الوحدة الثالثة

الهندسة والقياسات

توضِّح المعلومات المتضمنة في هذه الصفحة كيفية استخدام الهندسة والقياسات في المواقف الحياتية.

الترابط والتداخل

شعوب العالم

التاتاميس هو نوع من الحصير المنسوج من القش، حيث يبلغ بعدا الحصيرة الواحدة حوالى ٩٠ سم × ١٨٠ سم. على الطلاب تقدير أبعاد مفرش السرير بالنسبة إلى حصيرة التاتاميس.

الدراسات الاجتماعية

اطلب إلى الطلاب البحث عن الطرق التي استخدمها الباحثون القدماء لإثبات مبرهنة فيثاغورث للمثلث قائم الزاوية. اسأل الطلاب عن الطرق القديمة المستخدمة في الإنشاءات للحصول على زوايا قائمة.

التاريخ والحضارات

يعتبر هرم خوفو من عجائب الدنيا السبع. اطلب إلى الطلاب البحث عن ميزات هذا الهرم وخاصة ما تتميّز به الغرفة الملكية داخل الهرم. وجّه إليهم السؤال: كيف أسهمت الدراسات الرياضية في نمو الحضارات القديمة؟

التسلية

الثورة في عالم التكنولوجيا من أهم سمات العصر. اطلب إلى الطلاب البحث عن تطور تقنية الأقراص المدمجة (CD) والثورة التي أحدثها في تخزين المعلومات.

الدراسات الاجتماعية

عيد الاستقلال وعيد التحرير من الأعياد المهمة في دولة الكويت. اطلب إلى الطلاب كتابة تقارير عن هاتين المناسبتين.

الوَحدةُ الثالثةُ

الهندسةُ والقياساتُ

Geometry and Measurements

شعوبُ العالمِ

تُقاسُ مساحاتُ غرفِ النومِ في اليابانِ بوَحدةِ قياسٍ تُسمّى «تاتاميس» ومقدارُها هو مقاسُ سريرٍ مفردٍ، أي سريرٍ صغيرٍ يسعُ شخصًا واحدًا.

تسليةٌ

يبلغُ طولُ الشريطِ الموجودِ في القرصِ المدمَجِ (CD) أكثرَ من ٥,٦٣ كم.

الدراساتُ الاجتماعيّةُ

فيثاغورث عالِمٌ يونانيٌّ عاشَ بينَ عامي ٥٨٠ و ٥٠٠ ق.م.

درسَ علمَ الفلكِ والرياضيّاتِ والتنجيمِ طوالَ ٢٠ عامًا. ألّفَ خليّةً سريّةً كرّسَها لاستكشافِ أسرارِ العددِ.

اشتهرَ بمبرهنتِه للمثلّثِ قائمِ الزاويةِ ووصفِه لتأثيرِ طولِ الأوتارِ في تناسقِ الأنغامِ الموسيقيّةِ أو تنافرِها. من المؤكَّدِ أنّه الشخصُ الذي أعطى لعلمِ الحسابِ اليونانيِّ الأهمّيّةَ التي يستحقُّها.

التاريخُ والحضاراتُ

يُعَدُّ بناءُ هرمِ خوفو (أو الهرمِ الأكبرِ) من عجائبِ الدنيا السبعِ، وقد حيّرَ بناؤُه العلماءَ حتّى عصرِنا هذا.

قاعدةُ الهرمِ مربّعةُ الشكلِ، طولُ ضلعِها ٢٣٠ مترًا. يبلغُ ارتفاعُه العموديُّ ١٤٦,٧ م، وطولُ كلِّ حرفٍ جانبيٍّ ٢١٩ م وحجمُ الهرمِ حوالى ٢,٦ مليونِ مترٍ مكعّبٍ.

استخدمَ المصريّون في بنائِه نظريّةَ المثلّثاتِ قائمةِ الزاويةِ، ما يعني أنّ نظريّةَ فيثاغورث كانَتْ معروفةً عندَ المصريّين آنذاك.

٩٤

الدراساتُ الاجتماعيّةُ

مهرجاناتُ الكويتِ

مهرجانُ هلا فبرايرَ

تُنظِّمُ دولةُ الكويتِ سنويًّا مهرجانَ (هلا فبرايرَ) ويُقامُ خلالَ شهرِ فبرايرَ من كلِّ عامٍ ويستمرُّ لمدّةِ شهرٍ تقريبًا احتفالًا بمناسبتين عزيزتين على الشعبِ الكويتيِّ وهما عيدُ الاستقلالِ وعيدُ التحريرِ. ويُعتبَرُ شهرُ فبرايرَ من أروعِ الشهورِ لزيارةِ دولةِ الكويتِ حيث جمالُ الطبيعةِ واعتدالُ الجوِّ. يضمُّ المهرجانُ مجموعةً كبيرةً ومتنوّعةً من الأنشطةِ والفعاليّاتِ والأحداثِ المتميّزةِ إلى جانبِ الترفيهِ والتسليةِ.

أفكارٌ رياضيّةٌ أساسيّةٌ

يمتدُّ الخطُّ المستقيمُ في اتّجاهين إلى ما لا نهايةَ. الشعاعُ والقطعةُ المستقيمةُ هما أجزاءٌ من المستقيمِ.

الزاويةُ: هي اتّحادُ شعاعين لهما نقطةُ البدايةِ نفسُها.
الدرجةُ الستّينيّةُ: هي وَحدةُ قياسِ الزاويةِ.

المضلّعُ هو منحنًى مغلَقٌ، أضلاعُه قطعٌ مستقيمةٌ. ويدلُّ عددُ أضلاعِه على مجموعِ قياسِ زواياه.

محيطُ المضلّعِ: يُساوي مجموعَ أطوالِ أضلاعِه.
مساحةُ المضلّعِ: تُساوي عددَ الوَحداتِ المربّعةِ في المنطقةِ المحاطةِ بأضلاعِه.

يُمكِنُك استخدامُ نظريّةِ فيثاغورث لإيجادِ طولِ ضلعٍ في مثلّثٍ قائمِ الزاويةِ.

مشروعُ الوَحدةِ

حلُّ المسائلِ
افهمْ
خطِّطْ
حُلَّ
تحقّقْ

في هذا المشروعِ، سوف تحسبُ مساحةَ أرضيّةِ المدرسةِ. ابدأِ المشروعَ بعملِ رسمٍ تخطيطيٍّ لأرضيّةِ مبنى (أو مباني) المدرسةِ.

٩٥

مرشد تخطيط الوحدة

كتاب الطالب			
الدرس	الأدوات المستخدمة	المصطلحات الأساسية	رقم الدرس
افتتاحية الوحدة الثالثة			
التركيز على حل المسائل			
الوحدة الثالثة (أ)			
تنصيف زاوية باستخدام الفرجار والمسطرة		تنصيف الزاوية	(٣-١)
المضلعات		المضلع، المخمس، المسدس، المثمن، المضلع المنتظم.	(٣-٢)
استكشاف خواص المثلث متطابق الضلعين والمثلث متطابق الأضلاع	مسطرة، فرجار، منقلة	مثلث متطابق الضلعين، مثلث متطابق الأضلاع	(٣-٣)
الوحدة الثالثة (ب)			
مربّعات الأعداد والجذور التربيعيّة	برنامج الهندسة (Geoboard) آلة حاسبة.	مربع كامل، جذر تربيعي، علامة الجذر التربيعي.	(٣-٤)
نظريّة فيثاغورث وعكسها	شبكة مربعات، مقص، أقلام ملوّنة (٣ ألوان مختلفة)	نظرية فيثاغوث، عكس نظرية فيثاغورث	(٣-٥)
مساحة شبه المنحرف	ورق رسم بياني.	شبه منحرف	(٣-٦)
حل المسائل: مساحة الأشكال غير المنتظمة			(٣-٧)

التركيز على حل المسائل

تحديد المعلومات الناقصة

الغاية

أن يركّز الطلاب على التحديد، والتأكيد من أن جميع المعلومات التي يحتاجون إليها لحل المسألة معطاة بالمسألة.

كيفية التعامل مع الصفحة

استخدام خطوات حل المسائل

من الأمور المهمة أن يكون الطلاب قادرين على تحديد المعلومات الناقصة عند محاولة حل المسألة. ناقش الاقتراحات الآتية:

- حدِّد ما المطلوب في المسألة، وما المعلومات التي تحتاج إليها لإيجاد الإجابة.
- حدِّد ما إذا كانت جميع المعلومات المطلوبة للحل معطاة، وإذا لم تكن كذلك حدّد المعلومات الناقصة والتي تحتاج إليها لتكملة خطوات حل المسألة.

اسأل...

- ما المعلومات التي تحتاج إليها لحل المسألة رقم (١)؟ هل جميع المعلومات معطاة؟

ما المبلغ الموجود مع عبد العزيز؟ لا، لم يعط في المسألة المبلغ الموجود مع عبد العزيز.

- هل يوجد سؤال فيه معلومات كافية للحل؟

نعم، السؤال رقم (٢)

- كيف تحل المسألة رقم (٤) إذا كانت جميع المعلومات الضرورية معطاة؟

أضف عدد سنتيمترات الورقة المقواة إلى كل جانب من جوانب الصورة.

إجابات المسائل

❶ **معرفة المبلغ الموجود مع عبد العزيز.**

❷ **٥,٧٥ سم.**

❸ **معرفة بعدي الصورة.**

❹ **معرفة المسافات بين الصورة والبرواز.**

مسائل إضافية

أرادت مريم طلاء الحائط الأكبر من جدران حجرتها، وقد

التركيزُ على حلِّ المسائلِ

عرِّفْ أيَّ معلومات إضافيّة تحتاجُ إليها في كلِّ مسألةٍ. إذا كانَتْ كلُّ المعلوماتِ اللازمةِ متوفِّرةً، فقُمْ بحلِّ المسألةِ.

❶ عندَ وضعِ صورةٍ فوتوغرافيّةٍ في بروازٍ، توضَعُ قطعةٌ من الورقِ المقوّى وراءَ الصورةِ في البروازِ. فإذا كانَ لدى عبدِ العزيزِ مجموعةُ صورٍ يُريدُ أن يضعَ كلًّا منها في بروازٍ مبطّنٍ بالورقِ المقوّى، وكانَتْ تكلفةُ الورقةِ الواحدةِ من الورقِ المقوّى ١,٥٠٠ دينارٍ في حينِ يُكلِّفُ البروازُ ٠,٥٠٠ دينارٍ أكثرَ من تكلفةِ الورقةِ المقوّاةِ الواحدةِ، فكم صورةً يُمكِنُ أن يُبروِزَها عبدُ العزيزِ؟

❷ يُريدُ عبدُ العزيزِ أن يضعَ صورتَه الشخصيّةَ التي أبعادُها ٩ سم × ١٢ $\frac{1}{2}$ سم في إطارٍ. وقد أرادَ أن تكونَ الصورةُ متمركزةً في منتصفِ الورقةِ المقوّاةِ ذاتِ الأبعادِ ٢٠ $\frac{1}{2}$ سم × ٢٤ سم، بحيث تكونُ هناك مسافاتٌ متساويةٌ في كلِّ الجوانبِ. كم سنتيمترًا من الورقِ المقوّى سوف يكونُ على كلِّ جانبٍ من جوانبِ الصورةِ؟

❸ يُريدُ عبدُ العزيزِ أن يضعَ صورةً أخرى في بروازٍ، ويحتاجُ إلى ٥ سم من الورقِ المقوّى في كلِّ جانبٍ حولَ الصورةِ. كم سيكونُ طولُ الورقةِ المقوّاةِ التي يحتاجُ إليها؟

❹ إحدى الصورِ الموجودةِ لدى عبدِ العزيزِ أبعادُها ١٠ سم × ١٥ سم. ما أبعادُ البروازِ الملائمِ لهذه الصورةِ؟

التعرّفُ إلى المعلوماتِ الناقصةِ

عندما تُخطِّطُ لحلِّ مسألةٍ، يجبُ أن تتأكّدَ من أنّك تعرفُ جميعَ المعلوماتِ الضروريّةِ لحلِّها. في بعضِ الأحيانِ تفتقدُ المسألةُ إلى معلومةٍ (معلوماتٍ) مهمّةٍ.

٩٦

قررت طلاء الحائط باللون الأبيض. قبل البدء في الطلاء، قامت بقياس أبعاد الحجرة فكانت ٣ م × ٤ م وارتفاعها ٢,٥ متر، وعند شراء الطلاء عرفت أن علبة الطلاء الأبيض تكلف ٢,٢٥٠ دينار، كم ستدفع مريم في طلاء الحائط؟

❶ عم تبحث المسألة؟ **شراء طلاء للحائط.**

❷ ما السؤال المطلوب الإجابة عنه؟ **تكاليف الطلاء.**

❸ هل يمكنك مساعدة مريم في حساب تكاليف الطلاء؟
نضرب طول الحجرة ٤ أمتار في الارتفاع ٢,٥ متر لإيجاد مساحة الحائط الأكبر، ونقسم الناتج على عدد الأمتار المربّعة التي تطلى بعلبة طلاء واحدة.

❹ هل جميع المعلومات كافية لحل المسألة؟ لا، لأنّه لم يعط في المسألة عدد الأمتار المربّعة التي تطلى بعلبة طلاء واحدة.

كيف توجد المعلومة الناقصة والتي تحتاج إليها؟ **إجابة ممكنة: اذهب إلى محل الطلاء، واسأل عن عدد الأمتار المربّعة التي تطلى بعلبة طلاء واحدة.**

المجلّة

اطلب إلى الطلاب كتابة فقرة عن مشكلة صادفتهم، ويريدون حلّها. وإذا كانت المعلومات المطلوبة للحل ناقصة، فدع الطلاب يقومون بشرح كيف توصّلوا لمعرفة المعلومات الناقصة.

الوحدة الثالثة (٢)

الهندسة

الوَحدةُ الثالثةُ (٢)

الهندسةُ

Geometry

قبّةُ الصخرةِ

تُعتبَرُ قبّةُ الصخرةِ المشرِفةِ أحدَ أهمِّ المعالمِ المعماريّةِ الإسلاميّةِ في العالمِ وأقدمِها. تتوسّطُ قبّةُ الصخرةِ المشرِفةِ تقريبًا ساحةَ الحرمِ الشريفِ، حيث تقومُ على فناءٍ (صحنٍ) يرتفعُ نحوَ ٤ أمتارٍ عن مستوى ساحةِ الحرمِ.

بنى هذه القبّةَ المبارَكةَ الخليفةُ الأمويُّ عبدُ الملكِ بنُ مروانَ (٦٥-٨٦ هـ)، حيث بدأ العملُ في بنائِها سنةَ ٦٦ هـ وانتهى سنةَ ٧٢ هـ. وقد بُنِيَتْ تبعًا لأسسٍ هندسيّةٍ دقيقةٍ. يبلغُ قطرُ القبّةِ الداخليُّ ٢٩,٤٤ م وقطرُ المبنى تقريبًا ٥٤ م. يقومُ أسفلَ الصخرةِ المشرِفةِ كهفٌ صغيرٌ معروفٌ باسمِ المغارةِ.

ارتبطَتِ الصخرةُ بمعجزةِ الإسراءِ والمعراجِ وهي تُمثِّلُ روحَ العقيدةِ الإسلاميّةِ، وتُعتبَرُ من روائعِ الفنِّ المعماريِّ الإسلاميِّ.

في هذه الوَحدةِ سوف تتعلّمُ وتكتشفُ أشكالًا هندسيّةً في المباني الموجودةِ حولَك؛ في المدرسةِ، في المنزلِ، في الشقّةِ، في المباني الحكوميّةِ، في المدينةِ التي تعيشُ فيها.

١ صِفْ بعضَ الأشكالِ التي تراها في القبّةِ. اذكرِ اسمَ أيِّ أشكالٍ هندسيّةٍ تعرفُها.

٢ اذكرِ اسمَ مبنًى غيرِ عاديٍّ تعرفُه في دولةِ الكويتِ، وكيف استُخْدِمَتِ الهندسةُ في تصميمِ هذا المبنى.

٩٧

موضوع الصفحة

تقدِّم هذه الصفحة موضوع هذا الجزء، وهو قبّة الصخرة، وتناقش الأشكال الهندسية المستخدمة في تصميمات هذا البناء.

ما الأشكال الهندسية التي تشاهدها في حجرة الدراسة؟ هل شاهدت أحد المباني غير المعتادة؟ هل يمكنك وصف شبيه له؟

الفنون

دع مجموعات من الطلاب تقوم باختيار أحد مشاهير الهندسة المعمارية، ثم يقومون بعمل بحث عن أحد المباني التي صمموها.

الهندسة

وجِّه طلابك الذين يتوافر لديهم الشغف نحو البحث وذلك بمعرفة تكلفة أحد المباني التي سيتم تشييدها بالذهاب إلى المبنى، ومقابلة المهندس المسؤول، ومعرفة كيفية حساب تكلفة إنشاء المبنى.

إجابات عن الأسئلة

١ المثلّثات والمربّعات والمستطيلات والدوائر.

٢ إجابة ممكنة: مبنى بنك الكويت المركزي الجديد، قاعدته على شكل مستطيل وأوجهه الأمامية عبارة عن مستطيلات ومربعات.

٣–١

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- ينصف زاوية باستخدام الفرجار والمسطرة.

المصطلحات الأساسية

- تنصيف الزاوية

٣–١

تنصيفُ زاويةٍ باستخدامِ الفرجارِ والمسطرةِ
Bisecting Angle Using Compas and Ruler

صلةُ الدرسِ سبقَ أن تعرّفْتَ الزوايا. والآن ستتعرّفُ كيفيّةَ تنصيفِ زاويةٍ.

سوف تتعلّمُ
- تنصيفَ الزاويةِ باستخدامِ الفرجارِ والمسطرةِ.

