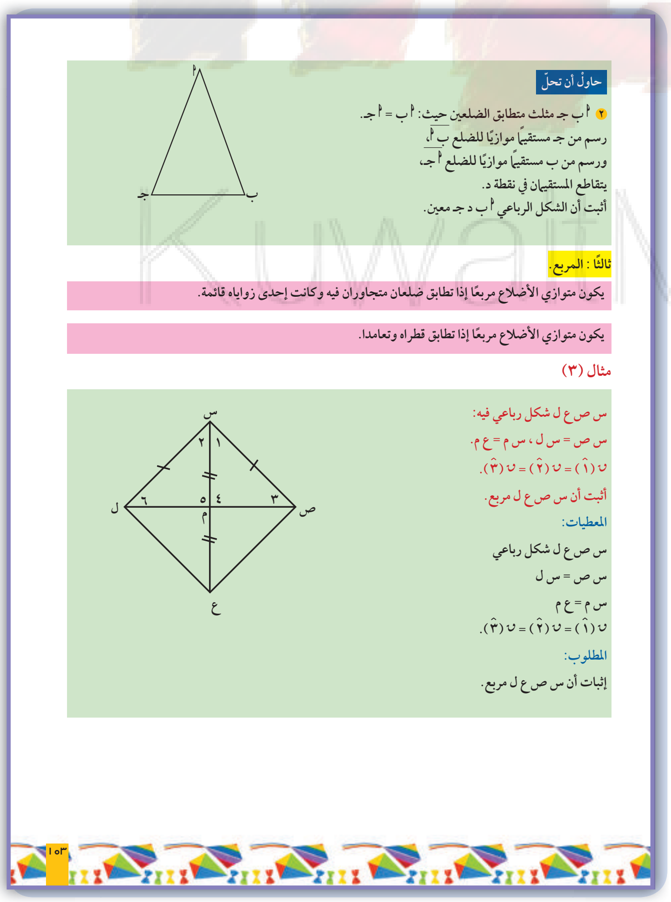
د هـ و مثلث فيه د هـ = د و
د م منصف (هـ دٓ و) يقطع هـ و بالنقطة م.
ل تنتمي إلى د م بحيث يكون د م = م ل.
أثبت أن د هـ ل و معين.

المعطيات:
د هـ و مثلث متطابق الضلعين
د هـ = د و
د م منصف (هـ دٓ و)
د م = م ل.

المطلوب :
إثبات أن د هـ ل و معين.

البرهان:
المثلثان د م هـ ، د م و فيهما:
د م (ضلع مشترك)
د هـ ≅ د و (فرضًا)
ق (هـ دٓ م) = ق (و دٓ م) (د م ينصف (هـ دٓ و))
∴ Δ د م هـ ، Δ د م و متطابقان بحالة (ض. ز. ض) ونحصل على:
م هـ = م و (١) ، ق (د مٓ هـ) = ق (د مٓ و) = ٩٠° (٢)
في الشكل د هـ ل و
∵ د م = م ل (فرضًا) (٣)
من (١) ، (٣) ∴ الشكل د هـ ل و متوازي الأضلاع (القطران ينصف كل منهما الآخر)
و من (٢) ∴ الشكل د هـ ل و معين (القطران متعامدان)
حل آخر
∵ د هـ = د و (فرضًا) ∴ الشكل د هـ ل و معين (متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان)

١٥٢


حاولْ أن تحلّ

٢ أ ب جـ مثلث متطابق الضلعين حيث: أ ب = أ جـ.
رسم من جـ مستقيمًا موازيًا للضلع ب أ،
ورسم من ب مستقيمًا موازيًا للضلع أ جـ،
يتقاطع المستقيمان في نقطة د.
أثبت أن الشكل الرباعي أ ب د جـ معين.

ثالثًا : المربع.

يكون متوازي الأضلاع مربعًا إذا تطابق ضلعان متجاوران فيه وكانت إحدى زواياه قائمة.

يكون متوازي الأضلاع مربعًا إذا تطابق قطراه وتعامدا.

مثال (٣)

س ص ع ل شكل رباعي فيه:
س ص = س ل ، س م = ع م.
ق (١ٓ) = ق (٢ٓ) = ق (٣ٓ).
أثبت أن س ص ع ل مربع.

المعطيات:
س ص ع ل شكل رباعي
س ص = س ل
س م = ع م
ق (١ٓ) = ق (٢ٓ) = ق (٣ٓ).

المطلوب:
إثبات أن س ص ع ل مربع.

١٥٣

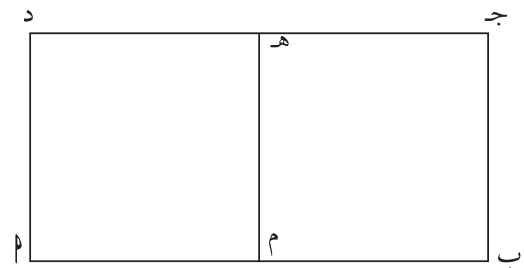
٢ – التعليم

تعلم

من المهم جدًّا أن يفهم الطلاب خواص المستطيل والمربع والمعين إضافة إلى كون كل واحد منها هو متوازي أضلاع.

