توضِّح المعلومات المتضمنة في هذه الصفحات كيفية استخدام الأنماط والقواعد في المواقف الحياتية.

شعوب العالم

اسأل الطلاب أن يصفوا أشياء تحدد أثمانها بالطريقة نفسها الموضحة هنا. **إجابات ممكنة: الثياب، والأدوات الكهربائية.**

العلوم

اسأل الطلاب أن يعطوا درجات حرارة مقيسة بالفهرنهايت وبالدرجة المئوية والتي يكونون على دراية بها. من أمثلة عن ذلك درجة تجمد الماء أو درجة غليانه، صفر ° مئوية، ٣٢° فهرنهايتية، ١٠٠° مئوية ، ٢١٢° فهرنهايتية.

تسلية

اسأل الطلاب أن يعملوا مع زملائهم ليكونوا «فريق الأحلام» الخاص بهم لإحدى الرياضات التالية: كرة السلة، كرة القدم أو الكرة الطائرة.

الدراسات الاجتماعية

اسأل الطلاب أن يتفحصوا الصحف أو الأخبار ليحددوا مثالًا على الأشكال البيانية يبيّن ربحًا وخسارة. دع الطلاب يتبادلون الأشكال البيانية مع زملائهم في الفصل.

الفنون والعلوم

دع الطلاب يبحثون عن أنماط كسريات ويجدون أمثلة عنها ليعرضوها في الفصل. مثال ذلك الأوراق على غصن شجرة تبدأ كبيرة ثمّ تصغر كلما اقتربت من الرأس دون أن يتغير شكلها.

مشروع الوحدة

يعالج المشروع كيفيّة إقامة جدول يومي يتم وضع فيه المدخول والمعروف بحيث يستطيع الطالب وضع ميزانية تمكنه من شراء احتياجاته.
وذلك عن طريق استخدام معادلات وأنماط جبرية.

مرشد تخطيط الوحدة

كتاب الطالب			
الدرس	الأدوات المستخدمة	المصطلحات الأساسية	رقم الدرس
افتتاحية الوحدة السادسة			
التركيز على حل المسائل			
افتتاحية الوحدة السادسة (أ): المقادير الجبرية			
الثوابت والمتغيرات		ثابت، متغير	(٦-١)
قوانين الأسس		أس، أساس، قوى	(٦-٢)
كثيرات الحدود		كثيرة الحدود، حدّ، وحيدة الحدّ، ثنائية الحدّ (ذات الحدين)، ثلاثية الحدود، درجة	(٦-٣)
جمع كثيرات الحدود وطرحها	بلاطات الجبر	حدود متشابهة، مبسّط	(٦-٤)
ضرب كثيرات الحدود			(٦-٥)
قسمة كثيرة حدود على حد جبري		قسمة حد جبري، قسمة كثيرة حدود	(٦-٦)
افتتاحية الوحدة السادسة (ب): تحليل المقادير الجبرية			
العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ)		عامل مشترك، العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ)	(٦-٧)
التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر		عامل، عامل أولي، تحليل إلى عوامل أولية	(٦-٨)
تحليل الفرق بين مربعين		كثيرة حدود، فرق بين مربعين، تحليل الفرق بين مربعين	(٦-٩)

KuwaitMath.com

التركيز على حل المسائل

التحقق من معقولية التقدير

الغاية

يركز الطلاب على استخدام التقدير لتقييم معقولية الإجابة.

كيفية التعامل مع الصفحة

استخدام خطوات حل المسائل

ما إن يقرر الطلاب الإجابة عن المسألة، فإنهم يحتاجون إلى معرفة ما إذا كانت إجابتهم مناسبة ومعقولة. لتحديد معقولية الإجابة، يمكنهم استخدام التقدير.

ناقش المقترحات التالية:

- حدّد المطلوب في المسألة.
- راجع الخطوات التي استخدمتها لحل المسألة وتحقق من صحة عملياتك الحسابية.
- أوجد تقديرًا للإجابة وقرر ما إذا كانت إجابتك الحسابية معقولة في ضوء تقديرك لها أم لا.

اسأل ...

- في المسألة(٢)، هل جبل كانتشينجونجا أكثر أو أقل ارتفاعًا من قمة بايك؟ اشرح.

أكثر ارتفاعًا (أعلى)، لأن طول الجبل ضعف طول القمة تقريبًا.

- ما السؤال الذي يمكنك طرحه لحل المسألة (٤)؟

هل تستطيع حل المسألة بطريقة أخرى؟

٢س – ٦ = ١٠٠٠.

نعم، فمثلًا بالعمل عكسيًّا.

إجابات الأسئلة

❶ (أكثر بكثير)، ينبغي أن تكون ٧٠٢١ مترًا.

❷ قريبة بدرجة كافية، ينبغي أن تكون ٨٥٩٦ مترًا.

❸ أكثر بكثير، ينبغي أن يكون ٧٥٢١ مترًا.

❹ قريبة بدرجة كافية، ينبغي أن تكون ٥٠٣ أمتار.

❺ **قريبة بدرجة كافية، ينبغي أن يكون ٢٢٠ كم.**

❻ **قريبة بدرجة كافية، ينبغي أن يكون ٢٤٠٠٠ دينار.**

المجلّة

اسأل الطلاب أن يكتبوا فقرة لمناقشة الغرض من خطوة العمل العكسي التراجعي في حل المسائل.

KuwaitMath.com

الموضوع: ما الذي جاء أولًا

كيفية التعامل مع الصفحة

تقدِّم هذه الصفحة موضوع هذا الجزء، الطيور، وتناقش المميزات التي تميز الطيور عن الحيوانات الأخرى.

اسأل ...

- فيم تختلف الطيور عن البشر؟
- فيم تتشابه الطيور مع البشر؟

العلوم

يعتقد بعض الناس أن الطيور هي ديناصورات. ادع المهتمين من الطلاب إلى بحث هذه النظرية وإعداد تقرير عما وجدوه من أجل الفصل.

التاريخ

قد يستمتع بعض الطلاب بإيجاد كيفية استخدام الحمام الزاجل في نقل الرسائل في الحروب المختلفة. ما أنواع الرسائل التي استخدمت؟ هل كانت مؤثرة؟

الربط

سيستخدم الطلاب كثيرات الحدود لتحديد عدد الجوانب المرئية من رصات صناديق البيض.

إجابات الأسئلة

١ **الطيور هي الكائنات الوحيدة المغطاة بريش، وهي من ذوات الدم الدافئ، والقدمين، وتقوم بوضع البيض، ولها أجنحة، لكن الحيوانات الفقارية الأخرى قد يكون لديها بعض من هذه المميزات.**

٢ **ظهر الإنسان على سطح الأرض منذ ٢٠٠ ٠٠٠ سنة (٢ , ٠ مليون)، وقد ظهرت الطيور منذ سبعة أمثال ذلك.**

٣ **قد تختلف الإجابات.**

KuwaitMath.com

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يحدد المتغيرات والثوابت.

المصطلحات الأساسية

- ثابت، متغير

مراجعة

أكمل:

١ ١ كجم = ١٠٠٠ جرام

٢ ١ أسبوع = ٧ أيام

٣ وزن المولود يتراوح بين ٢,٥ و ٤ كيلوجرامات

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

يقرر الطلاب ما إذا كان عدد الذباب ثابتًا في المنزل أم متغيرًا على الدوام، هذا يقودنا إلى التمييز بين الثابت والمتغير.

التقييم المستمر

لاحظ الطلاب الذين يفكرون بإمعان في إيجاد عدد الذباب.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

أعطِ أمثلة أخرى عن عدد مرتبط بالحشرات يظل ثابتًا وآخر يتغير.

إجابة ممكنة: طول جناح الحشرة يتغير أما عدد الأعين فإنه يظل ثابتًا.

١-٦

الثوابت والمتغيرات

Constants and Variables

صلة الدرس سبق أن استخدمت المتغيرات لمساعدتك في حل أنواع كثيرة من المسائل، والآن سوف تتعرف عن كثب على المتغيرات والثوابت.

سوف تتعلّم
- تحديد المتغيرات والثوابت.

من الاستخدامات
- الكميات التي تقاس باختبارات طبية هي متغيرات يمكن أن تستخدم لتشخيص الأمراض.

استكشف الثوابت والمتغيرات

درس عن الطيران

فكر في كل من الأعداد التالية، كوّن جدولًا يوضح الأعداد التي يمكن أن تتغير وتلك التي تظل دائمًا كما هي:

١ عدد أرجل ذبابة المنزل العادية.
٢ كمية الطعام التي تأكلها ذبابة المنزل في يوم واحد.
٣ المسافة التي تطيرها ذبابة المنزل في ساعة.
٤ وزن ذكر ذبابة المنزل.
٥ عدد أجنحة ذبابة المنزل العادية.
٦ أضف إلى جدولك أعدادًا أخرى لها علاقة بالذباب. ضمّن على الأقل عددًا واحدًا لا يتغير وعددًا آخر يمكن أن يتغير.
٧ أعط القيمة الفعلية لأي عدد في الفقرة (٦). ماذا تلاحظ في هذه الأعداد؟

تعلّم الثوابت والمتغيرات

الكمية هي أي شيء يمكن أن يقاس بواسطة عدد ما. فعدد السنتيمترات في الدسمتر وعدد الحشرات على ورقة شجرة هما كميتان. القيمة في أولى هاتين الكميتين هي ١٠ سنتيمترات وهي كمية ثابتة، والقيمة الثانية قد تكون حشرة واحدة على ورقة شجرة أو غير ذلك أي أنها كمية متغيرة.

المصطلحات الأساسية
- ثابت Constant
- متغير Variable

يمكن أن يتغير ← متغير

١ دسم

دائمًا ١٠ سم ← ثابت

كما لاحظت، الكميات التي يمكن أن تتغير قيمتها تسمى متغيرات، والكميات التي لا يمكن أن تتغير قيمتها تسمى ثوابت.

١٦

إجابات «استكشف»

١ ثابت ٢ تتغير ٣ تتغير ٤ يتغير ٥ ثابت

٦ قد تختلف الإجابات.

٧ قد تختلف الإجابات.

إجابة ممكنة: من الممكن أن تعطي قيمة إذا كان العدد لا يتغير.

KuwaitMath.com

٢- التعليم

تعلم

أمثلة بديلة

بيّن ما إذا كانت كل كمية متغيرة أم ثابتة:

❶ عدد الحشرات التي تدخل مصيدة العنكبوت.

العدد قد يتغير وعلى ذلك فالكمية متغيرة.

❷ عدد أرجل العنكبوت.

عدد أرجل العنكبوت ٨، وهذه الكمية ثابتة.

لكل من الكميات التالية، حدّد المتغير وأعط مدى معقولًا للمتغيّر.

❸ طول الدودة.

نفرض أن جـ = طول الدودة. معظم الديدان أطوالها تتراوح بين ٢ سم، ٦ سم.

❹ عدد صفحات قصص الأطفال.

نفرض أن ب = عدد الصفحات

معظم صفحات قصص الأطفال تتراوح بين ٥ صفحات و٣٠ صفحة.

إجابات «حاول أن تحل»

❶ (أ) متغيرة (ب) ثابتة

(جـ) متغيرة (د) ثابتة

❷ إجابات ممكنة: (أ) نفرض أن س = وقت الوصول إلى المدرسة. (يتراوح بين ٥ و٦٠ دقيقة).

(ب) نفرض أن و = اتساع جناحي الفراشة (يتراوح بين ١ سم و١٠ سم).

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

إجابات «تحقق من فهمك»

❶ قيمة المتغير من الممكن أن تتبدّل أما قيمة الثابت فلا تتغير. المتغيرات لها مدى من القيم. أما الثوابت فلها قيمة واحدة.

❷ قيم المتغير دائمًا تكون عددًا، وإذا وضع عدد آخر مكانه فإنه قد يربك الطالب.

أمثلة

اذكر ما إذا كانت كل كمية متغيرة أم ثابتة.

❶ عدد المرات التي ترفرف فيها الفراشة بجناحيها في الدقيقة.

الحل: عدد رفرفة جناحي الفراشة في الدقيقة يمكن أن يتغير، لذلك فإن هذه الكمية متغيرة.

❷ عدد قرون استشعار الفراشة (من النوع السابق).

الحل: يوجد قرنان للاستشعار، لذلك فإن هذه الكمية ثابتة.

حاول أن تحلّ

اذكر ما إذا كانت كل كمية متغيرة أم ثابتة.

أ وزنك. ب عدد السنتيمترات في المتر.

جـ عدد الجراد في السرب. د عدد الأنصاف في الدينار.

على الرغم من أن المتغيرات يمكن أن تأخذ قيمًا مختلفة، إلا أنه يمكنك أن تقوم بتخمين معقول يحتوي على مدى من القيم لكثير من الكميات.

الترابط والتداخل بالعلوم

يحتوي سرب الجراد على ٢٨ بليون جرادة ويزن حوالي ٧٠ طنًا.

أمثلة

عبّر عن المتغير لكل كمية باستخدام الحروف ثمّ حدد المدى لقيم معقولة.

❸ طول حشرة صرصور الليل.

الحل: ليكن طول الحشرة = حـ. بقياسه بالمسطرة، يمكنك أن تقدّر أن طول حشرة صرصور الليل يقع بين ٤،١ سنتيمترات.

❹ عدد الصفحات في كتاب للأطفال.

الحل: ليكن عدد الصفحات = ع. معظم كتب الأطفال تحتوي على صفحات تتراوح بين ١٠، ٣٠ صفحة.

حاول أن تحلّ

عبّر عن المتغير لكل كمية باستخدام الحروف ثمّ حدد المدى لقيم معقولة.

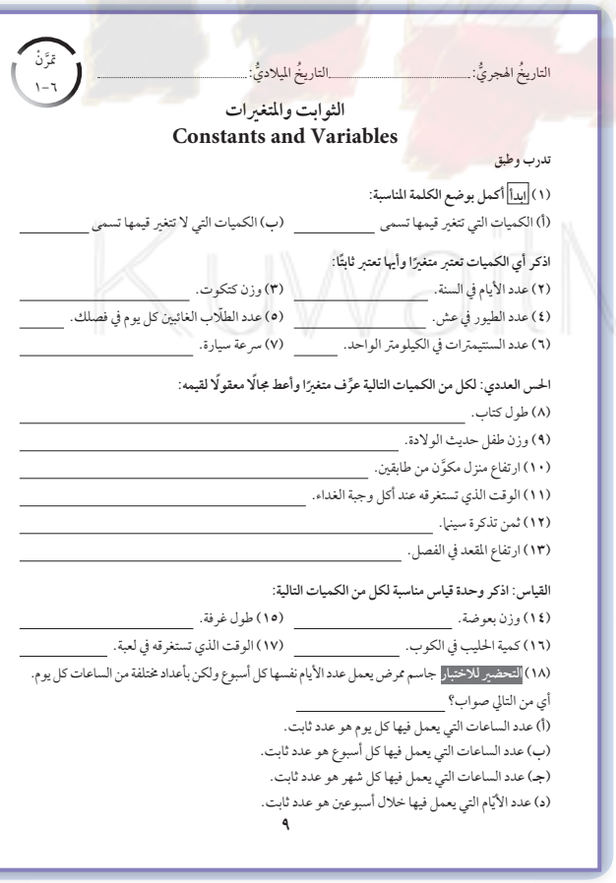
أ الوقت الذي تستغرقه للذهاب إلى المدرسة.

ب مدى اتساع جناحي فراشة.

تحقق من فهمك

١ اشرح الفرق بين الكميات المتغيرة والكميات الثابتة.

٢ لماذا تعتقد أننا نستخدم الحروف بدلًا من الأعداد لتمثيل قيم الكميات المتغيرة؟



التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

تمرّن ١-٦

الثوابت والمتغيرات

Constants and Variables

تدرب وطبق

(١) إبدأ أكمل بوضع الكلمة المناسبة:

(أ) الكميات التي تتغير قيمها تسمى _____ (ب) الكميات التي لا تتغير قيمها تسمى _____

اذكر أي الكميات تعتبر متغيرًا وأيها تعتبر ثابتًا:

(٢) عدد الأيام في السنة. _____ (٣) وزن كتكوت. _____

(٤) عدد الطيور في عش. _____ (٥) عدد الطلّاب الغائبين كل يوم في فصلك. _____

(٦) عدد السنتيمترات في الكيلومتر الواحد. _____ (٧) سرعة سيارة. _____

الحس العددي: لكل من الكميات التالية عرّف متغيرًا وأعط مجالًا معقولًا لقيمه:

(٨) طول كتاب. _____

(٩) وزن طفل حديث الولادة. _____

(١٠) ارتفاع منزل مكوّن من طابقين. _____

(١١) الوقت الذي تستغرقه عند أكل وجبة الغداء. _____

(١٢) ثمن تذكرة سينما. _____

(١٣) ارتفاع المقعد في الفصل. _____

القياس: اذكر وحدة قياس مناسبة لكل من الكميات التالية:

(١٤) وزن بعوضة. _____ (١٥) طول غرفة. _____

(١٦) كمية الحليب في الكوب. _____ (١٧) الوقت الذي تستغرقه في لعبة. _____

(١٨) التحضير للاختبار جاسم ممرض يعمل عدد الأيام نفسها كل أسبوع ولكن بأعداد مختلفة من الساعات كل يوم.

أي من التالي صواب؟ _____

(أ) عدد الساعات التي يعمل فيها كل يوم هو عدد ثابت.

(ب) عدد الساعات التي يعمل فيها كل أسبوع هو عدد ثابت.

(جـ) عدد الساعات التي يعمل فيها كل شهر هو عدد ثابت.

(د) عدد الأيام التي يعمل فيها خلال أسبوعين هو عدد ثابت.

KuwaitMath.com

تقييم بديل

المجلة: اجعل الطلاب يقومون بكتابة فقرة عن الأعداد التي دائمًا ما تستخدم أثناء اليوم الدراسي، مع إعطاء أمثلة عن الثوابت والمتغيرات.

اختبار سريع

بيِّن ما إذا كانت الفقرات التالية تعبر عن متغير أو ثابت:

١ عدد طلاب المدرسة الذين يحضرون يوميًّا إلى المدرسة. متغير

٢ محيط غرفة الفصل. ثابت

٣ عدد الأبواب في غرفة الفصل. ثابت

٤ عدد أدوات الهندسة التي مع الطلاب في حصة الرياضيات. متغير

إجابات «المرشد لحل المسائل»

١ الثوابت.

٢ المتغيرات.

٣ لا، حيث إن الكميات كلها واحدة.

٤ إن الكمية قد تتغيّر.

٥ (أ) ثابتة (ب) متغيرة (جـ) ثابتة

٦ إجابة ممكنة: تحقق من الكميات إن كانت تتغير أو لا تتغير.

٧ ثابت.

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

١ (أ) عدد الأشخاص وكمية العصير الذي استهلك.
(ب) مدة الحفل وثمن التذاكر.

٢ قياسات المساحة والقاعدة والارتفاع يمكن أن تتغير، والثابت = $\frac{١}{٢}$.

٣ عدد الطلاب في كل منطقة قد يتغير وعدد الطلاب الذين يمثلون المحافظة في اتحاد الطلاب على مستوى الدولة ثابت.

٤ أثناء الرحلة كانت السرعة متغيرة أما متوسط السرعة فثابت بناء على التعريف.

المرشد لحل المسائل (٦-١)

حل المسائل: افهم، خطط، حل، تحقق

لبعض الأنواع من الحيوانات العدد نفسه من الأرجل، ولبعضها الآخر أعداد مختلفة. أي الكميات التالية يكون ثابتًا وأيها يكون متغيرًا؟

أ الحشرة المتسلقة للأشجار لها ٦ أرجل مثل باقي الحشرات.

ب السمكة النجمة من الممكن أن يكون لها على الأكثر ٥٠ ذراعًا (زعنفة).

ج الهدهد له رجلان كباقي الطيور.

افهم

١ ما نوع الكميات التي قيمتها لا تتغير؟ .....

٢ ما نوع الكميات التي قيمتها قد تتغير؟ .....

خطّط

٣ في كل من السؤالين (أ)، (جـ)، هل يوجد اختلاف بين هذا الحيوان وباقي الحيوانات من فصيلته؟ .....

٤ في السؤال (ب) ما المقصود بالتعبير "من الممكن أن"؟ .....

حلّ

٥ ما الكميات الثابتة وما الكميات المتغيرة؟

أ عدد أرجل الحشرة. .....

ب عدد أذرع السمكة. .....

ج عدد أرجل الهدهد. .....

تحقّق

٦ كيف يمكنك التحقق من صحة إجابتك؟

.....

حلّ مسألة أخرى

٧ هل عدد أرجل القطة ثابت أم متغير؟

.....

حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ **حل المسائل:** في إحدى المناسبات، أقامت المدرسة حفلًا مسرحيًّا، وكان من المتوقع حضور ٢٠٠ شخص لمشاهدة الحفل، ولكن نظرًا إلى هبوب عاصفة رملية يُتوقَّع أن يحضر الحفل حوالي ١٠٠ شخص.

أ اذكر كميتين ترتبطان بالحفل وتعتبران متغيرتين.

.....

ب اذكر كميتين ترتبطان بالمسألة وتبقيان كما هما.

.....

٢ **الهندسة:** مساحة سطح المثلث م = $\frac{١}{٢}$ ق ع. ما الكميات التي تتغير في هذا القانون، والتي تبقى ثابتة؟

.....

٣ **الدراسات الاجتماعية:** في انتخابات اتحاد الطلاب على مستوى المحافظة كان عدد الطلاب ٥٢ طالبًا، وكان يمثل المنطقة (أ) في المحافظة ١٧ طالبًا والمنطقة (ب) طالب واحد، أما على مستوى الدولة، فكان كل طالبين يمثلان محافظة. أي من الكميات ثابتة: عدد الطلاب في كل منطقة في المحافظة أم عدد الطلاب الذين يمثلون المحافظة في اتحاد الطلاب على مستوى الدولة؟ ما الكمية المتغيرة؟

.....

٤ **المجلة:** إذا ركبت السيارة متجهًا إلى الوفرة، هل سرعة السيارة تظل ثابتة أم متغيرة طوال الرحلة؟ هل متوسط السرعة أثناء الرحلة يكون ثابتًا أم متغيرًا؟ اشرح إجابتك.

.....

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

KuwaitMath.com

٦-٢

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يتعرف قوانين الأسس.

المصطلحات الأساسية

- أس، أساس، قوى

مراجعة

أوجد ناتج ما يلي:

١) ٥ × ٥ × ٥ = ١٢٥

٢) $\frac{٣ \times ٣}{٣}$ = ٣

٣) ٤^{٣} = ٦٤

صلة الدرس تعرف الطلاب الأسس أما الآن فسوف يتعرفون قوانين الأسس.

١ - التمهيد

استكشف

الغاية

يميز الطلاب قوانين الأسس ويستخدمونها.

التقييم المستمر

تحقق من إدراك الطلاب لكيفية إيجاد العلاقة في كل من الخطوتين (أ)، (ب).

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

اسأل الطلاب إيجاد العلاقة في: $\frac{٥^{٢}}{٤^{٢}}$.

إجابات «استكشف»

(أ) ١، ١ + ١ = ٢، ٢ + ٢ = ٤ ، ٢ + ٢ + ٢ + ٢ = ٨.

(ب) ٢^{٠}، ٢^{١}، ٢^{٢}، ٢^{٣}.

(جـ) ٢^{٦} = ٦٤.

(د) (٢^{٣})^{٢} = (٢ × ٢ × ٢)^{٢} = ٨^{٢} = ٦٤ = ٢^{٦}

٢$^{٢ \times ٣}$ = ٢^{٦} = ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × ٢ = ٦٤

نستنتج أن: (٢^{٣})^{٢} = ٢$^{٢ \times ٣}$.

٦-٢

سوف نتعلّم
- قوانين الأسس.

من الاستخدامات
- تستخدم الأسس في الأشعة السينية (أشعة X) في مجال الطب، حيث يبلغ طول الموجة التي تخترق الجلد حوالى ١٠$^{-١٠}$ متر.

المصطلحات الأساسية
- أس Exponent
- أساس Base
- قوى Power

قوانين الأسس
Laws of Exponents

صلة الدرس سبق أن تعلمت الأسس، والآن سوف تتعلّم قوانين هذه الأسس.

استكشف قوانين الأسس

يبيّن المخطط تكاثر الخلايا انطلاقًا من الخلية الأولى، حيث ينتج عن كل خلية خليتان وهكذا.

أ) اكتب عدد الخلايا في كل مرحلة.

ب) اكتب كل عدد حصلت عليه على صورة الأساس ٢ وأس مناسب.

جـ) استنتج عدد الخلايا في المرحلة السادسة على صورة الأساس ٢ وأس مناسب.

د) أوجد قيمة (٣٢)^{٢} ثم ٢$^{٢ \times ٣}$. ماذا تستنتج؟

تعلّم قوانين الأسس

تعلم أن: ٤ × ٤ يمكن أن يُكتب ٤^{٢}، ويُقرأ «٤ أس ٢» أو «القوة الثانية للعدد ٤» أو «٤ تربيع».

وكذلك ٥ × ٥ × ٥ يمكن أن يُكتب ٥^{٣} ويُقرأ «٥ أس ٣» أو «القوة الثالثة للعدد ٥» أو «٥ تكعيب».

وعمومًا: لأي عدد أ:

أ^{ن} = أ × أ × ... × أ (أ مكررة ن مرة) : ن ∈ صـ،

ويقرأ «أ^{ن} أس ن» أو القوة النونية للعدد أ.

احسب:

أ) ٤^{٢} × ٤^{٣}، ٤$^{٢+٣}$

.....، .....

ب) ٣^{٤} × ٣^{٣}، ٣$^{٤+٣}$

.....، .....

ماذا تستنتج؟.....

١- لكل أ عدد غير صفري، م، ن عددين صحيحين يكون أ^{م} × أ^{ن} = أ$^{م+ن}$.

مثال (١)

اختصر كلًّا مما يلي:

أ) ٦^{٤} × ٦^{٣} ب) ٨^{٥} × ٨$^{-٤}$ جـ) س^{٢} × س^{٣}

د) ص × ص^{٢} × ص$^{-٣}$ هـ) س^{٤} × س$^{-٣}$

الحل:

أ) ٦^{٤} × ٦^{٣} = ٦$^{٤+٣}$ = ٦^{٧}

ب) ٨^{٥} × ٨$^{-٤}$ = ٨$^{٥-٤}$ = ٨^{١} = ٨

جـ) س^{٢} × س^{٣} = س$^{٢+٣}$ = س^{٥}

د) ص × ص^{٢} × ص$^{-٣}$ = ص$^{١+٢-٣}$ = ص^{٠} = ١

هـ) س^{٤} × س$^{-٣}$ = س$^{٤-٣}$ = س^{١}

حاول أن تحلّ

١) أوجد الناتج:

أ) ٤^{٥} × ٤^{٤} ب) ص^{٣} × ص^{٤} جـ) ب$^{-٢}$ × ب

احسب:

أ) $\frac{١٣^{٣}}{١٣^{٢}}$، ١٣$^{٣-٢}$

.....، .....