من الاستخداماتِ
- يجبُ على ملّاحي الطائراتِ أن يُحدِّدوا قياسَ الزوايا بدقّةٍ حتّى يستطيعوا المحافظةَ على ضبطِ خطِّ سيرِ الطائراتِ في الاتّجاهِ الصحيحِ.

استكشِفْ تنصيفُ الزاويةِ

١ ارسمْ زاويةَ س؟ص.

٢ ضَعْ سنَّ الفرجارِ عندَ رأسِ الزاويةِ، وارسمْ قوسًا يقطعُ ضلعي الزاويةِ عندَ نقطتين ب، جـ حيث ب تنتمي إلى ؟س، جـ تنتمي إلى ؟ص.

٣ ضَعْ سنَّ الفرجارِ عندَ النقطةِ ب، وارسمْ قوسًا ثمّ ضَعْ سنَّ الفرجار عندَ النقطةِ جـ وارسمْ قوسًا آخرَ بحيث يتقاطعُ القوسان في النقطةِ د.

٤ ارسمِ الشعاعَ ؟د.

٥ هذا الشعاعُ ؟د هو منصِّفُ الزاويةِ. استخدِمِ المنقلةَ للتأكّدِ من ذلك.

تعلَّمْ تنصيفُ الزاويةِ

منصِّفُ الزاويةِ هو شعاعٌ نقطةُ بدايتِه رأسُ الزاويةِ، ويقسمُ الزاويةَ إلى زاويتين لهما القياسُ نفسُه أي زاويتين متطابقتين ونستخدمُ الرمزَ ≅ للتعبيرِ عن التطابقِ.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ
- تنصيفُ الزاويةِ Bisecting the angle

٩٨

مراجعة

١ ما قياس الزاوية الحادة؟	أصغر من ٩٠°
٢ ما قياس الزاوية القائمة؟	٩٠°
٣ ما قياس الزاوية المنفرجة؟	بين ٩٠° و١٨٠°
٤ ما قياس الزاوية المستقيمة؟	١٨٠°

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

أن يتعرّف الطلّاب كيفية رسم منصف زاوية.

التقييم المستمر

لاحظ الطلّاب الذين يجدون صعوبة في استخدام الفرجار وفي وضع النقاط في أماكنها الدقيقة حسب المعطى.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

اطلب إلى طلّاب هذه المجموعة أن يقوموا بمقارنة نتائجهم بالنسبة إلى نتائج المجموعات الأخرى، وتحديد ما إذا استطاعوا الرسم بدقة والتحقق بواسطة المنقلة.

إجابات «استكشف»

١ تتنوع الزوايا

٢ و٣ تحقق من عمل الطلّاب.

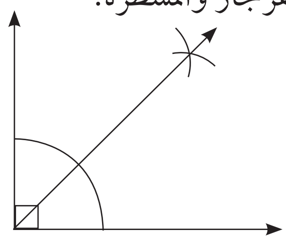
٥ ناقش مع الطلّاب الإجابات التي حصلوا عليها.

٢- التعليم

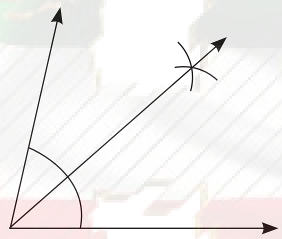
تعلم

أمثلة بديلة

❶ ارسم زاوية قائمة، ثم ارسم منصف هذه الزاوية باستخدام الفرجار والمسطرة.



❷ ارسم زاوية قياسها ٨٠°، ثم ارسم منصف هذه الزاوية باستخدام الفرجار والمسطرة.

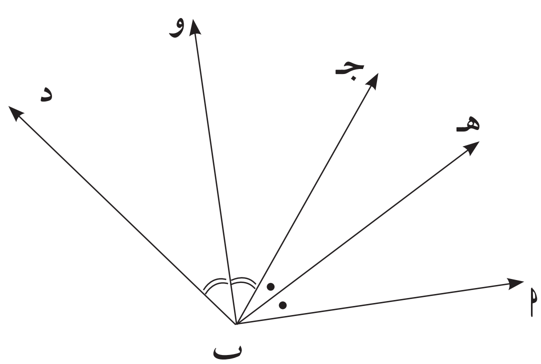


إجابات «حاول أن تحل»

❶ تحقق من عمل الطلاب. قياس كل زاوية = ٣٠°.

❷ قياس الزاوية المرسومة بالمنصفين تساوي ٦٠°.

قياس هـ $\hat{ب}$ و = ٦٠°.



أمثلةٌ

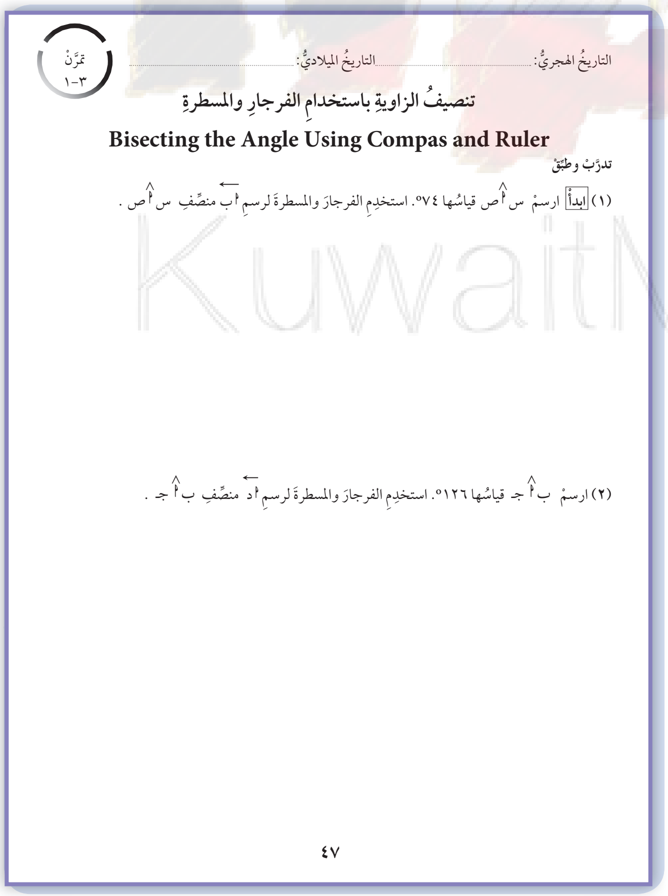
❶ ارسمْ زاويةً، استخدِمِ الطريقةَ الموضَّحةَ أدناه لتنصيفِ الزاويةِ باستخدامِ فرجارٍ ومسطرةٍ.

أ ضَعْ سنَّ الفرجارِ عندَ رأسِ الزاويةِ، وارسمْ قوسًا يقطعُ ضلعي الزاويةِ عندَ نقطتين.

ب ضَعْ سنَّ الفرجارِ عندَ نقطةِ تقاطعِ القوسِ مع أحدِ ضلعي الزاويةِ، وارسمْ قوسًا ثمّ ضَعْ سنَّ الفرجارِ عندَ نقطةِ تقاطعِ القوسِ مع الضلعِ الآخرِ. وبالفُتحةِ نفسِها، ارسمْ قوسًا آخرَ يتقاطعُ مع القوسِ الأوّلِ في نقطةٍ.

جـ ارسمْ شعاعًا من رأسِ الزاويةِ بحيث يمرُّ بنقطةِ تقاطعِ القوسين. هذا الشعاعُ هو منصِّفُ الزاويةِ.

٩٩



التاريخُ الهجريُّ: .... التاريخُ الميلاديُّ: ....

تمرَّنْ ٣-١

تنصيفُ الزاويةِ باستخدامِ الفرجارِ والمسطرةِ

Bisecting the Angle Using Compas and Ruler

تدرَّبْ وطبِّقْ

(١) ابدأْ ارسمْ س $\hat{أ}$ ص قياسُها ٧٤°. استخدِمِ الفرجارَ والمسطرةَ لرسمِ $\overleftarrow{أب}$ منصِّفِ س $\hat{أ}$ ص .

(٢) ارسمْ ب $\hat{أ}$ جـ قياسُها ١٢٦°. استخدِمِ الفرجارَ والمسطرةَ لرسمِ $\overleftarrow{أد}$ منصِّفِ ب $\hat{أ}$ جـ .

٤٧

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

أعط الطلاب مثالًا إضافيًّا، وتأكد من تمكنهم من رسم المنصف بدقة.

إجابات «تحقق من فهمك»

❶ ٤٥°

❷ ٩٠°

❸ (أ) زوايا حادة (ب) زوايا حادة

(ج) زوايا حادة

المجلّة

اكتب فقرة تشرح فيها كيفية رسم منصف الزاوية.

اختبار سريع

❶ زاويتان متجاورتان مجموع قياسهما ١٦٠°، ما قياس الزاوية المرسومة بالمنصفين للزاويتين المذكورتين؟ ٨٠°

❷ ارسم المنصفين لزاويتين متقابلتين بالرأس. هل المنصفين على خط مستقيم واحد؟ **نعم**

حاوِلْ أن تحلَّ

١ ارسمْ زاويةً س أ ص قياسُها ٦٠°. استخدِمِ الطريقةَ المشارَ إليها في المثالِ ❶ لتنصيفِ الزاويةِ س أ ص باستخدامِ فرجارٍ ومسطرةٍ. تحقَّقْ بواسطةِ المنقلةِ من قياسِ كلِّ زاويةٍ بعدَ التنصيفِ.

❷ ارسمْ زاويتين متجاورتين متكاملتين، ثمّ المنصِّفَ لكلِّ زاويةٍ وبيِّنْ أنّ الزاويةَ المؤلَّفةَ من هذين المنصِّفين هي قائمةٌ.

تذكَّرْ
- الزاويتان المتكاملتان مجموعُ قياسِهما ١٨٠°.
- قياسُ الزاويةِ المستقيمةِ ١٨٠°.
- الزاويتان المتتامّتان مجموعُ قياسِهما ٩٠°.

الحلُّ:

ق(ك أ د) = $\frac{١}{٢}$ ق(ب أ د) — أك منصِّفُ ب أ د

ق(د أ ل) = $\frac{١}{٢}$ ق(د أ جـ) — أل منصِّفُ د أ جـ

ق(ب أ د) + ق(د أ جـ) = ١٨٠° — متجاورتان على مستقيمٍ (متكاملتان)

$\frac{١}{٢}$ ق(ب أ د) + $\frac{١}{٢}$ ق(د أ جـ) = $\frac{١}{٢}$ (١٨٠°) — بالضربِ في $\frac{١}{٢}$

ق(ك أ د) + ق(د أ ل) = ٩٠°

أي أنَّ الزاويةَ المؤلَّفةَ من منصِّفي زاويتين متجاورتين متكاملتين زاويةٌ قائمةٌ.

حاوِلْ أن تحلَّ

٢ ارسمْ زاويتين متجاورتين مجموعُ قياسِهما ١٢٠°. ما قياسُ الزاويةِ المرسومةِ بالمنصِّفين للزاويتين المذكورتين.

فكرةٌ مفيدةٌ للمذاكرةِ
الزاويةُ المنعكِسةُ
هي زاويةٌ قياسُها أكبرُ من ١٨٠° وأصغرُ من ٣٦٠°.

تحقَّقْ من فهمِك

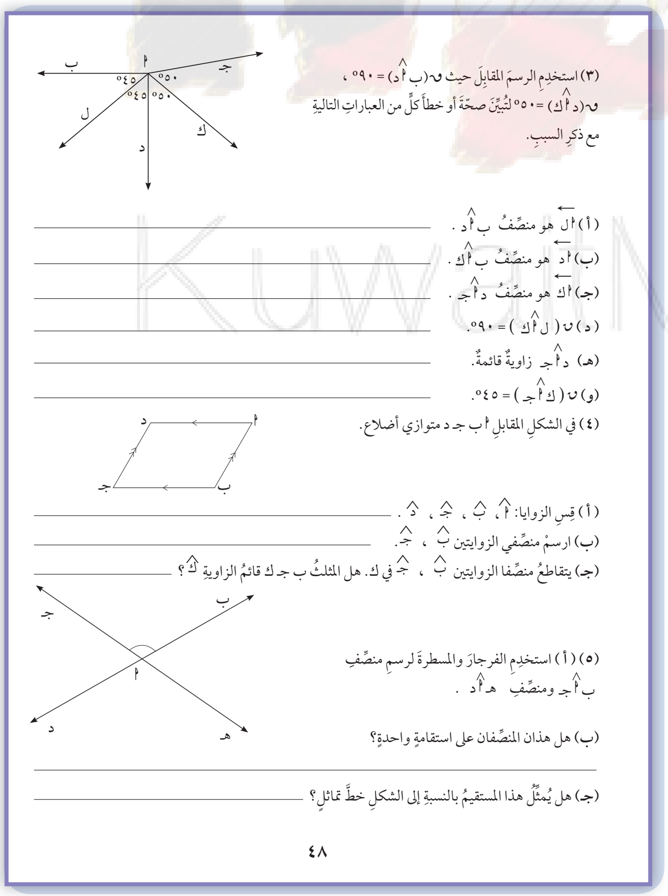
١ أوجِدْ قياسَ الزاويةِ الناتجةِ من تنصيفِ زاويةٍ قائمةٍ.

٢ أوجِدْ قياسَ الزاويةِ الناتجةِ من تنصيفِ زاويةٍ مستقيمةٍ.

٣ حدِّدْ أيَّ نوعٍ من الزوايا ينتجُ من تنصيفِ كلِّ زاويةٍ ممّا يلي، وارسمْ شكلًا يُساعِدُك في عرضِ إجابتِك.

أ زاويةٌ منفرِجةٌ ب زاويةٌ قائمةٌ جـ زاويةٌ حادّةٌ

١٠٠



(٣) استخدِمِ الرسمَ المقابِلَ حيث ق(ب أ د) = ٩٠°، ق(د أ ك) = ٥٠° لتُبيِّنَ صحّةَ أو خطأَ كلٍّ من العباراتِ التاليةِ مع ذكرِ السببِ.

(أ) أل هو منصِّفُ ب أ د.

(ب) أد هو منصِّفُ ب أ ك.

(جـ) أك هو منصِّفُ د أ جـ.

(د) ق(ل أ ك) = ٩٠°.

(هـ) د أ جـ زاويةٌ قائمةٌ.

(و) ق(ك أ جـ) = ٤٥°.

(٤) في الشكلِ المقابلِ أ ب جـ د متوازي أضلاع.

(أ) قِسِ الزوايا: أ، ب، جـ، د.

(ب) ارسمْ منصِّفي الزاويتين ب، جـ.

(جـ) يتقاطعُ منصِّفا الزاويتين ب، جـ في ك. هل المثلثُ ب جـ ك قائمُ الزاويةِ ك؟

(٥) (أ) استخدِمِ الفرجارَ والمسطرةَ لرسمِ منصِّفِ ب أ جـ ومنصِّفِ هـ أ د.

(ب) هل هذان المنصِّفان على استقامةٍ واحدةٍ؟

(جـ) هل يُمثِّلُ هذا المستقيمُ بالنسبةِ إلى الشكلِ خطَّ تماثلٍ؟

٤٨

٣-٢

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يصنف المضلعات.
- يوجد مجموع قياسات زوايا المضلعات.

المصطلحات الأساسية

- المضلع، المخمس (الخماسي)، المسدس (السداسي)، المثمن (الثماني)، المضلع المنتظم

مراجعة

❶ اذكر اسم الشكل الرباعي الذي له أربعة أضلاع متطابقة. **(المربع أو المعين)**

❷ اذكر اسم الشكل الرباعي الذي له أربع زوايا متطابقة. **(المستطيل أو المربع)**

❸ إذا كانت جميع أطوال أضلاع الشكل الرباعي متطابقة، هل يؤدي ذلك إلى أن تكون زوايا الشكل متطابقة؟ **(لا، المعين له ٤ أضلاع متطابقة، ولكن زواياه ليست دائمًا متطابقة)**

١ - التمهيد

استكشف

الغاية

أن يبحث الطلاب في الطرائق المختلفة لتصنيف المضلعات.

التقييم المستمر

لاحظ الطلاب الذين يجدون صعوبة في تصنيف المضلعات أشر بأنه يمكنهم تدوير نماذج المضلعات.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

اطلب إلى طلاب هذه المجموعة أن يقوموا بمقارنة نتائجهم بالنسبة إلى نتائج المجموعات الأخرى، وتحديد ما إذا كان هناك تشابه بين نتائج المجموعات أم لا.


٣-٢

المضلّعاتُ
Polygons

سوف تتعلّمُ
- تصنيفَ المضلعاتِ.

من الاستخداماتِ
- يستخدمُ مهندسو الإنشاءاتِ أشكالًا هندسيّةً مختلِفةً في تصميماتِ الجسورِ وطرقِ السككِ الحديديّةِ.

صلةُ الدرسِ تعرّفْتَ سابقًا المثلّثاتِ وأنّها أشكالٌ ذاتُ ثلاثةِ أضلاعٍ وثلاثِ زوايا، والأشكالَ الرباعيّةَ وأنّها أشكالٌ ذاتُ أربعةِ أضلاعٍ وأربعِ زوايا. والآن ستتعرّفُ الأشكالَ التي لها أربعةُ أضلاعٍ أو أكثرُ.

استكشِفْ أشكالٌ لها عدّةُ أضلاعٍ

فرزُ الأشكالِ

❶ صنِّفِ الاثني عشرَ شكلًا التي إلى اليسارِ في أربعِ مجموعاتٍ في كلِّ مجموعةٍ ثلاثةُ أشكالٍ. الأشكالُ داخلَ المجموعةِ لا بدَّ أن تشتركَ في شيءٍ ما. كلُّ شكلٍ لا بدَّ أن ينتميَ إلى مجموعةٍ واحدةٍ.

❷ اكتبْ لكلِّ مجموعةٍ جملةً أو جملتينِ تُوضِّحُ ما تشتركُ فيه هذه الأشكالُ.