أمثلة بديلة

❶



لدينا ﺃ ب جـ د مستطيل حيث ﺃ ب = ٢ ﺃ د

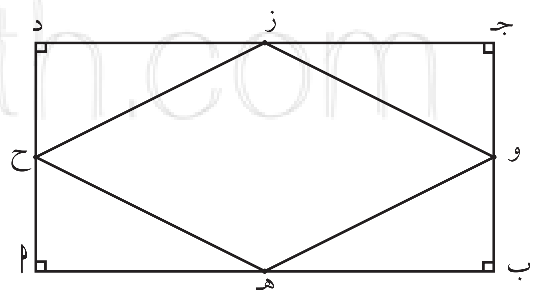
نأخذ النقطة هـ منتصف جـ د والنقطة م منتصف ﺃ ب

ما شكل الرباعي ﺃ م هـ د؟ و الشكل الرباعي م ب جـ هـ؟

لدينا ﺃ ب = د جـ = ٢ د ﺃ = ٢ ب جـ

لذا يكون: م ﺃ = ﺃ د = د هـ، وحيث إن ﺃ م // د هـ يصبح م ﺃ د هـ مستطيل لوجود زوايا قائمة ولكن لديه ثلاثة أضلاع متتالية متطابقة لذا يكون مربعًا وأيضًا م ب جـ هـ يكون مربعًا.

❷



لدينا ﺃ ب جـ د مستطيل: نأخذ هـ ، و ، ز ، ح نقاط منتصف

ﺃ ب ، ب جـ ، جـ د ، دﺃ على الترتيب

أثبت أن: هـ و ز ح معين.

المثلثات الأربعة ﺃ هـ ح ، ب هـ و ، جـ و ز ، د ح ز هي متطابقة استنادًا إلى الحالة (ض . ز . ض)

وبالتالي ح هـ = هـ و = و ز = ز ح

و الشكل الرباعي هـ و ز ح هو معين

البرهان:

المثلثان س م ص، س م ل فيهما:

س م (ضلع مشترك)

س ص ≅ س ل (١) (فرضًا)

ن (١) = ن (٢) (فرضًا)

∴ Δ م س ص، Δ م س ل متطابقان بحالة (ض. ز. ض) ومنه نستنتج:

ن (٤) = ن (٥) = ٩٠° (بالتجاور على مستقيم)

م ص = م ل (٢)

∵ م س = م ع (فرضًا) (٣)

من (٢) ، (٣) يكون الشكل س ص ع ل متوازي الأضلاع (٤) (لأن القطرين ينصف كل منهما الآخر)

∵ ن (٤) = ٩٠°

ن (١) + ن (٣) = ٩٠°

ن (٢) = ن (٣) (فرضًا)

∴ ن (١) + ن (٢) = ٩٠°

أي أن ن (ص س ل) = ٩٠° (٥)

من (١) ، (٤) ، (٥) الشكل س ص ع ل مربع. (متوازي أضلاع تطابق فيه ضلعان متجاوران وإحدى زواياه قائمة)

حاولْ أن تحلّ

٣ في متوازي الأضلاع المقابل:

ب د = ١٤.

ﺃ د = د جـ

ب م = ٣ص + ٤

جـ م = ٢س – ١

ن (د) = ٩٠°

أوجد قيم س، ص.

١٠٤

تحقّق من فهمك

بيّن صحّة أو خطأ العبارات التالية:

١ جميع المربعات هي مستطيلات.

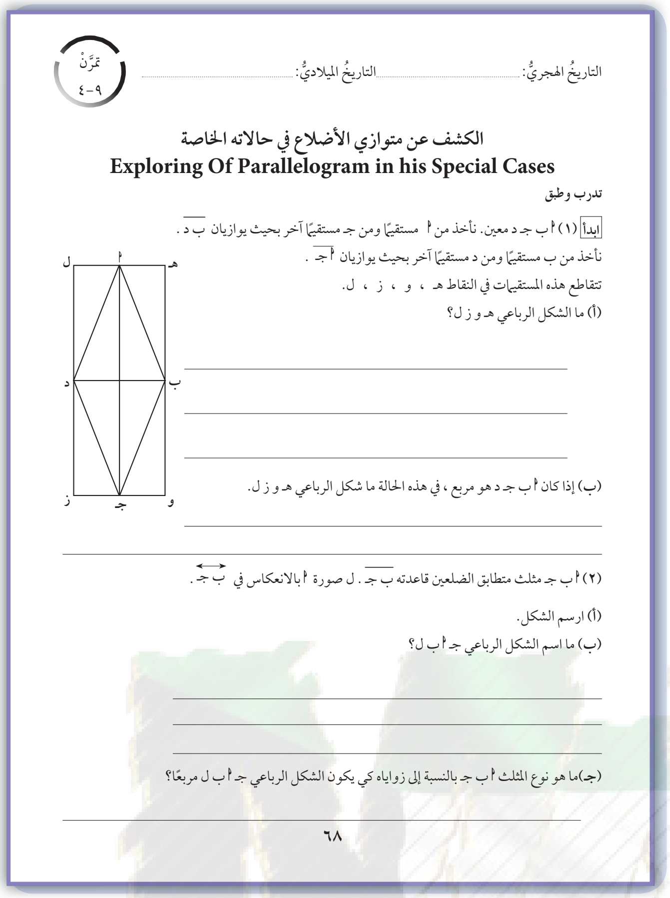
٢ شبه المنحرف هو متوازي أضلاع.

٣ المعين يمكن أن يكون طائرة ورقيّة.

٤ بعض متوازيات الأضلاع هي مربّعات.

٥ الأشكال الرباعيّة هي متوازيات أضلاع.

١٠٥



تمرَّنْ ٩-٤

التاريخُ الهجريُّ: .... التاريخُ الميلاديُّ: ....

الكشف عن متوازي الأضلاع في حالاته الخاصة
Exploring Of Parallelogram in his Special Cases

تدرب وطبق

ابدأ (١) أ ب جـ د معين. نأخذ من أ مستقيمًا ومن جـ مستقيمًا آخر بحيث يوازيان $\overline{\text{ب د}}$.
نأخذ من ب مستقيمًا ومن د مستقيمًا آخر بحيث يوازيان $\overline{\text{أ جـ}}$.
تتقاطع هذه المستقيمات في النقاط هـ ، و ، ز ، ل.