ب) $\frac{٧^{٣}}{٧}$، ٧$^{٣-١}$

.....، .....

ماذا تستنتج؟.....

٢- لكل أ عدد غير صفري، م، ن عددين صحيحين يكون: $\frac{أ^{م}}{أ^{ن}}$ = أ$^{م-ن}$.

انتبه

سنعتبر أنّ المقامات لا تساوي صفرًا أينما وجدت في هذه الوحدة.

هل تعلم؟

أن كل عدد غير الصفر مرفوعًا إلى أس الصفر يساوي دائمًا ١.

أي أن أ^{٠} = ١ حيث أ ≠ ٠.

٢- التعليم

تعلم

يتعلم الطالب قوانين الأسس لاستخدامها في إجراء العمليات الحسابية ولاحقًا في العمليات على كثيرات الحدود والحدوديات النسبية.

أمثلة بديلة

١ أوجد ناتج ما يلي:

(أ) $٤^{٤} \times ٤^{٢} \times ٤^{٣}$

$= ٤^{٤+٢+٣} = ٤^{٦} \times ٤^{٣} = ٤^{٣+٦} = ٤^{٩}$

(ب) $٣^{٥} \times ٣^{٣} \times ٣^{-٢}$

$= ٣^{٥} \times ٣^{-٢} = ٣^{٥} \times ٣^{٠} = ٣^{٥} \times ١ = ٣^{٥}$

(جـ) $\frac{(٣س^{٢})^{٢} \times س^{٣}}{س^{٤}} = \frac{٩س^{٤} \times س^{٣}}{س^{٤}} = ٩س^{٣}$

$(س \neq ٠)$

(د) $\frac{س^{-٢} \times ص^{-٣} \times س}{س^{-١} \times ص^{-٣}} = \frac{س^{-٢} \times س \times ص^{-٣}}{س^{-١} \times ص^{-٣}} =$

$\frac{س^{-٢+١} \times ص^{-٣}}{س^{-١} \times ص^{-٣}} = \frac{س^{-١} \times ص^{-٣}}{س^{-١} \times ص^{-٣}} = ١ \times ١ = ١$

$(س \neq ٠، ص \neq ٠)$

إجابات «حاول أن تحل»

١ (أ) $٤^{٩}$ (ب) $ص^{٧}$ (جـ) $ب^{-١}$

٢ (أ) $ب^{٤}$ (ب) ١٢ (جـ) $ص^{٦}$ (د) ١

٣ (أ) $\frac{١}{٤^{١٠}} = \frac{١}{١٠٠٠٠}$ (ب) $\frac{١}{٤^{٦}} = \frac{١}{١٢٩٦}$

(جـ) $ص^{٣}$

٤ (أ) $٨١ س^{٤}$ (ب) $١٢٥ ص^{٣}$ (جـ) $١٦ أ^{٢} ب^{٢} جـ^{٢}$

٥ $\frac{٣^{١٢} \times س^{١٢}}{٣^{٦} \times س^{٦}} = س^{٦}$ $(س \neq ٠)$

٦ (أ) $ص^{٣٥}$ (ب) $٩ س^{٨}$

٧ $١٨,٣ \times ١٠^{١٧}$ م^{٣}

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

إجابات «تحقق من فهمك»

١ لا، $٢^{١٢} \neq ٢^{٧}$.

مثال (٢)

اختصر كلًّا مما يلي:

أ $\frac{٨^{٥}}{٨^{٣}}$ ب $\frac{س^{٥}}{س^{٣}}$ جـ $\frac{س^{٧}}{س^{-٣}}$

الحل:

أ $\frac{٨^{٥}}{٨^{٣}} = ٨^{٥-٣} = ٨^{٢} = ٦٤$

ب $\frac{س^{٥}}{س^{٣}} = س^{٥-٣} = س^{٢}$

جـ $\frac{س^{٧}}{س^{-٣}} = س^{٧-(-٣)} = س^{٧+٣} = س^{١٠}$

حاول أن تحل

٢ اختصر كلًّا مما يلي:

أ $\frac{ب^{٤}}{ب^{٢}}$ ب $\frac{ص^{١٢}}{ص^{٦}}$ جـ $\frac{ص^{٣}}{ص^{-٣}}$ د $\frac{س^{٤}}{س^{-٢}}$

٣- لكل أ عدد غير صفري، م عدد صحيح يكون $أ^{-م} = \frac{١}{أ^{م}}$.

مثال (٣)

أوجد ناتج ما يلي:

أ $٧^{-٣}$ ب $\frac{٩^{٣}}{٩^{٥}}$ جـ $\frac{س^{٤}}{س^{٧}}$

الحل:

أ $٧^{-٣} = \frac{١}{٧^{٣}} = \frac{١}{٣٤٣}$

ب $\frac{٩^{٣}}{٩^{٥}} = ٩^{٣-٥} = ٩^{-٢} = \frac{١}{٩^{٢}} = \frac{١}{٨١}$

جـ $\frac{س^{٤}}{س^{٧}} = س^{٤-٧} = س^{-٣} = \frac{١}{س^{٣}}$

حاول أن تحل

٣ أوجد الناتج:

أ $(١٠)^{-٤}$ ب $\frac{٦^{٢}}{٦^{٥}}$ جـ $\frac{ص^{٤}}{ص^{٧}}$

احسب:

أ $(٢ \times ٣)^{٢}$، $٢^{٢} \times ٣^{٢}$

.....، .....

ب $(٥ \times ٤)^{٢}$، $٥^{٢} \times ٤^{٢}$

.....، .....

ماذا تستنتج؟

.....

٤- لكل أ، ب عددان غير صفريين، م عدد صحيح يكون $(أ \times ب)^{م} = أ^{م} \times ب^{م}$.

مثال (٤)

اختصر كلًّا مما يلي:

أ $(٤أ)^{٥}$ ب $(٢ س ص)^{٤}$ جـ $\frac{(٤ \times س)^{٥}}{س^{٢}}$

تذكر

$(س ص)^{٢} = (س \times ص)^{٢}$

$= س^{٢} \times ص^{٢}$

الحل:

أ $(٤أ)^{٥} = ٤^{٥} أ^{٥} = ١٠٢٤ أ^{٥}$.

ب $(٢ س ص)^{٤} = ٢^{٤} س^{٤} ص^{٤} = ١٦ س^{٤} ص^{٤}$.

جـ $\frac{(٤ \times س)^{٥}}{س^{٢}} = \frac{٤^{٥} \times س^{٥}}{س^{٢}} = ٤^{٥} \times س^{٥-(-٢)} = ١٠٢٤ س^{٧}$

حاول أن تحل

٤ اختصر كلًّا مما يلي:

أ $(٣س)^{٤}$ ب $(٥ \times ص)^{٢}$ جـ $(-٤ \times أ^{٢} \times ب \times جـ)^{٢}$

احسب:

أ $(\frac{٢}{٣})^{٢}$، $\frac{٢^{٢}}{٣^{٢}}$

.....، .....

ب $(\frac{٣}{٥})^{٢}$، $\frac{٣^{٢}}{٥^{٢}}$

.....، .....

ماذا تستنتج؟

.....

٥- لكل أ، ب عددان غير صفريين، م عدد صحيح يكون: $(\frac{أ}{ب})^{م} = \frac{أ^{م}}{ب^{م}}$.

❷ نعم، $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} = \left(\frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}\right) = \left(\frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}\right) \times ب^{ن}$

❸ نعم، $\frac{أ^{م}}{أ^{ن}} = أ^{م-ن} = \frac{١}{أ^{ن-م}}$

تقييم بديل

المجلة: اطلب إلى الطلاب كتابة قوانين الأسس في كراستهم لمساعدتهم في حل المسائل.

اختبار سريع

أوجد الناتج:

❶ $\frac{س^{٤} \times س^{-٢} \times ص}{ص^{-٢}}$ — $س^{٢} \times ص^{٣}$

❷ $\frac{٥^{٢} \times (-٢)^{٢}}{(٢)^{٢}}$ — $س \neq ٠ ، ص \neq ٠$

$\frac{١}{٢}$

مثال (٥)

اختصر كلًّا مما يلي:

❶ $\left(\frac{س}{ص}\right)^{٧}$، $ص \neq ٠$ ❷ $\frac{٢٤^{٥}}{٨^{٥}}$ ❸ $\frac{(٤س^{٢})^{٨}}{(٢س)^{٧}}$، $س \neq ٠$

الحل:

❶ $\left(\frac{س}{ص}\right)^{٧} = \frac{س^{٧}}{ص^{٧}}$.

❷ $\frac{٢٤^{٥}}{٨^{٥}} = \left(\frac{٢٤}{٨}\right)^{٥} = ٣^{٥} = ٢٤٣$.

❸ $\frac{(٤س^{٢})^{٨}}{(٢س)^{٧}} = \left(\frac{٤س^{٢}}{٢س}\right)^{٨} = (٢س)^{٨} = ٢^{٨}س^{٨} = ٢٥٦ س^{٨}$

حاولْ أن تحلّ

٥ اختصر:

$\left(\frac{٣^{٣}ص^{٤}}{٩س^{٢}}\right)^{٢}$

احسب:

❶ $(٤^{٢})^{٣}$، $٤^{٣\times٢}$

..... ، .....

❷ $(٥^{٣})^{٢}$، $٥^{٣\times٢}$

..... ، .....

ماذا تستنتج؟

.....

٦- لكل أ عدد غير صفري، م، ن عددان صحيحان يكون: $(أ^{م})^{ن} = أ^{م\times ن}$.

مثال (٦)

اختصر كلًّا مما يلي:

❶ $(س^{٣})^{٤}$ ❷ $٧^{٢} \times (٧^{-٢})^{٣}$ ❸ $\frac{(٧^{٢}س^{-٢})^{-٣}}{٦^{-٢}س^{٣}}$، $س \neq ٠$

الحل:

❶ $(س^{٣})^{٤} = س^{٣\times٤} = س^{١٢}$

❷ $٧^{٢} \times (٧^{-٢})^{٣} = ٧^{٢} \times ٧^{-٦} = ٧^{-٤} = \frac{١}{٧^{٤}}$

❸ $\frac{(٧^{٢}س^{-٢})^{-٣}}{٦^{-٢}س^{٣}} = \frac{(٧)^{-٦}(س^{-٢})^{-٣}}{٦^{-٢}س^{٣}} = \frac{٧^{-٦}س^{٦}}{٦^{-٢}س^{٣}} = \frac{٦^{٢}س^{٦-(-٣)}}{٧^{٦}} = \frac{٣٦ س^{٩}}{٧^{٦}}$

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

تمرَّنْ ٦-٢

قوانين الأسس
Laws of Exponents

تدرب وطبق

ابدأ حوّط لكلّ سؤال الإجابة أو الإجابات الصحيحة.

	الإجابات			
	أ	ب	جـ	د
(١) $٢^{٣}$ تساوي	٦	٨	٥	١٦
(٢) $٣^{٣} \times ٣^{٤}$ تساوي	$٨^{٣}$	$٩^{٦}$	$٣^{٣}$	$٣^{٩}$
(٣) $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢}$ تساوي	$\frac{٣}{٢}$	$\frac{٩}{٢}$	٢,٢٥	$\frac{٩}{٤}$
(٤) $(٠,٥)^{٤} \times ٢^{٤}$ تساوي	١	$٤^{١٠}$	$٨^{١٠}$	$٤^{١}$
(٥) تربيع $٢^{٤}$ يساوي	٢×٢^{٤}	$(٤^{٢})^{٢}$	$٨^{٢}$	$٦^{٢}$
(٦) $١٠^{٦}$ تساوي	مليون	١٠٠٠٠٠٠	٦٠٠٠٠٠٠	$٣^{١٠} \times ٣^{١٠}$

اختصر لأبسط صورة:

(٧) $س \times س^{٦} =$ _____ (٨) $(٥^{٢})^{٤} \times ٥ =$ _____

(٩) $(-٢)^{٣} \times (-٢)^{٧} =$ _____ (١٠) $س^{١١} \times س^{٨} =$ _____

(١١) $س^{٣} \times س \times س^{٢} =$ _____ (١٢) $\frac{٤^{٢}}{٤^{٣}} =$ _____

(١٣) $٢^{-٣} =$ _____ (١٤) $(٢^{-٤})^{٢} \times ٢^{٥} =$ _____

(١٥) $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٦} \times \left(\frac{١٠}{٣}\right)^{٦} =$ _____ (١٦) $(س^{٢}ص^{٣}) \times (س ص^{٤}) =$ _____

(١٧) $(أ^{-٣}ب) \times (أ^{٢}ب^{٢}) \times (أ^{٢}ب) =$ _____ (١٨) $(س^{٢}ص) \times (س^{٣})^{٢} =$ _____

(١٩) $(أ^{٥})^{٢} \times (أ ب) =$ _____ (٢٠) $(-٢ص)^{٣} =$ _____

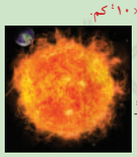
حاولْ أن تحلّ

٦ اختصر كلًّا مما يلي:

❶ $(ص^{٥})^{٧}$ ❷ $(٣س)^{٢} \times (س^{٣})^{٢}$

مثال (٧)

يبلغ طول قطر الشمس نحو $١,٥ \times ١٠^{٦}$ كم، ويبلغ طول قطر الأرض نحو $١,٢٧٦ \times ١٠^{٤}$ كم.
أوجد نسبة طول قطر الشمس إلى طول قطر الأرض.



الحل:

نسبة طول قطر الشمس إلى طول قطر الأرض $= \frac{١,٥ \times ١٠^{٦}}{١,٢٧٦ \times ١٠^{٤}} = \frac{١,١٧٦ \times ١٠^{٦-٤}}{١}$

$= \frac{١,١٧٦ \times ١٠^{٢}}{١}$

مثال (٨)

يقدّر حجم الأرض بنحو $١٠^{٢١}$ كم^{٣}، ويقدر حجم كوكب المشتري بنحو $٣,١٨ \times ١٠^{٣}$ مرّة من حجم الأرض، ما حجم المشتري؟

الحل:

حجم المشتري $= ٣,١٨ \times ١٠^{٢١} \times ٣,١٨ \times ١٠^{٣} = ١٠^{٢٤} \times ٣,١٨ \times ١٠^{٨}$ كم^{٣}.

حاولْ أن تحلّ

٧ أوجد حجم المشتري باستخدام القياس م^{٣}

تحقّق من فهمك

١ هل تتساوى $(٣٢)^{٤}$ مع ٣٢×٢^{٤}؟ فسّر.

٢ هل تتساوى $\left(\frac{أ ب}{جـ}\right)^{٥}$ مع $\left(\frac{أ}{جـ}\right)^{٥} \times ب^{٥}$؟ فسّر.

٣ هل تتساوى $\frac{أ^{م}}{أ^{ن}}$ مع $\frac{١}{أ^{ن-م}}$ حيث م > ن، م، ن عددان صحيحان.

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

١ $١,٩٢ \times ١٠^{١٣}$.

٢ ٤٠٠ ٠٠٠ ثانية.

٣ $\frac{٤٠}{١٠١}$

٤ $\frac{١}{١٨}$ (س ≠ ٠)

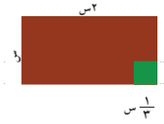
حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ يحتوي جسم الإنسان على ٦٤×١٠^{-٣} لتر من الدم في كل كيلوجرام من وزنه. ويحتوي كل لتر تقريبًا على ٥×١٠^{١٢} كريات دم حمراء. أوجد العدد التقريبي للكريات الحمراء في جسم شخص يبلغ وزنه ٦٠ كيلوجرامًا.

٢ ينصح الأطباء بانتظار مدّة ٥٦ يومًا للتبرع بالدم من جديد. حيث ينقص نحو ٢٤×١٠^{١١} كريات دم حمراء عند تبرعك بوحدة دم واحدة. وينتج جسم الإنسان غالبًا نحو ٦×١٠^{٦} كريات حمراء في الثانية. في كم ثانية ينتج جسم الإنسان خلايا الدم الحمراء التي فقدها عند تبرعه؟

٣ يحتوي كل ليتر من الدم بين ٤٠×١٠^{١٠}، ١٠١×١٠^{١٠} كريات دم بيضاء، التي تعتبر خط الدفاع الأول عن الجسم ضد الأمراض والالتهابات. اكتب نسبة هذين العددين في أبسط صورة.

٤ أوجد نسبة مساحة المربع الصغير إلى مساحة المستطيل في الرسم المقابل في أبسط صورة.



إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

(٢١) $(-٢ أ ب)(أ^{٢} ب^{٣})^{٤}$ = _____

(٢٢) $\frac{س^{٩}}{س^{٢}}$ = _____

(٢٣) $\frac{ب^{٢} جـ}{ب جـ^{٣}}$ = _____

(٢٤) $\frac{-٨ س^{٢} ص^{٢}}{٤ س^{٣} ص}$ = _____

(٢٥) $\left(\frac{٢ أ^{٢}}{٣ ب}\right)^{٣}$ = _____

أوجد الناتج.

(٢٦) $\left(\frac{١٢}{٢٣}\right)^{٠}$ = _____

(٢٧) $٦ - (٠,٢ - ١,٢)^{٥}$ = _____

التحضير للاختبار

(٢٨) ناتج $(١٠^{٣})^{٢} \times ١٠^{-٤}$ هو: _____

(أ) $١٠^{-١}$ (ب) $١٠^{٢}$ (جـ) ١٠ (د) $١٠^{١٠}$

(٢٩) ناتج $٨,٢ \times ١٠^{٩} \div ٤,١ \times ١٠^{٦}$ هو: _____

(أ) ٢×١٠^{٩} (ب) ٢×١٠^{٣} (جـ) ٢×١٠^{٣} (د) ٢×١٠^{١٥}

KuwaitMath.com

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يتعرف على كثيرة الحدود ودرجتها.
- يوجد قيمة كثيرات الحدود.

المصطلحات الأساسية

- كثيرة الحدود، حدّ، وحيدة الحدّ، ثنائية الحدّ (ذات الحدين)، ثلاثية الحدود، درجة.

مراجعة

احسب قيمة كل تعبير حيث ن = −٢، ١، ٥.

١ ن^{٢} + ٣ن − ٢ — −٤، ٢، ٣٨

٢ ٢ن^{٣} − ٤ن — −٨، −٢، ٢٣٠

٣ ٦ن^{٠} — ٦، ٦، ٦

صلة الدرس تعامل الطلاب بطريقة عامة مع تعبيرات كثيرات الحدود في حالات سابقة، ويستكشفون الآن عموميات أكثر لكثيرات الحدود وبعمق أكبر.

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

يكتب الطلاب كثيرة حدود للمساحة السطحية لصندوق.

التقييم المستمر

تحقق من نتائج الطلاب بعد الخطوة (٤)، تأكد أن الطلاب يفهمون أن ٢ تستبدل بـ س، وأن الخطوات من (١) إلى (٣) يجب تكرارها.

٣-٦

كثيرات الحدود
Polynomials

صلة الدرس سبق أن تعلمت التعابير الجبرية والمتغيرات والأسس، والآن سوف تستخدمها في كثيرات الحدود.

سوف تتعلّم
- إيجاد قيمة كثيرات الحدود.

من الاستخدامات
- يستخدم مبرمجو الحاسوب كثيرات الحدود لبرمجة التصاميم الثلاثية الأبعاد في ألعاب الفيديو.

المصطلحات الأساسية
- كثيرة الحدود Polynomial
- حدّ Term
- وحيدة الحدّ Monomial
- ثنائية الحدّ (ذات الحدين) Binomial
- ثلاثية الحدود Trinomial
- درجة Degree

استكشف كثيرات الحدود

١ أوجد مساحة كل وجه مربع من الصندوق الموضح.
٢ أوجد مساحة الأوجه المستطيلة.
٣ أوجد المساحة الكلية للصندوق بجمع مساحات كل الأوجه.
٤ إذا كان طول ضلع الوجه المربع س وحدة، فاكتب تعبيرًا يعطي المساحة السطحية للصندوق.
٥ كيف تتغير المساحة الكلية بتغير طول المربع؟ فسّر إجابتك.

تعلّم كثيرات الحدود

كثيرة الحدود (الحدودية): هي تعبير جبري لجزء (يسمى حدًّا) أو مجموع أجزاء (حدود) بحيث يكون كل حد هو عددًا (موجبًا أو سالبًا) مضروبًا في متغير أو في عدة متغيرات. وتكون أسس المتغيرات أعدادًا صحيحة غير سالبة.

فمثلًا:

كثيرة الحدود: −٢س^{٣} − ٤س^{٢} + ٣س + ١

الحدود: −٢س^{٣}، −٤س^{٢}، + ٣ س، + ١

لاحظ أن: س$^{-٢}$ + ١، ٧√س + س^{٠} − ١، ٤س^{٣} + ٧ ليست كثيرات حدود. لماذا؟

لبعض كثيرات الحدود تسميات خاصة:

وحيدة الحدّ: س، ٢س^{٣}، −٢ لوحيدة الحدّ حدّ واحد.

ثنائية الحدّ (حدانية): ع + ٢، س^{٢} − ٧س، ل^{٢} − ٤ لثنائية الحد حدّان.

ثلاثية الحدود: س + ٣س^{٢} − ٤س^{٣}، س^{٢} − ٤ س + ٣ لثلاثية الحدود ٣ حدود.

درجة كثيرة الحدود ذات متغير واحد هي قيمة أعلى أس للمتغير يظهر في أي حدّ.

٢س^{٣}، ٢س^{٢} − ٧، −٤س^{٢} + س — كثيرات حدود (حدوديات) من الدرجة الثالثة في س
ص^{٢} − ٤ص + ٣ — كثيرة حدود (حدودية) من الدرجة الثانية في ص
س، س + ٤ — كثيرات حدود من الدرجة الأولى في س
−٢ — وحيدة الحد من الدرجة صفر

يمكن أن نوضح درجة كثيرة الحدود ذات أكثر من متغير خلال الأمثلة التالية:

١ س^{٢}ص^{٥} + س^{٣} − ص — كثيرة حدود من الدرجة الثالثة في س
أو من الدرجة الخامسة في ص
أو من الدرجة السابعة في س، ص

٢ س ص^{٣} ع + ع^{٢} − ١ — كثيرة حدود من الدرجة الأولى في س
أو من الدرجة الثالثة في ص
أو من الدرجة الثانية في ع
أو من الدرجة الخامسة في س، ص، ع.

تكتب كثيرات الحدود بدءًا بالحدّ الأعلى درجة، ثم الذي يليه وهكذا، ويسمى ذلك كتابة كثيرة الحدود بترتيب تنازلي فمثلًا:
تكتب س^{٤} + ٣س^{٣} − ٢ س^{٦} + ٥ بترتيب تنازلي هكذا: −٢س^{٦} + س^{٤} + ٣س^{٣} + ٥.
ويمكن كتابتها بترتيب تصاعدي هكذا: ٥ + ٣س + س^{٤} − ٢س^{٦}

أمثلة

١ اكتب كثيرة الحدود س^{٥} + ٢س − ٦س^{٣} + ٢س^{٢} بترتيب تنازلي، ثمّ حدد درجتها.

الحل:

الترتيب التنازلي لكثيرة الحدود هو:

س^{٥} − ٦س^{٣} + ٢س^{٢} + ٢س

ولأن أعلى أس هو ٥ تكون كثيرة الحدود من الدرجة الخامسة.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

احسب المساحة السطحية، حيث س = ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠

١١٢، ١٥٠، ١٩٢، ٢٣٨، ٢٨٨، ٣٤٢، ٤٠٠

المتابعة

تأكد من فهم كل طالب كيف يحصل على إجابة الخطوة(٤).

إجابات «استكشف»

❶ مساحة كل وجه منهما $٢^{٢}$ = ٤ وحدات مربعة.

❷ مساحة كل وجه من الأربعة ٢ × (٥) = ١٠ وحدات مربعة.

❸ ٢ × $(٢^{٢})$ + ٤ × (٢ × ٥) = ٤٨ وحدة مربعة.

❹ ٢س^{٢} + ٤(٥ س) = ٢س^{٢} + ٢٠س.

❺ إجابة ممكنة: بتغير طول المربع تتغير مساحة كل وجه مربع ومساحة كل وجه مستطيل.

❷ اكتب كثيرة الحدود: ١٥ + ٢,٥ص^{٣} − ٣,٧ص − ٥,٠ص^{٢} + ٠,٠٤ص^{٤} بترتيب تنازلي، ثمّ حدّد درجتها.

الحل:

الترتيب التنازلي لكثيرة الحدود هو:

٠,٠٤ص^{٤} + ٢,٥ص^{٣} − ٥,٠ص^{٢} − ٣,٧ص + ١٥

حيث أعلى أس هو ٤ تكون كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة.

حاولْ أن تحلّ

❶ اكتب كثيرة الحدود س^{٣} + ٢ − ٤ س^{٢} − ٥ س^{٥} بترتيب تنازلي، ثم اكتبها بترتيب تصاعدي. ما درجة كثيرة الحدود؟

يمكن حساب قيمة كثيرات الحدود باستبدال المتغيرات بالأعداد المعطاة واستخدام ترتيب العمليات لتبسيط التعبير.

أمثلة

❸ احسب قيمة س^{٣} + س^{٢} − س + ٣، عندما س = −٤.

الحل:

$(-٤)^{٣} + (-٤)^{٢} - (-٤) + ٣$ بالتعويض عن س بـ −٤

= −٦٤ + ١٦ + ٤ + ٣

= −٤١

❹ يمكن كتابة حجم مكعّب بالقاعدة ح = ل^{٣}، حيث ح = الحجم، ل طول الضلع، أوجد حجم المكعب الذي طول ضلعه:

❶ ٣ م ❷ ١,٥ سم ❸ ٠,٢ دسم

الحل:

نعوض بالقيمة المعطاة لطول الضلع في القاعدة ح = ل^{٣}

❶ ح = $(٣)^{٣}$ = ٢٧، حجم المكعب ٢٧ م^{٣}.

❷ ح = $(١,٥)^{٣}$ = ٣,٣٧٥، حجم المكعب ٣,٣٧٥ سم^{٣}.

❸ ح = $(٠,٢)^{٣}$ = ٠,٠٠٨ ، حجم المكعب ٠,٠٠٨ دسم^{٣}.

حاولْ أن تحلّ

❷ احسب قيمة س^{٣} − س^{٢} + س + ٥

عندما: س = ٠، س = −٣.