❸ أضِفْ مجموعةً خامسةً تحتوي على ثلاثةِ أشكالٍ. هذه الأشكالُ الثلاثةُ يجبُ أن تكونَ لها خاصّيّةٌ مشترَكةٌ، بشرطِ ألّا تكونَ هذه الخاصّيّةُ إحدى الخصائصِ التي استُخدِمَتْ في المجموعاتِ الأربعِ السابقةِ.

❹ عمومًا، ما خصائصُ الشكلِ التي تُعَدُّ هامّةً لمقارنتِه بأشكالٍ أخرى؟

المصطلحاتُ الأساسيّةُ
- المضلّعُ Polygon
- المخمّسُ Regular Pentagon
- الخماسيُّ Pentagon
- المسدّسُ Regular Hexagon
- السداسيُّ Hexagon
- المثمّنُ Regular Octagon
- الثمانيُّ Octagon
- المضلّعُ المنتظِمُ Regular Polygon

تعلَّمْ المضلّعاتُ

المضلّعُ هو منحنًى مغلَقٌ مكوّنٌ من عددٍ من القطعِ المستقيمةِ.

تُصنَّفُ المضلّعاتُ وفقًا لعددِ أضلاعِها. ولقد درسْتَ مسبقًا المثلّثَ والذي يتكوّنُ من ثلاثةِ أضلاعٍ. والأشكالُ التاليةُ أيضًا مضلّعاتٌ.

شكلٌ رباعيٌّ ٤ أضلاعٍ | شكلٌ خماسيٌّ ٥ أضلاعٍ | شكلٌ سداسيٌّ ٦ أضلاعٍ | شكلٌ ثمانيٌّ ٨ أضلاعٍ

هل تعلمُ؟
كلمةُ مضلّعٍ باللغةِ الإنجليزيّةِ هي polygon، وأصلُ هذه الكلمةِ يونانيٌّ، وتعني متعدِّدَ الأضلاعِ.

١٠١

إجابات «استكشف»

❶ ١، ٤، ١٠ (مضلعات متطابقة الأضلاع)

٢، ٨، ١١ (مثلثات متطابقة الضلعين)

٣، ٦، ١٢ (خماسي الأضلاع)

٥، ٧، ٩ (ثماني الأضلاع)

❷ ❸ ❹ قد تختلف الإجابات. تحقق من عمل الطلاب.

هل تعلمُ؟

بعضُ المصطلحاتِ الخاصّةِ بهندسةِ المضلّعاتِ، مثلُ الشكلِ السباعيِّ (٧ أضلاعٍ)، والتساعيِّ (٩ أضلاعٍ)، والعشاريِّ (١٠ أضلاعٍ)، والاثني عشريِّ (١٢ ضلعًا)، هي مصطلحاتٌ أقلُّ تداولًا في علمِ الهندسةِ.

المضلّعُ المنتظِمُ: جميعُ أضلاعِه متطابقةٌ وجميعُ زواياه متطابقةٌ. المثلّثُ متطابقُ الأضلاعِ والمربّعُ هما مثالان لمضلّعاتٍ منتظِمةٍ.

أمثلةٌ

صِفْ كلَّ مضلّعٍ وحدِّدْ ما إذا كانَ مضلّعًا منتظِمًا أم لا.

❶

الحلُّ:

شكلٌ رباعيٌّ زواياه الأربعُ متطابقةٌ ولكنّ أضلاعَه ليسَتْ متطابقةً.
لذا فالشكلُ رباعيٌّ غيرُ منتظِمٍ.

❷

شكلٌ له ستّةُ أضلاعٍ متطابقةٍ، والزوايا متطابقةٌ.
لذا فالشكلُ سداسيٌّ منتظِمٌ.

تعلّمْتَ سابقًا أنّه يُمكِنُ تقسيمُ الشكلِ الرباعيِّ إلى مثلّثين لإيجادِ مجموعِ قياساتِ زواياه. ويُمكِنُك أيضًا أن تقسمَ المضلّعَ إلى أيِّ عددٍ من المثلّثاتِ لمعرفةِ مجموعِ قياساتِ زواياه.

١٨٠°+١٨٠°+١٨٠°+١٨٠°=٧٢٠°

التّرابطُ والتداخلُ باللغةِ

نحلةُ العسلِ بارعةٌ جدًّا في الهندسةِ؛ حيث تبني أقراصَ شمعِ العسلِ في شكلٍ سداسيٍّ متقَنٍ.

مثالٌ (٣)

أوجِدْ مجموعَ قياساتِ زوايا الشكلِ السداسيِّ.

أ ارسمْ شكلًا سداسيًّا.

ب اخترْ رأسًا واحدًا من رؤوسِ الشكلِ السداسيِّ، ثمّ ارسمْ منها قطعًا مستقيمةً للرؤوسِ الأخرى.

جـ سوف تحصلُ على ٤ مثلّثاتٍ، لذا فإنّ مجموعَ قياساتِ زوايا الشكلِ السداسيِّ: ٤ × ١٨٠° = ٧٢٠°.

عددُ المثلّثاتِ التي يُمكِنُ تقسيمُ المضلّعِ إليها أصغرُ من عددِ أضلاعِه بمقدارِ ٢. ولذلك يُمكِنُك إيجادُ مجموعِ قياساتِ زوايا المضلّعِ بطرحِ ٢ من عددِ أضلاعِه وضربِ الناتجِ في ١٨٠°.

يُمكِنُك استخدامُ القانونِ جـ = (ن − ٢) × ١٨٠°

حيث ن هو عددُ أضلاعِ المضلّعِ،
جـ مجموعُ قياساتِ زواياه.

١٠٢

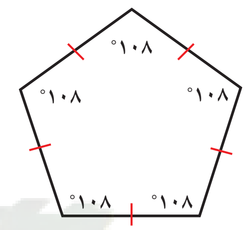
٢- التعليم

تعلم

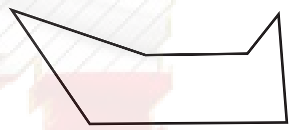
لاحظ أن أصغر عدد ممكن لأضلاع أي مضلع هو ثلاثة ولكن لا يوجد أكبر عدد ممكن لأضلاعه.

أمثلة بديلة

❶ صنف كل مضلع وحدد ما إذا كان منتظمًا أم لا.



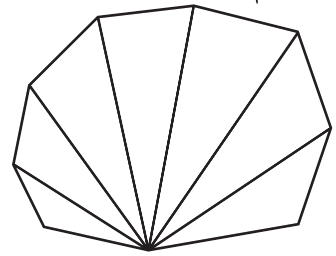
(أ) شكل خماسي منتظم له ٥ أضلاع؛ الزوايا والأضلاع متطابقة.



(ب) شكل سداسي غير منتظم له ٦ أضلاع؛ الأضلاع والزوايا غير متطابقة.

❷ أوجد مجموع قياسات زوايا مضلع له ٩ أضلاع.

ارسم شكلًا لمضلع له ٩ أضلاع. اختر رأسًا واحدًا، وارسم منها قطعًا مستقيمة لجميع رؤوس المضلع.



توجد ٧ مثلثات: ٧ × ١٨٠° = ١ ٢٦٠°، وعلى ذلك فإن مجموع قياسات زوايا المضلع الذي له ٩ أضلاع ١ ٢٦٠°.

إجابات «حاول أن تحل»

(أ) ٦ × ١٨٠° = ١ ٠٨٠°

(ب) ١٠ × ١٨٠° = ١ ٨٠٠°

ما رأيك؟

تعلم الطلاب طريقتين لإيجاد مجموع قياسات زوايا المضلع، الطريقة الأولى استخدام القانون في حين تتضمن الطريقة الثانية رسم مثلثات المضلع، وعلى الطلاب اختيار الطريقة الأسهل.

إجابات «ما رأيك؟»

❶ قام ناصر بتقسيم المضلع إلى مثلثات لإيجاد مجموع قياسات زواياه، ويستطيع أن يرسم مثلثات من أي رأس من رؤوس المضلع.

❷ تقسيم المضلع إلى ٣ أشكال رباعية.

قف

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

ذكر الطلاب بأنه لكي يكون المضلع منتظمًا يجب أن يتوفر شرطان، وهما أن تكون جميع الأضلاع متطابقة، وأن تكون جميع الزوايا متطابقة أيضًا.

إجابات «تحقق من فهمك»

❶ كلا، ولكن أحيانًا تكون اضلاعه متطابقة فيصبح منتظمًا. كذلك المعين إذا كانت زواياه قائمة.

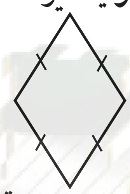
❷ المثلث متطابق الأضلاع، المربع.

المجلّة

اكتب فقرة تصف فيها كيفية إيجاد مجموع قياسات زوايا المضلع.

اختبار سريع

❶ بيِّن لماذا لا يكون المضلع المبين مضلعًا منتظمًا.
(لأن الزوايا غير متطابقة).



❷ أوجد مجموع قياسات زوايا كل مضلع:
(أ) المضلع ذو ١١ ضلعًا. (١٦٢٠°)
(ب) المضلع ذو ١٠ أضلاع. (١٤٤٠°)

إجابات «المرشد لحل المسائل»

❶ عدد أضلاع مضلّع مجموع قياسات زواياه ١٦٢٠°

❷ (د)

❸ (ن − ٢) × ١٨٠°

❹

عدد الأضلاع	٣	٤	٥	٦
عدد المثلثات	١	٢	٣	٤
مجموع الزوايا	١٨٠°	٣٦٠°	٥٤٠°	٧٢٠°

❺ القسمة على ١٨٠.

❻ إضافة ٢.

❼ ٩ مثلثات.

❽ ١١ ضلعًا.

❾ إجابة ممكنة: ارسم شكلًا، ابحث عن نمط.

❿ ١٤ ضلعًا.

حاوِلْ أن تحلَّ

١ أ أوجِدْ مجموعَ قياساتِ زوايا شكلٍ ثمانيٍّ.
ب أوجِدْ مجموعَ قياساتِ زوايا شكلٍ ذي ١٢ ضلعًا.

ما رأيُك ؟

أوجِدْ مجموعَ قياساتِ زوايا المضلّعِ الذي يُستخدمُ في العلامةِ المروريّةِ «قِفْ».

فيصلٌ يُفكِّرُ...
سوف أستخدمُ القانونَ:
جـ = (ن − ٢) × ١٨٠° استخدِمِ القانونَ الخاصَّ بمجموعِ قياساتِ زوايا المضلّعِ وحيث إنّ: ن = ٨
إذًا جـ = (٨ − ٢) × ١٨٠°
إذًا جـ = ١٠٨٠°
وبالتالي مجموعُ قياساتِ زوايا العلامةِ المروريّةِ «قِفْ» تُساوي ١٠٨٠°.

ناصرٌ يُفكِّرُ...
سوف أرسمُ العلامةَ المروريّةَ «قِفْ» وأرسمُ مثلّثاتٍ من أحدِ رؤوسِ المضلّعِ. توجَدُ ٦ مثلّثاتٍ، وبضربِ ٦ × ١٨٠°، فإنّ مجموعَ قياساتِ الزوايا يُساوي ١٠٨٠°.

ما رأيُك ؟

١ اشرحْ طريقةَ ناصرٍ. هل يُمكِنُ أن يرسمَ المثلّثاتِ بطريقةٍ أخرى؟
٢ اشرحْ طريقةً أخرى لإيجادِ الإجابةِ.

تحقَّقْ من فهمِك

١ هل المستطيلُ مضلّعٌ منتظِمٌ؟ هل المعيَّنُ مضلّعٌ منتظِمٌ؟ اشرحْ.
٢ اذكرِ اسمَ مضلّعٍ منتظِمٍ ذي ثلاثةِ أضلاعٍ، وآخرَ له أربعةُ أضلاعٍ.

١٠٣

المرشدُ لحلِّ المسائلِ (٣-٢)

حلُّ المسائلِ: افهمْ، خطِّطْ، حُلَّ، تحقَّقْ

مضلّعٌ مجموعُ قياساتِ زواياه ١٦٢٠°. أوجِدْ عددَ أضلاعِ المضلّعِ.

افهمْ

١ ما المطلوبُ إليك إيجادُه؟ ....

خطِّطْ

٢ اختَرِ التعبيرَ الذي يُوضِّحُ كيفيّةَ إيجادِ عددِ المثلّثاتِ في شكلٍ له ن من الأضلاعِ. ....
أ $\frac{ن}{٢}$ ب ن + ٢ جـ ٢ن د ن − ٢
٣ ما القانونُ الذي يربطُ عددَ أضلاعِ مضلّعٍ بمجموعِ قياساتِ زواياه؟ ....
٤ استخدِمِ القانونَ لاستكمالِ الجدولِ التالي:

عددُ الأضلاعِ	٣	٤	٥	٦
عددُ المثلّثاتِ				
مجموعُ قياساتِ الزوايا				

٥ ما الذي تحتاجُ فعلَه لإيجادِ عددِ المثلّثاتِ في مضلّعٍ ما، عندما تعرفُ مجموعَ قياساتِ زواياه؟ ....
٦ ما الذي تحتاجُ فعلَه لإيجادِ عددِ الأضلاعِ، عندما تعرفُ عددَ المثلّثاتِ في المضلّعِ؟ ....

حُلَّ

٧ أوجِدْ عددَ المثلّثاتِ في مضلّعٍ مجموعُ قياساتِ زواياه ١٦٢٠°. ....
٨ أوجِدْ عددَ أضلاعِ المضلّعِ الذي له عددُ المثلّثاتِ نفسُه في الفقرةِ (٧). ....

تحقَّقْ

٩ ما الإستراتيجيّاتُ الأخرى التي يُمكِنُ أن تستخدمَها لحلِّ المسألةِ؟ ....

حُلَّ مسألةً أخرى

١٠ مضلّعٌ مجموعُ قياساتِ زواياه ٢١٦٠°. كم ضلعًا في هذا المضلّعِ؟ ....

١٠٤

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

❶ ١٠٨°

❷ ١٢٠°

❸ ١٣٥°

❹ ١٤٤°

❺ تحقق من عمل الطلاب.

❻ المضلع المقعر له على الأقل زاوية داخلية قياسها أكبر من ١٨٠° وليس جميع أقطاره داخل الشكل أما المضلع المحدب فجميع زواياه قياسها دائمًا أصغر من ١٨٠° وجميع أقطاره داخلية.

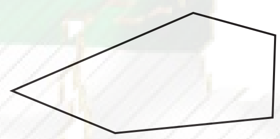
❼ ٩٠٠°

❽ ٢٣٤٠°

❾ ٣٢٤٠°

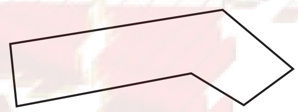
❿ ٨٥٢ ضلع

⓫ (أ) الخماسي:



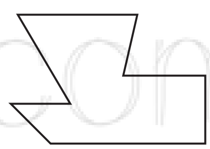
الأضلاع والزوايا غير متطابقة

(ب) السداسي:



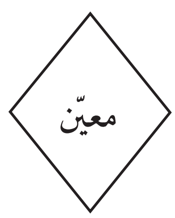
الأضلاع والزوايا غير متطابقة

(ج) الثماني:



الأضلاع والزوايا غير متطابقة

⓬ (أ)



(ب)

حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

التفكيرُ الناقدُ: أوجِدْ قياساتِ كلِّ زاويةٍ في مضلّعٍ:

١ خماسيٍّ منتظِمٍ.

٢ سداسيٍّ منتظِمٍ.

٣ ثمانيٍّ منتظِمٍ.

٤ عشاريٍّ منتظِمٍ.

٥ المجلّةُ: تغيّبَ أحدُ أصدقائِك عن حضورِ هذا الدرسِ بسببِ مرضِه. اكتبْ فقرةً تشرحُ له فيها معنى المضلّعِ والمضلّعِ المنتظِمِ. استخدِمْ أسلوبَك الخاصَّ.

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ
- اخترْ نمطًا.
- نظِّمْ قائمةً.
- اعملْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدِمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

٦ التواصلُ: المضلّعاتُ التي تعاملْتَ معها في هذا الدرسِ تُسمّى مضلّعاتٍ محدَّبةً. يتضمّنُ الشكلُ أدناه مثالين لمضلّعين مقعَّرين. صِفِ الفرقَ بينَ نوعي المضلّعاتِ.

مضلّعان مقعَّران — مضلّعان محدَّبان

أوجِدْ مجموعَ قياساتِ زوايا:

٧ مضلّعٍ سباعيٍّ.

٨ مضلّعٍ ذي ١٥ ضلعًا.

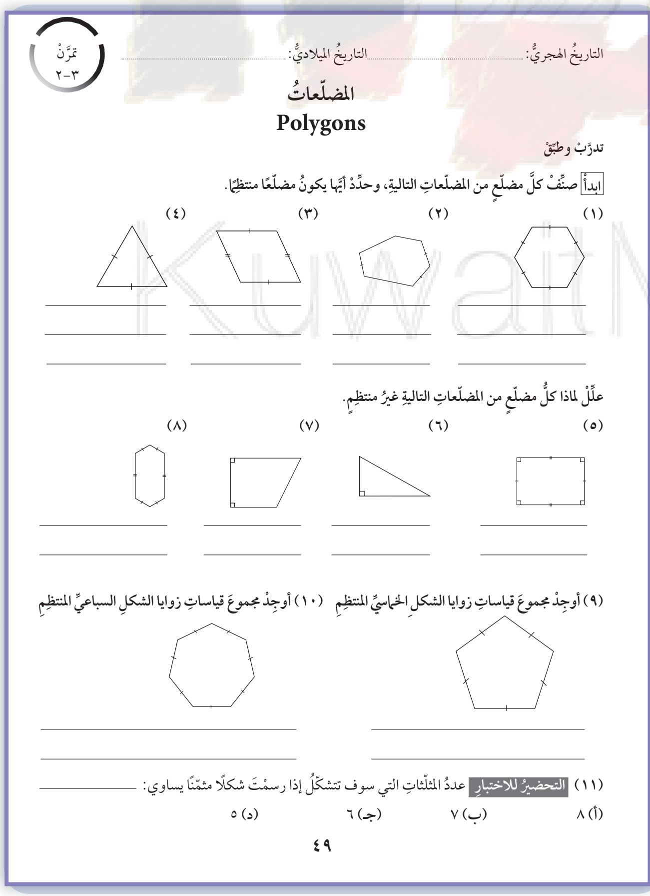
٩ مضلّعٍ ذي ٢٠ ضلعًا.