(أ) ما الشكل الرباعي هـ و ز ل؟

(ب) إذا كان أ ب جـ د هو مربع ، في هذه الحالة ما شكل الرباعي هـ و ز ل.

(٢) أ ب جـ مثلث متطابق الضلعين قاعدته $\overline{\text{ب جـ}}$. ل صورة أ بالانعكاس في $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$.

(أ) ارسم الشكل.

(ب) ما اسم الشكل الرباعي جـ أ ب ل؟

(جـ) ما هو نوع المثلث أ ب جـ بالنسبة إلى زواياه كي يكون الشكل الرباعي جـ أ ب ل مربعًا؟

٦٨

إجابات «حاول أن تحل»

❶ الزوايا المتتالية في متوازي الأضلاع مجموع قياسها 180°

ق(أ) + ق(ب) = 180°

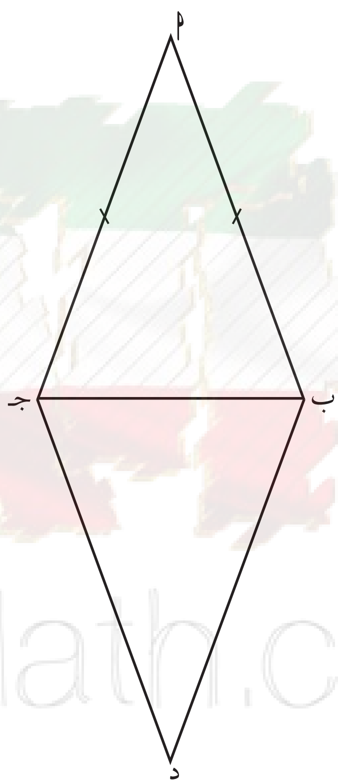
$\frac{1}{2}$ ق(أ) + $\frac{1}{2}$ ق(ب) = $\frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$

في المثلث أ س ب يبقى ق(س) = 90°

وبالطريقة نفسها نجد أن ق(ص) = 90°

ق(هـ) = 90° ، ق(و) = 90°

لذا و س ص هـ يكون مستطيل



❷ $\overline{\text{أ جـ}}$ // $\overline{\text{ب د}}$ (فرضًا)

$\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{جـ د}}$ (فرضًا)

إذًا الشكل الرباعي أ ب د جـ

متوازي أضلاع وبالتالي

أ جـ = ب د = أ ب = د جـ

فيكون أ ب د جـ معين

❸ من المعطيات نستنتج أن

أ د جـ ب هو مربع لذا نكتب

ب م = جـ م ،

ب م = ٧ ، ٣ ص + ٤ = ٧ ،

ص = ١

جـ م = ٧ ، ٢ س − ١ = ٧ ، س = ٤

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

تأكد من فهم الطلاب لخواص الحالات الخاصة من متوازي الأضلاع.

إجابات «تحقق من فهمك»

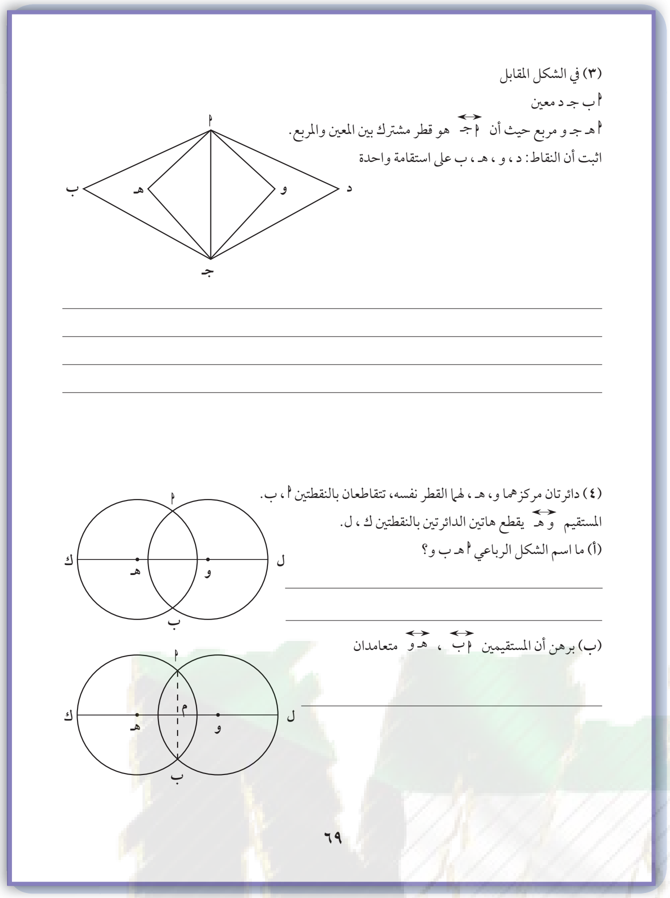
❶ صح. كل مربع هو مستطيل.
❷ خطأ. شبه المنحرف ليس متوازي أضلاع.
❸ صح. يمكن للمعين أن يصبح طائرة ورقية.
❹ صح. يمكن لمتوازي الأضلاع أن يصبح مربعًا.
❺ خطأ. ليس كل الأشكال الرباعية هي متوازيات أضلاع.

تقييم بديل

اطلب إلى الطلاب تكوين جدولًا يبين خواص المستطيل والمربع والمعين من حيث أطوال الأضلاع والزوايا والأقطار.