فكرة مفيدة

يمكن للآلة الحاسبة مساعدتك في حساب قيمة كثيرات الحدود.

معلومة مفيدة

في كثيرة الحدود

س^{٣} − ٢ س + ٥

يسمى ٥ الحد المطلق.

مثال (٥)

يعطى حجم حوض ماء للطيور على شكل نصف كرة بالقاعدة ح = $\frac{٢}{٣}\pi$ ن^{٣} حيث ن هي طول نصف القطر. أوجد حجم الحوض لكل طول نصف قطر معطى.

(اعتبر π = ٣,١٤)

❶ ٠,٣ م ❷ ١,٢ م ❸ ٢,٢٥ م

الحل:

نعوّض بالقيمة المعطاة لطول نصف القطر في القاعدة ح = $\frac{٢}{٣}\pi$ ن^{٣}.

❶ حجم الحوض $\frac{٢}{٣}$ × ٣,١٤ × $(٠,٣)^{٣}$ = ٠,٠٥٦٥٢ م^{٣}.

❷ حجم الحوض $\frac{٢}{٣}$ × ٣,١٤ × $(١,٢)^{٣}$ = ٣,٦١٧٢٨ م^{٣}.

❸ حجم الحوض $\frac{٢}{٣}$ × ٣,١٤ × $(٢,٢٥)^{٣}$ = ٢٣,٨٤٤٣٧٥ م^{٣}.

معلومة مفيدة

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}\pi$ ن^{٣}

فيكون حجم نصف الكرة

= $\frac{١}{٢} \times \frac{٤}{٣}\pi$ ن^{٣}

= $\frac{٢}{٣}\pi$ ن^{٣}

حاولْ أن تحلّ

❸ يضع المهندسون المعماريون على رؤوسهم خوذًا على شكل نصف كرة أثناء تجولهم في الورش. ما حجم الخوذة إذا كان طول نصف قطرها ١,٢ دسم؟ (اعتبر π هي ٣,١٤)

تحقّق من فهمك

❶ كيف تحدّد درجة كثيرة الحدود؟

❷ هل قيمة كثيرة الحدود: س^{٣} + ٤ عندما س = ٣ تساوي قيمتها عندما س = −٣. فسّر إجابتك.

KuwaitMath.com

٢- التعليم

تعلم

لعدد مثل -٢ درجة صفر لأنه يمكن كتابته -٢س^{٠}، ذكر الطلاب بأن أي عدد غير الصفر مرفوع إلى القوة صفر، يساوي ١، لذلك فإن -٢س^{٠} = -٢ × ١ = -٢، وعادة لا نكتب الجزء س^{٠} من الحد.

أمثلة بديلة

❶ اكتب كثيرة الحدود س^{٣} + ٥ - ٤س + ٢ س^{٤} بترتيب تنازلي، ما درجة كثيرة الحدود؟

٢س^{٤} + س^{٣} - ٤س + ٥

الحد الذي درجته الأعلى هو ٢س^{٤} وبعد ذلك س^{٣}، ومن ثم ٤س، وأخيرًا ٥. لأن أكبر أسّ هو ٤. لذلك فإن درجة كثيرة الحدود هي ٤.

❷ اكتب كثيرة الحدود التالية: ٤٢٥س + ٢٥٠س^{٢} + ٣٧٥س^{٣} + ٣٠٠س^{٤} بترتيب تنازلي، ما هي درجتها؟

٣٠٠ س^{٤} + ٣٧٥ س^{٣} + ٢٥٠ س^{٢} + ٤٢٥ س،

حيث إن أكبر أس هو ٤ فإن درجة كثيرة الحدود هي ٤.

إجابات «حاول أن تحل»

❶ **-٥س^{٥} + س^{٣} -٤س^{٢} + ٢، ٢ - ٤س^{٢} + س^{٣} - ٥س^{٥}.**

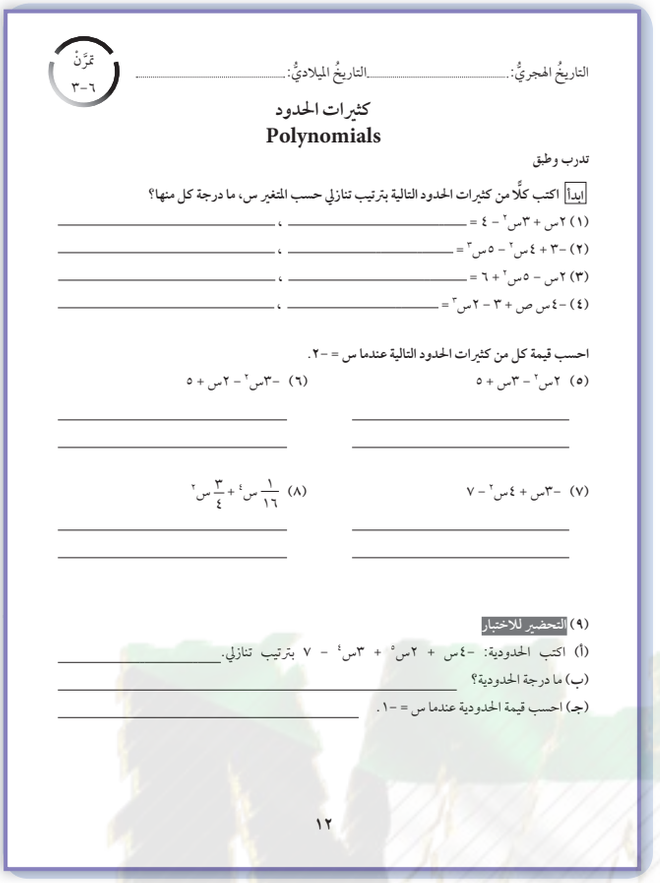
الدرجة هي ٥

❷ **٥، -٣٤** ❸ **٣,٦١٧٢٨ دسم^{٣}**

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

بالنسبة إلى السؤال (١)، دع الطلاب يجدون كلمات أخرى فيها أحادي، ثنائي، ثلاثي.



تمرّن ٣-٦

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

كثيرات الحدود
Polynomials

تدرب وطبق

ابدأ اكتب كلًّا من كثيرات الحدود التالية بترتيب تنازلي حسب المتغير س، ما درجة كل منها؟

(١) ٢س + ٣س^{٢} - ٤ = _____ ، _____

(٢) -٣ + ٤س^{٢} - ٥س^{٣} = _____ ، _____

(٣) ٢س - ٥س^{٢} + ٦ = _____ ، _____

(٤) -٤س ص + ٣ - ٢س^{٣} = _____ ، _____

احسب قيمة كل من كثيرات الحدود التالية عندما س = -٢.

(٥) ٢س^{٢} - ٣س + ٥ _____ _____

(٦) -٣س^{٢} - ٢س + ٥ _____ _____

(٧) -٣س + ٤س^{٢} - ٧ _____ _____

(٨) $\frac{١}{١٦}$ س^{٤} + $\frac{٣}{٤}$ س^{٢} _____ _____

(٩) التحضير للاختبار

(أ) اكتب الحدودية: -٤س + ٢س^{٥} + ٣س^{٤} - ٧ بترتيب تنازلي. _____

(ب) ما درجة الحدودية؟ _____

(جـ) احسب قيمة الحدودية عندما س = -١. _____

١٢

KuwaitMath.com

إجابات «تحقق من فهمك»

❶ ضع تعبير كثيرة الحدود في ترتيب تنازلي وابحث عن أعلى أس.

❷ تتغير قيمتها: ٣١، −٢٣.

تقييم بديل

ملف أداء الطالب: قد يجد الطلاب إيضاحات تقترح تطبيقات حياتية لكثيرات الحدود، ويضعون هذه في ملف أدائهم.

اختبار سريع

ليكن التعبير ٣س − ٥ + ٢س^{٣}:

❶ أعد كتابة التعبير مرتبًا تنازليًّا. ما درجته؟

٢س^{٣} + ٣س − ٥، ٣

❷ ما نوع التعبير؟ ثلاثية الحدود

❸ احسب قيمة التعبير، حيث س = ٢. ١٧

❹ اكتب ثنائية حدود درجتها ٤.

إجابة ممكنة: س^{٤} + ١

إجابات «المرشد لحل المسائل»

❶ ٤٧ مترًا تقريبًا. ❷ ٣,١٤ تقريبًا.

❸ م = ٤ π نق^{٢}، حـ = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}. ❹ ٢٣,٥ مترًا تقريبًا.

❺ ٥٥٢,٢٥ ، ١٢٩٧٧,٨٧٥.

❻ م = ٤ × ٣,١٤ × ٥٥٢,٢٥.

❼ حـ = $\frac{٤}{٣}$ × ٣,١٤ × ١٢ ٩٧٧,٨٧٥.

❽ (أ) م = ٦ ٩٣٦,٢٦ م^{٢} تقريبًا.

(ب) حـ ≅ ٥٤ ٣٣٤ م^{٣} تقريبًا.

❾ إجابة ممكنة: للتعويض في حل المعادلتين.

❿ (أ) م = ٤٥٢,١٦ م^{٢} تقريبًا.

(ب) حـ = ٩٠٤,٣٢ م^{٣} تقريبًا.

المرشد لحل المسائل (٦-٣)

في أحد مراكز الفضاء، صنع نموذج لمركبة فضاء كروية الشكل طول قطرها ٤٧ مترًا تقريبًا. استخدم π هي ٣,١٤ للإجابة عن الأسئلة التالية:

❶ استخدم المساحة = ٤ π نق^{٢}، حيث نق = طول نصف القطر لإيجاد المساحة الكلية التقريبية للنموذج.

❷ استخدم حـ = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}، حيث حـ = الحجم، نق = طول نصف القطر لإيجاد الحجم التقريبي للنموذج.

افهم

١ ما هو طول قطر النموذج؟

٢ ضع خطًّا تحت قيمة π التي ستستخدمها.

٣ اكتب قانون المساحة الكلية والحجم.

خطّط

٤ ما هو طول نصف قطر النموذج؟

٥ أوجد قيمة نق^{٢}، نق^{٣}.

٦ أكمل المعادلة لإيجاد المساحة الكلية م =

٧ أكمل المعادلة لإيجاد الحجم حـ =

حلّ

٨ حل المعادلتين في (٦)، (٧)

❶ المساحة السطحية (الكلية):

❷ الحجم:

تحقّق

٩ لماذا أوجدت نق^{٢}، نق^{٣} كخطوة أولى لحل المعادلتين السابقتين؟

حلّ مسألة أخرى

١٠ في أحد المتاحف، صالة عرض كروية الشكل طول قطرها ١٢ مترًا تقريبًا. استخدم π = ٣,١٤ للإجابة عن الأسئلة التالية:

❶ استخدم قانون المساحة الكلية للكرة لإيجاد مساحتها الكلية التقريبية.

❷ استخدم قانون حجم الكرة لإيجاد حجمها التقريبي.

٣١

KuwaitMath.com

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

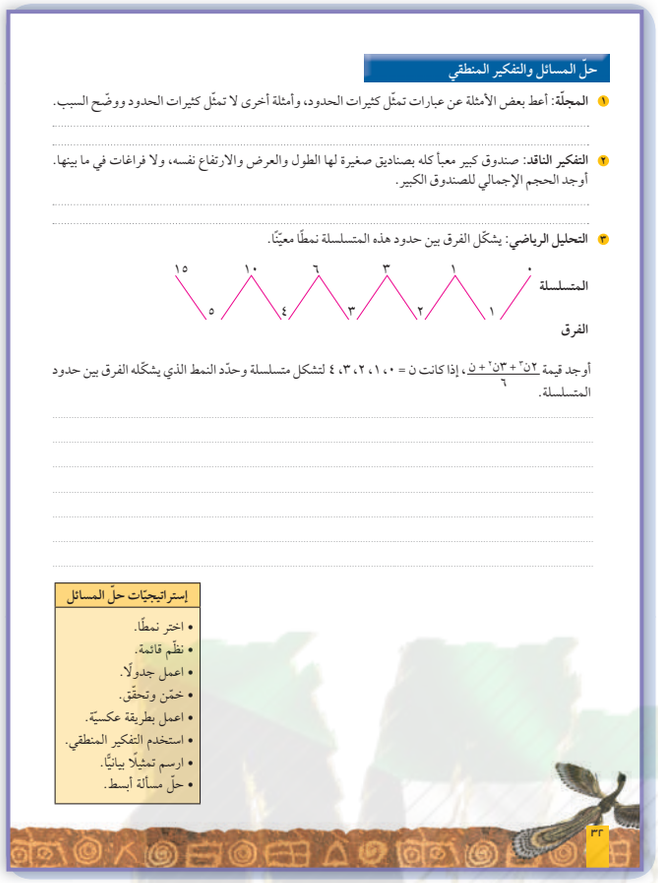
❶ $٢س^{٢} - ٤س$ (كثيرة حدود)، $\frac{٣س - ٥}{س^{٢} + س}$ ليست كثيرة حدود (وجود المتغيّر س في المقام).

❷ لنفترض أن س ضلع الصندوق الصغير فيكون حجمه $س^{٣}$، وإذا كان عدد الصناديق الصغيرة التي ملأت الصندوق الكبير يساوي ن فإذًا حجم الصندوق الكبير هو ح = ن $س^{٣}$.

❸ ٠، ١، ٥، ١٤، ٣٠.
والفروق هي مربعات تامة:

$١ - ٠ = ١ = ١^{٢}$ $\quad$ $٥ - ١ = ٤ = ٢^{٢}$

$١٤ - ٥ = ٩ = ٣^{٢}$ $\quad$ $٣٠ - ١٤ = ١٦ = ٤^{٢}$



حلّ المسائل والتفكير المنطقي

❶ **المجلّة:** أعط بعض الأمثلة عن عبارات تمثّل كثيرات الحدود، وأمثلة أخرى لا تمثّل كثيرات الحدود ووضّح السبب.

❷ **التفكير الناقد:** صندوق كبير معبأ كله بصناديق صغيرة لها الطول والعرض والارتفاع نفسه، ولا فراغات في ما بينها. أوجد الحجم الإجمالي للصندوق الكبير.

❸ **التحليل الرياضي:** يشكّل الفرق بين حدود هذه المتسلسلة نمطًا معيّنًا.

المتسلسلة ٠ ١ ٥ ١٤ ٣٠ ٥٥

الفرق ١ ٤ ٩ ١٦ ٢٥

أوجد قيمة $\frac{٢ن^{٣} + ٣ن^{٢} + ن}{٦}$، إذا كانت ن = ١، ٢، ٣، ٤ لتشكل متسلسلة وحدّد النمط الذي يشكّله الفرق بين حدود المتسلسلة.

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

٣٢

KuwaitMath.com

٦ – ٤

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يجمع كثيرات الحدود ويطرحها.

المصطلحات الأساسية

- حدود متشابهة، مبسّط

الأدوات المستخدمة

بلاطات الجبر

مراجعة

أوجد الناتج:

١ (٣ + ٥٠ + ١٠٠) + (٥ + ٢٠ + ٤٠٠) — ٥٧٨

٢ (٢ + ٨٠ + ٣٠٠) + (٧ + ٦٠٠) — ٩٨٩

٣ (٨ + ٩٠ + ٥٠٠) – (٢ + ٢٠ + ٢٠٠) — ٣٧٦

٤ (٧ + ٨٠ + ٦٠٠) – (٤ + ٥٠٠) — ١٨٣

صلة الدرس ذكر الطلاب بأنهم في الدرس السابق قد استخدموا كثيرة حدود لوصف المساحة السطحية لصندوق، وبجمع كثيرات الحدود أمكنهم إيجاد المساحة السطحية الكلية للعديد من هذه الصناديق.

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

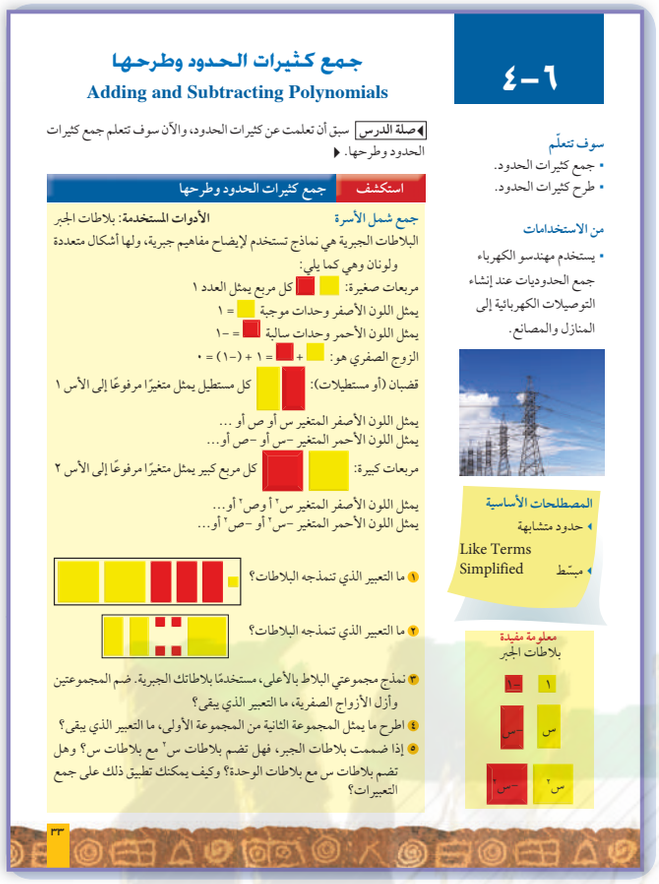
يستخدم الطلاب بلاطات الجبر لنمذجة جمع كثيرات الحدود وطرحها.

التقييم المستمر

تأكد من أن الطلاب يوجدون أزواجًا صفرية صائبة في نمذجتهم، تحقق من أن الطلاب لا يدمجون البلاطات غير المتشابهة.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

لماذا في رأيك تزال الأزواج الصفرية عند دمج مجموعتين من البلاطات؟ **حيث إن مجموعهم صفر، نطبق خاصية المحايد الجمعي.**



٤-٦

جمع كثيرات الحدود وطرحها

Adding and Subtracting Polynomials

صلة الدرس سبق أن تعلمت عن كثيرات الحدود، والآن سوف تتعلم جمع كثيرات الحدود وطرحها.

سوف تتعلّم
- جمع كثيرات الحدود.
- طرح كثيرات الحدود.

من الاستخدامات
- يستخدم مهندسو الكهرباء جمع الحدوديات عند إنشاء التوصيلات الكهربائية إلى المنازل والمصانع.

المصطلحات الأساسية
- حدود متشابهة Like Terms
- مبسّط Simplified

معلومة مفيدة
بلاطات الجبر

استكشف | جمع كثيرات الحدود وطرحها

جمع شمل الأسرة

الأدوات المستخدمة: بلاطات الجبر

البلاطات الجبرية هي نماذج تستخدم لإيضاح مفاهيم جبرية، ولها أشكال متعددة ولونان وهي كما يلي:

مربعات صغيرة: كل مربع يمثل العدد ١

يمثل اللون الأصفر وحدات موجبة = ١

يمثل اللون الأحمر وحدات سالبة = –١

الزوج الصفري هو: + = ١ + (–١) = ٠

قضبان (أو مستطيلات): كل مستطيل يمثل متغيرًا مرفوعًا إلى الأس ١

يمثل اللون الأصفر المتغير س أو ص أو ...

يمثل اللون الأحمر المتغير –س أو –ص أو...

مربعات كبيرة: كل مربع كبير يمثل متغيرًا مرفوعًا إلى الأس ٢

يمثل اللون الأصفر المتغير س^{٢} أو ص^{٢} أو...

يمثل اللون الأحمر المتغير –س^{٢} أو –ص^{٢} أو...

١ ما التعبير الذي تنمذجه البلاطات؟

٢ ما التعبير الذي تنمذجه البلاطات؟

٣ نمذج مجموعتي البلاط بالأعلى، مستخدمًا بلاطاتك الجبرية. ضم المجموعتين وأزل الأزواج الصفرية، ما التعبير الذي يبقى؟

٤ اطرح ما يمثل المجموعة الثانية من المجموعة الأولى، ما التعبير الذي يبقى؟

٥ إذا ضممت بلاطات الجبر، فهل تضم بلاطات س^{٢} مع بلاطات س؟ وهل تضم بلاطات س مع بلاطات الوحدة؟ وكيف يمكنك تطبيق ذلك على جمع التعبيرات؟

٣٣

تعلّم | جمع كثيرات الحدود وطرحها

تذكر من الدرس الأخير أن كثيرات الحدود تتضمن حدودًا، **الحدود المتشابهة** هي الحدود التي لها المتغير نفسه مرفوعًا للأس نفسه.

٣س^{٢}، –٢س^{٢} حدان متشابهان لأنهما يتضمنان المتغير س مرفوعًا للأس ٢،

وأيضًا ٤س^{٣}، –٨س^{٣} حدان متشابهان لأنهما يتضمنان المتغير س مرفوعًا للأس ٣،

ويمكن ضم الحدود المتشابهة كالتالي:

٣س^{٢} + (–٢س^{٢}) = (٣ + (–٢)) س^{٢} = ١س^{٢} = س^{٢}

٤س^{٣} + (–٨س^{٣}) = (٤ – ٨)س^{٣} = –٤س^{٣}

مثال (١)

اجمع كثيرات الحدود: ٥س + ٢س^{٣} + ٦، –س^{٢} – ٤س^{٣} – ٣س

الحل:

جمع كثيرات الحدود رأسيًا:

٢ س^{٣} + ٥س + ٦	نرتب الحدود تنازليًا
–٤س^{٣} – س^{٢} – ٣س	نضع الحدود المتشابهة أسفل بعضها
–٢س^{٣} – س^{٢} + ٢س + ٦	نجمع الحدود المتشابهة

جمع كثيرات الحدود أفقيًا:

(٥س + ٢س^{٣} + ٦) + (–س^{٢} – ٤س^{٣} – ٣س)

= ٥س + ٢س^{٣} + ٦ – س^{٢} – ٤س^{٣} – ٣س — نكتب من دون أقواس

= (٢س^{٣} – ٤س^{٣}) + (– س^{٢}) + (٥س – ٣س) + ٦ — نرتب الحدود ونجمع

= – ٢س^{٣} – س^{٢} + ٢س + ٦ — الحدود المتشابهة

حاول أن تحلّ

١ اجمع كثيرات الحدود: –٣س^{٢} – ٤س + ٢، ٥س^{٢} + س – ٧.

٣٤

المتابعة

اسأل من يرغب من الطلاب أن يشاركوا في إجابة الخطوتين (٣)، (٤)، وليوضح أحدهم الخطوات التي استخدمها لجمع كثيرات الحدود، ناقش مع الفصل إجابات هذا الطالب عن الخطوة (٥).

إجابات «استكشف»

١ ٢س^{٢} – ٣س + ١

٢ س^{٢} + ٢س – ٤

٣ ٣س^{٢} – س – ٣

٤ س^{٢} – ٥س + ٥

٥ كلا. كلا. أدمج فقط الحدود المتشابهة.

٢ – التعليم

تعلم

قد ترغب في المقارنة بين جمع كثيرات الحدود، وجمع الأعداد الصحيحة مكتوبة بصورة المفكوك، فمثلًا قارن بين:

(٣ + ٥٠ + ١٠٠) + (٥ + ٢٠ + ٤٠٠)، وبين

(٣ + ٥س + س^{٢}) + (٥ + ٢س + ٤س^{٢}).

أمثلة بديلة

١ بسّط كل تعبير، رتّب الحدود تنازليًّا، جمِّع الحدود المتشابهة، ادمج الحدود المتشابهة:

(أ) ٨ + س + ٥س^{٢} – ٤س

٥س^{٢} + س – ٤س + ٨

= ٥س^{٢} + (١ – ٤)س + ٨

= ٥س^{٢} + (–٣)س + ٨

= ٥س^{٢} – ٣س + ٨

(ب) ٢ص^{٢} + (–٩ص) + ٧ص^{٢} – ص

٢ص^{٢} + ٧ص^{٢} + (–٩ص) – ص

= (٢ + ٧)ص^{٢} + (–٩ – ١)ص

= ٩ص^{٢} + (–١٠)ص

= ٩ص^{٢} – ١٠ص

أمثلة

٢ اجمع كثيرات الحدود ٢س^{٢} – ٤س –٨، –س^{٢} + ٢، س –٣ رأسيًّا وأفقيًّا.

الحل:

جمع كثيرات الحدود رأسيًّا:

٢س^{٢}	–٤س	–٨
–١س^{٢}		+٢
	+ س	–٣
س^{٢}	–٣س	–٩

ترتب الحدود تنازليًّا

نضع الحدود المتشابهة أسفل بعضها

نجمع الحدود المتشابهة

جمع كثيرات الحدود أفقيًّا:

(٢س^{٢} – ٤س – ٨) + (–س^{٢} + ٢) + (س – ٣)

= ٢س^{٢} – ٤س – ٨ – س^{٢} + ٢ + س – ٣ نكتب من دون أقواس

= (٢س^{٢} – س^{٢}) + (–٤س + س) + (–٨ + ٢ – ٣) ترتب الحدود

= س^{٢} + (–٣س) + (–٩) نجمع الحدود المتشابهة

= س^{٢} – ٣س – ٩

فكرة مفيدة لحلّ المسائل

عند جمع الحدود المتشابهة، نفكر في س^{٢} كتفاحات، س كبرتقالات، الحدود المطلقة كثمار موز. يمكننا فقط جمع التفاح إلى التفاح، والبرتقال إلى البرتقال، والموز إلى الموز.

حاولْ أن تحلّ

٢ اجمع ٥س^{٢} + ٢س – ٤، ٥س – ٢س^{٢}، س – ٦.

٣ أوجد تعبيرًا لمساحة أرضية حظيرة الدواجن الموضحة، وإذا فرض أن س = ٦ أمتار، فما مساحتها؟

الحل:

لإيجاد مساحة الأرضية نجمع كثيرتي الحدود أفقيًّا:

(س^{٢} + ٧س + ٦) + (س^{٢} – ٤)

= (س^{٢} + س^{٢}) + ٧س + (٦ – ٤) نرتب الحدود تنازليًّا ونجمع الحدود المتشابهة

= ٢س^{٢} + ٧س + ٢

هل تعلم؟

يضع طائر البقر (أمريكا الجنوبية) بيضه في أعشاش الطيور الأخرى ويتركه ليفقس، فتقوم الطيور الأخرى برعاية صغاره.