١٠ العلومُ: الميكا هي نوعٌ من المعادنِ التي يُمكِنُ أن تنقسمَ إلى رقائقَ مرنةٍ أرقَّ من الورقةِ. تكونُ هذه الصفائحُ عادةً على شكلِ مضلّعٍ سداسيٍّ. إذا كانَ من الممكنِ قطعُ قطعةٍ من معدنِ الميكا وتقسيمُها إلى ١٤٢ صفيحةً رقيقةً، فما العددُ الكلّيُّ لأضلاعِ كلِّ الأشكالِ السداسيّةِ التي تنتجُ؟

١١ ارسمْ مثالًا لمضلّعٍ غيرِ منتظِمٍ لكلٍّ من المضلّعاتِ التاليةِ، ثمّ صِفْ ما الذي يجعلُ المضلّعَ غيرَ منتظِمٍ:
أ الخماسيُّ — ب السداسيُّ — ج الثمانيُّ

١٢ المضلّعاتُ المنتظِمةُ تكونُ متطابقةَ الأضلاعِ ومتطابقةَ الزوايا. المضلّعاتُ غيرُ المنتظِمةِ قد يكونُ لها فقط إحدى هاتين الخاصّيّتين.
أ ارسمْ شكلًا لمضلّعٍ رباعيٍّ متطابقِ الأضلاعِ وغيرِ متطابقِ الزوايا.
ب ارسمْ شكلًا لمضلّعٍ رباعيٍّ متطابقِ الزوايا وغيرِ متطابقِ الأضلاعِ.

١٠٥



التاريخُ الهجريُّ: .... التاريخُ الميلاديُّ: ....

تمرَّنْ ٣-٢

المضلّعاتُ

Polygons

تدرَّبْ وطبِّقْ

ابدأْ صنِّفْ كلَّ مضلّعٍ من المضلّعاتِ التاليةِ، وحدِّدْ أيّها يكونُ مضلّعًا منتظِمًا.

(١) (٢) (٣) (٤)

علِّلْ لماذا كلُّ مضلّعٍ من المضلّعاتِ التاليةِ غيرُ منتظِمٍ.

(٥) (٦) (٧) (٨)

(٩) أوجِدْ مجموعَ قياساتِ زوايا الشكلِ الخماسيِّ المنتظِمِ

(١٠) أوجِدْ مجموعَ قياساتِ زوايا الشكلِ السباعيِّ المنتظِمِ

(١١) التحضيرُ للاختبارِ عددُ المثلّثاتِ التي سوف تتشكّلُ إذا رسمْتَ شكلًا مثمّنًا يساوي: ________

(أ) ٨ (ب) ٧ (جـ) ٦ (د) ٥

٤٩

٣–٣

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يتعرّف خواص المثلث متطابق الضلعين.
- يتعرّف خواص المثلث متطابق الأضلاع.

المصطلحات الأساسية

- مثلث متطابق الضلعين، مثلث متطابق الأضلاع

الأدوات المستخدمة

- مسطرة، فرجار، منقلة

مراجعة

١ عدد أضلاع المثلث هو: ٣

٢ عدد زوايا المثلث هو: ٣

٣ مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي: ١٨٠°

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

أن يتعرّف الطلاب خواص المثلث متطابق الضلعين وخواص المثلث متطابق الأضلاع.

التقييم المستمر

قد يصادف بعض الطلاب المشاكل في الخطوة ٢، ذكر الطلاب كيفية استخدام المنقلة وقراءة العدد المناسب إذا كان هناك عددان على المنقلة.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

اطلب إلى طلاب هذه المجموعة الإجابة عن السؤال الآتي: في أي حالة لا تستطيع رسم مثلث؟

المتابعة

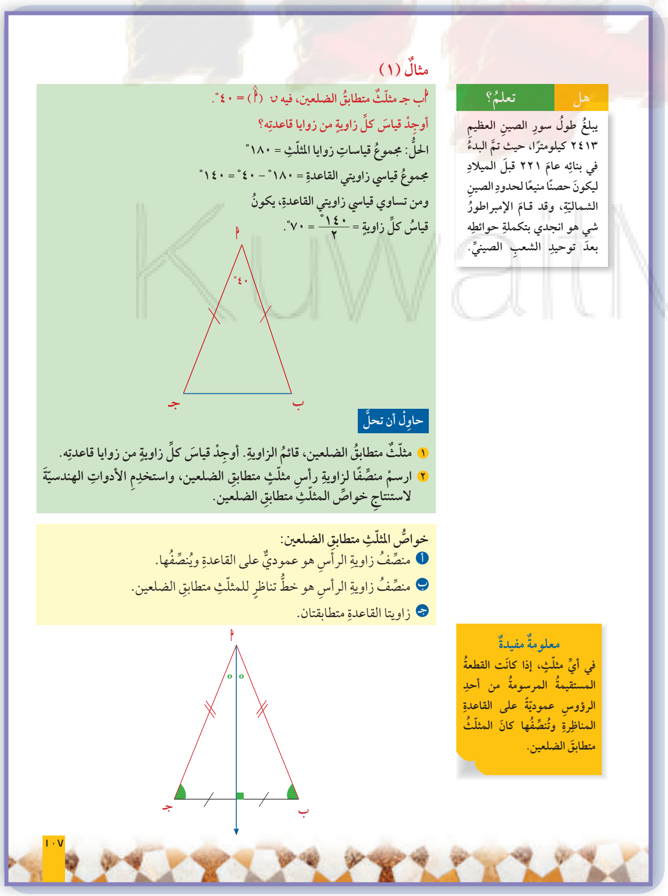
تأكّد من أن جميع الطلاب قد توصلوا إلى الملاحظة نفسها في ٢ و٣.

إجابات «استكشف»

١ تحقق من عمل الطلاب

٢ زوايتا قاعدة المثلث متطابق الضلعين لها القياس نفسه.

٣ الضلعان المحددان لزاوية الرأس متطابقان.



٢- التعليم

تعلم

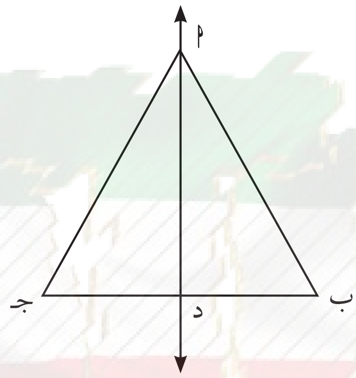
أمثلة بديلة

❶ مثلث متطابق الضلعين، قياس زاوية رأسه ٨٠°. ما قياس كل زاوية من زوايا قاعدته.

الحل: مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠°.

مجموع قياس زاويتي القاعدة = ١٨٠° − ٨٠° = ١٠٠°

ومن تساوي قياس زاويتي القاعدة، يكون قياس كل زاوية = $\frac{١٠٠°}{٢}$ = ٥٠°



❷ ارسم مثلثًا متطابق الأضلاع ﻫ ب جـ ، ثم ارسم خط التناظر $\overleftrightarrow{ﻫد}$

(أ) أعط قياس الزوايا التالية:

ق(جـ ﻫ د) = ٣٠°

ق (جـ د̂ ﻫ) = ٩٠°.

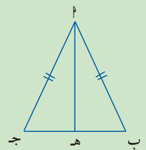
(ب) أكمل ب د = د جـ

مثالٌ (٢)

Δ ﻫ ب جـ متطابقُ الضلعين.

قياسُ زاويةِ الرأسِ ﻫ = ٥٠°. منصِّفُ زاويةِ الرأسِ يقطعُ $\overline{ب جـ}$ عندَ هـ.

أثبِتْ أنّ ق(ﻫ هـ̂ ب) = ٩٠°.



الحلُّ: الطريقةُ الأولى

ق(ب̂) + ق(جـ̂) = ١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠°   مجموعُ قياساتِ زوايا المثلّثِ ١٨٠°

ق(جـ̂) = ق(جـ̂) = $\frac{١٣٠}{٢}$ = ٦٥°   لأنّ ﻫب = ﻫجـ

ق(ب ﻫ̂ هـ) = $\frac{٥٠}{٢}$ = ٢٥°   لأنّ $\overleftarrow{ﻫهـ}$ منصِّفُ الزاويةِ ﻫ

في Δ ﻫ هـ ب:

ق(ﻫ هـ̂ ب) = ١٨٠° − (٦٥° + ٢٥°)   مجموعُ قياساتِ زوايا المثلّثِ ١٨٠°

= ١٨٠° − ٩٠° = ٩٠°

الحلُّ: الطريقةُ الثانيةُ

المثلّثُ ﻫب جـ متطابقُ الضلعين (معطًى)

$\overleftarrow{ﻫهـ}$ منصِّفٌ لزاويةِ الرأسِ ﻫ

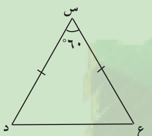
إذًا $\overleftarrow{ﻫهـ}$ عموديٌّ على $\overline{ب جـ}$ (من خواصّ المثلّثِ المتطابقِ الضلعين)

أي أنّ ق(ﻫ هـ̂ ب)= ٩٠°

حاوِلْ أن تحلَّ

٣ Δ ﻫ ب جـ متطابقُ الضلعين فيه قياسُ زاويةِ الرأسِ ﻫ = ٥٠°

إذا كانَ $\overline{ﻫهـ}$ العمودَ المرسومَ من رأسِ المثلّثِ على القاعدةِ، فأثبِتْ أنّ ق(هـ ﻫ̂ ب) = ٢٥°



٤ Δ س ع د متطابقُ الضلعين. قياسُ زاويةِ الرأسِ س = ٦٠°

أثبِتْ أنّ ق(ع̂) = ق(د̂) = ٦٠°

الحلُّ: ق(ع̂)+ ق(د̂)=١٨٠° −٦٠° =١٢٠°   لأنّ مجموعَ قياساتِ زوايا = ١٨٠°

ق(ع̂)= ق(د̂) = $\frac{١٢٠°}{٢}$ = ٦٠°   لأنّ المثلّثَ متطابقُ الضلعين

حاوِلْ أن تحلَّ

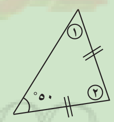
٤ Δ ﻫب جـ متطابقُ الضلعين (ﻫب = ﻫجـ)

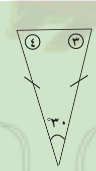
إذا كانَ ق(ب̂) = ٦٠° أثبِتْ أنّ ق(ﻫ̂) = ق (جـ̂)= ٦٠°.

١٠٩

تدريب:

أكمِلْ ما يلي:





❶ ق(١̂) =......

السببُ: ....

ق(٢̂) =......

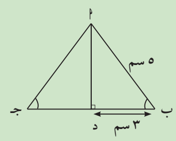
السببُ: ....

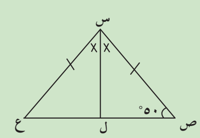
❷ ق(٣̂) + ق(٤̂) = ١٥٠°

السببُ: ....

ق(٣̂) = ق(...̂) = ...

السببُ: ....





❸ طولُ $\overline{ﻫجـ}$ = طولُ ...... = ...سم

السببُ: ....

طولُ $\overline{ب جـ}$ =......

السببُ: ....

❹ ق(س ل̂ ص) = ...

السببُ: ....

ق(ص س̂ ل) = ...

السببُ: ....

ص ل = ...

السببُ : ....

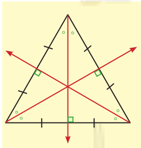
١٠٨

خواصُّ المثلّثِ متطابقِ الأضلاعِ:

١ تتساوى قياساتُ الزوايا الثلاثِ وكلٌّ منها تُساوي ٦٠°.

٢ منصِّفُ كلِّ زاويةٍ هو عموديٌّ على القاعدةِ المقابِلةِ ويُنصِّفُها، وهو أيضًا خطُّ تناظرٍ.

٣ للمثلّثِ متطابقِ الأضلاعِ ٣ خطوطِ تناظرٍ.



تحقَّقْ من فهمِك

١ هل كلُّ مثلّثٍ متطابقِ الأضلاعِ هو مثلّثٌ متطابقُ الضلعين؟ فسِّرْ.

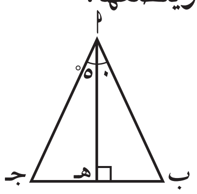
٢ هل يُمكِنُ أن يكونَ مثلّثٌ قائمُ الزاويةِ متطابقَ الأضلاعِ؟ فسِّرْ.

١١٠

إجابات «حاول أن تحلّ»

❶ °٤٥

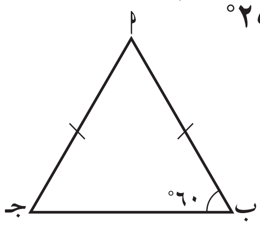
❷ منصف زاوية الرأس عمودي على القاعدة وينصفها.



❸ في المثلث ٲ هـ ب لدينا ق(ٲهـ^ب) = °٩٠،

ق(ٲب^هـ) = °٦٥

إذًا ق(هـ ٲ^ب) = °١٨٠ − (°٩٠ + °٦٥) = °٢٥



❹ ٲ ب جـ متطابق الضلعين

إذًا ق(ب^) = ق(جـ^) = °٦٠

ق(ٲ^) = °١٨٠ − (°٦٠ + °٦٠) = °٦٠

٣– التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

إجابات «تحقق من فهمك»

❶ نعم، كل مثلث متطابق الأضلاع هو متطابق الضلعين، نأخذ ٲب = ٲجـ أو بٲ = ب جـ أو جـٲ = جـ ب.

❷ لا، لأن زوايا المثلث متطابق الأضلاع متطابقة وقياس كل زاوية يساوي °٦٠.

المجلّة

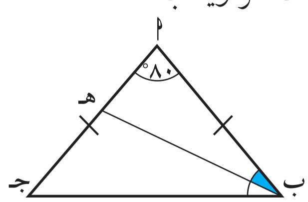
اطلب إلى الطلّاب إعادة صياغة خواص المثلث متطابق الضلعين والمثلث متطابق الأضلاع.

اختبار سريع

❶ مثلث ٲ ب جـ متطابق الضلعين (ٲب = ٲجـ)

ق(ٲ^) = °٨٠، ب هـ منصف الزاوية ب.

أوجد ق(ٲب^هـ). °٢٥



❷ مثلث ٲ ب جـ متطابق الأضلاع يتقاطع منصف الزاوية ب مع منصف الزاوية جـ في النقطة د .

أوجد ق(ب د^ جـ) °١٢٠


المرشدُ لحلِّ المسائل (٣-٣)

حلّ المسائل
افهمْ
خطِّطْ
حُلَّ
تحقّقْ

المثلّثُ ع ل م متطابقُ الضلعين. قياسُ إحدى زواياه = °٦٠.
أثبِتْ أنّ Δع ل م متطابقُ الأضلاعِ.

افهمْ

❶ ما هي معطَياتُ المسألةِ؟ ....

❷ ما المطلوبُ إليك إثباتُه؟ ....

خطِّطْ

❸ هناك احتمالان بالنسبةِ إلى الزاويةِ التي قياسُها °٦٠. ما هما؟ ....

❹ لإثباتِ أنّ Δ ع ل م متطابقُ الأضلاعِ. هل ستُثبِتُ أنّ أضلاعَه متطابقةٌ أو قياساتِ زواياه متساويةٌ؟ ....

❺ فسِّرْ ما اقترحْتَه في (٤). ....

حُلَّ

❻ إذا كانَ قياسُ زاويةِ رأسِ المثلّثِ °٦٠، فما مجموعُ قياسي زاويتي القاعدةِ؟ ....

❼ ما قياسُ كلِّ زاويةٍ؟ ....

❽ إذا كانَ قياسُ إحدى زوايا القاعدةِ = °٦٠، فما قياسُ زاويةِ الرأسِ؟ ....

❾ في الحالتين (٦) و(٨)، ماذا يُمكِنُنا القولُ عن Δع ل م؟ ....

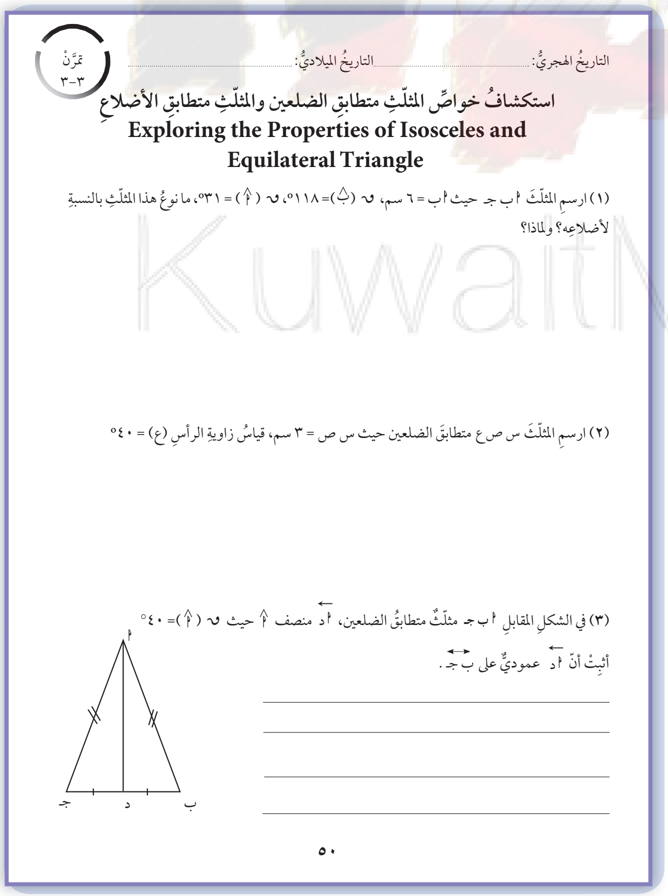
حُلَّ مسألةً أخرى

❿ المثلّثُ ر ب ع متطابقُ الضلعين. منصِّفُ إحدى زوايا القاعدةِ هو عموديٌّ على الضلعِ المقابِلِ. أثبِتْ أنّ Δ ر ب ع متطابقُ الأضلاعِ.