اختبار سريع

❶ هل القطرين متطابقان في المستطيل والمربع والمعين؟
لا. هما متطابقان فقط في المستطيل وفي المربع
❷ هل القطرين متعامدان في المستطيل والمربع والمعين؟
لا. هما متعامدان فقط في المربع والمعين
❸ هل الأضلاع الأربعة متطابقة في المستطيل والمربع والمعين؟ **لا. الأضلاع الأربعة متطابقة فقط في المربع وفي المعين**



(٣) في الشكل المقابل
أ ب جـ د معين
أ هـ جـ و مربع حيث أن أ جـ هو قطر مشترك بين المعين والمربع.
اثبت أن النقاط: د ، و ، هـ ، ب على استقامة واحدة

(٤) دائرتان مركزهما و، هـ ، لهما القطر نفسه، تتقاطعان بالنقطتين أ ، ب.
المستقيم و هـ يقطع هاتين الدائرتين بالنقطتين ك ، ل.
(أ) ما اسم الشكل الرباعي أ هـ ب و؟
(ب) برهن أن المستقيمين أ ب ، هـ و متعامدان

٦٩

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ الرافعة التي نستخدمها في الحالات الخاصة على الطرقات لإبدال إطار السيارة تشبه المعين وطول أحد أضلاعها ١٧ سم. بعد ارتفاع السيارة لإبدال إحدى الإطارات، إذا كانت المسافة الأفقية بين الرأسين المتقابلين ٣٠ سم، فأوجد المسافة بين الرأسين الآخرين.

٢ التحدي: أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ. النقطة د متحركة على الوتر ب جـ. د هـ ⊥ أ ب، د و ⊥ أ جـ. أين يجب أن تقع النقطة د على ب جـ كي يكون المستطيل أ هـ د و مربعًا؟ اشرح إجابتك، ثم أعد رسم الشكل.

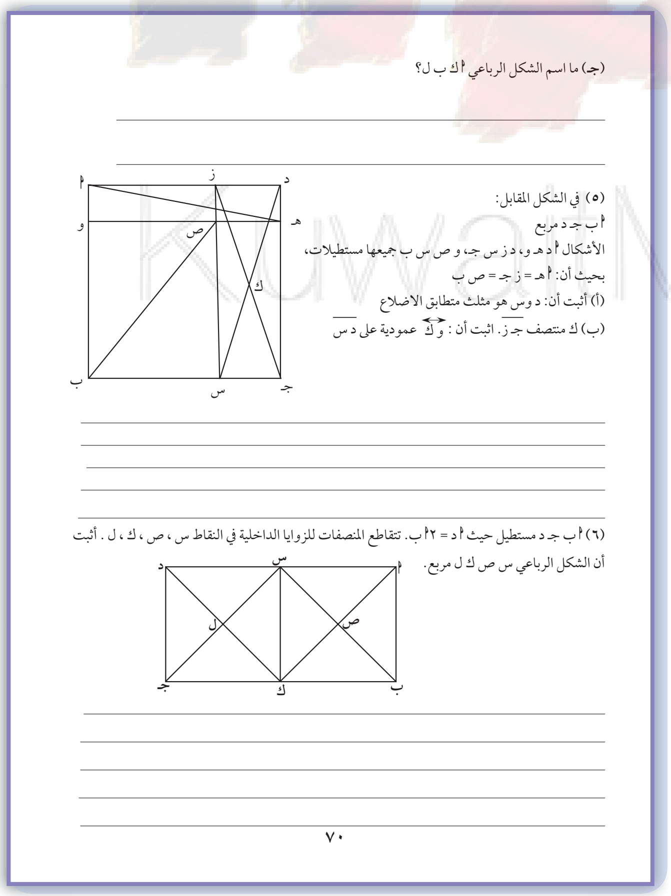
٣ س و ص زاوية معطاة، و م منصف هذه الزاوية. ل نقطة على و م. د منتصف و ل. ز هـ عمودي على و ل.

أ ما نوع الشكل الرباعي و هـ ل ز؟

ب هل يمكن للشكل الرباعي و هـ ل ز أن يكون مربعًا؟ كيف ذلك؟ اشرح إجابتك.

إستراتيجيات حلّ المسائل
- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدام التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًا.
- حلّ مسألة أبسط.

١٥٦



(جـ) ما اسم الشكل الرباعي أ ك ب ل؟

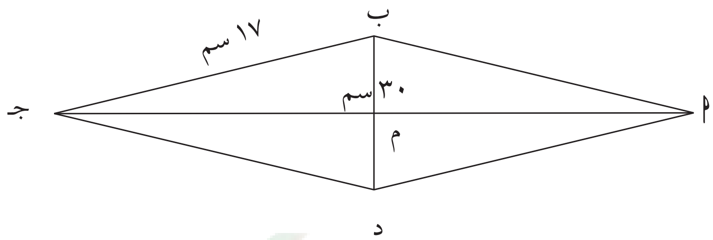
(٥) في الشكل المقابل:
أ ب جـ د مربع
الأشكال أ د هـ و، د ز س جـ، و ص س ب جميعها مستطيلات، بحيث أن: أ هـ = ز جـ = ص ب
(أ) أثبت أن: د و س هو مثلث متطابق الأضلاع
(ب) ك منتصف جـ ز. اثبت أن: و ك عمودية على د س

(٦) أ ب جـ د مستطيل حيث أ د = ٢ أ ب. تتقاطع المنصفات للزوايا الداخلية في النقاط س، ص، ك، ل. أثبت أن الشكل الرباعي س ص ك ل مربع.