ويمكن أيضًا جمع كثيرات الحدود رأسيًّا:

س^{٢}	+ ٧س	+ ٦
	+ س^{٢}	– ٤
٢س^{٢}	+ ٧س	+ ٢

ترتب الحدود تنازليًّا

نضع الحدود المتشابهة أسفل بعضها رأسيًّا

نجمع الحدود المتشابهة

مساحة الأرضية = ٢س^{٢} + ٧س + ٢

عندما س = ٦

المساحة = ٢(٦)^{٢} + ٧(٦) + ٢

= ٢ × (٣٦) + ٤٢ + ٢

= ١١٦

مساحة حظيرة الدّواجن ١١٦م^{٢}.

حاولْ أن تحلّ

٣ أوجد تعبير مساحة المنطقة الموضحة، ما المساحة عندما س = ١٠؟

تذكر من العمل السابق ببلاطات الجبر أن كلًّا مما يأتي معكوسات جمعية، تكوّن أزواجًا صفرية.

سبق أن تعرفت المعكوس الجمعي لعدد، وعندما تجمع عددًا إلى معكوسه الجمعي تحصل على صفر، فمثلًا معكوس ٣ الجمعي هو –٣، معكوس س^{٢} الجمعي هو –س^{٢}، معكوس –٥س^{٢} الجمعي هو ٥س^{٢}، وتعلمت أيضًا أن طرح عدد صحيح هو نفسه جمع معكوسه الجمعي، فمثلًا أ – ب هو نفسه مثل أ + (–ب).

مثال (٤)

أوجد المعكوس الجمعي لكثيرة الحدود: س^{٢} + ٤س – ٨.

الحل:

–(س^{٢} + ٤س – ٨) نأخذ المعكوس الجمعي لكثيرة الحدود

= –س^{٢} – ٤س + ٨ نأخذ المعكوس الجمعي لكل حد في كثيرة الحدود

تذكر

يمكنك استخدام خاصية توزيع الضرب لإزالة الأقواس عند تبسيط كثيرات الحدود.

عند طرح كثيرات الحدود نضيف المعكوس الجمعي.

مثال (٥)

اطرح: (٦س^{٣} + ٢س^{٢} – ٥) – (س^{٣} – ٣س^{٢} + ٧) أفقيًّا ورأسيًّا.

الحل:

= (٦س^{٣} + ٢س^{٢} – ٥) + (– (س^{٣} – ٣س^{٢} + ٧)) نجمع المعكوس الجمعي لكثيرة الحدود الثانية

❷ اجمع كثيرات الحدود:

٦س^{٢} – ٢س – ٩، –٤س^{٢} + ٣، س – ٢

(٦س^{٢} – ٢س – ٩) + (–٤س^{٢} + ٣) + (س – ٢)

نكتب من دون أقواس:

= ٦س^{٢} – ٢س – ٩ + –٤س^{٢} + ٣ + س – ٢

نجمّع الحدود المتشابهة:

= (٦س^{٢} + –٤س^{٢}) + (–٢س + س)

+ (–٩ + ٣ – ٢)

ندمج الحدود المتشابهة للتبسيط:

= (٢س^{٢}) + (–س) + (–٨)

= ٢س^{٢} – س – ٨

❸ أوجد تعبيرًا لمساحة الشقة الموضحة في المخطط أدناه، إذا كان س هو ٣ أمتار، فما المساحة؟

س^{٢} +٢س
٦س^{٢} +٧س+٢

لإيجاد المساحة نجمع كثيرتي الحدود:

(٦س^{٢} + ٧س + ٢) + (س^{٢} + ٢س)

= (٦س^{٢} + س^{٢}) + (٧س + ٢س) + ٢

نجمّع الحدود المتشابهة:

= ٧س^{٢} + ٩س + ٢ بدمج الحدود المتشابهة

أو:

ننظّم الحدود في ترتيب تنازلي، جمع الحدود المتشابهة بوضعها تحت بعضها بعضًا وادمج الحدود المتشابهة.

٦س^{٢} + ٧س + ٢

+ س^{٢} + ٢س + ٠

٧س^{٢} + ٩س + ٢

وعندما س = ٣:

٧ × (٣)^{٢} + ٩ × (٣) + ٢ = ٧ × (٩) + ٢٧ + ٢ = ٩٢

مساحة الشقة هي ٩٢ م^{٢}

= (٦س^{٢} + ٢س^{٢} – ٥) + (–س^{٢} + ٣س^{٢} – ٧) نوجد المعكوس الجمعي للحدود بين القوسين

= ٦س^{٢} + ٢س^{٢} – ٥ – س^{٢} + ٣س^{٢} – ٧

= (٦ س^{٢} – س^{٢}) + (٢ س^{٢} + ٣ س^{٢}) + (–٥ – ٧) نجمع الحدود المتشابهة

= ٥س^{٢} + ٥س^{٢} – ١٢

وكما في الجمع يمكن إجراء الطرح رأسيًا:

(٦س^{٢} + ٢س^{٢} – ٥) + (–(س^{٢} – ٣س^{٢} + ٧)) نجمع المعكوس الجمعي لكثيرة الحدود الثانية

= (٦س^{٢} + ٢س^{٢} – ٥) + (–س^{٢} + ٣س^{٢} – ٧) نوجد المعكوس الجمعي للحدود بين القوسين

٦س^{٢} + ٢س^{٢} – ٥ نرتب الحدود تنازليًا

–س^{٢} + ٣س^{٢} – ٧ نضع الحدود المتشابهة أسفل بعضها رأسيًا

٥س^{٢} + ٥س^{٢} – ١٢ نجمع الحدود المتشابهة

حاولْ أن تحلّ

٤ أوجد المعكوس الجمعي لـ (–٢س^{٢} + ١).

٥ أوجد الناتج: (٤س^{٢} + ٦س^{٢} – ٢س) – (٢س^{٢} – ٨س + ٥).

الحساب الذهنيّ

عند طرح كثيرات الحدود يمكن إجراء خطوات عديدة ذهنيًا.

مثال (٦)

اطرح: ٤ص^{٢} + ٢ص^{٣} – ٣ص من ٧ص^{٣} – ص^{٢} + ٢

الحل:

(٧ص^{٣} – ص^{٢} + ٢) – (٤ص^{٢} + ٢ص^{٣} – ٣ص) كتابة عملية الطرح

= (٧ص^{٣} – ص^{٢} + ٢) + (–(٤ص^{٢} + ٢ص^{٣} – ٣ص)) نجمع المعكوس الجمعي لكثيرة الحدود الثانية

= (٧ص^{٣} – ص^{٢} + ٢) + (–٤ص^{٢} – ٢ص^{٣} + ٣ص) نوجد المعكوس الجمعي لكثيرة الحدود الثانية

= ٧ص^{٣} – ص^{٢} + ٢ – ٤ص^{٢} – ٢ص^{٣} + ٣ص إزالة الأقواس

= (٧ص^{٣} – ٢ص^{٣}) + (–ص^{٢} – ٤ص^{٢}) + ٣ص + ٢ تجميع الحدود المتشابهة

= ٥ص^{٣} – ٥ص^{٢} + ٣ص + ٢

حاولْ أن تحلّ

٦ اطرح ص^{٣} + ٢ص^{٢} – ١ من ص^{٣} + ص^{٢}

مثال (٧)

كتب سلطان في وصيته ما يلي:

توزع الأرض في الشكل المقابل بالتساوي بين أخوين.

اكتب حصة كل واحد من الأخوين على صورة مقدار جبري.

الحل:

لدينا ٦ مربعات كبيرة باللون الأصفر تمثل ٦س^{٢} فيكون لكل واحد ٣س^{٢}. يوجد أيضًا ٨ مستطيلات صفراء تمثل ٨س فيكون لكل واحد ٤س وأخيرًا يوجد ١٦ مربعًا صغيرًا أصفر اللون فيكون لكل واحد ٨ وحدات، ويكون، تاليًا، نصيب كل واحد من الأخوين كمقدار جبري هو: ٣س^{٢} + ٤س + ٨.

مثال (٨)

في المدينة أ يبلغ تعداد السكان بالآلاف:

٤,٨س^{٤} – ١٥٥,٧س^{٣} + ١٨٥٥,٥س^{٢} – ٩١٧١,٣س + ٤٧,٦

وفي المدينة ب يبلغ تعداد السكان بالآلاف:

٠,٩س^{٤} – ١٤٦٥,٣س + ٣٩٢٤ – ٢٧,٧س^{٣} + ٣١٥,٦س^{٢}

أوجد بدلالة س التعداد السكاني في المدينتين معًا.

الحل:

نجمع المقدارين.

٥,٧س^{٤} – ١٨٣,٤س^{٣} + ٢١٧١,١س^{٢} – ١٠٦٣٦,٦س + ٣٩٧١,٦

حاولْ أن تحلّ

٧ من مثال (٧)، أوجد بدلالة س فرق التعداد السكاني بين سكان المدينتين.

تحقّق من فهمك

١ اذكر مثالًا للحدود المتشابهة ومثالًا للحدود غير المتشابهة. فسّر إجابتك.

٢ عند جمع ثنائيّ حدود، هل يمكن أن يكون ناتج الجمع ثلاثي الحدود؟ فسّر.

٣ عند كتابة كثيرة حدود بترتيب تنازلي، على ماذا تعتمد لتحقيق الترتيب؟

٤ اطرح كثيرات الحدود:

٤س^{٣} – ٣س + ٧، –٥س^{٣} + ٦ س

نستخدم الأقواس:

(٤س^{٣} – ٣س + ٧) – (–٥س^{٣} + ٦س)

نستخدم المعكوس الجمعي:

(٤س^{٣} – ٣س + ٧) + (٥س^{٣} – ٦س)

نكتب من دون أقواس:

= ٤س^{٣} – ٣س + ٧ + ٥س^{٣} – ٦س

نجمِّع الحدود المتشابهة:

= ٤س^{٣} + ٥س^{٣} – ٣س – ٦س + ٧

ندمج الحدود المتشابهة للتبسيط:

= ٩س^{٣} – ٩س + ٧

إجابات «حاول أن تحل»

١ ٢س^{٢} – ٣س – ٥

٢ ٣س^{٢} + ٨س – ١٠

٣ ٢س^{٢} + ٩س – ١١، ٢٧٩ وحدة مربعة.

٤ ٢س^{٣} – ١.

٥ ٢س^{٣} + ٦س^{٢} + ٦س – ٥

٦ –ص^{٣} + ١

٧ ٩,٣س^{٤} – ١٢٨س^{٣} + ٩,٥٣٩ ١س^{٢} – ٧٠٦ ٧س – ٣٨٧٦,٤

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

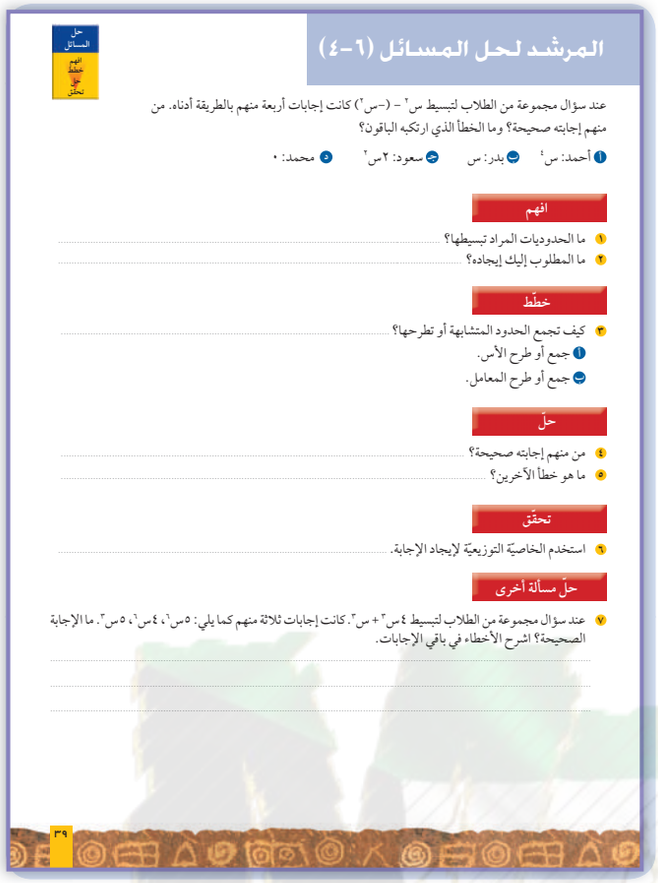
إذا أجاب الطلاب بـ «كلا» عن السؤال (٢)، اطلب إليهم مراجعة الأمثلة. في المثال (٢)، يجب أن يوجدوا ثنائيتين إذا جمعتا تعطيان ثلاثية الحدود.

إجابات «تحقق من فهمك»

١ إجابة ممكنة: ٤س^{٢} + ٢س^{٢}، ٢س + س^{٢}، للحدود المتشابهة الأس نفسه في المتغيرات.

٢ نعم، إذا كان زوج واحد فقط من الحدود متشابهين.

٣ الأسس.



المرشد لحل المسائل (٦-٤)

حل المسائل: افهم، خطط، حل، تحقق

عند سؤال مجموعة من الطلاب لتبسيط س^{٢} – (–س^{٢}) كانت إجابات أربعة منهم بالطريقة أدناه. من منهم إجابته صحيحة؟ وما الخطأ الذي ارتكبه الباقون؟

أ أحمد: س^{٤} ب بدر: س ج سعود: ٢س^{٢} د محمد: ٠

افهم

١ ما الحدوديات المراد تبسيطها؟

٢ ما المطلوب إليك إيجاده؟

خطّط

٣ كيف تجمع الحدود المتشابهة أو تطرحها؟

أ جمع أو طرح الأس.

ب جمع أو طرح المعامل.

حلّ

٤ من منهم إجابته صحيحة؟

٥ ما هو خطأ الآخرين؟

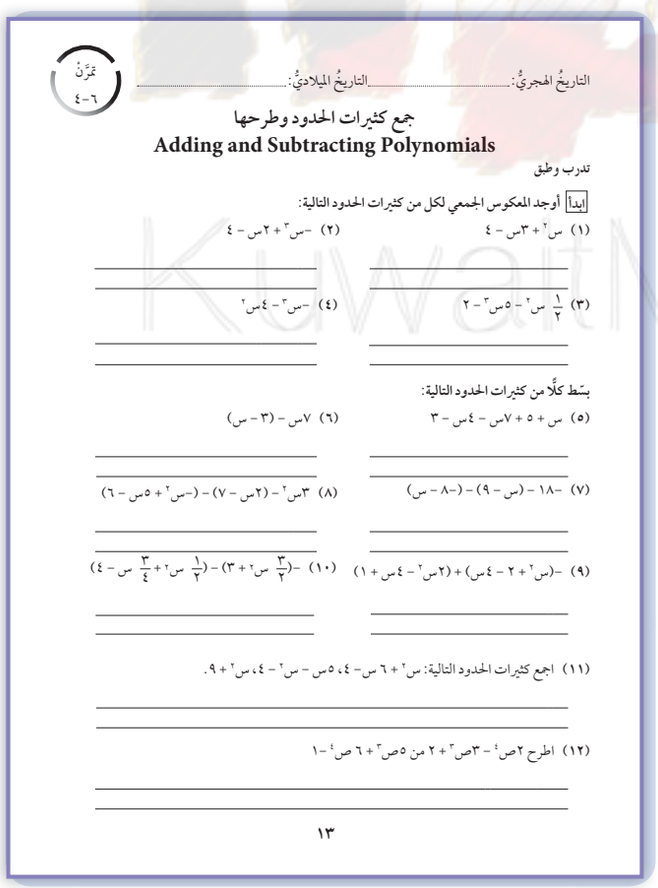
تحقّق

٦ استخدم الخاصيّة التوزيعيّة لإيجاد الإجابة.

حلّ مسألة أخرى

٧ عند سؤال مجموعة من الطلاب لتبسيط ٤س^{٣} + س^{٣}. كانت إجابات ثلاثة منهم كما يلي: ٥س^{٦}، ٤س^{٦}، ٥س^{٣}. ما الإجابة الصحيحة؟ اشرح الأخطاء في باقي الإجابات.

٣٩



تمرّن ٦-٤

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

جمع كثيرات الحدود وطرحها

Adding and Subtracting Polynomials

تدرب وطق

ابدأ أوجد المعكوس الجمعي لكل من كثيرات الحدود التالية:

(١) س^{٢} + ٣س – ٤

(٢) –س^{٣} + ٢س – ٤

(٣) $\frac{١}{٢}$ س^{٢} – ٥س^{٣} – ٢

(٤) –س^{٣} – ٤س^{٢}

بسّط كلًّا من كثيرات الحدود التالية:

(٥) س + ٥ + ٧س – ٤س – ٣

(٦) ٧س – (٣ – س)

(٧) –١٨ – (س – ٩) – (–٨ – س)

(٨) ٣س^{٢} – (٢س – ٧) – (–س^{٢} + ٥س – ٦)

(٩) –(س^{٢} + ٢ – ٤س) + (٢س^{٢} – ٤س + ١)

(١٠) –($\frac{٣}{٢}$ س^{٢} + ٣) – ($\frac{١}{٢}$ س^{٢} + $\frac{٣}{٤}$ س – ٤)

(١١) اجمع كثيرات الحدود التالية: س^{٢} + ٦ س – ٤، ٥س – س^{٢} – ٤، س^{٢} + ٩.

(١٢) اطرح ٢ص^{٤} – ٣ص^{٣} + ٢ من ٥ص^{٣} + ٦ ص^{٤} – ١

١٣

KuwaitMath.com

تقييم بديل

المجلة: اطلب إلى الطلاب أن يفكروا في القواعد العامة لجمع الأعداد الصحيحة وطرحها، وما تعلموه عن جمع كثيرات الحدود، اجعلهم يكتبون فقرة يستطيعون من خلالها التوقع بالقواعد التي يمكن تطبيقها لطرح كثيرات الحدود، وأخبرهم بأنهم سيتحققون من صحة توقعاتهم في الدرس التالي.

اختبار سريع

بسِّط ما يلي:

١ ٤س + ٦ + س^{٣} − ٢س + ٣س^{٢} + ١

س^{٣} + ٣س^{٢} + ٢س + ٧

٢ ٣س^{٢} + ٢ص + ٣س + ٢ + ع^{٢} + ٧ + ص

٣س^{٢} + ع^{٢} + ٣س + ٣ص + ٩

٣ س^{٢} − ٩س + ٦ + ٤س^{٢} + ١٣

٥س^{٢} − ٩س + ١٩

٤ ٢س^{٢} + ٥س − ٧ − ٥س^{٢} − ٣س + ٤

−٣س^{٢} + ٨س − ١١

إجابات «المرشد لحل المسائل»

١ س^{٢} − (− س^{٢}).

٢ تحديد الطالب الذي كانت إجابته صحيحة.

٣ (ب).

٤ سعود

٥ أحمد: جمع الأس، بدر: طرح الأس، محمد: طرح الأس والأساس.

٦ س^{٢} + س^{٢} = ١س^{٢} + ١س^{٢} = (١ + ١)س^{٢} = ٢س^{٢}.

٧ ٥ س^{٣}. أحد الطلاب جمع الأس وجمع المعامل وهذا خطأ إذ حصل على ٥س^{٦}. والطالب الآخر اعتبر أنه لا يوجد معامل لـ س^{٣} فجمع الأس وحصل على النتيجة ٤س^{٦} وهذا أيضًا خطأ.

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

١ إجابة أحمد خاطئة، لأنه جمع المعامل وجمع الأس. والإجابة الصحيحة هي ٧س.

٢ إجابة ممكنة: ٤س − ٣س + ٢س − س.

٣ (٣س^{٣} + ٤س^{٢} − ٥) − (−س^{٣} + ٤س^{٢} − ٥).

٤ ٥س^{٣} ص − ٥س ص.

حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ بسّط أحمد التعبير ٤س + ٣س إلى ٧س^{٢}. هل هو على صواب؟ فسّر.

٢ اكتب تعبيرًا مؤلفًا من أربع حدوديات يمكن تبسيطه إلى ٢س.

٣ اكتب حدوديتين يكون ناتج طرحهما ٤س^{٣}.

٤ بسّط التعبير: (س ص^{٢} + ص س^{٣}) + (٤س^{٣} ص − س ص^{٢} − ٥ س ص).

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

التحضير للاختبار

(١٣) المعكوس الجمعي لكثيرة الحدود −٢س^{٢} + ٣س − ٤ هو: _____

(أ) −٢س^{٢} − ٣س − ٤ (ب) −٢س^{٢} − ٣س + ٤

(جـ) ٢س^{٢} − ٣س + ٤ (د) ٢س^{٢} + ٣س + ٤

(١٤) ناتج (٢س^{٢} + ٤س − ٥) − (−٣س^{٢} + ٢س + ٦) هو: _____

(أ) −س^{٢} + ٢س − ١ (ب) ٥س^{٢} + ٦س + ١

(جـ) ٥س^{٢} + ٢س − ١١ (د) −س^{٢} + ٢س + ١

KuwaitMath.com

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يضرب كثيرات الحدود.

مراجعة

(أ) اضرب $٤^{٤} \times ٤^{٥}$

$٤^{٤} \times ٤^{٥} = ٤^{٤+٥} = ٤^{٩}$

(ب) اضرب $٩^{٢} \times ٩$ $(٩ = ٩^{١})$

$٩^{١} \times ٩^{٢} = ٩^{١+٢} = ٩^{٣}$

صلة الدرس تعلم الطلاب في الدرسين السابقين أن جمع كثيرات الحدود وطرحها يشبه إلى حد كبير جمع الأعداد الصحيحة وطرحها، وفي هذا الدرس سيجدون أن ضرب وحيدات الحد وكثيرات الحدود يشبه إلى حد كبير ضرب الأعداد الصحيحة.

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

يستوضح الطلاب ضرب قوى ٢، ٣ لاكتشاف قاعدة ضرب القوى للأساس نفسه.

التقييم المستمر

تحقق للتأكد من أن الطلاب يوجدون ناتج الضرب المضبوط لـ $٣^{٢}$، $٢^{٤}$ (١٢٨)، وأيضًا لـ $٢^{٣}$، $٣^{٤}$ (٧٢٩)، حتى لا تختلط العلاقة بين الضرب والأسس.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

تحقق من توقعك في حالة قوتين أخريين لـ ٢، ٣ مثلًا:

$٢^{٢} \times ٢^{٥}$، $٢^{٣} \times ٣^{٥}$.

٥–٦

ضرب كثيرات الحدود
Multiplying Polynomials

صلة الدرس سبق أن جمعت كثيرات الحدود وطرحتها، والآن سوف تتعلم ضرب كثيرات الحدود.

سوف تتعلّم
- ضرب كثيرات الحدود.

من الاستخدامات
- علماء الفيزياء الفلكية غالبًا ما يضربون الأعداد باستخدام الصورة العلمية.

استكشف ضرب كثيرات الحدود

إنه قوي!

يستخدم في الميكروسكوب (المجهر) المركب عدستان أو أكثر لتكبير حجم الصورة، ويعطي ضرب القوى فكرة عن درجة تكبير صورة ما، عند استخدام العدسات معًا.

١ اضرب $٢^{٢}$ في $٢^{٤}$، ما ناتج الضرب؟
٢ هل النتيجة من قوى ٢؟ اكتب النتيجة بصورة قوى ٢.
٣ كيف يبدو أن ناتج الضرب يربط بين $٢^{٢}$، $٢^{٤}$؟
٤ تحقق من حدسك عن ناتج ضرب $٣^{٣}$، $٣^{٤}$.
٥ افرض أنك تضرب $٢^{٢}$ في $١٠٠^{٤}$، هل يمكنك ربط ناتج الضرب بالأسس، بالطريقة نفسها؟ وضّح إجابتك.

تعلّم ضرب كثيرات الحدود

تذكر
الصورة الأسية هي أساس له أس يعبر عن عدد مرات ضرب الأساس في نفسه.

تذكر أن $٥^{٢}$ هي نفسها ٥×٥، $٥^{٤}$ هي نفسها مثل $٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥$.
لكي تضرب $٥^{٢}$ في $٥^{٤}$ فكر بـ: (٥×٥) $(٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥)$ وهذا $٥^{٦}$.

ضرب قوى لأساسات متشابهة:
عند ضرب قوى لأساسات متشابهة، نجمع الأسس.
$أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$ حيث $أ \neq ٠$ م، ن ∈ صـ

مثال: $س^{٤} \times س^{٥} = س^{٤+٥} = س^{٩}$.

٤١

مثال (١)

أ أوجد ناتج ضرب س في $س^{٤}$. (لاحظ أن س هي $س^{١}$)

الحل:
$س^{١} \times س^{٤} = (س) \times (س \times س \times س \times س) = س^{١+٤} = س^{٥}$

ب أوجد ناتج ضرب $٤س^{٣}$ في $(٢س^{٣})$.

الحل:
$٤س^{٣} \times (٢س^{٣}) = ٤ \times س^{٣} \times ٢ \times س^{٣}$
$= ٤ \times ٢ \times س^{٣} \times س^{٣}$
$= ٨ س^{٣+٣}$
$= ٨ س^{٦}$

ج أوجد الناتج: $-٦س^{٥} \times (-س^{١})$.

الحل:
$-٦س^{٥} \times (-س^{١}) = -٦ \times س^{٥} \times (-١) \times س^{١}$
$= -٦ \times (-١) \times س^{٥} \times س^{١}$
$= ٦س^{٥+١}$
$= ٦س^{٦}$

ولأنه يمكنك أن تضرب وحيدة حدّ في وحيدة حدّ، قد تساعد خاصية التوزيع في أن تضرب وحيدة حدّ في كثيرة حدود.

مثال (٢)

أ اضرب $٥س^{٢}$ في $(٢س^{٣} + ٦)$.

الحل:
$٥س^{٢} \times (٢س^{٣} + ٦) = ٥س^{٢} \times ٢س^{٣} + ٥س^{٢} \times ٦$ باستخدام خاصية التوزيع
$= ١٠س^{٢+٣} + ٣٠س^{٢}$ بضرب وحيدات الحد
$= ١٠س^{٥} + ٣٠س^{٢}$ بالتبسيط

ب اضرب $-٥س^{٤}$ في $(٣س + ٥ - ٢س^{٣})$.

الحل:
$-٥س^{٤} (٣س + ٥ - ٢س^{٣})$
$= -٥س^{٤} \times ٣س + (-٥س^{٤}) \times ٥ + (-٥س^{٤}) \times (-٢س^{٣})$ باستخدام خاصية التوزيع
$= -١٥س^{٤+١} + (-٢٥س^{٤}) + ١٠س^{٤+٣}$ بضرب وحيدات الحد
$= -١٥س^{٥} - ٢٥س^{٤} + ١٠س^{٧}$ بالتبسيط

حاولْ أن تحلّ

١ أوجد ناتج ضرب $(-٢س^{٣})$ في $(٥س^{٤} + ٦س)$.
٢ أوجد ناتج ضرب ٢س^{٢} في ٣س^{٢} + ٥س – ١

٤٢

المتابعة

اطلب إلى من يرغب من الطلاب في أن يشتركوا في إجابات الخطوة (٣)، وبعد مناقشة قصيرة مع الفصل، دع طالبًا يتطوع لكتابة جملة تصف العلاقة التي وجدها طلاب الفصل.