....

....

١١١


التاريخُ الهجريُّ: .... التاريخُ الميلاديُّ: ....

تمرَّنْ ٣-٣

استكشافُ خواصِّ المثلّثِ متطابقِ الضلعين والمثلّثِ متطابقِ الأضلاعِ

Exploring the Properties of Isosceles and Equilateral Triangle

(١) ارسمِ المثلّثَ ٲ ب جـ حيث ٲب = ٦ سم، ق (ب^) = °١١٨، ق (ٲ^) = °٣١، ما نوعُ هذا المثلّثِ بالنسبةِ لأضلاعِه؟ ولماذا؟

(٢) ارسمِ المثلّثَ س ص ع متطابقَ الضلعين حيث س ص = ٣ سم، قياسُ زاويةِ الرأسِ (ع) = °٤٠

(٣) في الشكلِ المقابلِ ٲ ب جـ مثلّثٌ متطابقُ الضلعين، ٲد منصف ٲ^ حيث ق (ٲ^) = °٤٠
أثبِتْ أنّ ٲد عموديٌّ على ب جـ .

ٲ
جـ
د
ب

٥٠

إجابات «المرشد لحل المسائل»

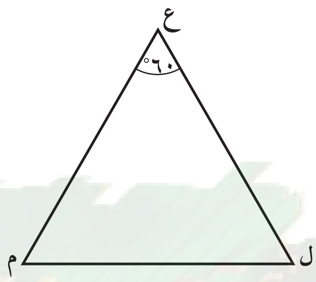
❶ مثلث متطابق الضلعين، قياس إحدى زواياه = ٦٠°.

❷ إن المثلث متطابق الأضلاع.

❸ إما أن تكون زاوية رأس المثلث أو أن تكون زاوية من زوايا القاعدة.

❹ قياسات زواياه متساوية

❺ يجب إثبات أن قياس كل زاوية يساوي ٦٠°.



❻ ١٢٠°.

❼ ٦٠°.

❽ ٦٠°.

❾ مثلث متطابق الأضلاع

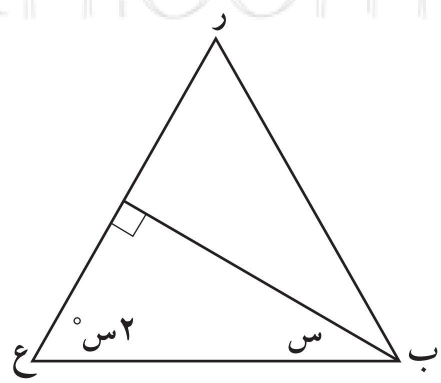
❿ افترض قياس زاوية القاعدة هو ٢س° ، ثم اكتب المعادلة

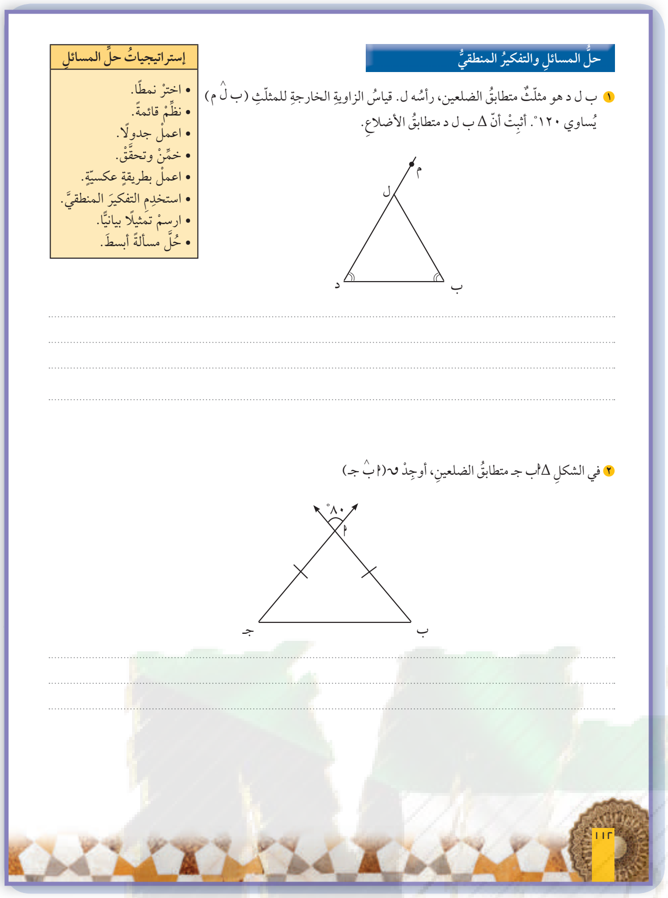
٢س° + س° + ٩٠° = ١٨٠°

٣س° = ٩٠°

س° = ٣٠°

س° = ٣٠°، ٢س° = ٦٠°، إذًا قياس زاوية القاعدة يساوي ٦٠° وبالتالي المثلث متطابق الأضلاع.



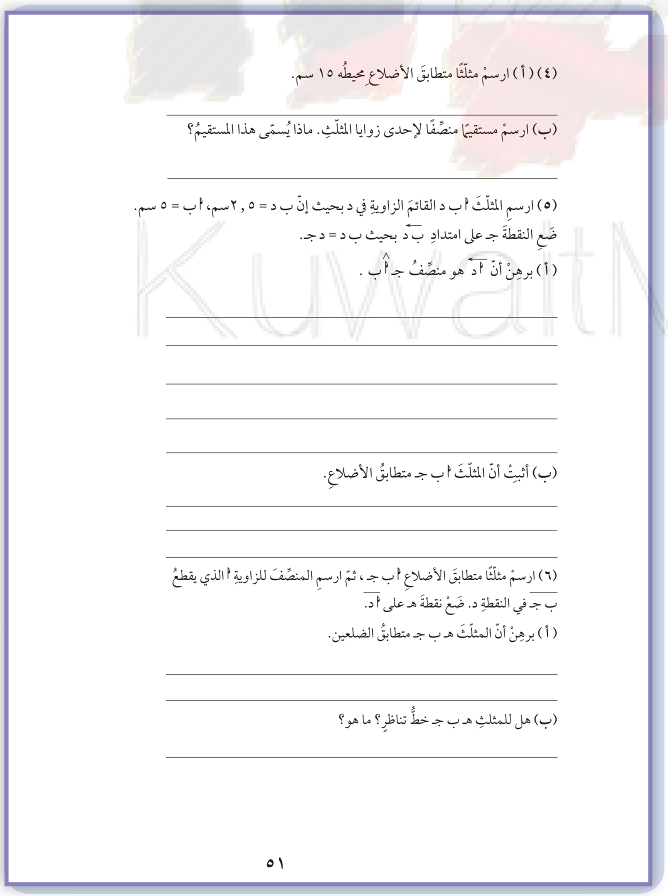


حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

إستراتيجياتُ حلِّ المسائلِ
- اخترْ نمطًا.
- نظِّمْ قائمةً.
- اعملْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدِمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

❶ ب ل د هو مثلّثٌ متطابقُ الضلعين، رأسُه ل. قياسُ الزاويةِ الخارجةِ للمثلّثِ (ب لَ م) يُساوي ١٢٠°. أثبِتْ أنّ Δ ب ل د متطابقُ الأضلاعِ.

❷ في الشكلِ Δ أب جـ متطابقُ الضلعينِ، أوجِدْ ق(أ بَ جـ)



(٤) (أ) ارسمْ مثلّثًا متطابقَ الأضلاعِ محيطُه ١٥ سم.

(ب) ارسمْ مستقيمًا منصِّفًا لإحدى زوايا المثلّثِ. ماذا يُسمّى هذا المستقيمُ؟

(٥) ارسمِ المثلّثَ أ ب د القائمَ الزاويةِ في د بحيث إنّ ب د = ٥ , ٢سم، أب = ٥ سم.
ضَعِ النقطةَ جـ على امتدادِ ب د بحيث ب د = د جـ.
(أ) برهِنْ أنّ أد هو منصِّفُ جـ أَ ب .

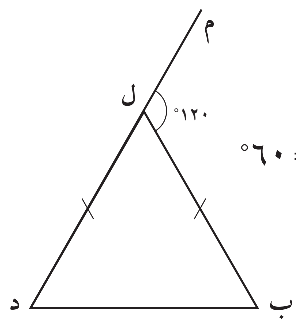
(ب) أثبِتْ أنّ المثلّثَ أ ب جـ متطابقُ الأضلاعِ.

(٦) ارسمْ مثلّثًا متطابقَ الأضلاعِ أ ب جـ ، ثمّ ارسمِ المنصِّفَ للزاويةِ أ الذي يقطعُ ب جـ في النقطةِ د. ضَعْ نقطةَ هـ على أد.
(أ) برهِنْ أنّ المثلّثَ هـ ب جـ متطابقُ الضلعين.

(ب) هل للمثلثِ هـ ب جـ خطُّ تناظرٍ؟ ما هو؟

٥١

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»



❶ قياس الزاوية الداخلية (ب لˆ د)

يساوي ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠°

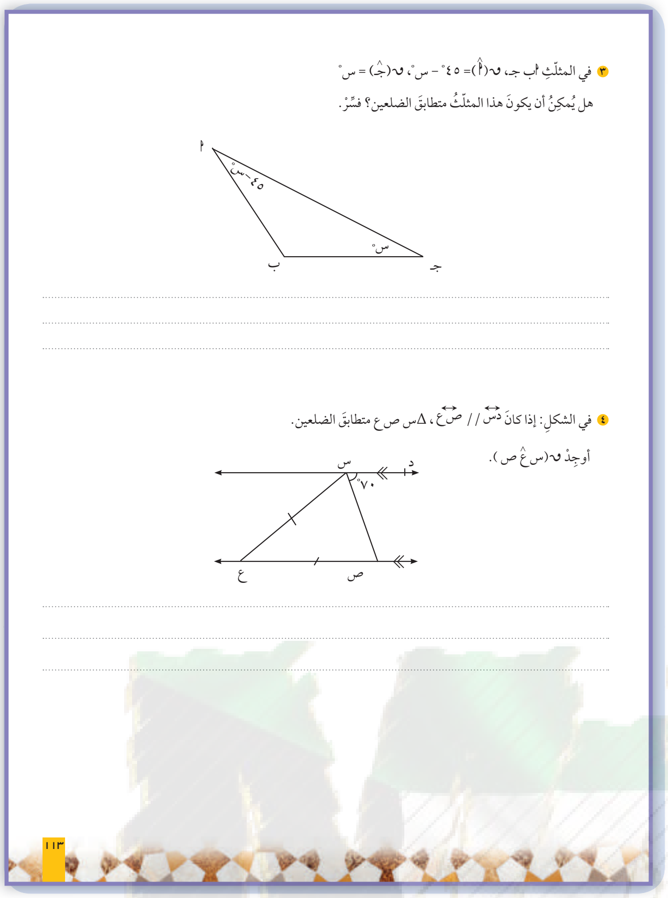
بما إنّ ق(بˆ) = ق(دˆ) = $\frac{١٢٠°}{٢}$ = ٦٠°

إذًا المثلث متطابق الاضلاع.

❷ ٥٠°

❸ نعم س° = ٢٢,٥° . تصبح قياسات الزوايا: ٢٢,٥°، ٢٢,٥°، ١٣٥°.

❹ ٤٠°

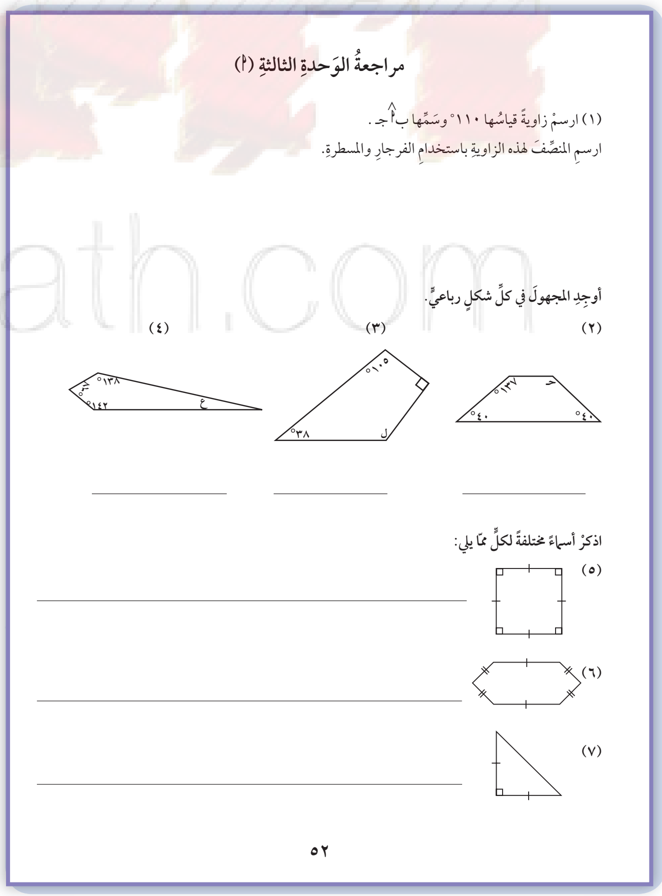


٣ في المثلثِ أ ب جـ، ق(أˆ) = ٤٥° − س°، ق(جـˆ) = س°

هل يُمكِنُ أنْ يكونَ هذا المثلثُ متطابقَ الضلعين؟ فسِّرْ.

٤ في الشكلِ: إذا كانَ دس // صع، Δس ص ع متطابقَ الضلعين.

أوجِدْ ق(س عˆ ص).



مراجعةُ الوَحدةِ الثالثةِ (٢)

(١) ارسمْ زاويةً قياسُها ١١٠° وسَمِّها ب أˆ جـ.

ارسمِ المنصِّفَ لهذه الزاويةِ باستخدامِ الفرجارِ والمسطرةِ.

أوجِدِ المجهولَ في كلِّ شكلٍ رباعيٍّ.

(٢) (٣) (٤)

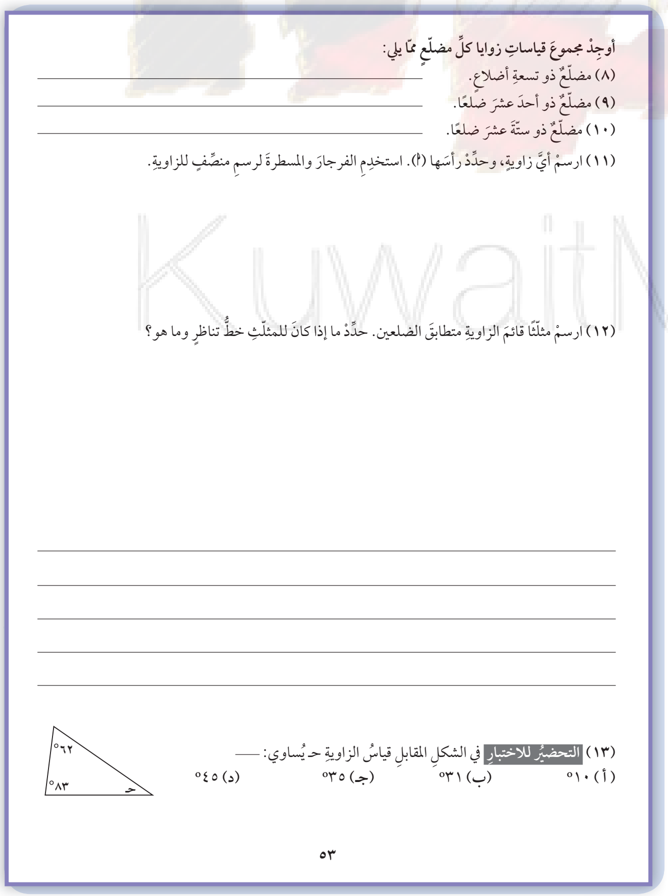
اذكرْ أسماءً مختلفةً لكلٍّ مما يلي:

(٥)

(٦)

(٧)

٥٢



أوجِدْ مجموعَ قياساتِ زوايا كلِّ مضلّعٍ مما يلي:

(٨) مضلّعٌ ذو تسعةِ أضلاعٍ.

(٩) مضلّعٌ ذو أحدَ عشرَ ضلعًا.

(١٠) مضلّعٌ ذو ستّةَ عشرَ ضلعًا.

(١١) ارسمْ أيَّ زاويةٍ، وحدِّدْ رأسَها (م). استخدِمِ الفرجارَ والمسطرةَ لرسمِ منصِّفٍ للزاويةِ.

(١٢) ارسمْ مثلثًا قائمَ الزاويةِ متطابقَ الضلعين. حدِّدْ ما إذا كانَ للمثلثِ خطُّ تناظرٍ وما هو؟

(١٣) التحضيرُ للاختبارِ في الشكلِ المقابلِ قياسُ الزاويةِ حـ يُساوي: ــــ

(أ) ١٠° (ب) ٣١° (جـ) ٣٥° (د) ٤٥°

٥٣


الوَحدةُ الثالثةُ (ب)
المثلّثاتُ والقوانينُ الهندسيّةُ
Triangles and Geometric Formulas

الاستعداد...!

لقد تعرّفْتَ الأشكالَ قبلَ أن تسمعَ عن علمِ الهندسةِ بفترةٍ طويلةٍ.