٧٠

١ لدينا شكل معين لذا يتقاطع قطريه في منتصف كليهما وبزاوية قائمة نستخدم نظرية فيثاغورث في المثلث ب م جـ

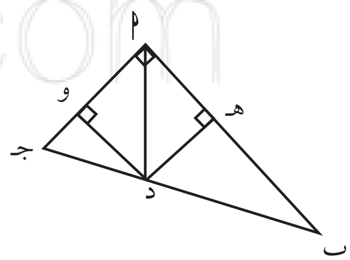
(١٧)^{٢} = (١٥)^{٢} + (م ب)^{٢} ، م ب = ٨ سم



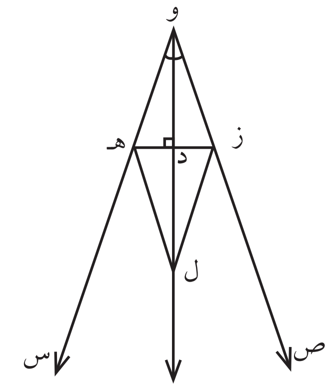
أي أن ب د = ٢ م ب = ١٦ سم

٢ التحدي: بما أن أ هـ د و هو مستطيل فإن:

أ د = و هـ ولكي يكون المستطيل مربعًا يجب أن يكون كل قطر منصف للزاويتين المتقابلتين وأن يتطابقا وأن يتعامدا في منتصفهما لذا يجب أن تكون د نقطة تقاطع منصف أ مع الوتر ب جـ ونحصل على المربع أ هـ د و.



٣ (أ) قطرا الشكل الرباعي و هـ ل ز يتقاطعان في منتصف كليهما بزاوية قائمة لذا نحصل على معين.



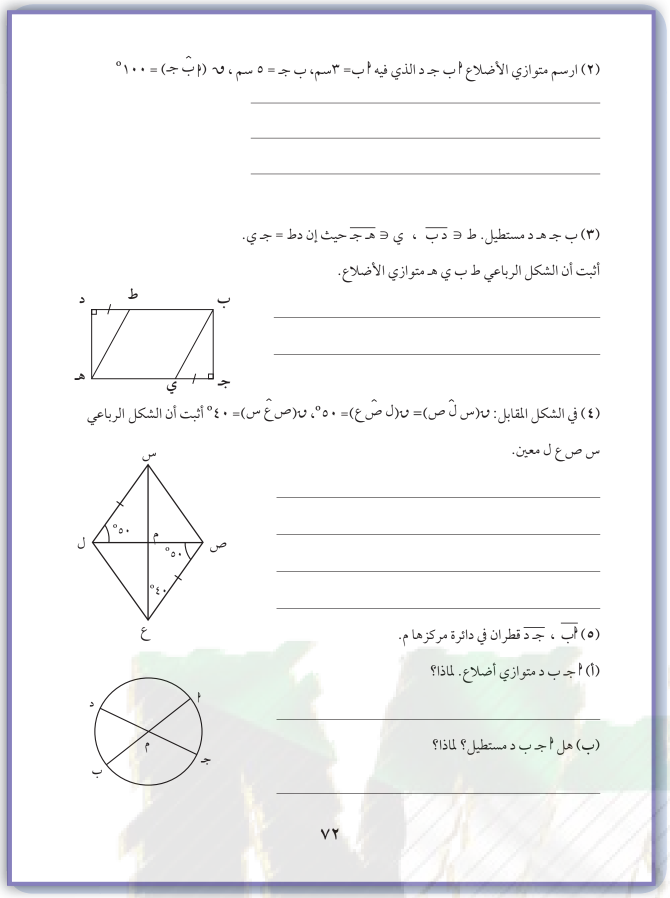
(ب) نعم. إذا كانت س وَ ص قائمة.

مراجعة الوحدة التاسعة

(١) اختر الإجابة الصحيحة في كلّ من الحالات التالية:

	أ	ب	جـ
١. يبين الرسم قطرين في الشكل الرباعي الذي هو:	متوازي أضلاع وليس مستطيلًا	مستطيل	معين
٢. يبين الرسم قطرين في الشكل الرباعي الذي هو:	متوازي أضلاع	مستطيل	معين
٣. إذا كان قطران في متوازي أضلاع متعامدين، فإنه:	مستطيل	معين	مربع
٤. إذا كانت احدى الزوايا في متوازي أضلاع زاوية قائمة، فإنه:	مستطيل	معين	مربع
٥. إذا تطابق ضلعان متجاوران في متوازي أضلاع فإنه:	مستطيل	معين	مربع
٦. إذا كان قطرا متوازي أضلاع متطابقين ومتعامدين، فإنه:	مستطيل وليس مربعًا	معين وليس مربعًا	مربع

٧١



(٢) ارسم متوازي الأضلاع أ ب جـ د الذي فيه أ ب = ٣سم، ب جـ = ٥ سم ، ق (أ بَ جـ) = ١٠٠°

(٣) ب جـ هـ د مستطيل. ط ∈ $\overline{\text{د ب}}$ ، ي ∈ $\overline{\text{هـ جـ}}$ حيث إن دط = جـ ي.

أثبت أن الشكل الرباعي ط ب ي هـ متوازي الأضلاع.

(٤) في الشكل المقابل: ق(س لَ ص) = ق(ل صَ ع) = ٥٠°، ق(ص عَ س) = ٤٠° أثبت أن الشكل الرباعي س ص ع ل معين.

(٥) $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{جـ د}}$ قطران في دائرة مركزها م.

(أ) أ جـ ب د متوازي أضلاع. لماذا؟

(ب) هل أ جـ ب د مستطيل؟ لماذا؟

٧٢

(٦) م ب جـ مثلث متطابق الأضلاع ، طول ضلعه ٥ سم. أ ، د نقطتان تجعلان أ ب جـ د متوازي أضلاع مركزه م.

(أ) ارسم الشكل.

(ب) أثبت أن أ ب جـ د مستطيل.

(جـ) عيّن م' صورة م بالانعكاس في $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

(د) برهن أن م ب م' جـ معيّن.