إجابات «استكشف»

١. ١٢٨.

٢. نعم، $٢^{٧}$.

٣. جمعت الأسس.

٤. $٣^{٢} \times ٣^{٤} = ٧٢٩ = ٣^{٦}$.

٥. كلا، الأساسات ليست نفسها.

٢ – التعليم

تعلم

نبه الطلاب إلى أن: $(٢ \times ٢) \times (٢ \times ٢) = ٤ \times ٤$ والتي هي نفسها مثل: $(٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢) = ١٦$، وأيضًا إلى أن: $(٢ \times ٢) \times (٢ \times ٢ \times ٢) = ٤ \times ٨$ والتي هي نفسها مثل: $(٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢) = ٣٢$.

أمثلة بديلة

١. (أ) اضرب س في $س^{٢}$ (س هي $س^{١}$)

$س^{١} \times س^{٢} = (س) \times (س \times س)$

$س^{١+٢} = س^{٣}$

(ب) اضرب $٢س^{٣} \times (٥س^{٥})$

$٢س^{٣} \times ٥س^{٥} =$

$٢ \times ٥ \times (س \times س \times س) \times (س \times س \times س \times س \times س)$

$= ١٠ س^{٣+٥} = ١٠ س^{٨}$

والآن يمكنك أيضًا إيجاد ناتج ضرب كثيرة حدود في أخرى حيث توجد طريقتان لإجراء عملية الضرب: الطريقة الرأسية والطريقة الأفقية. يمكنك استخدام أي منهما في الحل.

مثال (٣)

أوجد بطريقتين مساحة المنطقة المستطيلة المرسومة بالشكل:

س + ٢

س + ٥

الحل:

الطريقة الأولى: بعدا المنطقة المستطيلة هما (س + ٥)، (س + ٢).

مساحة المنطقة المستطيلة = الطول × العرض

= (س + ٥)(س + ٢)

= $س^{٢}$ + ٢س + ٥س + ١٠

= $س^{٢}$ + ٧س + ١٠

الطريقة الثانية: نقسم المنطقة المستطيلة إلى ٤ مناطق كما في الشكل،

فتكون مساحة المستطيل = $س^{٢}$ + ٢س + ٥س + ٢ × ٥

= $س^{٢}$ + ٧س + ١٠

	س	٢
س	$س^{٢}$	٢س
٣	٣س	٦
٥	٥س	١٠

حاولْ أن تحلّ

٣ استخدم منطقة مستطيلة بعداها (س + ١)، (س + ٣) لإيجاد ناتج: (س + ١)(س + ٣).

مثال (٤)

أوجد بطريقتين مساحة المنطقة المربعة المرسومة بالشكل المقابل.

س + ٤

س + ٤

الحل:

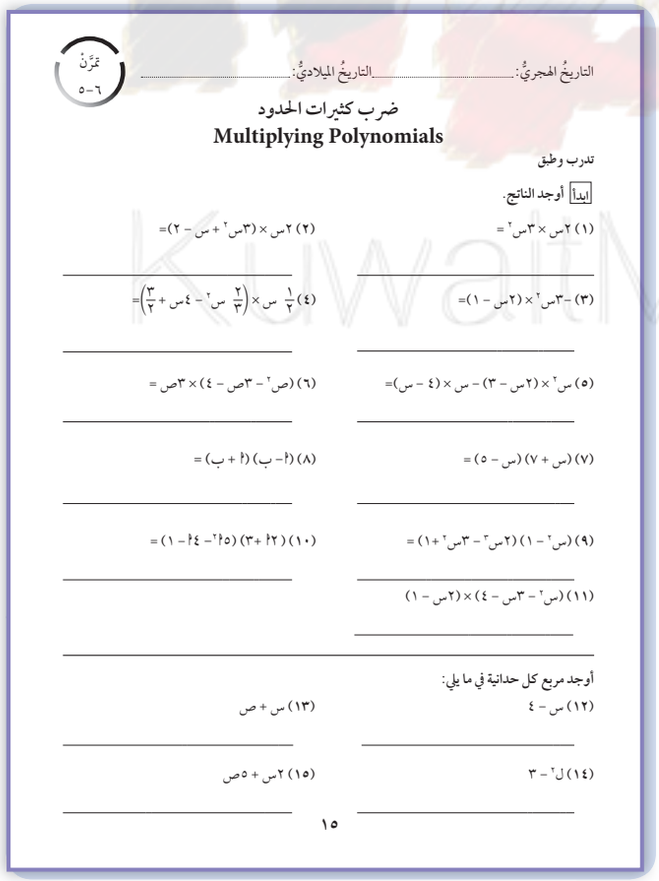
الطريقة الأولى:

طول ضلع المنطقة المربعة هو: (س + ٤)

مساحة المنطقة المربعة = الضلع × الضلع = الضلع^{٢}

= (س + ٤)(س + ٤)

= (س + ٤)^{٢}



تمرّنْ ٥–٦

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

ضرب كثيرات الحدود

Multiplying Polynomials

تدرب وطبق

ابدأ أوجد الناتج.

(١) ٢س × ٣$س^{٢}$ = _____

(٢) ٢س × (٣$س^{٢}$ + س – ٢) = _____

(٣) –٣$س^{٢}$ × (٢س – ١) = _____

(٤) $\frac{١}{٢}$ س × $\left(\frac{٢}{٣}\right.$ س^{٢} – ٤س + $\left.\frac{٣}{٢}\right)$ = _____

(٥) س^{٢} × (٢س – ٣) – س × (٤ – س) = _____

(٦) (ص^{٢} – ٣ص – ٤) × ٣ص = _____

(٧) (س + ٧) (س – ٥) = _____

(٨) (أ – ب) (أ + ب) = _____

(٩) (س^{٢} – ١) (٢س^{٣} – ٣س^{٢} + ١) = _____

(١٠) (أ^{٢} + ٣) (٥أ^{٢} – ٤أ – ١) = _____

(١١) (س^{٢} – ٣س – ٤) × (٢س – ١) _____

أوجد مربع كل حدانية في ما يلي:

(١٢) س – ٤ _____

(١٣) س + ص _____

(١٤) ل^{٢} – ٣ _____

(١٥) ٢س + ٥ص _____

KuwaitMath.com

❸ (أ) اضرب ٣س^{٢} في ٧س + ٢

استخدم الخاصية التوزيعية:

٣س^{٢} (٧س + ٢) = ٣س^{٢} × ٧س + ٣س^{٢} × ٢

بضرب وحيدات الحد:

= ٢١ س$^{٢+١}$ + ٦س^{٢}

بالتبسيط:

= ٢١ س^{٣} + ٦س^{٢}

(ب) اضرب −٤س^{٦} في (٣س^{٢} + ١٢ − ٨س^{٤})

استخدم الخاصية التوزيعية:

−٤س^{٦} (٣س^{٢} + ١٢ − ٨س^{٤})

= −٤س^{٦} × ٣س^{٢} −٤س^{٦} × ١٢ − ٤س^{٦} × (−٨س^{٤})

بضرب وحيدات الحد:

= −١٢س$^{٦+٢}$ −٤٨س^{٦} + ٣٢س$^{٦+٤}$

بالتبسيط:

= −١٢س^{٨} −٤٨س^{٦} + ٣٢س^{١٠}

إجابات «حاول أن تحل»

❶ −١٠ س^{٦} − ١٢ س^{٣}

❷ ٦ س^{٤} + ١٠ س^{٣} − ٢ س^{٢}

❸

	س	٣
س	س^{٢}	٣س
١	س	٣

= س^{٢} + ٤ س + ٣

❹ طريقة أولى: (س + ٢)(س + ٢) = (س + ٢)^{٢}

طريقة ثانية: نقسم المنطقة المربعة إلى ٤ مناطق فنجد:

س^{٢} + ٢س + ٢س + ٢ × ٢

= س^{٢} + ٤س + ٤

∴ (س + ٢)^{٢} = س^{٢} + ٤س + ٤

	س	٢
س	س^{٢}	٢س
٢	٢س	٢ × ٢

= س^{٢} + ٤ س + ٤

❺ ٨س^{٥} − ١٨س^{٤} + ٩س^{٣} + ١٢س^{٢} − ١٨س

الطريقة الثانية:

نقسم المنطقة المربعة إلى ٤ مناطق كما يبدو في الشكل المقابل. فتكون

مساحة المنطقة المربعة = س^{٢} + ٤س + ٤س + ١٦

= س^{٢} + ٨س + ١٦

من الطريقتين نستنتج أن: (س + ٤)^{٢} = س^{٢} + ٢ × ٤س + ٤^{٢}

حاول أن تحل

٤ أوجد بطريقتين مساحة المنطقة المربعة المرسومة بالشكل المقابل.

مثال (٥)

أوجد ناتج ضرب: (٥س^{٢} − ٧س + ٤) في (٤س + ٥) رأسيًّا وأفقيًّا في أبسط صورة.

الحل:

أولًا: الطريقة الرأسية.

لتسهيل عملية الضرب نضع أولًا كثيرة الحدود التي عدد حدودها أكبر،ثم نضربها، في كثيرة الحدود الثانية

مع مراعاة ترتيب كثيرتي الحدود حسب قوى س التنازلية:

٥س^{٢} − ٧س + ٤

٤ س + ٥

٢٠ س^{٣} − ٢٨س^{٢} + ١٦س — نضرب ٤س في كثيرة الحدود الأولى

٢٥س^{٢} − ٣٥س + ٢٠ — نضرب٥ في كثيرة الحدود الأولى مع وضع الحدود المتشابهة تحت بعضها رأسيًّا

٢٠س^{٣} − ٣س^{٢} − ١٩س + ٢٠ — ناتج الضرب

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

إذا وجد الطلاب صعوبة في الإجابة عن أول سؤالين، ادعهم إلى مراجعة «استكشف» في بداية هذا الدرس.

إجابات «تحقق من فهمك»

١ بضرب المعاملات وجمع الأسس.

٢ لأن الأساسات مختلفة.

٣ الإشارات المتشابهة تنتج معاملات موجبة، والإشارات المختلفة تنتج معاملات سالبة.

٤ (أ) $أ^{٢} - ٢ أ ب + ب^{٢}$

(ب) $أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢}$

تقييم بديل

ادع الطلاب إلى إعداد أسئلة حول الدرس لطرحها على الطلاب الآخرين، اجعلهم يعقدون لقاءات مع واحد أو أكثر من زملائهم في الفصل، افتح مناقشة مختصرة للفصل، وليشتركوا في الإجابات، تتضمن الأسئلة المحتملة: ما أصعب فكرة رياضية في هذا الدرس؟ هل تشعر بأنك فهمت أكثر بعد التطبيق؟ ما الحقيقة الرياضية المهمة التي تعلمتها؟ ما الحقيقة المهمة التي تعلمتها عن الطيور؟

اختبار سريع

بسِّط ما يلي:

١ اضرب $٤أ^{٢} \times ٧أ$ $١١أ$

٢ اضرب $٦س^{٣}$ في $(س^{٢} - ٦س + ٩)$

$٦س^{٥} - ٣٦س^{٤} + ٥٤س^{٣}$

٣ اضرب ٤×١٠^{٦} في ٤×١٠^{٨}، اكتب الإجابة في الصورة العلمية. ١٦×١٠^{١٤}، $١,٦ \times ١٠^{١٥}$

التحضير للاختبار

(١٦) ناتج $(٣^{٠})^{٢} \times (٣^{٠})$ هو: _____

(أ) $٣^{٠}$ (ب) $٣^{١٢}$ (جـ) $٣^{٦}$ (د) $٣^{٨}$

(١٧) ناتج $٢س^{٢} \times (٣س^{٢} - ٤س + ١)$ هو: _____

(أ) $٦س^{٤} - ٨س^{٣} + ١$ (ب) $٦س^{٤} + ٨س^{٣} + ٢س^{٢}$

(جـ) $٦س^{٤} - ٨س^{٣} + ٢س^{٢}$ (د) $٦س^{٢} - ٨س + ٢$

(١٨) ناتج $٣ \times ١٠^{٣} \times ٤ \times ١٠^{٢}$ هو: _____

(أ) ٧×١٠^{٥} (ب) ١٢×١٠^{٦} (جـ) ١٢×١٠^{٥} (د) ١٢٠٠٠٠

١٦

ثانيًا: الطريقة الأفقية.

$(٥س^{٢} - ٧س + ٤)(٤س + ٥) = (٤س + ٥)(٥س^{٢} - ٧س + ٤)$ عملية الضرب إبدالية

$= ٤س (٥س^{٢} - ٧س + ٤) + ٥ (٥س^{٢} - ٧س + ٤)$ خاصية التوزيع

$= ٤س \times ٥س^{٢} + ٤س \times (-٧س) + ٤ \times ٥ + ٥ \times ٥س^{٢} + ٥ \times (-٧س) + ٥ \times ٤$

$= ٢٠ س^{٣} - ٢٨س^{٢} + ١٦س + ٢٥س^{٢} - ٣٥س + ٢٠$

$= ٢٠س^{٣} - ٣س^{٢} - ١٩س + ٢٠$ نبسط

حاول أن تحلّ

٥ أوجد ناتج ضرب $(-٤س^{٢} + ٣س^{٢} - ٦)$ في $(-٢س^{٢} + ٣س)$ في أبسط صورة.

مثال (٦)

حوض سباحة على شكل مستطيل طوله ضعف عرضه الذي يساوي س، وقد بني حول الحوض ممر حجريّ عرضه ٦٠ سم ومساحته ١٥٨ ٤٠٠ سم^{٢}.

أ أوجد بدلالة س محيط الحوض.

ب أوجد طول الحوض وعرضه بالأمتار.

الحل:

العرض = س

الطول = ٢س

أ محيط الحوض = ٢(الطول + العرض)

$= ٢(٢س + س) = ٢ \times ٣س = ٦س$ سم.

ب مساحة الحوض = الطول × العرض

$= ٢س \times س = ٢س^{٢}$

مساحة الحوض مع الممر $= (٢س + ١٢٠)(س + ١٢٠)$

$= ٢س^{٢} + ٢٤٠س + ١٢٠س + ١٤٤٠٠$

$= ٢س^{٢} + ٣٦٠س + ١٤٤٠٠$

٤٥

إجابات «المرشد لحل المسائل»

❶ مستطيل. ❷ ٢س.

❸ ١٧س + ٥. ❹ م = الطول × العرض.

❺ (أ) ٢س(٩س + ٢) (ب) ٨س

(جـ) ٢س(٥س – ٢) (د) ٢س(٣س + ١)

(هـ) مساحة المستطيل الكبير =

١٨س^{٢} + ٤س + ٨س + ١٠س^{٢} – ٤س + ٦س^{٢} +

٢س = ٣٤س^{٢} + ١٠س

❻ ٢س(١٧س + ٥) = ٣٤س^{٢} + ١٠س.

❼ ٦س + ١٨س^{٢} + ١٨س^{٢} + ٣س + ٩س^{٢} + ٣س =

٤٥س^{٢} + ١٢س.

مساحة الممر = مساحة الحوض مع الممر – مساحة الحوض

= ٢س^{٢} + ٣٦٠س + ١٤٤٠٠ – ٢س^{٢}

= ٣٦٠س + ١٤٤٠٠

مساحة الممر = ٣٦٠س + ١٤٤٠٠ = ١٥٨٤٠٠

نحل المعادلة: ٣٦٠س + ١٤٤٠٠ = ١٥٨٤٠٠ – ١٤٤٠٠

٣٦٠س = ١٤٤٠٠٠

س = ٤٠٠ سم = ٤ م

وبالتالي عرض الحوض ٤ م وطوله ٨ م.

تحقّق من فهمك

١ وضح كيف تضرب قوى لأساسات متشابهة.

٢ لماذا لا يمكنك تبسيط ناتج ضرب هـ^{٢}، س^{٢}؟

٣ عند ضرب –٢س^{٣} في كثيرة حدود، كيف تعرف ما هي إشارة كلّ حدّ؟

٤ أوجد مربّع كل حدانية:

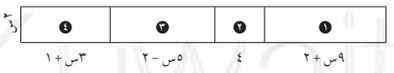
أ –ب ب +ب

المرشد لحل المسائل (٦-٥)

حل المسائل: افهم، خطط، حل، تحقق

أوجد مساحة كل منطقة بدلالة س.

أوجد المساحة الإجماليّة للمستطيل. بسّط إذا ما أمكن.



افهم

١ ما شكل كل منطقة؟

٢ ما ارتفاع كل منطقة؟

خطّط

٣ اجمع لتجد الطول الإجمالي للمستطيل.

٤ ما قانون مساحة المستطيل؟

حلّ

٥ استخدم القانون لتجد مساحة كل منطقة، ثمّ بسّط.

أ منطقة رقم ١:

ب منطقة رقم ٢:

جـ منطقة رقم ٣:

د منطقة رقم ٤:

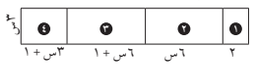
هـ مساحة المستطيل الكبير:

تحقّق

٦ أوجد طريقة ثانية لحساب مساحة المستطيل الكبير.

حلّ مسألة أخرى

٧ أوجد مساحة كل منطقة بدلالة س، وأوجد المساحة الكلية للشكل أدناه، ثمّ بسّط.



KuwaitMath.com

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

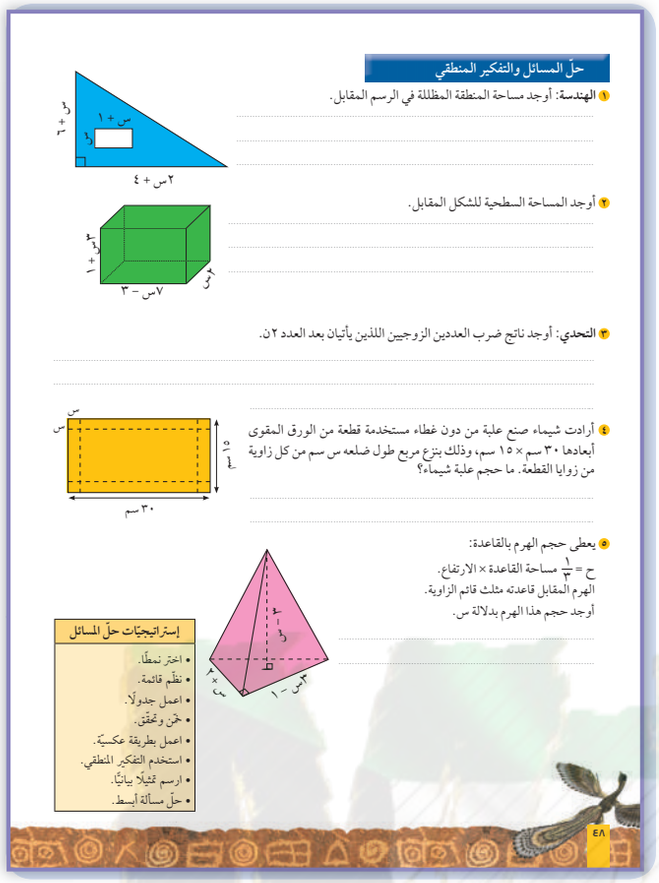
١ $(س + ٢)(س + ٦) - س(س + ١) = ٧س + ١٢$

٢ $٨٢س^{٢} - ١٢س - ٦$

٣ $(٢ن + ٢)(٢ن + ٤) = ٤ن^{٢} + ١٢ن + ٨$

٤ $٤س^{٣} - ٩٠س^{٢} + ٤٥٠س$ وحدة مكعبة

٥ $\frac{-٣س^{٣} + ٤س^{٢} + ١٧س - ٦}{٦}$ وحدة مكعبة



حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ **الهندسة:** أوجد مساحة المنطقة المظللة في الرسم المقابل.

٢ أوجد المساحة السطحية للشكل المقابل.

٣ **التحدي:** أوجد ناتج ضرب العددين الزوجيين اللذين يأتيان بعد العدد ٢ن.

٤ أرادت شيماء صنع علبة من دون غطاء مستخدمة قطعة من الورق المقوى أبعادها ٣٠ سم × ١٥ سم، وذلك بنزع مربع طول ضلعه س سم من كل زاوية من زوايا القطعة. ما حجم علبة شيماء؟

٥ يعطى حجم الهرم بالقاعدة:

ح = $\frac{١}{٣}$ مساحة القاعدة × الارتفاع.

الهرم المقابل قاعدته مثلث قائم الزاوية.

أوجد حجم هذا الهرم بدلالة س.

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًا.
- حلّ مسألة أبسط.

٤٨

KuwaitMath.com

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يقسم حد جبري على حد جبري آخر.
- يقسم كثيرة حدود على حد جبري.

المصطلحات الأساسية

- قسمة حد جبري، قسمة كثيرة حدود.

مراجعة

أوجد الناتج:

١ $\frac{٣^{٥}}{٣^{٢}}$ $٣^{٣}$

٢ $\frac{س^{٣} ص^{٢}}{س ص}$ $س^{٢} ص$

صلة الدرس يتعرف الطلاب قسمة كثيرة حدود بعد أن تعرفوا جمع وطرح وضرب كثيرات الحدود.

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

يميز الطالب طريقة لقسمة كثيرة حدود على حد جبري مستخدمًا خواص جمع الأعداد النسبية.

التقييم المستمر

تأكد من أن الطلاب لا يجمعون العبارات ذات الأسس المختلفة مع بعضها بعضًا.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

اسأل الطلاب الإجابة عن هذا السؤال:

بسِّط: $\frac{س^{٣} + ٣س^{٣}}{٢س^{٢}}$

٢س

٦-٦

قسمة كثيرة حدود على حد جبري

Dividing Polynomial by a Monomial

صلة الدرس سبق أن درست جمع كثيرات الحدود وطرحها وضربها، والآن سوف تتعلم قسمة كثيرة حدود على حد جبري.

سوف تتعلّم
- قسمة حد جبري على حد جبري آخر.
- قسمة كثيرة حدود على حد جبري.

من الاستخدامات
- تُستخدَم قسمة كثيرات الحدود عند الكيميائيين في صناعة الأدوية.

استكشف قسمة حد جبري على حد جبري آخر

تبين الصورة حوض ماء مغلق أبعاده: س، ٢س، ٤س (وحدة قياس) يحتوي كمية من الماء ارتفاعها $\frac{٣}{٤}$ ارتفاع الحوض.

١ أوجد بدلالة س المساحة السطحية للحوض.

٢ أوجد بدلالة س المساحة السطحية لقسم الحوض المملوء بالماء.

٣ اكتب نسبة المساحة السطحية لقسم الحوض المملوء بالماء إلى المساحة السطحية للحوض. بسط إجابتك.

تعلّم قسمة حد جبري أو كثيرة حدود على حد جبري آخر

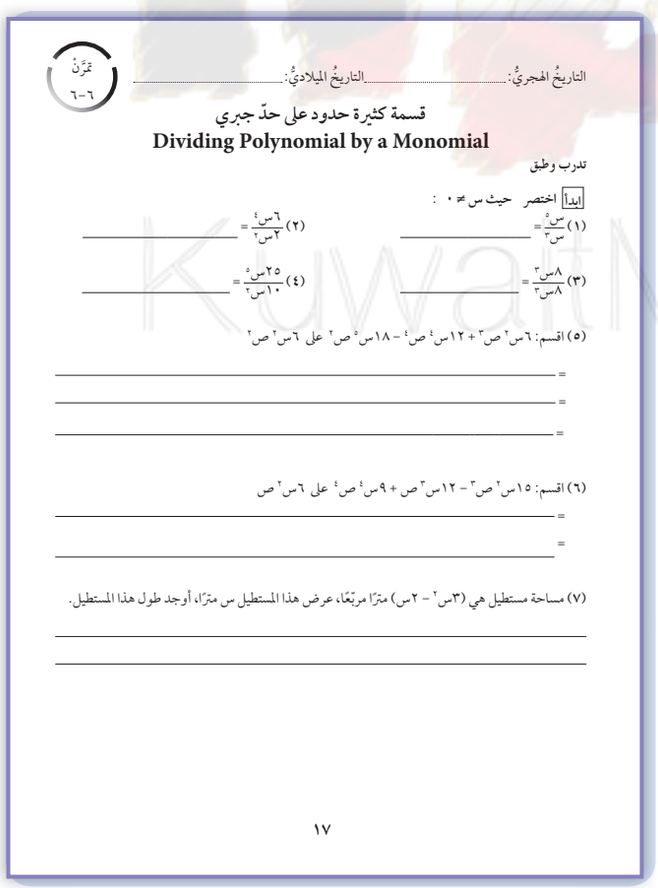
تعلمنا قسمة الأعداد النسبية والآن ستتعلم **قسمة حد جبري** على حد جبري آخر أو **قسمة كثيرة حدود** على حد جبري مستخدمين ما تعلمناه من ضرب الأسس وضرب كثيرات الحدود في حد جبري.

المصطلحات الأساسية
- قسمة حد جبري Dividing Monomial
- قسمة كثيرة حدود Dividing Polynomial

قسمة قوى لأساسات متشابهة:

عند قسمة قوى لأساسات متشابهة، نطرح الأسس $\frac{أ^{ن}}{أ^{م}} = أ^{ن-م}$ حيث $أ \neq ٠$

٤٩



تمرّن ٦-٦

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

قسمة كثيرة حدود على حدّ جبري

Dividing Polynomial by a Monomial

تدرب وطبق

ابدأ اختصر حيث س ≠ ٠ :

(١) $\frac{س^{٥}}{س^{٣}}$ = _____ (٢) $\frac{٦س^{٤}}{٢س^{٢}}$ = _____

(٣) $\frac{٨س^{٣}}{٨س^{٣}}$ = _____ (٤) $\frac{٢٥س^{٥}}{١٠س^{٢}}$ = _____

(٥) اقسم: ٦س^{٣} ص^{٣} + ١٢س^{٤} ص^{٤} – ١٨س^{٥} ص^{٢} على ٦س^{٢} ص^{٢}

= _____

= _____

= _____

(٦) اقسم: ١٥س^{٢} ص^{٣} – ١٢س^{٣} ص + ٩س^{٤} ص^{٤} على ٦س^{٢} ص

= _____

= _____

(٧) مساحة مستطيل هي (٣س^{٢} – ٢س) مترًا مربعًا، عرض هذا المستطيل س مترًا، أوجد طول هذا المستطيل.

_____

_____

١٧

KuwaitMan.com

إجابات «استكشف»

❶ ٢٨س^{٢} ❷ ٢٢ س^{٢}

❸ $\frac{٢٢س^{٢}}{٢٨س^{٢}} = \frac{١١}{١٤}$

٢- التعليم

تعلم

يتعرف الطالب إلى قسمة كثيرة حدود على حد جبري.