فربّما تكونُ قد استمتعْتَ بإرسالِ خطاباتٍ ذاتِ أشكالٍ مختلِفةٍ ووضعْتَها داخلَ صندوقِ البريدِ، وقد تكونُ لعبْتَ بلعبةِ المكعّباتِ لتكوينِ أجسامِ مختلِفةِ الأشكالِ، ومن أجلِ أن تقومَ بكلِّ ذلك فأنت بحاجةٍ إلى دراسةِ الأشكالِ.

ولقد كبرْتَ الآن، لذلك فإنّك تستطيعُ أن تلعبَ ألعابًا مثلَ السلّمِ والثعبانِ والشطرنج، بل وتتعدّى هذه الألعابَ فتلعبُ ألعابًا أكبرَ مثلَ الألعابِ الرياضيّةِ ككرةِ القدمِ، وكرةِ السلّةِ، وكرةِ المضربِ.

كلُّ هذه الألعابِ تتضمّنُ أشكالًا هندسيّةً. فتخيَّلْ أنّك تلعبُ كرةَ السلّةِ في ملعبٍ دائريٍّ، أو تلعبُ الكرةَ الطائرةَ في ملعبٍ على شكلِ مضلّعٍ خماسيٍّ. فكلُّ لعبةٍ لها ملعبٌ ذو شكلٍ معيَّنٍ يُميِّزُها، سواءٌ أكانَتْ لعبةَ كرةِ القدمِ أم لعبةَ الشطرنج. إنّ شكلَ وحجمَ الملعبِ هو ما يُعرِّفُ اللعبةَ ويُعطيها طابعًا مميَّزًا. الهندسةُ عبارةٌ عن كلِّ ما يتعلّقُ بالأشكالِ وكيفيّةِ تداخلِها معًا، وكيف ترسمُها وكيف تقيسُها.

١ اذكرْ عددًا من الألعابِ الرياضيّةِ التي قد تُجرى على مساحةٍ من الأرضِ.

٢ أيُّهما أكبرُ في اعتقادِك، ملعبُ كرةِ القدمِ أم ملعبُ كرةِ الطائرةِ؟ وكيف عرفْتَ ذلك؟

١١٤

الموضوع: الملاعب الرياضية

كيفية التعامل مع الصفحة

تقدِّم هذه الصفحة موضوع هذا الجزء، وهو أشكال الملاعب الرياضية، وتناقش أيضًا أشكال لوحات الألعاب كالشطرنج والسلم والثعبان.

اسأل ...

هل لعبتَ بالشطرنج الصيني؟ ما شكل المساحة التي تلعب فيها؟ (شكل نجمة).

الصناعة

اطلب إلى الطلاب البحث عن أحد المصانع التي تنتج الألعاب المفضلة لديهم. إذا تم الوصول إلى هذا المصنع، دعهم يبحثون عن مساحته وكيف يقوم المصممون بتصميم ألعاب جديدة.

إجابات الأسئلة

١ إجابة ممكنة: ملعب على شكل مستطيل: (كرة السلة، كرة القدم، التنس، لعبة المضارب (الراكتس)، كرة اليد). على شكل مربع: (الكثير من الألعاب). على شكل معين: (البيسبول). على شكل نجمة: (الشطرنج الصيني).

٢ ملعب كرة القدم لأنّ:
أبعاد ملعب كرة القدم = ٩٠م × ٩٠م أو ١٢٠م × ٩٠م.
أما أبعاد ملعب كرة الطائرة = ١٨م × ٩م.

٣-٤

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يستخرج الجذور التربيعيّة.
- يحدّد المربعات الكاملة.

المصطلحات الأساسية

- جذر تربيعي، علامة الجذر التربيعي، مربع كامل.

مراجعة

❶ أوجد ناتج كلّ قوة.

(أ) $٢^٢$ ٤ (ب) $(-٢)^٢$ ٤

(جـ) $٥^٢$ ٢٥ (د) $(-٥)^٢$ ٢٥

❷ حلّل كل عدد إلى عوامله الأولية.

(أ) ٤ ٢ × ٢ (ب) ٩ ٣ × ٣

(جـ) ٢٥ ٥ × ٥ (د) ٤٩ ٧ × ٧

◄ صلة الدرس دع الطلاب يصفون مواقف حياتية تتطلب ضرب عدد بنفسه. اسأل الطلاب عن كيفية الحصول على طول ضلع مربع عندما نعرف مساحته.

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

أن يميّز الطلاب بين أطوال أضلاع مربع تشكّل مساحته مربعًا كاملًا وأخرى لا تشكل مربعًا كاملًا.

التقييم المستمر

تحقّق في الخطوة ٤ من أن الطلاب قد وضعوا المساحة على المحور السيني للإحداثيات، وطول الضلع على المحور الصادي للإحداثيات.

المتابعة

اطلب إلى الطلاب مناقشة إجاباتهم على الخطوة ٦. اسأل هل يمكن تسمية ثلاثة مربّعات تأتي بعد (١، ٤، ٩، ١٦، ٢٥، ٣٦)

٣-٤

مربّعاتُ الأعدادِ والجذورُ التربيعيّةُ

Squares and Square Roots

◄ صلةُ الدرسِ لقد سبقَ أن تعلّمْتَ عن الأسسِ والقوى. ستتعلّمُ في هذا الدرسِ عن الجذورِ التربيعيّةِ والمربّعاتِ الكاملةِ. ►

سوف تتعلّمُ

- استخراجَ الجذورِ التربيعيّةِ وتحديدَ المربّعاتِ الكاملةِ.

من الاستخداماتِ

- يستخدمُ المهندسون الميكانيكيّون الجذورَ التربيعيّةَ عندَ تصميمِ الجسورِ.

استكشِفْ المربّعاتُ الكاملةُ

الأدواتُ المستخدَمةُ: برنامجُ الهندسةِ (GEOBOARD)، آلةٌ حاسبةٌ

❶ ارسمْ مربّعًا. استخدِمْ أداةَ القياسِ لإيجادِ طولِ ضلعِه ومساحتِه.

❷ كوِّنْ جدولًا تُسجِّلُ فيه قياسَ طولِ ضلعٍ ومساحة ستّةِ مربّعاتٍ مختلِفةٍ.

❸ ارسمِ المربّعاتِ التي مساحاتُها ١، ٤، ٩، ١٦، ٢٥، ٣٦ وَحدةً مربّعةً. تحقّقْ من المساحاتِ وأطوالِ الأضلاعِ باستخدامِ أداةِ القياسِ، وسجِّلِ القياساتِ في الجدولِ.

❹ مثِّلِ البياناتِ على شبكةِ إحداثيّاتٍ. استخدِمِ المساحةَ كإحداثيٍّ سينيٍّ وطولَ الضلعِ كإحداثيٍّ صاديٍّ، ثمّ صِلْ بينَ النقاطِ وحدِّدْ ما إذا كانَ التمثيلُ البيانيُّ خطًّا منحنيًا أم مستقيمًا.

❺ ارسمْ مربّعًا مساحتُه ٢١ وَحدةً مربّعةً، وحدِّدْ طولَ ضلعِه. أو استخدِمِ التمثيلَ البيانيَّ السابقَ لتحديدِ قيمةٍ تقريبيّةٍ لطولِ ضلعِ مربّعٍ مساحتُه ٢١ وَحدةً مربّعةً.

❻ ناقِشْ أوجهَ الاختلافِ بينَ المربّعاتِ التي مساحتُها ١، ٤، ٩، ١٦، ٢٥، ٣٦ والمربّعِ الذي مساحتُه ٢١ وَحدةً مربّعةً.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

◄ جذرٌ تربيعيٌّ Square Root

◄ علامةُ الجذرِ التربيعيِّ Radical Sign

◄ مربّعٌ كاملٌ Perfect Square

تعلَّمْ المربّعاتُ الكاملةُ والجذورُ التربيعيّةُ

الجذرُ التربيعيُّ لعددِ ن هو العددُ الذي إذا ضُرِبَ في نفسِه يُنتِجُ العددَ ن، ويُرمَزُ إليه **بعلامةِ الجذرِ** $\sqrt{\ }$.

سبقَ لكَ أن استخدمْتَ الأسسَ وعلمْتَ أنّ $٥^٢ = ٥ × ٥ = ٢٥$.

وكذلك استخدمْتَ الجذورَ التربيعيّةَ وعلمْتَ أنّ $\sqrt{٢٥} = ٥$ لأنّ $٥ × ٥ = ٢٥$.

المربّعُ الكاملُ هو عددٌ جذراه التربيعيّان عددان صحيحان، مثلُ ٩، ١٦، ٢٥ وهي مربّعاتٌ كاملةٌ جذورُها التربيعيّةُ $\pm\sqrt{٩} = \pm٣$، $\pm\sqrt{١٦} = \pm٤$، $\pm\sqrt{٢٥} = \pm٥$

يُمكِنُك تقديرُ الجذرِ التربيعيِّ لعددٍ ليسَ مربّعًا كاملًا باستخدامِ أقربِ مربّعٍ كاملٍ.

١١٥

المربعات التي لها المساحة: ٤٩، ٦٤، ٨١.

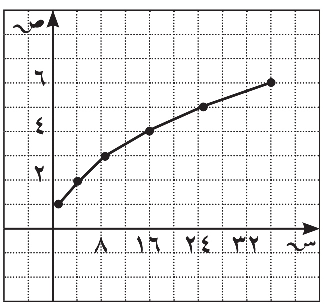
إجابات «استكشف»

❶ قد تختلف الإجابات.

❷ قد تختلف الإجابات.

❸ ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦

❹ خطًّا منحنيًّا



❺ إجابة ممكنة: ٦،٤ ≈ ٤

❻ إجابة ممكنة: طول ضلع أي مربع من المجموعة الأولى هو عدد كلي بينما طول ضلع المربع الذي مساحته ٢١ هو عدد غير كلي.

٢- التعليم

تعلم

يمكن استخدام الآلة الحاسبة في هذا الدرس، ولكن يجب التأكد من حسن استخدام رمز الجذر $\sqrt{\ }$ حسب الآلة الحاسبة.

أمثلة بديلة

١ استخدم مفتاح الجذر $\sqrt{\ }$ في الآلة الحاسبة لتحديد ما إذا كان العدد هو مربعًا كاملًا.

(أ) ٢٠٤ (ب) ٥٧٦ (ج) ١٥٢١

(أ) $\sqrt{٢٠٤}$ = ١٤,٢٨٢٨٥٦٨٦، العدد ٢٠٤ ليس مربعًا كاملًا.

(ب) $\sqrt{٥٧٦}$ = ٢٤، العدد ٥٧٦ هو مربع كامل.

(ج) $\sqrt{١٥٢١}$ = ٣٩، العدد ١٥٢١ هو مربع كامل.

٢ لدى سالم حديقة مربعة الشكل مساحتها ١٩٦ م^{٢}. يريد سالم أن يسيّج هذه الحديقة. ما طول السياج لضلع واحد؟ وما طول سياج الحديقة؟

باستخدام الآلة الحاسبة: $\sqrt{١٩٦}$ = ١٤، ١٤ × ٤ = ٥٦

طول السياج لضلع واحد هو ١٤ مترًا، وطول سياج الحديقة ٥٦ مترًا.

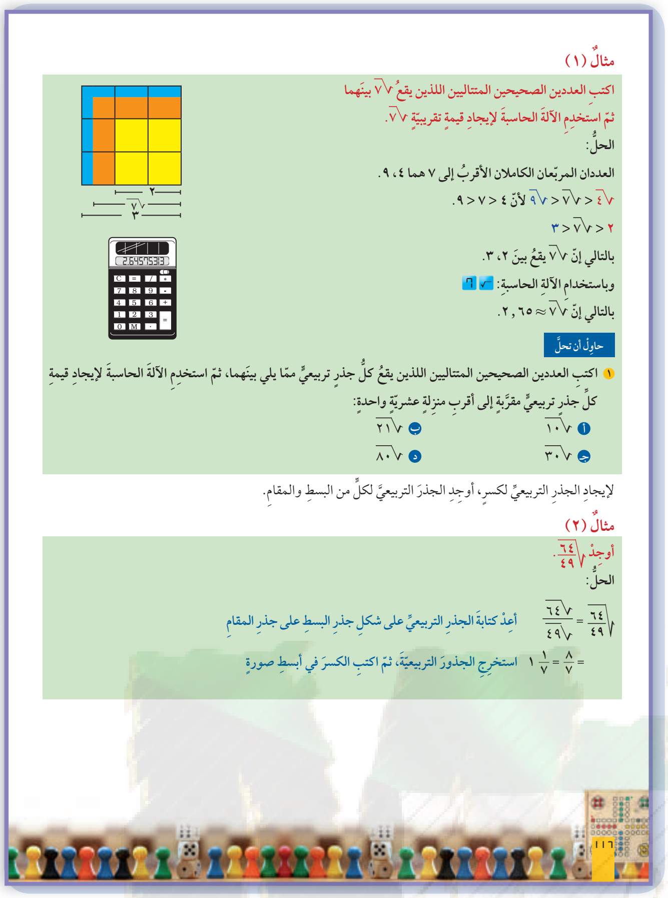
٣ ضع العدد $\sqrt{٢١}$ بين عددين كليين. حدّد $\sqrt{٢١}$.

المربعان الكاملان اللذان يقع بينهما العدد ٢١ هما ١٦، ٢٥.

١٦ < ٢١ < ٢٥ إذًا $\sqrt{١٦} < \sqrt{٢١} < \sqrt{٢٥}$

أو ٤ < $\sqrt{٢١}$ < ٥

وبالتالي $\sqrt{٢١}$ يقع بين ٤ ، ٥.


مثالٌ (١)

اكتبِ العددين الصحيحين المتتاليين اللذين يقعُ $\sqrt{٧}$ بينَهما ثمّ استخدِمِ الآلةَ الحاسبةَ لإيجادِ قيمةٍ تقريبيّةٍ $\sqrt{٧}$.

الحلُّ:

العددان المربّعان الكاملان الأقربُ إلى ٧ هما ٤، ٩.

$\sqrt{٤} < \sqrt{٧} < \sqrt{٩}$ لأنّ ٤ < ٧ < ٩.

٢ < $\sqrt{٧}$ < ٣

بالتالي إنّ $\sqrt{٧}$ يقعُ بينَ ٢، ٣.

وباستخدامِ الآلةِ الحاسبةِ: $\sqrt{\ }$ ٧

بالتالي إنّ $\sqrt{٧}$ ≈ ٢,٦٥.

حاوِلْ أن تحلَّ

١ اكتبِ العددين الصحيحين المتتاليين اللذين يقعُ كلُّ جذرٍ تربيعيٍّ ممّا يلي بينَهما، ثمّ استخدِمِ الآلةَ الحاسبةَ لإيجادِ قيمةِ كلِّ جذرٍ تربيعيٍّ مقرَّبةٍ إلى أقربِ منزِلةٍ عشريّةٍ واحدةٍ:

أ $\sqrt{١٠}$ ب $\sqrt{٢١}$

جـ $\sqrt{٣٠}$ د $\sqrt{٨٠}$

لإيجادِ الجذرِ التربيعيِّ لكسرٍ، أوجِدِ الجذرَ التربيعيَّ لكلٍّ من البسطِ والمقامِ.

مثالٌ (٢)

أوجِدْ $\sqrt{\frac{٦٤}{٤٩}}$.

الحلُّ:

$\sqrt{\frac{٦٤}{٤٩}} = \frac{\sqrt{٦٤}}{\sqrt{٤٩}}$ أعِدْ كتابةَ الجذرِ التربيعيِّ على شكلِ جذرِ البسطِ على جذرِ المقامِ

$= \frac{٨}{٧} = ١\frac{١}{٧}$ استخرِجِ الجذورَ التربيعيّةَ، ثمّ اكتبِ الكسرَ في أبسطِ صورةٍ

باستخدام الآلة الحاسبة $\sqrt{٢١} \approx ٤,٥٨$

٤ أوجد $\sqrt{\frac{٨١}{٢٥}}$

$\sqrt{\frac{٨١}{٢٥}} = \frac{\sqrt{٨١}}{\sqrt{٢٥}}$ بأخذ الجذر التربيعي للبسط على الجذر التربيعي للمقام.

$= \frac{٩}{٥} = ١\frac{٤}{٥}$ (خذ الجذر التربيعي، ثم اكتب بصورة عدد كسري.)

إجابات «حاول أن تحل»

١ (أ) ٣، ٤؛ ٣,٢ (ب) ٤، ٥؛ ٤,٦

(جـ) ٥، ٦؛ ٥,٥ (د) ٨، ٩؛ ٨,٩

٢ (أ) $\frac{٥}{٨}$ (ب) $\frac{١٠}{٢٥}$ (جـ) $\frac{١١}{١٨}$ (د) $\frac{٦}{١٥}$

٣

(أ)

١٩٦	٢
٩٨	٢
٤٩	٧
٧	٧
١	

$\sqrt{١٩٦} = ٢ \times ٧ = ١٤$

(ب)

٥٧٦	٢
٢٨٨	٢
١٤٤	٢
٧٢	٢
٣٦	٢
١٨	٢
٩	٣
٣	٣
١	

$\sqrt{٥٧٦} = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٣$

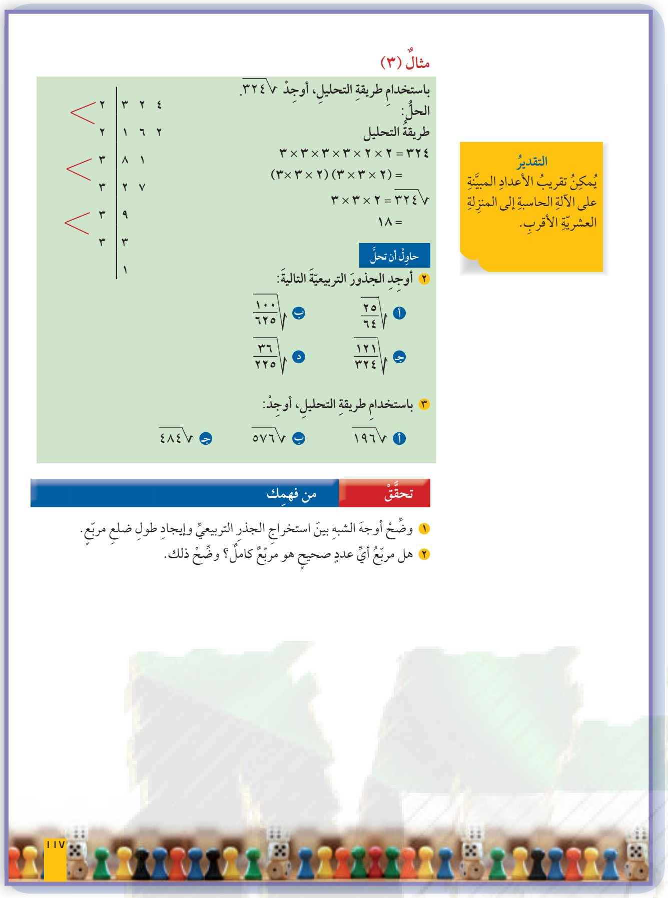
$= ٢٤$

(جـ)

٤٨٤	٢
٢٤٢	٢
١٢١	١١
١١	١١
١	

$\sqrt{٤٨٤} = ٢ \times ١١$

$= ٢٢$


مثالٌ (٣)

باستخدامِ طريقةِ التحليلِ، أوجِدْ $\sqrt{٣٢٤}$.