اختر الإجابة الصحيحة

(٧) المستطيل هو:

(أ) معين (ب) متوازي أضلاع (جـ) مربع (د) شبه منحرف

(٨) المعين هو:

(أ) متوازي أضلاع (ب) مستطيل (جـ) طائرة ورقية (د) مربع

(٩) الرباعيات التي لديها بالتحديد محورا تناظر فقط تكون:

(أ) مستطيلات (ب) أشباه منحرف (جـ) مربعات (د) الطائرات الورقية

(١٠) الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع تكون:

(أ) متتامة (ب) متكاملة (جـ) متطابقة (د) قائمة

(١١) إذا كان قطرا الشكل الرباعي منصّفين للزوايا يكون الشكل الرباعي:

(أ) متوازي الأضلاع (ب) مستطيل (جـ) مربع (د) شبه منحرف

(١٢) إذا كان قطرا الشكل الرباعي غير متعامدين يكون الشكل الرباعي:

(أ) معين (ب) مربع (جـ) مستطيل (د) طائرة ورقية

٧٣


اختبار الوحدة التاسعة

١ هل توافق أم لا على صحة كلّ من العبارات التالية:
(أ) إذا توازى ضلعان في مضلع رباعي كان شبه منحرف.
(ب) قطرا متوازي أضلاع متساويا الطول ومتناصفان.
(جـ) إذا كان لمضلع رباعي مركز تناظر كان متوازي أضلاع.
(د) قطرا مستطيل هما محورا تناظر له.

٢ هل الشكل الرباعي ٲب جـ د المقابل معيّن؟ لماذا؟

٣ ٲب جـ مثلث متطابق الضلعين، رأسه ٲ.
(أ) ارسم الشكل، ثم عيّن النقطة ٲ' صورة النقطة ٲ بالانعكاس في $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$.
(ب) برهن أن أضلاع الشكل الرباعي ٲب ٲ'جـ متساوية الطول.
(جـ) ما نوع الشكل الرباعي ٲب ٲ'جـ؟ لماذا؟

٤ أنشئ معينًا ٲب جـ د على أن يكون ٲجـ = ٥ سم، ب د = ٧ سم، ثم علّل إنشاءك.

٥ ارسم دائرة مركزها م، ثم ارسم فيها قطرين متعامدين $\overline{\text{ٲب}}$، $\overline{\text{جـ د}}$.
(أ) هل ٲجـ ب د متوازي أضلاع. لماذا؟
(ب) هل ٲجـ ب د مستطيل. لماذا؟
(جـ) ما نوع الشكل الرباعي ٲجـ ب د؟ لماذا؟

٦ نفّذ الإنشاء التالي:
(أ) ارسم $\overline{\text{ٲب}}$ بطول ٥ سم.
(ب) عيّن هـ منتصف $\overline{\text{ٲب}}$.
(جـ) ارسم $\overline{\text{جـ د}}$ التي منتصفها هـ، بطول ٥ سم، على أن يكون ق(جـ هـ ٲ) = ٦٠°.
(د) ارسم الشكل الرباعي ٲجـ ب د.
(هـ) ما نوع الشكل الرباعي ٲب جـ د؟ لماذا؟

٧ ارسم مستطيلًا ٲب جـ د مركزه م، ثم عيّن النقطة هـ على أن يكون ٲم ب هـ متوازي أضلاع.
(أ) ما نوع الشكل الرباعي ٲم ب هـ؟ علّل إجابتك.
(ب) ماذا يمكنك أن تقول عن $\overline{\text{ٲب}}$، $\overline{\text{م هـ}}$؟ لماذا؟

٨ ارسم المعين ٲب جـ د.
(أ) عيّن على الرسم النقاط: هـ، و، ز، ط منتصفات $\overline{\text{جـ د}}$، $\overline{\text{دٲ}}$، $\overline{\text{بٲ}}$، $\overline{\text{ب جـ}}$، على الترتيب.
(ب) أثبت أن هـ وزط متوازي أضلاع.

٩ في الشكل، أوجد قيم س، ص إذا كان ٲب جـ د متوازي أضلاع.

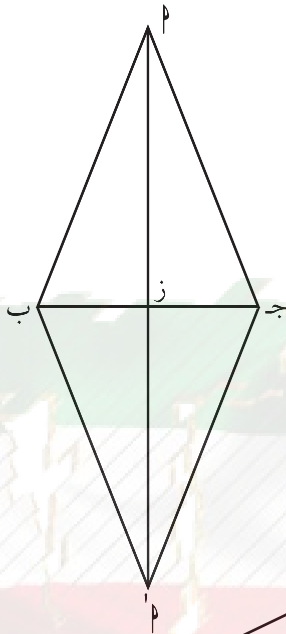
١٥٧

إجابات اختبار الوحدة التاسعة

١ (أ) صح، في شبه المنحرف ضلعان متقابلان متوازيان.
(ب) متناصفان ولكن ليسا متطابقين.
(جـ) صح. تقاطع القطرين هو مركز تناظر.
(د) خطأ. القطر في المستطيل ليس محور تناظر.

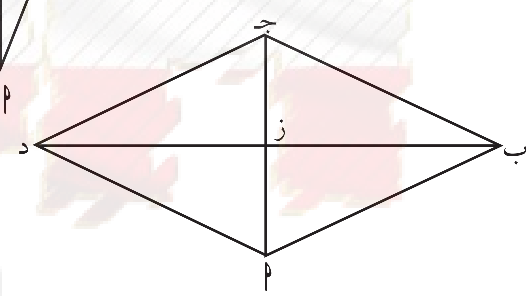
٢ ليس معين لأن الأضلاع الأربعة غير متطابقة.

٣ (أ)



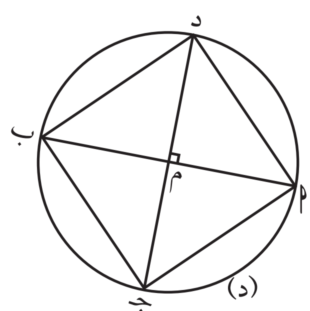
(ب) المثلث ٲ' ب جـ هو نظير المثلث ٲ ب جـ وبالتالي جميع الأضلاع متطابقة.
(جـ) الرباعي ٲ ب ٲ' جـ هو معين لأن الأضلاع الأربعة متساوية الطول.