أمثلة بديلة

❶ أوجد ناتج: $\frac{س^{٢} ص^{٤}}{ص^{٣} س}$

= س$^{٢-١}$ ص$^{٤-٣}$

= س ص (س ≠ ٠، ص ≠ ٠)

❷ اقسم: ٥س^{٦} − ١٠س^{٤} + ٢٠س^{٣} على ١٠س^{٣}.

= $\frac{٥س^{٦}}{١٠س^{٣}} - \frac{١٠س^{٤}}{١٠س^{٣}} + \frac{٢٠س^{٣}}{١٠س^{٣}}$

= $\frac{س^{٣}}{٢} - س + ٢$ (س ≠ ٠)

إجابات «حاول أن تحل»

❶ ٢س ص.

❷ ٦س^{٣} + ٨س^{٢} − ٢.

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

إجابات «تحقق من فهمك»

❶ نعم، بقسمة المعامل.

❷ في ضرب الحدود الجبرية نجمع الأسس بينما في قسمة الحدود الجبرية نطرح الأسس.

مثال (١)

❶ بسّط: $\frac{س^{٣}}{س}$ حيث س ≠ ٠

❷ $\frac{ص^{٣}س^{٢}}{ص^{٢}س}$ حيث ص ≠ ٠، س ≠ ٠

الحل:

❶ $\frac{س^{٣}}{س} = س^{٣-١} = س^{٢} = س$ ❷ $\frac{ص^{٣}س^{٢}}{ص^{٢}س} = ص^{٣-٢} س^{٢-١} = ص س$

حاول أن تحلّ

❶ أوجد ناتج قسمة ٨س^{٤}ص^{٣} على ٤ص^{٢}س^{٣} (س ≠ ٠، ص ≠ ٠).

إذا أردنا أن نقسم كثيرة حدود على حد جبري، نقسم كل حد من كثيرة الحدود على هذا الحد الجبري.

أمثلة

❷ اقسم (٦س^{٤} + ٣س^{٣} − ١٢س^{٢}) على ٣س^{٢}.

الحل:

$\frac{٦س^{٤} + ٣س^{٣} - ١٢س^{٢}}{٣س^{٢}} = \frac{٦س^{٤}}{٣س^{٢}} + \frac{٣س^{٣}}{٣س^{٢}} - \frac{١٢س^{٢}}{٣س^{٢}}$ اقسم كل حدّ على المقام

= ٢س^{٢} + س − ٤ بسّط

حاول أن تحلّ

❷ اقسم (٦س^{٥} + ٨س^{٤} − ٢س^{٢}) على س^{٢}

(٨) أوجد نسبة مساحة المستطيل (أ) إلى مساحة المربع (ب).

التحضير للاختبار

(٩) ناتج قسمة ٢٤س^{٦}ص^{٣} على ٤س ص^{٢} حيث س ≠ ٠، ص ≠ ٠ هو: _____

(أ) س ص (ب) ٦س^{٦} ص^{٣}

(جـ) ٦س^{٣} ص^{٥} (د) ٦ س ص

(١٠) ناتج قسمة ١٦س^{٣} ص^{٢} − ٣٢س^{٢} ص^{٣} على ٨س^{٢} ص^{٢} حيث س ≠ ٠، ص ≠ ٠ هو: _____

(أ) ٢س^{٥} ص^{٤} − ٤س^{٤} ص^{٥} (ب) ٢س ص^{٢} − ٤ص^{٣}

(جـ) ٢س − ٤ص (د) ٢س^{٣} − ٤ص^{٣}

١٨

KuwaitMath.com

تقييم بديل

المجلة: اطلب إلى الطلاب كتابة فقرة عن الصعوبات التي واجهوها في هذا الدرس.

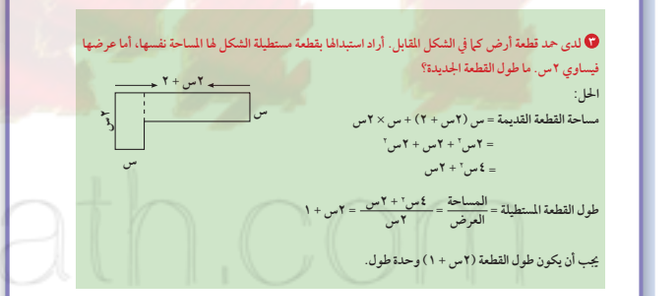
اختبار سريع

بسِّط ما يلي:

❶ $\frac{ص^{٢}س^{-٢}}{س^{-١}ص^{٢}}$ $\frac{١}{س}$ (س ≠ ٠، ص ≠ ٠)

❷ اقسم $ص^{٤}س^{٣} - ٢ص^{٦}س^{٤} + ص^{٢}س$ على $ص^{٢}س$

$ص^{٢}س^{٢} - ٢ص^{٤}س^{٣} + ١$ (س ≠ ٠، ص ≠ ٠)



❸ لدى حمد قطعة أرض كما في الشكل المقابل. أراد استبدالها بقطعة مستطيلة الشكل لها المساحة نفسها، أما عرضها فيساوي ٢س. ما طول القطعة الجديدة؟

الحل:

مساحة القطعة القديمة = س (٢س + ٢) + س × ٢س

$= ٢س^{٢} + ٢س + ٢س^{٢}$

$= ٤س^{٢} + ٢س$

طول القطعة المستطيلة = $\frac{\text{المساحة}}{\text{العرض}} = \frac{٤س^{٢} + ٢س}{٢س} = ٢س + ١$

يجب أن يكون طول القطعة (٢س + ١) وحدة طول.

تحقّق من فهمك

١ هل تتشابه قسمة الأعداد الصحيحة وقسمة الحدود الجبرية؟ كيف؟

٢ هل توجد علاقة بين ضرب الحدود الجبرية وقسمتها؟

مراجعة الوحدة السادسة (أ)

اذكر أي من الكميات متغير وأيها ثابت.

(١) عدد الفلوس في الدينار الواحد. _____

(٢) درجة الحرارة في دولة الكويت. _____

اختصر لأبسط صورة:

(٣) $٣^{٥} \times ٣^{-٦} =$ _____ (٤) $س^{٥} \times س^{٣} =$ _____

(٥) $ص^{٢} \times ص^{-١} =$ _____ (٦) $س^{٤} \times س^{-٥} \times س^{٣} =$ _____

(٧) $(س^{٣})^{٢} \times س^{٤} =$ _____ (٨) $(س^{٢})^{٣} \times (س^{٤})^{٢} =$ _____

(٩) $(\frac{٣}{٢})^{٢} \times (\frac{٢}{٣})^{٢} =$ _____ (١٠) $\frac{٢^{٥} \times ٢^{٤}}{٥^{٣} \times ٢^{٣}} =$ _____

(١١) $٣ \times ٥^{٣} \times ٢ \times ٥^{٤} =$ _____ (١٢) $\frac{٦^{٤} \times ٧}{٢ \times ٧^{٣}} =$ _____

أوجد المعكوس الجمعي لكل من كثيرات الحدود التالية:

(١٣) $٢س^{٢} - ٣س + ١$ _____

(١٤) $-٣س^{٢} - ٢س + ٤$ _____

بسِّط كلًّا من كثيرات الحدود التالية: حيث س ≠ ٠ :

(١٥) $(٢س^{٢} + ٤س - ٣) + (٣س^{٣} - ٤س^{٢} - س + ٤) =$ _____

(١٦) $(٣س^{٣} - س^{٢} + ٢س - ٢) - (-٤س^{٣} - ٣س + ٤س^{٢} + ٥) =$ _____

(١٧) $٢(س^{٢} + ٣س - ١) - ٣(-س^{٢} - ٤س + ٥) =$ _____

(١٨) $(٣س^{٣} + ٢) \times (س^{٢} - ٢س + ١) =$ _____

(١٩) $(-٤س^{٣} + ٢) \times (س^{٢} - ٢س + ١) =$ _____

(٢٠) $\frac{١٢س^{٣}}{٤س^{٢}} =$ _____

(٢١) $\frac{٣س^{٢} - ٤س^{٣} + ٥س}{س} =$ _____

(٢٢) $\frac{٤س^{٣} - س^{٢} + ٢س^{٥}}{-س^{٢}} =$ _____

(٢٣) أطرح $ف^{٢} + ٢ف - ٥$ من $٧ف - ٥ف^{٢} + ١$ _____

(٢٤) أجمع $٣ص^{٣} + ٤ص^{٢} - ١$، $٢ص^{٢} - ص$، $-٥ص^{٣} + ٦$ _____

KuwaitMath.com

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

١ $\frac{\text{س} + \text{ص}}{١٢}$

٢ $\text{س}^{٢} + \text{س} - ٦$

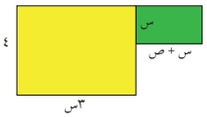
٣ $٢(\text{س} - ٥)$

٤ $\frac{١٢\text{س}^{٢} + ٩\text{س}^{٢}}{٣\text{س}} = \frac{٢١\text{س}^{٢}}{٣\text{س}} = ٧\text{س}$ $(\text{س} \neq ٠)$

٥ ٧س حيث إن $٧\text{س}(٣\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٤)$
$= ٢١\text{س}^{٣} - ٣٥\text{س}^{٢} + ٢٨\text{س}$

حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ أوجد نسبة مساحة المستطيل الصغير إلى مساحة المستطيل الكبير في الرسم المبين إلى اليسار.



٢ يبلغ حجم صندوق أمتعة $\text{س}^{٣} + \text{س}^{٢} - ٦\text{س}$. إذا كان ارتفاع الصندوق يساوي س، فما مساحة قاعدته؟

٣ **التحدي:** بسّط: $\frac{٤(\text{س} - ٥)(\text{س} - ٢)}{٢\text{س} - ٤}$

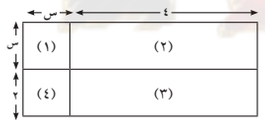
٤ يبيّن الشكل أدناه حديقة أمام منزل أحمد. أوجد طول الحديقة إذا كان عرضها ٣ س.

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

٥ ضربت اعتدال كثيرة الحدود: $٣\text{س}^{٣} - ٥\text{س} + ٤$ في حد جبري وكان الناتج: $٢١\text{س}^{٣} - ٣٥\text{س}^{٢} + ٢٨\text{س}$. طلبت إلى صديقتها حصة إيجاد هذا الحد. هل يمكنك مساعدة حصة في معرفة الحد المجهول؟

(٢٥) (أ) أوجد بدلالة س مساحة كل من المستطيلات الأربعة داخل المستطيل الكبير.



_____ ، _____

_____ ، _____

(ب) أوجد بدلالة س مجموع مساحات المستطيلات الأربعة.

(جـ) أوجد بدلالة س مساحة المستطيل الكبير.

(د) هل يمكنك تبسيط $(\text{س} + ٢) \times (\text{س} + ٤)$؟

(هـ) أوجد بدلالة س محيط كل من المستطيلات الأربعة داخل المستطيل الكبير.

_____ ، _____

_____ ، _____

(و) أوجد بدلالة س مجموع محيطات المستطيلات الأربعة.

(ز) أوجد بدلالة س محيط المستطيل الكبير.

(حـ) هل محيط المستطيل الكبير يساوي مجموع محيطات كل من المستطيلات الأربعة؟ فسّر ذلك؟

KuwaitMath.com

الموضوع: الشيفرات

كيفية التعامل مع الصفحة

تقدِّم هذه الصفحة موضوع هذا الجزء وهو الوسائل القديمة التي استخدمت في الاتصالات بين الأشخاص وطريقة القراءة والكتابة لفاقدي البصر.

العلوم

توسع في البحث مع زملاء فصلك عن وسائل الاتصالات القديمة (نظام مورس والرسائل المشفرة)، والجديدة (الهاتف الأرضي والجوال والإنترنت).

التاريخ

ناقش مع الطلاب الوسائل المستخدمة قديماً في المراسلات الحربية بين الجيوش والوسائل الحديثة المستخدمة. ما هي الرموز والشيفرة؟ وكيف يمكن التوصل إلى تفكيك أسرارها؟

إجابات الأسئلة

١ في المراسلات الحربية وغيرها من المراسلات السرية.

٢ باستخدام المصفوفات مثلاً لوضع الشيفرة وتفكيك رمزها.

٣ باستخدام لغة غير معروفة.

KuwaitMath.com

٦-٧

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يوجد العامل المشترك الأكبر لحدين أو أكثر.

المصطلحات الأساسية

- عامل مشترك، العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ).

٦-٧

العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ)

Greatest Common Factor (GCF)

صلة الدرس: سبق أن تعرفت قواعد قابلية القسمة لإيجاد العوامل الأولية للأعداد، والآن سوف تستخدم هذه المهارات لإيجاد العوامل المشتركة بين الحدود. عندما يكون لحدين العوامل نفسها، فإنها تسمى العوامل المشتركة.

سوف تتعلّم
- إيجاد ع.م.أ لحدين أو أكثر.

من الاستخدامات
- عندما يستخدم النجارون وغيرهم من الحرفيين الكسور، فهم يحتاجون إلى ع.م.أ.

المصطلحات الأساسية
- عامل مشترك Common Factor
- العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) Greatest Common Factor (GCF)

تذكر
عندما نقول عوامل العدد فنحن نعني بها العوامل الموجبة لهذا العدد.

استكشف: العامل المشترك الأكبر

تفاصيل يوم مولدك

١ اكتب تاريخ مولدك باليوم والشهر.
استخدم الأعداد لتمثل الأشهر.
شهر يناير = ١، فبراير = ٢، وهكذا.
أوجد ناتج ضرب الأعداد الثلاثة.
٢ حلّل العدد الذي حصلت عليه إلى عوامل أولية.
٣ اكتب العوامل المشتركة للأعداد التي حصل عليها كل طالب في مجموعته.
٤ أوجد ناتج ضرب العوامل المشتركة هذه كلها.
٥ اقسم كلًّا من نواتج الضرب الأصلية التي حصل عليها كل طالب في مجموعته على ناتج الضرب هذا. ما الذي تلاحظه؟

تعلّم: العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ)

العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) هو أكبر عدد يكون عاملًا مشتركًا لعددين أو أكثر.
يمكنك كتابة العوامل المشتركة كلها لإيجاد ع.م.أ.

عوامل العدد ١٢ هي: ١، ٢، ٣، ٤، ٦، ١٢
عوامل العدد ١٦ هي: ١، ٢، ٤، ٨، ١٦
العوامل المشتركة هي: ١، ٢، ٤
العامل المشترك الأكبر للعددين ١٢، ١٦ هو ٤.
كذلك يمكن إيجاد (ع. م.أ) للعددين ١٢، ١٦ بالتحليل إلى العوامل الأولية

١٢ = ٢ × ٢ × ٣
١٦ = ٢ × ٢ × ٢ × ٢
فيكون (ع. م.أ) = ٢ × ٢ = ٤

٥٤

مراجعة

أوجد التحليل الأولي من دون استخدام الأسس:

١ ٣٦ (٢ × ٣ × ٣)
٢ ٤٨ (٢ × ٢ × ٢ × ٢ × ٣)
٣ ٥٦ (٢ × ٢ × ٢ × ٧)
٤ ٨١ (٣ × ٣ × ٣ × ٣)
٥ ١٠٨ (٢ × ٢ × ٣ × ٣ × ٣)

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

يستخدم الطلاب أشياء لنمذجة العوامل المشتركة بين عددين لكي يكتشفوا طريقة لإيجاد العامل المشترك الأكبر بينهما.

التقييم المستمر

تأكد من أن الطلاب قادرون على كتابة العوامل الأولية للأعداد المطلوبة.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

استخدم مسطرتك لإيجاد طول صف، يمكن أن يتوزع على أساسه كل من الفريقين: فريق مكون من ٤٨ طالبًا وفريق مكون من ٦٠ طالبًا. **(الطول ١٢ طالبًا)**

إجابات «استكشف»

١ – ٥ قد تتنوع الإجابات.

KuwaitMathTeam

٢- التعليم

تعلم

تأكد من أن الطلاب يدركون أن العددين يمكن أن يكون لهما عوامل مشتركة، ولكن يكون لهما عامل مشترك أكبر وحيد.

أمثلة بديلة

❶ أوجد (ع.م.أ) للعددين ١٢، ٣٦.

استخدم قواعد قابلية القسمة لإيجاد عوامل كل من ١٢، ٣٦ .

١٢ = ٢ × ٢ × ٣

٣٦ = ٢ × ٢ × ٣ × ٣

العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) للعددين ١٢، ٣٦ هو:

٢ × ٢ × ٣ = ١٢

❷ قطعتان من شريط قياسهما ٤٨ مترًا و٧٢ مترًا، مطلوب تقطيعهما إلى أطوال أشرطة ممكنة بحيث يكون لها الطول نفسه. ما طول أطول قطع للشريط؟

كل قطعة شريط يمكن أن تقطع إلى أطوال قيمها عوامل لقيمة الطول الكلي. (ع.م.أ) يكون هو أطول طول مشترك للقطع.

أوجد عوامل ٤٨، ٧٢.

٤٨: ١، ٢، ٣، ٤، ٦، ٨، ١٢، ١٦، ٢٤، ٤٨.

٧٢: ١، ٢، ٣، ٤، ٦، ٨، ٩، ١٢، ١٨، ٢٤، ٣٦، ٧٢.

العوامل المشتركة: ١، ٢، ٣، ٤، ٦، ٨، ١٢، ٢٤.

ع.م.أ (٤٨، ٧٢) = ٢٤

سيكون طول قطع الشريط ٢٤ مترًا.

مثال (١)

أوجد (ع.م.أ) للعددين ٣٦، ٤٨.

الحل:

نحلل العددين ٣٦، ٤٨ إلى عواملهما الأولية.

٣٦ = ٢ × ٢ × ٣ × ٣

٤٨ = ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × ٣

فيكون ع.م.أ = ٢ × ٢ × ٣ = ١٢

ع.م.أ للعددين ٣٦، ٤٨ هو ١٢.

حاول أن تحلّ

❶ أوجد ع.م.أ لكل من أزواج الأعداد التالية:

أ ٧٢، ٢٤ ب ٤٩، ٢١ ج ٩٦، ١٢

يمكنك استخدام الخطوات نفسها لإيجاد ع.م.أ لأكثر من عددين.

مثال (٢)

وزّع مدرس مادة الرياضيات على كل طالب في الفصل ورقة تحمل ٣ أعداد كلية وقال: «إن صاحب الورقة التي تحمل أعدادًا عاملها المشترك الأكبر هو ٦ سوف ينال جائزة»؛ علمًا أنه يوجد ورقة واحدة يتوفر فيها هذا الشرط. أعلن الطالب خالد أنه هو من سيربح الجائزة لأنه يملك الورقة التي تحمل الأعداد: ١٢، ١٨، ٣٠. هل خالد على حق؟ اشرح.

الحل:

حلّل كل عدد إلى عوامله الأولية.

١٢ = ٢ × ٢ × ٣

١٨ = ٢ × ٣ × ٣

٣٠ = ٢ × ٣ × ٥

العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) = ٦

نعم. خالد على حق لأن ع.م.أ (١٢، ١٨، ٣٠) = ٦.

حاول أن تحلّ

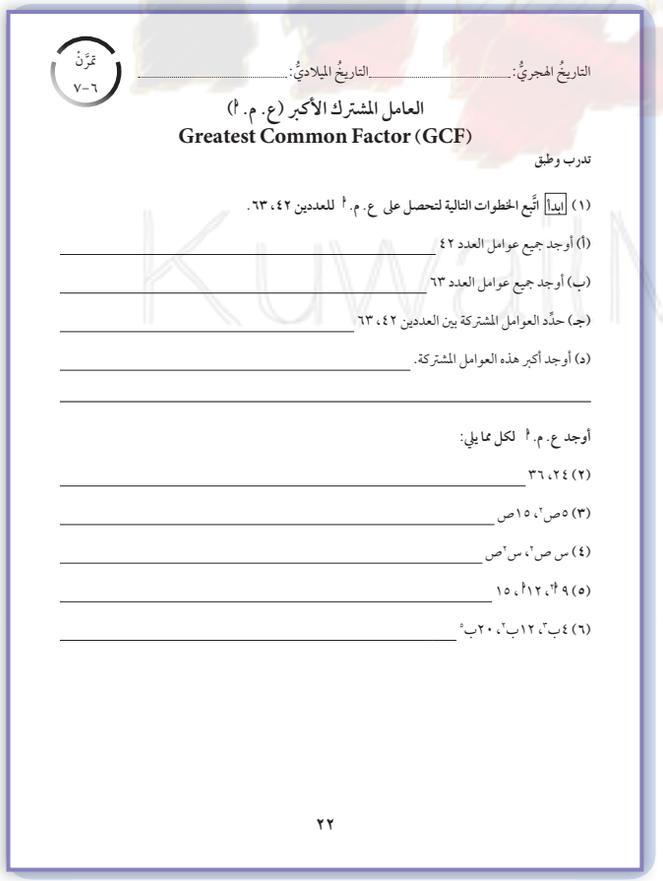
❷ أوجد ع.م.أ للأعداد ٤٥، ١٥، ٩.

يستخدم الـ ع.م.أ عند كتابة كسر في أبسط صورة.

فكرة مفيدة — لحلّ المسائل

استخدم التقنية نفسها المستخدمة في إيجاد ع.م.أ لعددين وذلك لإيجاد ع.م.أ لثلاثة أعداد.

٥٥



تمرّنْ ٦-٧

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

العامل المشترك الأكبر (ع. م. أ)

Greatest Common Factor (GCF)

تدرب وطبق

(١) ابدأ اتّبع الخطوات التالية لتحصل على ع. م. أ للعددين ٤٢، ٦٣.

(أ) أوجد جميع عوامل العدد ٤٢ _____

(ب) أوجد جميع عوامل العدد ٦٣ _____

(جـ) حدّد العوامل المشتركة بين العددين ٤٢، ٦٣ _____

(د) أوجد أكبر هذه العوامل المشتركة. _____

_____

أوجد ع. م. أ لكل مما يلي:

(٢) ٢٤، ٣٦ _____

(٣) ٥ص٢، ١٥ص _____

(٤) س ص٢، س٣ص _____

(٥) ٩أ٢، ١٢أ٢، ١٥ _____

(٦) ٤ب٣، ١٢ب٢، ٢٠ب٥ _____

٢٢

KuwaitMath.com

إجابات «حاول أن تحل»

❶ (أ) ٢٤ (ب) ٧ (جـ) ١٢

❷ ٣ ❸ ٤ص^{٣}

❹ (أ) ٥ص (ب) ٤س^{٢}

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

إجابات «تحقق من فهمك»

❶ أجد عوامل كل عدد، ثم أبحث عن العوامل المشتركة للأعداد الثلاثة وأجد العامل المشترك الأكبر.

❷ بقسمة البسط والمقام على العامل المشترك الأكبر.

تقييم بديل

المجلة: دع الطلاب يعملون كل اثنين معًا لكتابة خطوات إيجاد (ع.م.^{أ})، لعددين من الأرقام أو أكثر.

اختبار سريع

أوجد ع.م.^{أ} لكل من الأعداد التالية:

❶ ٤٨، ٦٤ ١٦

❷ ٧٢، ١٠٨ ٣٦

❸ ٥٠، ١٢٥ ٢٥

ويمكن أن نتبع طريقة مماثلة تمامًا لإيجاد العامل المشترك الأكبر لحدين جبريين.

مثال (٣)

عيّن ع.م.^{أ} للحدين ٦س^{٥}، ٩س^{٣}.

الحل:

٦س^{٥} = ٢ × ٣ × س × س × س × س × س × س

٩س^{٣} = ٣ × ٣ × س × س × س

ع.م.^{أ} = ٣ × س × س × س

= ٣س^{٣}

حاول أن تحل

❸ عيّن ع.م.^{أ} للحدين:

٨ص^{٤}، ١٢ص^{٣}.

مثال (٤)

عيّن ع.م.^{أ} للحدين ١٤س ص، ٢١ص^{٢}ع.

الحل:

١٤س ص = ٢ × ٧ × س × ص

٢١ص^{٢}ع = ٣ × ٧ × ص × ص × ع

ع.م.^{أ} = ٧ص

حاول أن تحل

❹ عيّن ع.م.^{أ} للحدين:

❶ ١٠ص^{٢}، ١٥س^{٢} ص.

❷ ٤س^{٣}، ٨س^{٢} ص.

تحقّق من فهمك

❶ وضح كيف تجد ع.م.^{أ} لثلاثة حدود جبرية.

❷ وضح كيف يستخدم ع.م.^{أ} عند كتابة كسر في أبسط صورة.

٥٦

اكتب كلًّا مما يلي في أبسط صورة:

(٧) $\frac{٢٧}{٥٤}$ _____

(٨) $\frac{٨ب^{٤}جـ^{٢}}{٣٢ب^{٥}جـ^{٣}}$ _____

(٩) $\frac{٣س ص^{٤}}{٩س ص}$ _____

التحضير للاختبار

(١٠) العامل المشترك الأكبر للحدين ١٨س^{٥}ص، ٣٠س^{٣}ص هو: _____

(أ) س^{٣}ص (ب) ٦س^{٥}ص^{٢} (جـ) ٣س^{٣}ص (د) ٦س^{٣}ص

(١١) أبسط صورة للكسر $\frac{٢٤}{٦٠}$ هي: _____

(أ) $\frac{١٢}{٣٠}$ (ب) $\frac{٦}{١٥}$ (جـ) $\frac{٢}{٥}$ (د) $\frac{٦٠}{٢٤}$

٢٣

KuwaitMath.com

إجابات «المرشد لحل المسائل»

١. ٢٤، ٣٠، ٣٦، ٤٢.

٢. لا تتضمن العدد نفسه من النباتات.

٣. بقسمة عدد كل فئة على العامل المشترك الأكبر.

٤. ٢٤: ١، ٢، ٣، ٤، ٦، ٨، ١٢، ٢٤.

٣٠: ١، ٢، ٣، ٥، ٦، ١٠، ١٥، ٣٠.

٣٦: ١، ٢، ٣، ٤، ٦، ٩، ١٢، ١٨، ٣٦.

٤٢: ١، ٢، ٣، ٦، ٧، ١٤، ٢١، ٤٢.

٥. ١، ٢، ٣، ٦.

٦. أكبر عدد هو ٦.

٧. التحليل إلى عوامل أولية باستخدام الأس.

٨. أكبر عدد هو ٨.

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

١. بعد ١٤٤ يومًا.

٢. أكبر عدد من الصحون ٩.

٣. ٤.

٤. قد تختلف الإجابات. مثلًا: ١٢، ٢٤.