الحلُّ:

طريقةُ التحليل

$٣٢٤ = ٢ \times ٢ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣$

$= (٢ \times ٣ \times ٣)(٢ \times ٣ \times ٣)$

$\sqrt{٣٢٤} = ٢ \times ٣ \times ٣$

$= ١٨$

٣٢٤	٢
١٦٢	٢
٨١	٣
٢٧	٣
٩	٣
٣	٣
١	

التقديرُ

يُمكِنُ تقريبُ الأعدادِ المبيَّنةِ على الآلةِ الحاسبةِ إلى المنزِلةِ العشريّةِ الأقربِ.

حاوِلْ أن تحلَّ

٢ أوجِدِ الجذورَ التربيعيّةَ التاليةَ:

أ $\sqrt{\frac{٢٥}{٦٤}}$ ب $\sqrt{\frac{١٠٠}{٦٢٥}}$

جـ $\sqrt{\frac{١٢١}{٣٢٤}}$ د $\sqrt{\frac{٣٦}{٢٢٥}}$

٣ باستخدامِ طريقةِ التحليلِ، أوجِدْ:

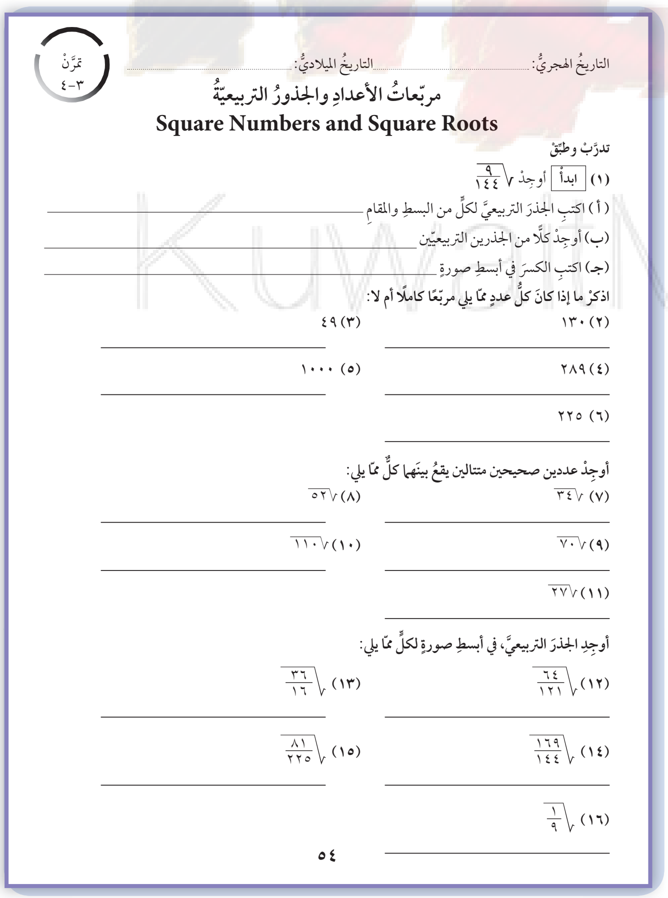
أ $\sqrt{١٩٦}$ ب $\sqrt{٥٧٦}$ جـ $\sqrt{٤٨٤}$

تحقَّقْ من فهمِك

١ وضِّحْ أوجهَ الشبهِ بينَ استخراجِ الجذرِ التربيعيِّ وإيجادِ طولِ ضلعِ مربّعٍ.

٢ هل مربّعُ أيِّ عددٍ صحيحٍ هو مربّعٌ كاملٌ؟ وضِّحْ ذلك.

١١٧


تمرَّنْ ٣-٤

التاريخُ الهجريُّ: .... التاريخُ الميلاديُّ: ....

مربّعاتُ الأعدادِ والجذورُ التربيعيّةُ

Square Numbers and Square Roots

تدرَّبْ وطبِّقْ

(١) ابدأْ أوجِدْ $\sqrt{\frac{٩}{١٤٤}}$

(أ) اكتبِ الجذرَ التربيعيَّ لكلٍّ من البسطِ والمقامِ ________

(ب) أوجِدْ كلًّا من الجذرين التربيعيّين ________

(جـ) اكتبِ الكسرَ في أبسطِ صورةٍ ________

اذكرْ ما إذا كانَ كلُّ عددٍ ممّا يلي مربّعًا كاملًا أم لا:

(٢) ١٣٠ (٣) ٤٩

(٤) ٢٨٩ (٥) ١٠٠٠

(٦) ٢٢٥

أوجِدْ عددين صحيحين متتالين يقعُ بينَهما كلٌّ ممّا يلي:

(٧) $\sqrt{٣٤}$ (٨) $\sqrt{٥٢}$

(٩) $\sqrt{٧٠}$ (١٠) $\sqrt{١١٠}$

(١١) $\sqrt{٢٧}$

أوجِدِ الجذرَ التربيعيَّ، في أبسطِ صورةٍ لكلٍّ ممّا يلي:

(١٢) $\sqrt{\frac{٦٤}{١٢١}}$ (١٣) $\sqrt{\frac{٣٦}{١٦}}$

(١٤) $\sqrt{\frac{١٦٩}{١٤٤}}$ (١٥) $\sqrt{\frac{٨١}{٢٢٥}}$

(١٦) $\sqrt{\frac{١}{٩}}$

٥٤

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

تأكّد من أن الطلّاب قد فهموا كيفية إيجاد الجذر التربيعي باستخدام الآلة الحاسبة.

إجابات «تحقق من فهمك»

❶ إذا كنت تعرف مساحة مربع، تستطيع إيجاد طول ضلعه باستخراج الجذر التربيعي.

❷ نعم، س × س = س^{٢} وهو مربع كامل.

اختبار سريع

❶ أوجد ناتج:

(أ) $\sqrt{١٦٩}$ ١٣ (ب) $\sqrt{\frac{٢٥٦}{٣٢٤}}$ $\frac{١٦}{١٨}$

(جـ) $\sqrt{٢٠٠}$ ١٤,١٤ (د) $\sqrt{٤٠٠}$ ٢٠

❷ أوجد الجذر التربيعي بالتحليل:

(أ) ١٢٢٥ ٥ × ٧ = ٣٥

(ب) ٦٧٦ ٢ × ١٣ = ٢٦

إجابات «المرشد لحل المسائل»

❶ الزمن بالثواني

❷ المسافة بالمتر

❸ ٢٧٥ مترًا

❹ ب

❺ ضرب $\sqrt{ف}$ بـ ٩ ثم القسمة على ٢٠

❻ ٢٧٥ بدلًا من ف

❼ ٨ ثوانٍ

❽ ن ≃ ٧,٥ ثانية

❾ ٧,٥ ثانية

❿ إجابة ممكنة: أعيد حساب الإجابة ثم أقدر وأقارن.

⓫ حوالى ١٠ ثوانٍ.

المرشدُ لحلِّ المسائلِ (٣-٤)

حلُّ المسائلِ: افهمْ، خطِّطْ، حُلَّ، تحقَّقْ

يُوضِّحُ القانونُ ن = $\frac{٩}{٢٠}\sqrt{ف}$ الوقتَ (ن) بالثواني الذي يستغرقُه جسمٌ يسقطُ سقوطًا حرًّا مسافةً معيَّنةً (ف) معبَّرةً بالأمتارِ. أوجِدِ الوقتَ الذي يستغرقُه قافزٌ بالمظلَّةِ ليسقطَ مسافةَ ٢٧٥ مترًا قبلَ أن يفتحَ المظلّةَ.

افهمْ

❶ ماذا تُمثِّلُ ن في القانونِ: ن = $\frac{٩\sqrt{ف}}{٢٠}$؟ ....

❷ ماذا يُمثِّلُ ف في القانونِ: ن = $\frac{٩\sqrt{ف}}{٢٠}$؟ ....

❸ ما المسافةُ بالأمتارِ التي عليك إيجادُ الوقتِ المستغرقِ للسقوطِ عنها سقوطًا حرًّا؟ ....

خطِّطْ

❹ ما الخطوةُ الأولى التي عليك استخدامُها لحلِّ الصيغةِ؟ ....

أ القسمةُ على ٢٠ والضربُ في ٩.

ب إيجادُ الجذرِ التربيعيِّ لـ ف.

❺ ما الخطوةُ الثانيةُ التي عليك استخدامُها لحلِّ الصيغةِ؟ ....

❻ ما العددُ الذي ستُعوِّضُ به في الصيغةِ؟ ....

❼ ما الوقتُ المنطقيُّ الذي يستغرقُه القافزُ بالمظلّةِ قبلَ أن يفتحَ هذه المظلّةَ؟ ....

حُلَّ

❽ حُلَّ باستخدامِ الصيغةِ ....

❾ كم ثانيةً يستغرقُها سقوطٌ حرٌّ عن مسافةِ ٢٧٥ مترًا؟ ....

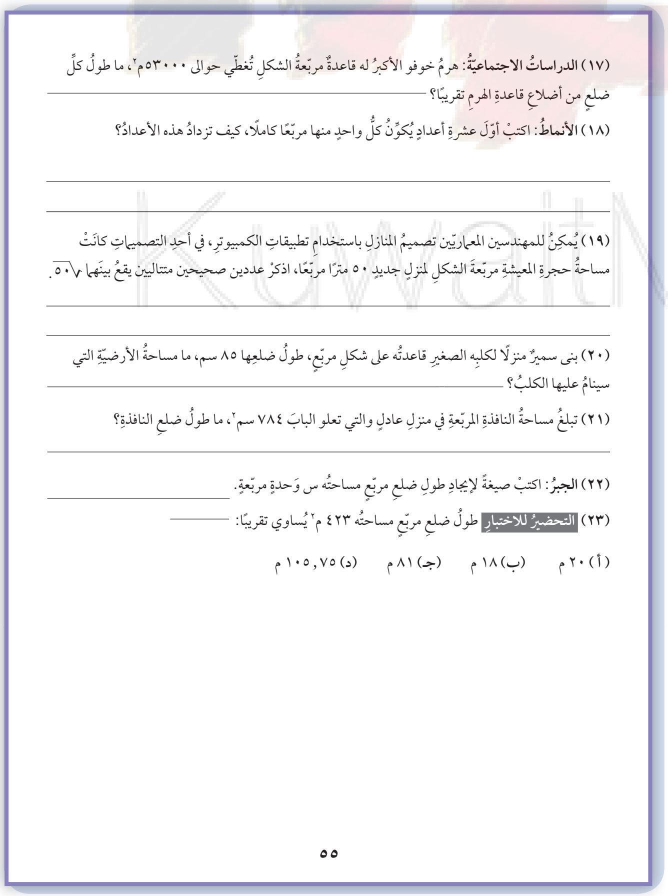
تحقَّقْ

❿ إذا لم تكنْ إجابتُك قريبةً من تقديرِك، فكيف يُمكِنُك تعديلُ الإجابةِ لتُصبحَ معقولةً؟ ....

حُلَّ مسألةً أخرى

⓫ أوجِدْ زمنَ السقوطِ الحرِّ لشخصٍ يقفزُ بالمظلّةِ من مسافةِ ٥٠٠ مترٍ قبلَ أن يفتحَ هذه المظلّةَ؟ ....

١١٨



(١٧) **الدراساتُ الاجتماعيّةُ**: هرمُ خوفو الأكبرُ له قاعدةٌ مربّعةُ الشكلِ تُغطّي حوالى ٥٣٠٠٠م^{٢}، ما طولُ كلِّ ضلعٍ من أضلاعِ قاعدةِ الهرمِ تقريبًا؟ ______

(١٨) **الأنماطُ**: اكتبْ أوّلَ عشرةِ أعدادٍ يُكوِّنُ كلُّ واحدٍ منها مربّعًا كاملًا، كيف تزدادُ هذه الأعدادُ؟

______

(١٩) يُمكِنُ للمهندسين المعماريّين تصميمُ المنازلِ باستخدامِ تطبيقاتِ الكمبيوترِ، في أحدِ التصميماتِ كانَتْ مساحةُ حجرةِ المعيشةِ مربّعةَ الشكلِ لمنزلٍ جديدٍ ٥٠ مترًا مربّعًا، اذكرْ عددين صحيحين متتاليين يقعُ بينَهما $\sqrt{٥٠}$.

______

(٢٠) بنى سميرٌ منزلًا لكلبِه الصغيرِ قاعدتُه على شكلِ مربّعٍ، طولُ ضلعِها ٨٥ سم، ما مساحةُ الأرضيّةِ التي سينامُ عليها الكلبُ؟ ______

(٢١) تبلغُ مساحةُ النافذةِ المربّعةِ في منزلِ عادلٍ والتي تعلو البابَ ٧٨٤ سم^{٢}، ما طولُ ضلعِ النافذةِ؟

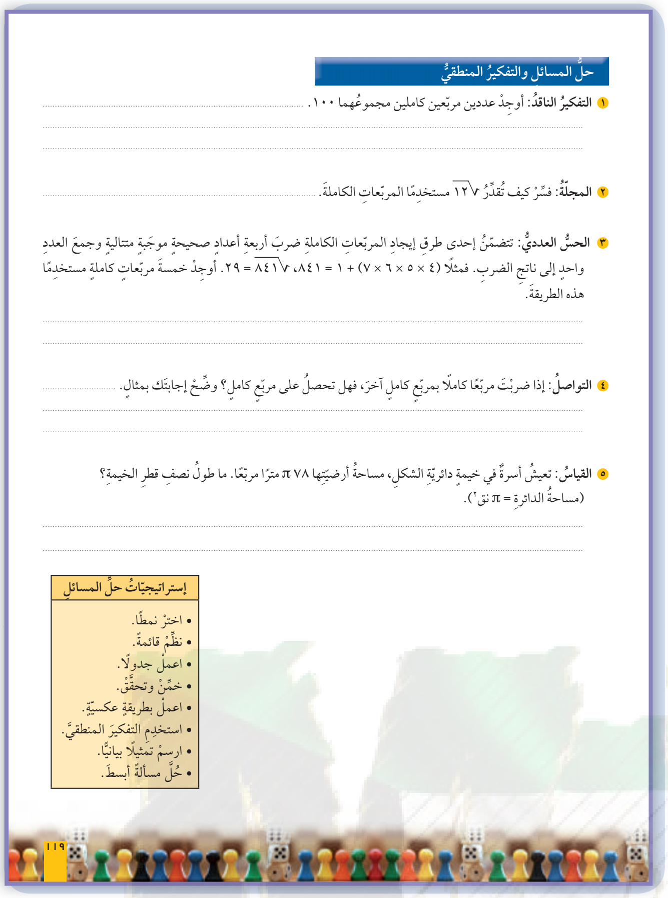
______

(٢٢) **الجبرُ**: اكتبْ صيغةً لإيجادِ طولِ ضلعِ مربّعٍ مساحتُه س وَحدةٍ مربّعةٍ. ______

(٢٣) **التحضيرُ للاختبارِ** طولُ ضلعِ مربّعٍ مساحتُه ٤٢٣ م^{٢} يُساوي تقريبًا: ______

(أ) ٢٠ م (ب) ١٨ م (جـ) ٨١ م (د) ١٠٥,٧٥ م

٥٥


حلُّ المسائل والتفكيرُ المنطقيُّ

١ **التفكيرُ الناقدُ:** أوجِدْ عددين مربّعين كاملين مجموعُهما ١٠٠.

٢ **المجلّةُ:** فسِّرْ كيف تُقدِّرُ $\sqrt{١٢}$ مستخدِمًا المربّعاتِ الكاملةَ.

٣ **الحسُّ العدديُّ:** تتضمّنُ إحدى طرقِ إيجادِ المربّعاتِ الكاملةِ ضربَ أربعةِ أعدادٍ صحيحةٍ موجَبةٍ متتاليةٍ وجمعَ العددِ واحدٍ إلى ناتجِ الضربِ. فمثلًا $(٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧) + ١ = ٨٤١$، $\sqrt{٨٤١} = ٢٩$. أوجِدْ خمسةَ مربّعاتٍ كاملةٍ مستخدِمًا هذه الطريقةَ.

٤ **التواصلُ:** إذا ضربْتَ مربّعًا كاملًا بمربّعٍ كاملٍ آخرَ، فهل تحصلُ على مربّعٍ كاملٍ؟ وضِّحْ إجابتَك بمثالٍ.

٥ **القياسُ:** تعيشُ أسرةٌ في خيمةٍ دائريّةِ الشكلِ، مساحةُ أرضيّتِها ٧٨ π مترًا مربّعًا. ما طولُ نصفِ قطرِ الخيمةِ؟ (مساحةُ الدائرةِ = π نق^{٢}).