٤

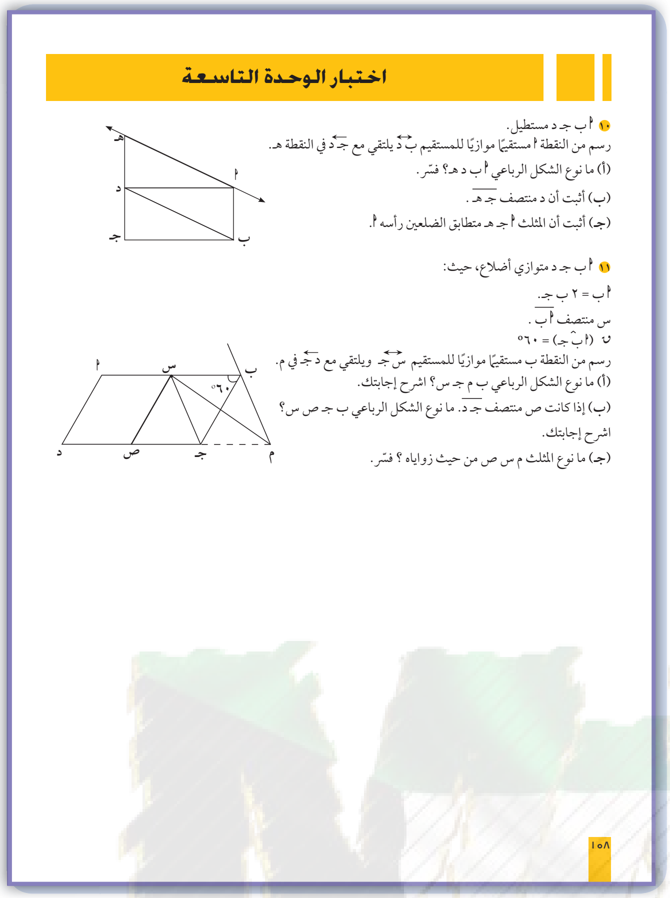


نرسم بواسطة المسطرة $\overline{\text{ٲجـ}}$ حيث ٲ جـ = ٥ سم ومن منتصف $\overline{\text{ٲب}}$ نأخذ النقطة ز ونرسم خط عمودي على $\overline{\text{ٲجـ}}$ حيث نضع عليه في كلا الجانبين النقطتان ب، د بحيث إن ز ب = ز د = ٣,٥ سم فنحصل على المعين المطلوب

٥



(أ) بما أن القطرين في الرباعي ٲ جـ ب د يتقاطعان في نقطة هي منتصف كليهما فإنه متوازي أضلاع.
(ب) بما أن القطرين هما متطابقان فإن متوازي الأضلاع هو مستطيل.
(جـ) بما أن القطرين هما متطابقان ومتعامدان فإن المستطيل هو مربع.



اختبار الوحدة التاسعة

١٠ أ ب جـ د مستطيل.

رسم من النقطة أ مستقيمًا موازيًا للمستقيم $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$ يلتقي مع $\overleftarrow{\text{جـ د}}$ في النقطة هـ.

(أ) ما نوع الشكل الرباعي أ ب د هـ؟ فسّر.

(ب) أثبت أن د منتصف $\overline{\text{جـ هـ}}$.

(جـ) أثبت أن المثلث أ جـ هـ متطابق الضلعين رأسه أ.

١١ أ ب جـ د متوازي أضلاع، حيث:

أ ب = ٢ ب جـ.

س منتصف $\overline{\text{أ ب}}$.

ق (أ ب̂ جـ) = ٦٠°

رسم من النقطة ب مستقيمًا موازيًا للمستقيم $\overleftrightarrow{\text{س جـ}}$ ويلتقي مع $\overleftarrow{\text{د جـ}}$ في م.

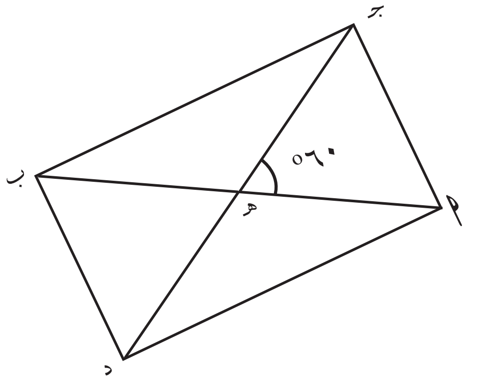
(أ) ما نوع الشكل الرباعي ب م جـ س؟ اشرح إجابتك.

(ب) إذا كانت ص منتصف $\overline{\text{جـ د}}$. ما نوع الشكل الرباعي ب جـ ص س؟ اشرح إجابتك.

(جـ) ما نوع المثلث م س ص من حيث زواياه ؟ فسّر.

١٥٨

٦ (أ) + (ب) + (جـ)

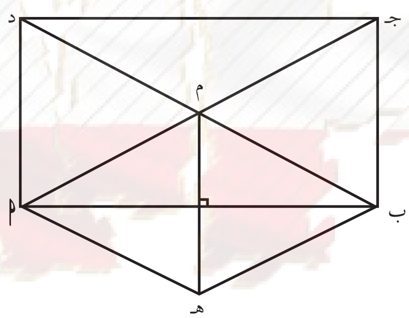


نستخدم المسطرة والفرجار والمنقلة لرسم القطعة المستقيمة $\overline{\text{أ ب}}$ ولرسم القطعة $\overline{\text{جـ د}}$ مع الزاوية ٦٠°.

(د) نصل أطراف القطع المستقيمة.

(هـ) بما أن القطرين يتقاطعان في نقطة منتصف كليهما فإن الرباعي هو متوازي أضلاع وبما أن ب أ = جـ د = ٥ سم فإن القطرين متطابقان لذا يكون مستطيل.