المرشد لحل المسائل (٦-٧)

حل المسائل
افهم
خطط
حل
تحقق

يدرس أحمد تأثيرات المصادر الضوئية على نباتات البيوت البلاستيكية، حيث إن عدد النباتات في كلّ فئة ٢٤، ٣٠، ٣٦، ٤٢. يريد أحمد تقسيم الفئات إلى مجموعات جزئية تحوي العدد نفسه من النباتات التي سيجرى عليها البحث. ما أكبر عدد من النباتات التي يمكن وضعها في مجموعة جزئية مع مراعاة عدد النباتات في كل فئة من الفئات؟

افهم

١ حوّط عدد النباتات في كل من الفئات الأربع.

٢ هل تتضمن كل المجموعات الجزئية المختلفة العدد، العدد نفسه من النباتات؟

خطّط

٣ كيف يمكن أن يساعد إيجاد العامل المشترك الأكبر لعدد النباتات في كل من الفئات، على إيجاد عدد النباتات في المجموعة الجزئية الواحدة؟

٤ اكتب عوامل أعداد النباتات في كلّ فئة.

حلّ

٥ ما العوامل المشتركة للأعداد الأربعة كلها؟

٦ ما أكبر عدد من النّباتات التي تحويها مجموعة من الفئات الأربع؟

تحقّق

٧ ما الطريقة الأخرى لإيجاد العامل المشترك الأكبر لمجموعة الأعداد؟

حلّ مسألة أخرى

٨ في دراسة أخرى، كان عدد النباتات في كلّ فئة ٣٢، ٤٠، ٤٨، ٦٤. أراد أحمد تقسيم الفئات إلى مجموعات جزئية تحوي العدد نفسه من النباتات، ما أكبر عدد من النباتات يمكن وضعه في مجموعة جزئية مع مراعاة عدد النباتات في كل فئة من الفئات؟

٥٧

حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ **التفكير الناقد:** يلعب ناصر كرة القدم مرة كل ١٦ يومًا، أما مبارك فيلعب مرة كل ٣٦ يومًا على الملعب نفسه. في أي يوم يلتقيان معاً على أرض هذا الملعب؟

٢ لديك ٦٣ فطيرة لحم، ٤٥ فطيرة خضار، ٥٤ فطيرة جبن. تريد تقديمها لزوارك في صحون وبشكل عادل. ما أكبر عدد من الصحون تستطيع أن تملأها؟

٣ العددان السرّيان الأولان لفتح خزنة هما: ١٢، ١٦.
العدد الثالث هو العامل المشترك الأكبر للعددين ١٢، ١٦.
ما العدد الثالث؟

٤ **التحدي:** مستطيل بعداه عددان زوجيان عاملهما المشترك الأكبر ١٢. أوجد بعدين ممكنين لهذا المستطيل.

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

٥٨

KuwaitMath.com

٦-٨

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يحلل كثيرات الحدود بإخراج العامل المشترك الأكبر.

المصطلحات الأساسية

- عامل، عامل أولي، تحليل إلى عوامل أولية.

مراجعة

أوجد العامل المشترك الأكبر:

١ (٣٢، ٤٨) ١٦

٢ (٢٤، ٣٦) ١٢

٣ (٢٨، ٤٢، ٩٨) ١٤

٤ (١٥، ١٠، ٢٥) ٥

١ - التمهيد

استكشف

الغاية

يطبق الطلاب ما تعلموه عند إيجاد العامل المشترك الأكبر لعددين كليين أو أكثر، لإخراج العامل المشترك الأكبر للتعبيرات الجبرية.

التقييم المستمر

تابع الطلاب وهم يحاولون التعرف إلى المتغيرات والعوامل المشتركة في التعابير الجبرية أمامهم.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

أعط الطلاب كسورًا يتضمن بسطها ومقامها كثيرات حدود من درجات مختلفة، واطلب إليهم كتابتها في أبسط صورة.

٦-٨

التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر

Factorise Using the GCF

سوف تتعلّم
- التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر لكثيرات الحدود.

من الاستخدامات
- يستخدم العلماء الذين يدرسون تاريخ مصر Egyptologists، قابلية القسمة لفك رموز الأنماط المستخدمة في اللغة الهيروغليفية Hieroglyphics.

صلة الدرس: سبق أن درست العامل المشترك الأكبر، والآن سوف تقوم بإخراج العامل المشترك الأكبر لكثيرات الحدود.

استكشف: العامل المشترك الأكبر

يدفع عبد الرحمن يوميًا ٤ دنانير ثمنًا لوجبة الغداء و٣ دنانير ثمنًا لوجبة العشاء. إذا كان هذا المعدل ثابتًا في جميع الأيام، فما المبلغ الذي يدفعه عبد الرحمن خلال س يوم؟

١ أوجد (٤ + ٣) س.

٢ أوجد ٤س + ٣س.

٣ هل تتساوى إجابتا السؤالين (١)، (٢)؟

٤ إذا كانت س = ١٠، فما المبلغ المدفوع ثمنًا للطعام؟

تعلّم: التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر لكثيرات الحدود

إن عملية التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر لكثيرات الحدود هي عملية عكسية لعملية التوزيع، ويمكن تلخيصها بما يلي:

أ ب + أ جـ = أ (ب + جـ)

أ ب - أ جـ = أ (ب - جـ)

ملاحظة: إن المقدار بين القوسين ينتج من قسمة كل حد على (ع. م. أ).

أمثلة

١ حلل بإخراج العامل المشترك الأكبر:

أ ٤س - ٨ص ب ٣أب٢ + ٦أ٢ب

الحل:

أ ع. م. أ للحدين = ٤ ، ٤س - ٨ص = ٤(س - ٢ص)

ب ع. م. أ للحدين = ٣أب ، ٣أب٢ + ٦أ٢ب = ٣أب (ب + ٢أ)

حاول أن تحلّ

١ حلّل بإخراج العامل المشترك الأكبر:

أ ٦س + ٨ص ب ٨س٢ ص٢ - ١٢س٢ ص

المصطلحات الأساسية
- عامل Factor
- عامل أولي Prime Factor
- تحليل إلى عوامل أولية Prime Factorisation

٥٩

٢ حلّل بإخراج العامل المشترك الأكبر:

٤س٣ ص٤ + ٦س٣ ص٣ - ٨س٤ ص٣.

الحل:

ع. م. أ للحدود = ٢س٣ ص٣

٤س٣ ص٤ + ٦س٣ ص٣ - ٨س٤ ص٣ = ٢س٣ ص٣ (٢س ص + ٣ - ٤ س٣ ص).

حاول أن تحلّ

٢ حلّل بإخراج العامل المشترك الأكبر:

٥س٤ ع٥ + ١٥س٣ - ١٠س٢ ع٢.

٣ حلّل بإخراج العامل المشترك الأكبر:

٤(س + ٣) + ص (س + ٣).

الحل: ع. م. أ للحدين = س + ٣

٤(س + ٣) + ص (س + ٣) = (س + ٣)(٤ + ص).

حاول أن تحلّ

٣ حلّل بإخراج العامل المشترك الأكبر:

ب(جـ + ٢) - ٣(جـ + ٢).

٤ أ حلّل المقدار ٢س٢ ص + ٣س ص٢ بإخراج العامل المشترك الأكبر.

ب اكتب في أبسط صورة: $\frac{٢س٢ ص + ٣ س ص٢}{س ص}$ حيث س ≠ ٠، ص ≠ ٠

الحل:

أ ع. م. أ للحدين = س ص

٢س٢ ص + ٣ س ص٢ = س ص (٢س + ٣ص)

ب $\frac{٢س٢ ص + ٣ س ص٢}{س ص} = \frac{س ص(٢س + ٣ص)}{س ص}$ باستخدام التحليل في (أ)

= ٢س + ٣ص بالتبسيط

حاول أن تحلّ

٤ اكتب المقدار $\frac{٣س٢ + ٦ س ص}{٣س}$ س ≠ ٠، في أبسط صورة.

٦٠

KuwaitMath.com

إجابات «استكشف»

١ ٧س.

٢ ٧س.

٣ نعم.

٤ ٧٠.

٢ – التعليم

تعلم

إن عملية إخراج العامل المشترك الأكبر من كثيرات الحدود تتطلب فهماً لقوانين الأس وإيجاد العامل المشترك الأكبر للأعداد الكلية.

أمثلة بديلة

١ ما هو العامل المشترك الأكبر للتعبيرين أدناه؟

٦س^{٢}ص^{٣}، –١٤س ص^{٢}

العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) هو ٢س ص^{٢}.

٢ حلِّل بإخراج العامل المشترك الأكبر لكثيرة الحدود:

٥س^{٣}ص^{٤} – ١٠س^{٤}ص^{٣} + ١٥س^{٢}ص^{٤}

العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) هو: ٥س^{٢}ص^{٣} فنكتب ٥س^{٢}ص^{٣} (س ص – ٢س^{٢} + ٣ص).

٣ حلِّل بإخراج العامل المشترك الأكبر للبسط والمقام، واكتب في أبسط صورة.

$$\frac{٤س^{٣}ص^{٥} - ٦س^{٢}ص^{٣} + ٢س^{٤}ص^{٤}}{٨س^{٥}ص^{٣} + ٤س^{٣}ص^{٢}}$$

$$= \frac{٢س^{٢}ص^{٣}(٢س ص^{٢} - ٣ + س^{٢}ص)}{٤س^{٣}ص^{٢}(٢س^{٢}ص + ١)}$$

$$= \frac{ص(٢س ص^{٢} - ٣ + س^{٢}ص)}{٢س(٢س^{٢}ص + ١)} \quad (س \neq ٠، ص \neq ٠)$$

إجابات «حاول أن تحل»

١ (أ) ٢(٣س + ٤ص)

(ب) ٤س^{٢}ص(٢ص^{٢} – ٣س)

٢ ٥س^{٢}(س^{٢}ع^{٥} + ٣س – ٢ع^{٢})

٣ (جـ + ٢) (ب – ٣)

٤ $\frac{٣س(س + ٢ص)}{٣س}$ = س + ٢ص (س ≠ ٠)

٥ اكتب المقدار التالي في أبسط صورة:

$\frac{٦س^{٤}ص^{٦} + ١٠س^{٣}ص^{٤} - ٨س^{٢}ص^{٣}}{٤س^{٥}ص^{٣} - ٢س^{٣}ص^{٢}}$

الحل:

نبدأ بإخراج العامل المشترك الأكبر في البسط وفي المقام.

٦س^{٤}ص^{٦} + ١٠س^{٣}ص^{٤} – ٨س^{٢}ص^{٣} = ٢س^{٢}ص^{٣}(٣س^{٢}ص^{٣} + ٥س ص – ٤)

٤س^{٥}ص^{٣} – ٢س^{٣}ص^{٢} = ٢س^{٣}ص^{٢}(٢س^{٢}ص – ١)

فيصبح لدينا: $\frac{٢س^{٢}ص^{٣}(٣س^{٢}ص^{٣} + ٥س ص - ٤)}{٢س^{٣}ص^{٢}(٢س^{٢}ص - ١)}$

وبالتبسيط: $\frac{ص(٣س^{٢}ص^{٣} + ٥س ص - ٤)}{س(٢س^{٢}ص - ١)}$

حاولْ أن تحلّ

٥ اكتب المقدار التالي في أبسط صورة:

$\frac{٤د^{٢}و^{٣} - ١٤د^{٣}و^{٥}}{٥د^{٣}و^{٤} + ٨د^{٢}و^{٣}}$

٦ قام نجار بتفريغ قطعة خشبية من داخلها كما هو مبيّن في الشكل. أوجد نسبة حجم الخشب المتبقي إلى حجم القطعة كلها، واكتب الناتج في صورة كسر في أبسط صورة.

الحل:

حجم القطعة = (س + ٤)(س + ٣)(٢س)

= (س^{٢} + ٣س + ٤س + ١٢)(٢س)

= ٢س^{٣} + ١٤س^{٢} + ٢٤س

حجم الخشب المفرَّغ = (س + ١)(س + ٢)(٢س)

= ٢س^{٣} + ٦س^{٢} + ٤س

حجم الخشب المتبقي = (٢س^{٣} + ١٤س^{٢} + ٢٤س) – (٢س^{٣} + ٦س^{٢} + ٤س)

= ٨س^{٢} + ٢٠ س

$\frac{\text{حجم الخشب المتبقي}}{\text{حجم القطعة كلها}} = \frac{٨س^{٢} + ٢٠ س}{٢س^{٣} + ١٤س^{٢} + ٢٤س}$

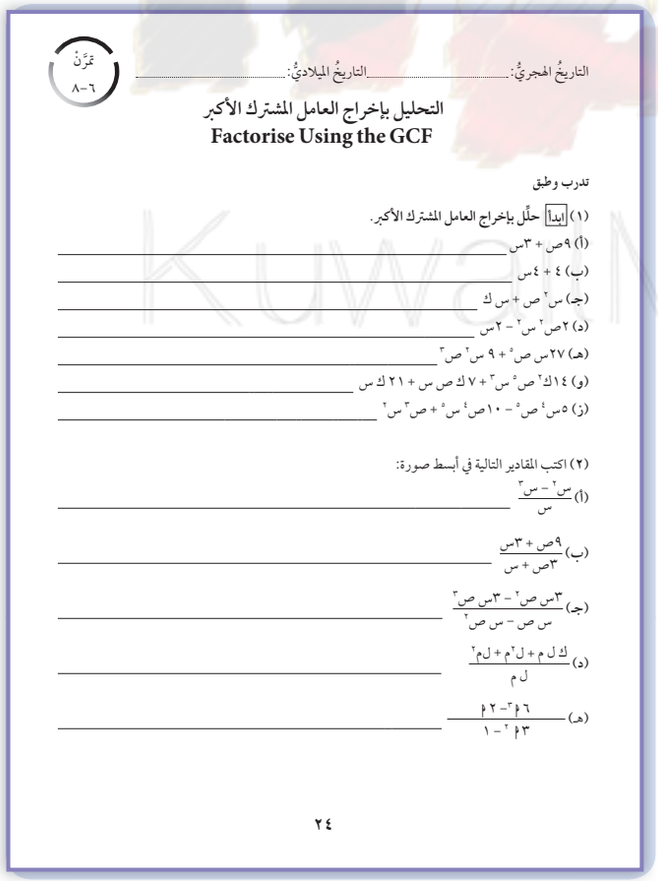
$= \frac{٤س(٢س + ٥)}{٢س(س^{٢} + ٧س + ١٢)}$ التحليل بإخراج ع.م.أ

$= \frac{٢(٢س + ٥)}{س^{٢} + ٧س + ١٢}$

حاولْ أن تحلّ

٦ في المثال (٦) أوجد نسبة حجم الخشب المفرَّغ إلى حجم القطعة كلها.

٦١



التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

تمرّنْ ٦–٨

التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر

Factorise Using the GCF

تدرب وطبق

(١) ابدأ حلِّل بإخراج العامل المشترك الأكبر.

(أ) ٩ص + ٣س _____

(ب) ٤ + ٤س _____

(جـ) س^{٢}ص + س ك _____

(د) ٢ص^{٢}س^{٢} – ٢س _____

(هـ) ٢٧س ص^{٥} + ٩ س^{٢}ص^{٣} _____

(و) ١٤ك^{٢}ص^{٥}س^{٣} + ٧ ك ص س + ٢١ ك س _____

(ز) ٥س^{٤}ص^{٥} – ١٠ص^{٤}س^{٥} + ص^{٣}س^{٣} _____

(٢) اكتب المقادير التالية في أبسط صورة:

(أ) $\frac{س^{٢} - س^{٣}}{س}$ _____

(ب) $\frac{٩ص + ٣س}{٣ص + س}$ _____

(جـ) $\frac{٣س ص^{٢} - ٣س ص^{٣}}{س ص - س ص^{٢}}$ _____

(د) $\frac{ك ل م + ل^{٢}م + ل م^{٢}}{ل م}$ _____

(هـ) $\frac{٦ب^{٢} - ٢ب}{٣ب^{٢} - ١}$ _____

٢٤

Kuwait Math.com

٥ $\frac{٢د^{٢}و^{٣}(٢ - ٧د و^{٢})}{د^{٢}و^{٣}(٥د و + ٨)} = \frac{٢(٢ - ٧د و^{٢})}{٥د و + ٨}$ (د ≠ ٠، و ≠ ٠)

٦ $\frac{٢س(س^{٢} + ٣س + ٢)}{٢س(س^{٢} + ٧س + ١٢)} = \frac{س^{٢} + ٣س + ٢}{س^{٢} + ٧س + ١٢}$

(س ≠ ٠)

٧ (أ) (ص^{٣} + ٥) (ص + ٢) (ب) (أ^{٢} + ٧) (أ + ب)

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

تأكد من أن الطلاب قد تمكنوا من إخراج العامل المشترك الأكبر في كثيرات الحدود وأنهم طبقوا جيدًا قوانين الأس.

إجابات «تحقق من فهمك»

١ **العامل المشترك الأكبر للعددين هو ٨،**

والعامل المشترك الأكبر للحدين هو ٨س^{٣}ص^{٣}.

٢ $\frac{١٨}{٢٧} = \frac{٢}{٣}$

$\frac{١٨د^{٣}هـ^{٦}و^{٧}}{٢٧د^{٥}هـ^{٤}و^{٣}} = \frac{٢هـ^{٢}و^{٤}}{٣د^{٢}}$ (د ≠ ٠، هـ ≠ ٠، و ≠ ٠)

تقييم بديل

المجلة: دع الطلاب يعملون ضمن مجموعات من اثنين. يكتب أحدهم كثيرة حدود ويطلب من الثاني تحليلها بإخراج العامل المشترك الأكبر، ثم يتبادلان الأدوار.

اختبار سريع

حلّل بإخراج العامل المشترك الأكبر:

١ ٧س^{٢}ص^{٣} + ١٤س^{٣} − ٢١ص^{٢}

٧(س^{٢}ص^{٣} + ٢س^{٣} − ٣ص^{٢})

٢ س^{٣}ص^{٤} − ٣س^{٢}ص^{٣} + ٤س^{٥}ص^{٢}

س^{٢}ص^{٢}(س ص^{٢} − ٣ص + ٤س^{٣})

٣ **أُكتب في أبسط صورة:**

$\frac{٨د^{٣}هـ^{٤} - ٢٤د^{٥}هـ^{٧} - ١٦د^{٥}هـ^{٥}}{٣٢د^{٥}هـ^{٦} + ١٦د^{٣}هـ^{٤}}$

$\frac{١ - ٣د^{٢}هـ^{٣} - ٢د^{٢}هـ}{٢(٢د^{٢}هـ^{٢} + ١)}$

يمكن تحليل الحدوديات الرباعية باستخدام التحليل وذلك بإخراج العامل المشترك الأكبر. وعند تحليل الحدودية تأكد من أن الناتج الأخير يتكون من عوامل مضروبة في بعضها.

مثال (٧)

حلل بإخراج العامل المشترك الأكبر:

س^{٣} − س^{٢} + ٢س − ٢.

الحل:

س^{٣} − س^{٢} + ٢س − ٢

= (س^{٣} − س^{٢}) + (٢س − ٢)

= س^{٢}(س − ١) + ٢(س − ١)

= (س − ١) (س^{٢} + ٢)

حاول أن تحلّ

٧ حلل:

أ ص^{٤} + ٢ص^{٣} + ٥ص + ١٠.

ب أ^{٣} + أ^{٢}ب + ٧أ + ٧ب.

تحقّق من فهمك

١ ما العامل المشترك الأكبر للعددين ١٦، ٢٤؟

وما العامل المشترك الأكبر للحدين ١٦س^{٢}ص^{٤}، ٢٤س^{٥}ص^{٣}؟

٢ كيف تبسّط: $\frac{١٨}{٢٧}$، $\frac{١٨د^{٣}هـ^{٦}و^{٧}}{٢٧د^{٥}هـ^{٤}و^{٣}}$؟

٦٣

KuwaitMath.com

٦-٩

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يحلل الفرق بين مربعين.

المصطلحات الأساسية

- كثيرة حدود، فرق بين مربعين، تحليل الفرق بين مربعين.

مراجعة

أوجد مربع كل مما يأتي:

١ ٥	٢٥
٢ ١	١
٣ ٧	٤٩
٤ ٩	٨١
٥ س	س^{٢}
٦ س ص	س^{٢}ص^{٢}

١ - التمهيد

استكشف

الغاية

يحاول الطلاب تفكيك الفرق بين مربعين إلى عاملين من الدرجة الأولى وتطبيقها في ضرب الأعداد.

التقييم المستمر

تابع الطلاب وهم يطبقون القاعدة لتفكيك الفرق بين مربعين وإذا كانوا يجدون الإجابات الصحيحة.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

اسأل الطلاب تحليل الفرق بين المربعين (س^{٢})^{٢} - ٢٤.

ناقش معهم الإجابة التي توصلوا إليها.

(س^{٢} - ٤) (س^{٢} + ٤) = (س - ٢) (س + ٢) (س^{٢} + ٤)

٦-٩

تحليل الفرق بين مربعين

Factorising the Difference of Two Squares

سوف تتعلّم
- تحليل الفرق بين مربعين.

من الاستخدامات
- يستخدم الفرق بين مربعين لإيجاد ارتفاع الخيمة.
- لإيجاد الفرق تستخدم نظرية فيثاغورث: (الارتفاع)^{٢} = (طول الوتر)^{٢} - (نصف طول القاعدة)^{٢}

صلة الدرس: سبق أن تعلمت العمليات مع كثيرات الحدود، والآن سوف تقوم بتحليل الفرق بين مربعين.

استكشف — تحليل الفرق بين مربعين

لدينا مربعان أحدهما كبير طول ضلعه أ والآخر صغير طول ضلعه ب.

١ ما مساحة المربع الكبير؟ وما مساحة المربع الصغير؟

٢ إذا اقتطعنا المربع الصغير من المربع الكبير:

أوجد مساحة الشكل الجديد بدلالة أ، ب.

٣ قسّم الشكل الجديد إلى مستطيلين كما في الرسم أدناه.

أ) أوجد مساحة المستطيل (١).

ب) أوجد مساحة المستطيل (٢).

جـ) أوجد مساحة الشكل الجديد بدلالة أ، ب.

د) أوجد المساحة في (جـ) بصورة عاملين.

٤ ماذا تستنتج؟

(١) (٢) أ ب أ - ب ب

تعلّم — تحليل الفرق بين مربعين

إذا أخذنا المقدار أ^{٢} - ب^{٢} (الفرق بين مربعين) فإننا لا نجد عاملًا مشتركًا للحدين يسمح لنا بتحليله، لذلك نلجأ إلى طريقة بديلة تقوم على طرح الحد أب ثم إضافته، بحيث إن قيمة المقدار لا تتغير ويصبح باستطاعتنا تحليل المقدار أ^{٢} - ب^{٢}.

أ^{٢} - ب^{٢} = أ^{٢} - أب + أب - ب^{٢} إضافة المقدار - أب + أب الذي يساوي صفرًا

= أ(أ - ب) + ب(أ - ب) إخراج العامل المشترك أ ثم العامل المشترك ب

= (أ - ب)(أ + ب) إخراج العامل المشترك أ - ب

وللتحقق، نبسط (أ - ب)(أ + ب) فنحصل على أ^{٢} + أب - أب - ب^{٢} أي أ^{٢} - ب^{٢}

لذا عند تحليلنا الفرق بين مربعين، نجد أن كلًّا من عاملي الفرق مكوّن من حدين متساويين، ولكن الإشارة بينهما مختلفة.

أ^{٢} - ب^{٢} = (أ + ب)(أ - ب)

المصطلحات الأساسية
- كثيرة حدود Polynomial
- فرق بين مربعين Difference of Two Squares
- تحليل الفرق بين مربعين Factorising the Difference of Two Squares

٦٣

أمثلة

١ حلّل س^{٢} - ١٦.

الحل:

س^{٢} - ١٦ = (س)^{٢} - (٤)^{٢}

= (س + ٤)(س - ٤)

أعد كتابة س^{٢} بـ (س)^{٢}، (١٦) بـ (٤)^{٢}

حلّل

٢ حلّل: ٨١ - ص^{٢}.

الحل:

٨١ - ص^{٢} = (٩)^{٢} - (ص)^{٢}

= (٩ + ص)(٩ - ص)

٣ حلّل: ٢ل^{٢} - ٥٠.

الحل:

٢ ل^{٢} - ٥٠ = ٢ (ل^{٢} - ٢٥)

= ٢(ل - ٥)(ل + ٥)

٤ حلّل ٤س^{٢} - ٢٥ص^{٢}.

الحل:

٤س^{٢} - ٢٥ص^{٢} = (٢س)^{٢} - (٥ص)^{٢}

= (٢س + ٥ص) (٢س - ٥ص)

٥ حلّل (س - ٢)^{٢} - ٩.

الحل:

(س - ٢)^{٢} - ٩ = (س - ٢)^{٢} - (٣)^{٢}

= (س - ٢ + ٣)(س - ٢ - ٣)

= (س + ١)(س - ٥)

حاوِل أن تحلّ

حلّل ١ س^{٢} - ٤.

٢ ٧٥ - ٣م^{٢}.

٣ ٢س^{٢} - ١٨.

٤ (م + ١)^{٢} - ٤٩.

٦٤

إجابات «استكشف»

١ $أ^{٢}$ ، $ب^{٢}$.

٢ $أ^{٢} - ب^{٢}$.

٣ (أ) $أ(أ^{٢} - ب)$.

(ب) $ب(أ^{٢} - ب)$.

(جـ) $أ(أ^{٢} - ب) + ب(أ^{٢} - ب)$.

(د) $(أ^{٢} - ب)(أ^{٢} + ب)$.

٤ $أ^{٢} - ب^{٢} = (أ^{٢} - ب)(أ^{٢} + ب)$.

٢ – التعليم

تعلم

تحليل الفرق بين مربعين يساعد على إيجاد ناتج ضرب عددين باستخدام الحساب الذهني.

أمثلة بديلة

١ حلّل: $٤س^{٢} - ٩ص^{٢}$.

نكتب: $٤س^{٢} - ٩ص^{٢} = (٢س)^{٢} - (٣ص)^{٢}$

$= (٢س - ٣ص)(٢س + ٣ص)$

٢ حلِّل: $٥٠ - ٢ص^{٢}$.

$٢(٢٥ - ص^{٢}) = ٢(٥ - ص)(٥ + ص)$

٣ استخدم تحليل الفرق بين مربعين والحساب الذهني لإيجاد قيمة: $(٩٥)^{٢} - ٢٥$

$(٩٥)^{٢} - ٢٥ = (٩٥ - ٥)(٩٥ + ٥) = (٩٠)(١٠٠)$

$= ٩٠٠٠$

٤ أوجد: ٢٢×٢٨ باستخدام تحليل الفرق بين مربعين والحساب الذهني.