٧

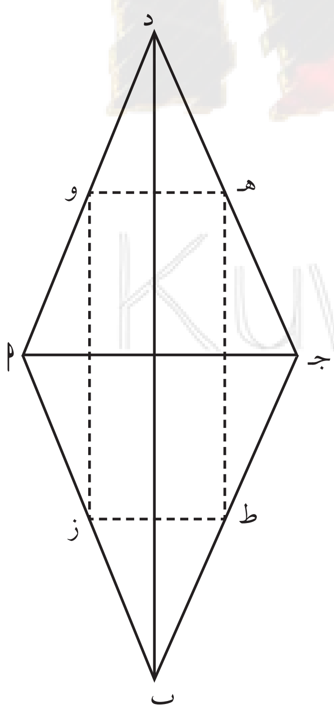


(أ) في المستطيل يكون القطران متطابقين لذا لدينا م أ = م ب = ب هـ = هـ أ

وبالتالي أ هـ ب م هو معين.

(ب) بما أن أ م ب هـ هو معين لذا يكون القطران متعامدين وبالتالي $\overline{\text{أ ب}} \perp \overline{\text{م هـ}}$.

٨ (أ)



(ب) من تطابق المثلثين

د و هـ ، ب ز ط

نستنتج: هـ و = ط ز

من تطابق المثلثين جـ هـ ط ، أ و ز

نستنتج: و ز = هـ ط

وبالتالي يكون هـ و ز ط متوازي أضلاع.

٩ أ ب جـ د يكون متوازي أضلاع إذا كان:

ق(أ̂) = ق(جـ̂)

ق(ب̂) = ق(د̂)

نكتب المعادلات ونحلها

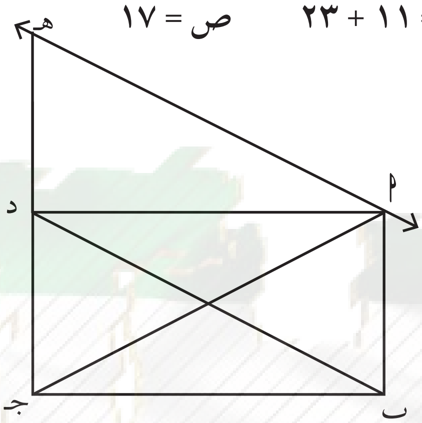
* ٧ س − ١ = ٥ س + ١٥

٧ س − ٥ س = ١ + ١٥ س = ٨

* ٨ ص − ١١ = ٦ ص + ٢٣

٨ ص − ٦ ص = ١١ + ٢٣ ص = ١٧

١٠



(أ) أب // د هـ

أ هـ // ب د

إذًا الشكل الرباعي أ ب د هـ متوازي أضلاع

(ب) أ ب = د هـ (أ ب د هـ متوازي أضلاع)

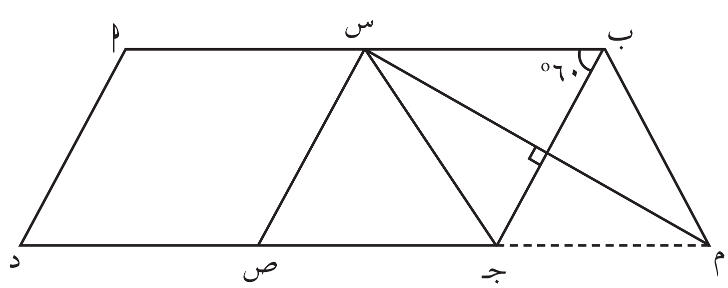
أ ب = جـ د (أ ب جـ د مستطيل)

لذا د هـ = جـ د وتكون د منتصف جـ هـ

(جـ) من المعطيات السابقة أن

أ هـ = ب د = أ جـ وبالتالي أ هـ جـ مثلث متطابق الضلعين رأسه أ

١١ (أ) أ ب = ٢ ب جـ فيكون ب س = ب جـ ولكن ق(ب̂) = ٦٠°



لذا المثلث س جـ ب متطابق الأضلاع وبالتالي متوازي الأضلاع ب م جـ س يكون معين لأن أضلاعه الأربعة متطابقة.


مخطط تنظيمي للوحدة التاسعة

الوحدة التاسعة (أ): الأشكال الرباعية

- الشكل الرباعي هو مضلع له أربعة أضلاع.
- توجد ستة أنواع خاصة من الأشكال الرباعيّة: شبه المنحرف – متوازي الأضلاع – المستطيل – المعين – المربّع – الطائرة الورقية.
- متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان.
- في متوازي الأضلاع مجموع قياس أي زاويتين متتاليتين = ١٨٠°.
- كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع متساويتان في القياس.
- كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متساويان في الطول وقطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر.
- يكون رباعي متوازي أضلاع إذا توافر فيه أحد الشروط التالية:

(أ) توازي الأضلاع المتقابلة.
(ب) تطابق الأضلاع المتقابلة.
(جـ) توازي ضلعين متقابلين وتطابقهما.
(د) تساوي القياس للزوايا المتقابلة.
(هـ) تقاطع القطرين في منتصف كليهما.

- هناك ثلاث حالات خاصّة من متوازيات الأضلاع وهي:

مستطيل: متوازي أضلاع زواياه قائمة.
المعين: متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان في الطول ويكون القطران متعامدين.
المربّع: متوازي أضلاع زواياه قائمة وأضلاعه متساوية في الطول.

١٥٩

متطابقة.

(ب) الشكل الرباعي ب جـ ص س هو أيضًا معين لأن الأضلاع الأربعة متطابقة.

(جـ) ب جـ // س ص

م س ⊥ ب جـ فتكون م س ⊥ س ص وبالتالي المثلث م س ص قائم الزاوية في س وهو أيضًا ثلاثيني ستيني.