$٢٢ \times ٢٨ = (٢٥ - ٣)(٢٥ + ٣)$

$= (٢٥)^{٢} - ٣^{٢}$

$= ٦٢٥ - ٩ = ٦١٦$

٦ أوجد قيمة المقدار $(٩٣)^{٢} - ٧^{٢}$ بالتحليل.

الحل:

$(٩٣ + ٧)(٩٣ - ٧) = ٧^{٢} - ٩٣^{٢}$

$= ١٠٠ \times ٨٦$

$= ٨٦٠٠$

٧ وضع سالم في غرفة الطعام في منزله سجادة مستطيلة الشكل أبعادها م ، ٢م ثم وضع فوق هذه السجادة طاولة طعام مستطيلة الشكل أبعادها ن، ٢ن.

أ اكتب تعبيرًا جبريًّا يبين مساحة القطعة المتبقية من السجادة مستخدمًا م، ن ثم حلل هذا التعبير.

ب أوجد المساحة المتبقية من السجادة إذا كان م = ٣أمتار، ن = ٢ متر.

الحل:

أ مساحة القطعة المتبقية من السجادة = مساحة السجادة – مساحة الطاولة

$= ٢م \times م - ٢ن \times ن$

$= ٢م^{٢} - ٢ن^{٢}$

$= ٢(م^{٢} - ن^{٢})$

$= ٢(م - ن)(م + ن)$

ب المساحة المتبقية $= ٢(٣ - ٢)(٣ + ٢) = ١٠م^{٢}$

حاول أن تحلّ

٥ أوجد قيمة: $(١١٥)^{٢} - (١١٤)^{٢}$ بالتحليل.

٦ حلّل: $٤٩ب^{٢} - ٨١ل^{٢}$.

٧ حلّل $(س + ١)^{٢} - ١٦$.

تحقّق من فهمك

١ هل تستطيع تحليل $س^{٢} + ص^{٢}$ إلى عاملين؟ فسّر.

٢ حلّل: $١٦ - ص^{٢}$.

٣ هل $(س^{٢} - ص^{٢})$ تساوي $(س - ص)^{٢}$؟ فسّر.

٦٥

تمرّن ٦-٩

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

تحليل الفرق بين مربعين
Factorising the Difference of Two Squares

تدرب وطبق

ابدأ حلّل الفرق بين مربعين:

(١) $س^{٢} - ٢٥ =$ _____

(٢) $١ - س^{٢} =$ _____

(٣) $٤س^{٢} - ٣٦ =$ _____

(٤) $٤س^{٢} - ١٠٠ =$ _____

(٥) $٣٦ - ٩س^{٢} =$ _____

(٦) $٨١ - ٤س^{٢} =$ _____

(٧) $س^{٢} - ص^{٢} =$ _____

(٨) $٤س^{٢} - ص^{٢} =$ _____

(٩) $٤س^{٢} - ٩ص^{٢} =$ _____

(١٠) $٣٦ص^{٢} - ٢٥س^{٢} =$ _____

باستخدام التحليل أوجد قيمة كل من الأعداد التالية:

(١١) $(٢١٤)^{٢} - (٢١٣)^{٢}$ _____

(١٢) $(٣٦٥)^{٢} - (٣٥٥)^{٢}$ _____

٢٥

KuwaitMath.com

إجابات «حاول أن تحل»

١ (س – ٢) (س + ٢)

٢ ٣(٢٥ – م^{٢}) = ٣ (٥ – م) (٥ + م)

٣ ٢(س^{٢} – ٩) = ٢ (س – ٣) (س + ٣)

٤ (م + ١ – ٧) (م + ١ + ٧) = (م – ٦) (م + ٨)

٥ (١١٥ – ١١٤) (١١٥ + ١١٤) = ١(٢٢٩) = ٢٢٩

٦ (٧ب – ٩ل) (٧ب + ٩ل)

٧ (س + ١ – ٤) (س + ١ + ٤) = (س – ٣) (س + ٥)

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

تابع مع الطلاب عملية تحليل فرق المربعين إلى عوامل، وتأكد من أن التحليل يطال فقط الفرق بين المربعين.

إجابات «تحقق من فهمك»

١ **إذا أخذنا** (س + ص)^{٢} = س^{٢} + ص^{٢} + ٢س ص

∴ (س + ص) (س + ص) ≠ س^{٢} + ص^{٢}.

إذا أخذنا (س – ص)(س + ص) = س^{٢} – ص^{٢}

∴ (س – ص) (س + ص) ≠ س^{٢} + ص^{٢}.

إذا أخذنا (س – ص)^{٢} = س^{٢} + ص^{٢} – ٢س ص

∴ (س – ص) (س – ص) ≠ س^{٢} + ص^{٢}.

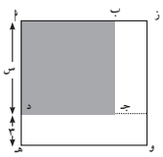
وبالتالي، لا يمكن تحليل س^{٢} + ص^{٢} **إلى عوامل حيث إنها ناتج جمع مربعين.**

٢ ١٦ – ص^{٢} = (٤^{٢} – ص^{٢}) = (٤ – ص)(٤ + ص)

٣ كلّا، س^{٢} – ص^{٢} = (س – ص) (س + ص)

بينما (س – ص) ^{٢} = (س – ص) × (س – ص)

(١٣) أ ب جـ د مربع طول ضلعه س متر، أضفنا ٣ أمتار إلى كل من الضلعين أ ب، أ د فحصلنا على المربع أهـ وز.



(١) أي من التعابير التالية يمثّل زيادة عن مساحة المربع المظلل؟ _____

(أ) (س^{٢} + ٣^{٢}) – س^{٢}

(ب) س^{٢} – (س + ٣)^{٢}

(جـ) (س + ٣)^{٢} – س^{٢}

(٢) وضّح سبب كتابة هذه الزيادة على صورة: ٣ × (٢س + ٣).

_____

(٣) كم يكون طول ضلع المربّع الأصغر إذا كانت زيادة المساحة تساوي ٣٣ مترًا مربّعًا؟

_____

أكمل لكي تكون المعادلة صحيحة لكل مما يلي:

(١٤) س^{٢} – ___ = (___ + ١٠) × (س – ١٠)

(١٥) ٤س^{٢} – ___ = (___ + ٧) × (___ – ٧)

(١٦) ٩ – ___ = (___ + ٥س) × (___ – ٥س)

(١٧) ١٠١ × ٩٩ = ___^{٢} – ___^{٢}

(١٨) **التحضير للاختبار** تحليل المقدار ٢٥س^{٢} – ١٦ إلى عوامله هو: _____

(أ) (س – ٤) × (س + ٤)

(ب) (٥ – ٤) × (٥ + ٤)

(جـ) (٥س + ٤) × (٥س – ٤)

(د) (٢٥س + ١٦) × (٢٥س – ١٦)

(١٩) إذا كان س^{٢} – ص^{٢} = ٣٠، (س + ص) = ٦ فإن (س – ص) = _____

(أ) –٦ (ب) ٦ (جـ) ٥ (د) –٥

مراجعة الوحدة السادسة (ب)

أوجد ع.م.أ لكل مما يلي:

(١) ٤س، ١٢ص _____

(٢) ٢٠أ^{٢}ب، ٣٠أ^{٢}ب _____

(٣) ٢٧ س ص، ٤٥ ص^{٢} _____

(٤) ١٢ س ص ع^{٢}، ١٨ع س^{٢} _____

(٥) ٣(س + ١)^{٢}، ٤س(س + ١) _____

(٦) ٣س^{٢} ص^{٣}، ٦س ص، ١٥ س^{٢} ص _____

اكتب كلًّا مما يلي في أبسط صورة:

(٧) $\frac{\text{س}^{٢}-٩}{٤\text{س}-١٢}$ _____

(٨) $\frac{٢٧\text{أ}^{٢}\text{ب}-٣\text{أ}\text{ب}}{٦\text{أ}\text{ب}+٢\text{ب}}$ _____

KuwaitMath.com

تقييم بديل

دع الطلاب يعملون ضمن مجموعات من اثنين على أن يكتب أحدهم تعبيرًا مكونًا من فرق مربعين ويطلب إلى زميله تحليله إلى عاملين، ثم يتبادلان الأدوار.

اختبار سريع

❶ حلّل: $٨س^{٢} - ١٨ص^{٢}$

$٢(٢س - ٣ص)(٢س + ٣ص)$

❷ أوجد الناتج: $(١١٨)^{٢} - (١٨)^{٢}$ ١٣٦٠٠

حلّل باخراج العامل المشترك الأكبر، ثم بسّط.

(٩) $\frac{١٨س + ٣٦ص}{٩}$

(١٠) $\frac{ك^{٢}س^{٢} + ك س}{ك س}$

(١١) $٥٥ \times ٣٥ + ٥٥ \times ٦٥$

(١٢) $٨٧ \times ٢٥ - ٨٧ \times ١٥$

(١٣) $\frac{س^{٢}ص - س ص}{س^{٥} ص^{٥} ك^{٤}}$

(١٤) $\frac{س^{٢}ص - س ص}{س - ١}$

(١٥) $\frac{٢٥س^{٢} - ٩ص^{٢}}{١٠س - ٦ص}$

حلّل كل فرق بين مربعين:

(١٦) $س^{٢} - ٦٤ =$

(١٧) $٩س^{٢} - ٢٥ =$

(١٨) $\frac{١}{٤}س^{٢} - ٢٥ =$

(١٩) $\frac{١}{٩}س^{٢} - \frac{٣٦}{٤٩} =$

(٢٠) $٣٦س^{٢} - ص^{٢} =$

(٢١) $٤٩س^{٢} - ٨١ص^{٢} =$

(٢٢) $\frac{٤}{٩}س^{٢} - \frac{١٦}{٢٥}ص^{٢} =$

أكمل لكي تكون المعادلة صحيحة لكل مما يلي:

(٢٣) $س^{٢} - ____ = (___ + ٩) \times (___ - ٩)$

(٢٤) $١٢١س^{٢} - ____ = (____ + ١) \times (____ - ١)$

(٢٥) $____ - ____ = (٧س + ٢) \times (٧س - ٢)$

KuwaitMath.com

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

١ باستخدام نظرية فيثاغورث

$(\overline{أ جـ})^{٢} = (\overline{أ ب})^{٢} + (\overline{جـ ب})^{٢}$

$(١٣)^{٢} = (\overline{أ ب})^{٢} + ٥^{٢}$

$(\overline{أ ب})^{٢} = (١٣)^{٢} - ٥^{٢}$

$= (١٣ - ٥)(١٣ + ٥)$

$= ٨ \times ١٨$

$= ١٤٤$

$\overline{أ ب} = ١٢$ سم

٢ أبعاد المستطيل: ٣د + ٥، ٣د − ٥.

٣ هو ليس على حق لأن

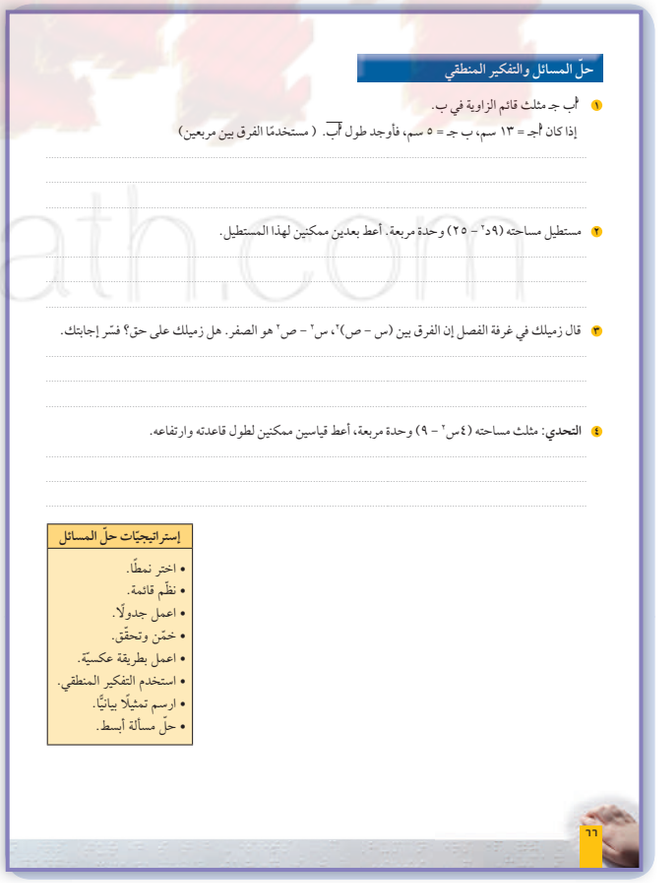
$(س - ص)^{٢} = س^{٢} + ص^{٢} - ٢س ص،$

وبالتالي:

$(س - ص)^{٢} - (س^{٢} - ص^{٢}) = ٢ص^{٢} - ٢س ص.$

٤ قاعدة: ٢(٢س − ٣) وارتفاع: ٢س + ٣،

أو قاعدة: ٢س − ٣ وارتفاع ٢(٢س + ٣).



حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ $\overline{أ ب}$ جـ مثلث قائم الزاوية في ب.
إذا كان $\overline{أ جـ} = ١٣$ سم، ب جـ = ٥ سم، فأوجد طول $\overline{أ ب}$. (مستخدمًا الفرق بين مربعين)

٢ مستطيل مساحته $(٩د^{٢} - ٢٥)$ وحدة مربعة. أعط بعدين ممكنين لهذا المستطيل.

٣ قال زميلك في غرفة الفصل إن الفرق بين $(س - ص)^{٢}$، $س^{٢} - ص^{٢}$ هو الصفر. هل زميلك على حق؟ فسّر إجابتك.

٤ **التحدي:** مثلث مساحته $(٤س^{٢} - ٩)$ وحدة مربعة، أعط قياسين ممكنين لطول قاعدته وارتفاعه.

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

مراجعة الوحدة السادسة

اختصر لأبسط صورة:

(١) $٣^{٢} \times ٣^{٣} \times (٣^{٢})^{٤} =$ _____

(٢) $\frac{(-٣)^{٢} \times (-٣)^{٤}}{(-٣)^{٣}} =$ _____

(٣) $٤ص س \times ٧^{٢} ص س^{٢} =$ _____

(٤) $\frac{٢^{٤} \times ٥^{٣}}{١٠^{٢} \times ٢^{٣}} =$ _____

(٥) $\frac{(٥^{-٣})^{٢}}{٥^{-١}} =$ _____

(٦) $\frac{٣ س^{-٢} ص^{٢} ع}{٩ س^{٤} ص ع^{-٢}} =$ _____

بسّط كلًّا من كثيرات الحدود التالية:

(٧) $(٦س^{٣} - ٢س^{٢} + س - ٣) + (٤س^{٣} + ٤س^{٢} - ٤) + ٥س + ٧ =$ _____

(٨) $(٥س^{٣} - ٤س^{٤} - ٢) - (٢س + ٣س^{٣} - ١) =$ _____

(٩) $(٢س^{٢} - ٥)(س^{٣} - ٢س - ٤) =$ _____

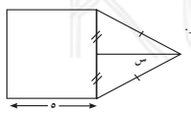
(١٠) $(-٣س + ٢)(س + ٤ص - ٢) =$ _____

(١١) $٤س^{٢} \times (٣س^{٣} - ٢س^{٢} + س) - ٥س \times (-٣س^{٣} + س^{٣} - ٢) =$ _____

(١٢) اقسم $٤س^{٢} - ٢س^{٣} + س$ على ٣س حيث س ≠ ٠ :

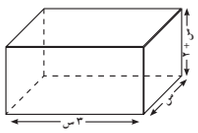
(١٣) اقسم $٥س^{٣} ص^{٢} - ٣س^{٢} ص^{٣} + ٦س^{٣} ص^{٣}$ على $٢س^{٢} ص^{٢}$ حيث س ≠ ٠ ، ص ≠ ٠ :

(١٤) أوجد، بدلالة س، مساحة الشكل المكون من مربع ومثلث إلى اليسار.



(١٥) (أ) أوجد، بدلالة س، حجم شبه المكعب إلى اليسار.

(ب) أوجد بدلالة س المساحة الكلية.



أوجد ع.م.أ لكل مما يلي:

(١٦) $٤٨ أ^{٢} ب جـ$ ، $٣٢ أ ب^{٢} جـ^{٣}$

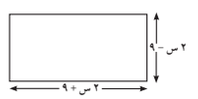
(١٧) $٢٨س^{٢} ص$ ، $١٦ص س^{٣}$

أوجد الناتج لكل مما يلي:

(١٨) $(٢س + ٣) \times (٢س - ٣) =$ _____

(١٩) $(٣ + ٤س) \times (٣ - ٤س) =$ _____

(٢٠) أوجد بدلالة س محيط المستطيل إلى اليسار ومساحته.



KuwaitMath.com

إجابات اختبار الوحدة السادسة

١ متغيرة

٢ ثابت

٣ متغير

٤ (أ) $٢^{٢} \times ٣ = ٤ \times ٣ = ١٢$

(ب) $س^{٥}$

٥ ٢

٦ (أ) $١٨س + ٨$

(ب) ٩٨ م

٧ (أ) $٤س^{٢} - ٩س + ١٠$

(ب) $١١س^{٢} + ٣س$

٨ $س^{٢} - ١١س - ٥$

٩ $٣س^{٥} - س^{٣} + ٧س + ٢$

١٠ $\frac{٣س^{٢} + ٩س + ٦}{٢}$

١١ $٩س^{٥} - ١٥س^{٤}$

١٢ $ص^{٢} + ص + ١$

اختبار الوحدة السادسة

١ هل درجة الحرارة الخارجية ثابتة أم متغيرة؟

٢ هل عدد الساعات في اليوم ثابت أم متغير؟

٣ هل عدد الأشخاص في منطقة معينة ثابت أم متغير؟

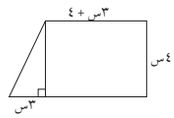
٤ أوجد:

(أ) $\frac{٣ \times (٢^{٢} \times ٢^{٤})}{٢^{٣} \times ٣}$

(ب) $\frac{س \times (ص^{٢})^{٢}}{س^{٤}}$

٥ احسب قيمة $س^{٤} - ٢س^{٢} + ٣س^{٣}$ إذا كان س = ١.

٦ (أ) أوجد تعبير المحيط في الرسم أدناه.



(ب) أوجد محيط الشكل إذا كان س = ٥ أمتار.

٧ أوجد الناتج:

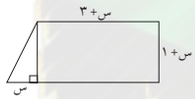
(أ) $(٣س^{٢} - ٢س + ٣) + (س^{٢} - ٧س + ٧)$.

(ب) $(٢س^{٢} + ٥س - ٣) + (٦س^{٢} + ٢س + ٢) + (٣س^{٢} - ٤س + ١)$.

٨ في الشكل مثلث محيطه $٢س^{٣} - ٦س + ٨$، أوجد طول الضلع الناقص.

٩ أوجد ناتج: $(٢س^{٥} + ٣س - ٢) - (س^{٣} - ٤س - ٤ - س^{٥})$.

١٠ أوجد المساحة في الشكل المقابل بدلالة س.



١١ اضرب: $٣س^{٢}$ في $(٣س^{٢} - ٥س^{٢})$.

اختبار الوحدة السادسة

١٢ اقسم: $ص^{٤} + ص^{٣} + ص^{٥}$ على $ص^{٣}$.

١٣ (أ) أوجد ع. م. أ للحدين $٤ك^{٢}غ$، $٨ك غ^{٣}$.

(ب) بسّط: $\frac{٤ك^{٢}غ + ٨ك غ^{٣}}{٢ك غ}$

١٤ بسّط: $\frac{٦س (س^{٢} - ٩)}{(٢س - ٦)(٣س + ٩)}$

١٥ أوجد ع. م. أ للعددين ٤٨، ١٦.

١٦ أوجد ع. م. أ للأعداد ١٢، ١٤، ١٦.

١٧ اكتب $\frac{١٨}{٧٢}$ في أبسط صورة.

١٨ حلّل $س^{٢} - ٤$ ثم $س^{٤} - ١٦$.

١٩ أوجد قيمة: $[(٤٤٥)^{٢} - (٤٤٤)^{٢}] - [(٣٤٥)^{٢} - (٣٤٤)^{٢}]$.

٢٠ حلّل: $(٥ - ٤م)^{٢} - ١٢١$.

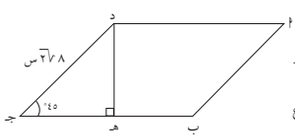
٢١ حلّل: $٢(س + ٤)^{٢} - ١٢٨$.

٢٢ حلّل: $(٣س + ٢)^{٢} - (٢س + ٣)^{٢}$.

٢٣ أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه ق(∠جـ) = ٤٥°، د جـ = $٨\sqrt{٢}$ س.

(أ) أوجد بدلالة س طول العمود د هـ.

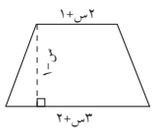
(ب) أوجد بدلالة س طول $\overline{أ د}$ إذا كانت مساحة متوازي الأضلاع تساوي $٩٦\sqrt{٢}$ $س^{٢}$.



٢٤ يعلو أحد الأبنية سطح من القرميد، ويبيّن الشكل المقابل حائطًا من هذا السطح على شكل شبه منحرف. أوجد مساحة هذا الحائط بدلالة س.

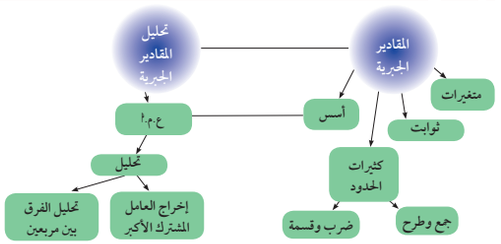
(مساعدة رياضية: تعطى مساحة شبه المنحرف بالقانون:

م = $\frac{١}{٢}$ (مجموع القاعدتين المتوازيتين) × الارتفاع)



KuwaitMath.com

مخطط تنظيمي للوحدة السادسة



الوحدة السادسة (أ): المقادير الجبرية

- يسمى التعبير الذي يشمل متغيرات، وأعدادًا ورموز عمليات تعبيرًا أو مقدارًا جبريًا، ولكي نوجد قيمة تعبير جبري فإننا نعوّض بقيم كل متغير ونبسط بتطبيق الترتيب للعمليات.
- نستخدم قوانين الأسس لإيجاد قيم التعابير الجبرية.
- الحد الجبري في كثيرة الحدود هو عدد (موجب أو سالب) مضروب في متغير أو في عدة متغيرات تكون ذات أسس صحيحة غير سالبة.
- كثيرة الحدود هي مجموع حد أو أكثر، ذات الحدين هي كثيرة حدود تتكوّن من حدين، ثلاثية الحدود هي كثيرة حدود تتكوّن من ٣ حدود، درجة كثيرة الحدود في متغير واحد هي أكبر الأسس في حد.
- يقال إن كثيرة الحدود مكتوبة بترتيب تنازلي إذا كتبت من أكبر الحدود درجة إلى أصغرها درجة.
- يمكن حساب قيمة كثيرة الحدود باستبدال المتغيرات بالأعداد المعطاة واستخدام قواعد ترتيب العمليات لتبسيط التعبير.
- الحدود المتشابهة هي حدود لها المتغير نفسه مرفوعًا للأس نفسه، ويقال إن كثيرة الحدود مبسطة عندما لا تحوي حدودًا متشابهة.
- تجمع كثيرات الحدود بدمج الحدود المتشابهة، ويمكنك استخدام خاصية التوزيع أو جمع كثيرات الحدود رأسيًا، وتطرح كثيرات الحدود بجمع معكوسها الجمعي، ويمكنك إيجاد المعكوس الجمعي لكثيرة حدود بتغيير إشارة كل حد.
- عند ضرب القوى للأساس نفسه، تجمع الأسس: $أ^{ن} \times أ^{م} = أ^{ن+م}$ حيث $أ \neq ٠$، ويمكن استخدام هذه القاعدة لضرب وحيدات الحد أو الأعداد المكتوبة في الصورة العلمية.
- تستخدم خاصية التوزيع لضرب وحدة حد في كثيرة حدود.

الوحدة السادسة (ب): تحليل المقادير الجبرية

- تنص النظرية الأساسية لعلم الحساب على أنه يمكن كتابة الأعداد الصحيحة كلها والأكبر من ١ باستخدام التحليل إلى عوامل أولية.
- يكون العامل المشترك لعددين عاملًا لكل منهما، ويسمى أكبر العوامل المشتركة هذه العامل المشترك الأكبر (ع. م. أ).
- يستخدم (ع. م. أ) عند كتابة كسر في أبسط صورة.
- التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر هو عملية عكسية لخاصية التوزيع، وتستخدم هذه العملية مع كثيرات الحدود من متغير واحد أو أكثر.
- عندما تحلل الفرق بين مربعين ينتج عاملان كل منهما مكوّن من حدين، وهما متماثلان في ما عدا الإشارة بين الحدين.

٦٩

١٣ (أ) ٤ ك غ

(ب) $\frac{٤ ك غ(ك + ٢غ^{٢})}{٢ ك غ} = ٢ (ك + ٢غ^{٢})$ حيث ك ≠ ٠، غ ≠ ٠

١٤ $\frac{٦س(س - ٣)(س + ٣)}{٦(س - ٣)(س + ٣)} = س$

بشرط (س ≠ ٣، س ≠ −٣)

١٥ ١٦

١٦ ٢

١٧ $\frac{١}{٤}$

١٨ (س − ٢)(س + ٢)، $(س^{٢} + ٤)(س - ٢)(س + ٢)$

١٩ $[(٤٤٥ - ٤٤٤)(٤٤٥ + ٤٤٤)] - [(٣٤٥ - ٣٤٤)$

$= [(٣٤٥ + ٣٤٤)] = ٨٨٩ - ٦٨٩ = ٢٠٠$

٢٠ $(٥ - ٤م - ١١)(٥ - ٤م + ١١) =$

$(-٦ - ٤م)(١٦ - ٤م) = ٨(-٢م - ٣)(-م + ٤)$

٢١ $٢[(س + ٤)^{٢} - ٦٤] = ٢[(س + ٤ - ٨)(س + ٤ + ٨)]$

$= ٢(س - ٤)(س + ١٢)$

٢٢ $(٣س + ٢ + ٢س + ٣)(٣س + ٢ - ٢س - ٣)$

$= (٥س + ٥)(س - ١) = ٥(س + ١)(س - ١)$

٢٣ (أ) ٨ س

(ب) $\sqrt{٢}\sqrt{١٢}$ س (س ≠ ٠)

٢٤ $\frac{٥س^{٢} - ٢س - ٣}{٢}$

KuwaitMath.com