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ

- اخترْ نمطًا.
- نظِّمْ قائمةً.
- اعملْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدِمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

١١٩

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

١ ٣٦، ٦٤

$٣٦ + ٦٤ = (٦)^{٢} + (٨)^{٢} = ١٠٠$

٢ أقرب مربعين كاملين إلى ١٢

هما ٩، ١٦

أي أن $٩ < ١٢ < ١٦$

لذا $\sqrt{٩} < \sqrt{١٢} < \sqrt{١٦}$

$٣ < \sqrt{١٢} < ٤$

لذا $\sqrt{١٢}$ تساوي عددًا بين ٣، ٤.

٣ إجابة ممكنة: $(١ \times ٢ \times ٣ \times ٤) + ١ = ٢٥$، $\sqrt{٢٥} = ٥$

$(٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥) + ١ = ١٢١$، $\sqrt{١٢١} = ١١$

$(٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦) + ١ = ٣٦١$، $\sqrt{٣٦١} = ١٩$

$(٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨) + ١ = ١٦٨١$، $\sqrt{١٦٨١} = ٤١$

$(٦ \times ٧ \times ٨ \times ٩) + ١ = ٣٠٢٥$، $\sqrt{٣٠٢٥} = ٥٥$

٤ نعم $أ^{٢} \times ب^{٢} = (أ \times ب)^{٢}$

٥ ٨,٨٣ أمتار.

٣–٥

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يستخدم نظريّة فيثاغورث في المثلثات قائمة الزاوية.
- يستخدم عكس نظريّة فيثاغورث.

المصطلحات الأساسية

- نظريّة فيثاغورث ، عكس نظريّة فيثاغورث

الأدوات المستخدمة

- شبكة مربعات، مقص، أقلام ملوّنة (٣ ألوان مختلفة)

مراجعة

❶ أوجد المربعات الآتية: ٣^{٢} ٩ ، ٤^{٢} ١٦ ، ٥^{٢} ٢٥

❷ أوجد الجذر التربيعي لما يأتي:

$\sqrt{٩}$ ٣ ، $\sqrt{١٦}$ ٤ ، $\sqrt{٢٥}$ ٥

❸ اجمع ما يأتي: ٣^{٢} + ٤^{٢} = ٢٥

١ – التمهيد

استكشف

يمكن استخدام شبكة مربعات مع هذا الدرس.

الغاية

أن يكتشف الطلاب أن مربع طول الوتر في مثلث قائم الزاوية يساوي مجموع مربعي طولي ضلعي الزاوية القائمة.

التقييم المستمر

في الخطوة ٣ تحقّق من أن الطلاب قد غطوا بدقة المربع الأكبر.

في الخطوة ٥ تحقّق من أنهم شكّلوا بدقة مثلثات قائمة الزاوية.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

في السؤال الخامس تستطيع الحصول على مثلث قائم الزاوية باستخدام الأضلاع التي أطوالها ٣، ٤، ٥

٣–٥

نظريّةُ فيثاغورث وعكسُها

The Pythagorean Theorem and its Reciprocal

سوف تتعلّمُ

- استخدامَ نظريّةِ فيثاغورث في المثلّثاتِ قائمةِ الزاويةِ.
- عكسَ نظريّةِ فيثاغورث.

من الاستخدامات

- يستخدمُ عاملو البناءِ نظريّةَ فيثاغورث لتشييدِ جدرانٍ مستويةٍ.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

◄ نظريّةُ فيثاغورث Pythagorean Theorem

◄ عكسُ نظريّةِ فيثاغورث Reciprocal of Pythagorean Theorem

◄ صلةُ الدرسِ لقد سبقَ أن تعلّمْتَ عن مربّعاتِ الأعدادِ والجذورِ التربيعيّةِ. ستُطبِّقُ في هذا الدرسِ ما تعلّمْتَه لتحلَّ مسائلَ عن المثلّثاتِ قائمةِ الزاويةِ. ►

استكشِفْ نظريّةُ فيثاغورث

مجموعةٌ من المربّعاتِ **الأدواتُ المستخدَمةُ**: شبكةُ مربّعاتٍ، مقصٌّ، أقلامٌ ملوَّنةٌ (٣ ألوانٍ مختلفةٍ)

١ استخدِمِ الخطواتِ المبيَّنةَ في ٢، ٣ أدناه لكلِّ مجموعةٍ من المربّعاتِ التاليةِ:

أ	ب	جـ	د
٣ × ٣	٣ × ٣	٥ × ٥	٦ × ٦
٤ × ٤	٨ × ٨	١٢ × ١٢	٨ × ٨
٥ × ٥	١٠ × ١٠	١٣ × ١٣	١٠ × ١٠

٢ ارسمْ مجموعةً من ثلاثةِ مربّعاتٍ على شبكةِ المربّعاتِ. ظلِّلْ كلَّ مربّعٍ بلونٍ مختلِفٍ، ثمّ قُصَّ كلًّا من المربّعاتِ الثلاثةِ.

٣ هل يُمكِنُكَ تغطيةُ المربّعِ الأكبرِ بالمربّعين الأصغرين من دونِ أن تتراكبَ هذه الأخيرةُ فوقَ بعضِها بعضًا؟ تستطيعُ أن تقصَّ المربّعاتِ عندَ الخطوطِ المبيَّنةِ على الشبكةِ.

٤ هل مساحةُ المربّعِ الأكبرِ تُساوي مجموعَ مساحتي المربّعين الأصغرين في (أ)؟ أو (ب)؟ أو (جـ)؟ أو (د)؟

٥ هل يُمكِنُكَ صنعُ مثلّثٍ قائمٍ باستخدامِ أضلاعِ كلِّ مجموعةٍ من المربّعاتِ التي شكّلْتَها سابقًا؟

٦ ما العلاقةُ التي تُلاحِظُها بينَ مجموعاتِ المربّعاتِ؟

تعلَّمْ نظريّةُ فيثاغورث

من الشكلِ Δ أب جـ قائمُ الزاويةِ في ب مساحةُ المربّعِ المنشأِ على الضلعِ $\overline{\text{أجـ}}$ (الوترِ) = ٢٥ وَحدةً مربّعةً

مجموعُ مساحتي المربّعين المنشأين على الضلعين $\overline{\text{أب}}$، $\overline{\text{ب جـ}}$ (ضلعي القائمةِ)

= ٩ وَحداتٍ مربّعةٍ + ١٦ وَحدةً مربّعةً

= ٢٥ وَحدةً مربّعةً

أي أنّ مساحةَ المربّعِ المنشأِ على $\overline{\text{أجـ}}$ (الوترِ) = مساحةَ المربّعِ المنشأِ على $\overline{\text{أب}}$ + مساحةَ المربعِ المنشأِ على $\overline{\text{ب جـ}}$

أي أنّ (أجـ)^{٢} = (أب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

١٢٠

استخدم هذه الأطوال لتبيّن العلاقة في السؤال السادس وتستكشفها. ٣^{٢} + ٤^{٢} = ٥^{٢}

المتابعة

اسأل الطلاب أن يتشاركوا بإجابات الخطوات ٤، ٥، ٦. وأن يشرحوا الخطوات التي اتبعوها للحصول على الإجابات.

إجابات «استكشف»

❶ – ❸ **تحقق من عمل الطلاب.**

❹ (أ) نعم (ب) لا (جـ) نعم (د) نعم

❺ (أ) نعم (ب) لا (جـ) نعم (د) نعم

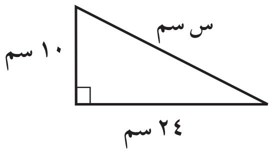
❻ **المجموعات التي تغطي دون أن تتراكب تؤلف أضلاعها مثلثات قائمة الزاوية.**

٢- التعليم

تعلم

أمثلة بديلة

❶ أوجد طول الضلع الناقص في المثلث قائم الزاوية المقابل.



١٠^{٢} + ٢٤^{٢} = س^{٢} **طبِّق نظريّة فيثاغورث**

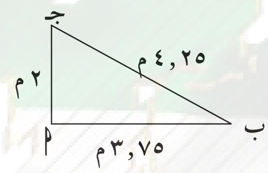
س^{٢} = ٦٧٦ **بسِّط**

$\sqrt{\text{س}^{٢}}$ = ٢٦ **جد الجذر التربيعي (حيث س طول الضلع)**

س = ٢٦

طول الوتر هو ٢٦ سم.

❷ هل المثلث المقابل هو قائم الزاوية في ﺃ؟



احسب: (٣,٧٥)^{٢} + ٢^{٢} =

١٨,٠٦٢٥

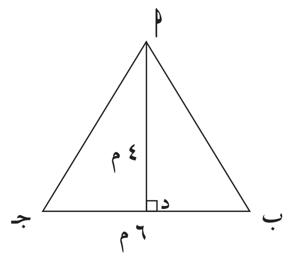
احسب: (٤,٢٥)^{٢} = ١٨,٠٦٢٥

بما أن (ﺃب)^{٢} + (ﺃجـ)^{٢} = (ب جـ)^{٢}

وتطبيقًا لعكس نظريّة فيثاغورث

المثلث ﺃ ب جـ هو قائم الزاوية في ﺃ.

❸ خيمة مقدمتها على شكل مثلث متطابق الضلعين، قاعدته ٦ م وارتفاعه ٤ م.



أوجد طول الضلع $\overline{\text{ﺃب}}$.

نظريّةُ فيثاغورث

في المثلّثِ قائمِ الزاويةِ يكونُ مربّعُ طولِ الوترِ يُساوي مجموعَ مربّعي طولي ضلعي القائمةِ.

ملاحظةٌ:

يُمكِنُ كتابةُ (ﺃجـ)^{٢} = (ﺃب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

على الصورةِ التاليةِ: ب$'^{٢}$ = جـ$'^{٢}$ + ﺃ$'^{٢}$

أمثلةٌ

❶ في الشكلِ المقابِلِ أوجِدْ طولَ الوترِ (جـ$'$).

الحلُّ:

جـ$'^{٢}$ = ١٢^{٢} + ٥^{٢} نظريّةُ فيثاغورث

جـ$'^{٢}$ = ١٦٩ طبِّقْ مفهومَ الأسسِ. اجمعْ.

جـ$'$ = $\sqrt{١٦٩}$

جـ$'$ = ١٣ سم

أي أنّ طولَ الوترِ = ١٣ سم.

حاوِلْ أن تحلَّ

١ أوجِدْ طولَ الوترِ:

أ (س$'$، ٤ سم، ٣ سم) ب (ل$'$، ١٢ سم، ١٣ سم)

❷ التوكولُ Tukul هوَ المنزلُ الإثيوبيُّ التقليديُّ وهو مبنيٌّ باستخدامِ العشبِ. من الرسمِ التخطيطي المقابِلِ أوجِدْ ﺃ$'$

الحل:

ﺃ$'^{٢}$ + (١,٨)^{٢} = ٣^{٢} نظريّةُ فيثاغورث

ﺃ$'^{٢}$ + ٣,٢٤ = ٩ مفهومُ الأسس

ﺃ$'^{٢}$ = ٥,٧٦ أضفِ النظيرَ الجمعيَّ (-٣,٢٤)

ﺃ$'$ = $\sqrt{٥,٧٦}$

ﺃ$'$ = ٢,٤ متر

حاوِلْ أن تحلَّ

٢ أوجِدْ طولَ الضلعِ المجهولِ.

أ (ع$'$، ٤ م، ١٠ م) ب (ص$'$، ١٢ م، ٦ م)

أحيانًا أطوالُ أضلاعِ المثلّثِ قائمِ الزاويةِ لا تكونُ أعدادًا نسبيّةً.

تذكَّرْ

في المثلّثاتِ قائمةِ الزاويةِ ضلعا القائمةِ هما الضلعانِ اللذانِ يُشكِّلانِ الزاويةَ القائمةَ، والوترُ هو أطولُ ضلعٍ في المثلّثِ وهو الضلعُ المقابِلُ للزاويةِ القائمةِ.

هل تعلمُ؟

التوكولُ tukul أو الساربت sarbet هو كوخٌ بدائيٌّ مصنوعٌ من العشبِ وهو ينتشرُ في منطقةِ هضبةِ الحبشةِ (إثيوبيا).

١٢١

بما أن ﺃب = ﺃجـ ، $\overline{\text{ﺃد}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ إذًا ب د = ٣ سم

(ﺃب)^{٢} = ٤^{٢} + ٣^{٢} **طبِّق نظريّة فيثاغورث**

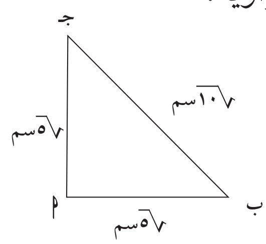
(ﺃب)^{٢} = ٢٥

$\sqrt{(\text{ﺃب})^{٢}}$ = $\sqrt{٢٥}$

ﺃب = ٥ م

طول الضلع ﺃب هو حوالى ٥ أمتار.

٤ هل المثلث المقابل هو مثلث قائم الزاوية؟



لاحظ أن $(\sqrt{5}) \times (\sqrt{5}) = 5$

$(\sqrt{10}) \times (\sqrt{10}) = 10$

احسب $(\text{جـ ب})^2 = 10$

احسب $(\text{أ جـ})^2 + (\text{أ ب})^2 = 5 + 5 = 10$

بما أن $(\text{أ جـ})^2 + (\text{أ ب})^2 = (\text{جـ ب})^2$ وتطبيقًا لعكس نظرية فيثاغورث، إذًا المثلث أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ.

إجابات «حاول أن تحل»

١ (أ) س$'$ = ٥ سم (ب) ل$'$ ≈ ١٧٫٦٩ سم

٢ (أ) ع$'$ ≈ ٩٫١٧ م (ب) ص$'$ ≈ ١٠٫٣٩ م

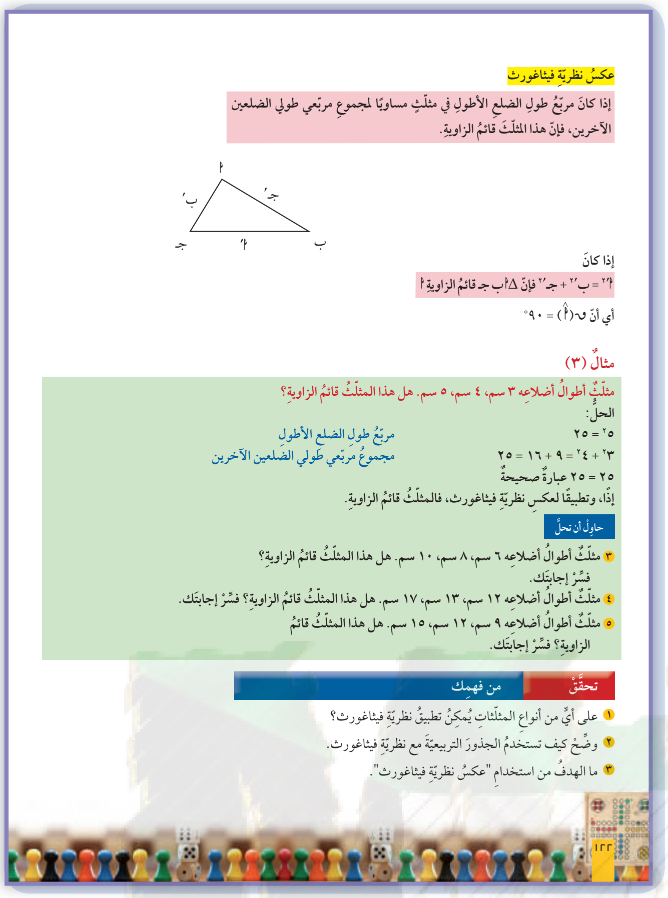
٣ نعم ٦^2 + ٨^2 = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠ = (١٠)^2

وبالتالي المثلث قائم الزاوية.

٤ لا، ١٢^2 + ١٣^2 = ٣١٣ ≠ (١٧)^2 (المثلث ليس قائم الزاوية).

٥ نعم، ٩^2 + (١٢)^2 = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥ = (١٥)^2

وبالتالي المثلث قائم الزاوية.



عكسُ نظريّةِ فيثاغورث

إذا كانَ مربّعُ طولِ الضلعِ الأطولِ في مثلّثٍ مساويًا لمجموعِ مربّعي طولي الضلعين الآخرين، فإنّ هذا المثلّثَ قائمُ الزاويةِ.

إذا كانَ

أ$'^2$ = ب$'^2$ + جـ$'^2$ فإنّ Δ أ ب جـ قائمُ الزاويةِ أ

أي أنّ ق($\hat{\text{أ}}$) = ٩٠°

مثالٌ (٣)

مثلّثٌ أطوالُ أضلاعِه ٣ سم، ٤ سم، ٥ سم. هل هذا المثلّثُ قائمُ الزاويةِ؟

الحلُّ:

٥^2 = ٢٥ مربّعُ طولِ الضلعِ الأطولِ

٣^2 + ٤^2 = ٩ + ١٦ = ٢٥ مجموعُ مربّعي طولي الضلعين الآخرين

٢٥ = ٢٥ عبارةٌ صحيحةٌ

إذًا، وتطبيقًا لعكسِ نظريّةِ فيثاغورث، فالمثلّثُ قائمُ الزاويةِ.

حاوِلْ أن تحلَّ

٣ مثلّثٌ أطوالُ أضلاعِه ٦ سم، ٨ سم، ١٠ سم. هل هذا المثلّثُ قائمُ الزاويةِ؟ فسِّرْ إجابتَك.

٤ مثلّثٌ أطوالُ أضلاعِه ١٢ سم، ١٣ سم، ١٧ سم. هل هذا المثلّثُ قائمُ الزاويةِ؟ فسِّرْ إجابتَك.

٥ مثلّثٌ أطوالُ أضلاعِه ٩ سم، ١٢ سم، ١٥ سم. هل هذا المثلّثُ قائمُ الزاويةِ؟ فسِّرْ إجابتَك.

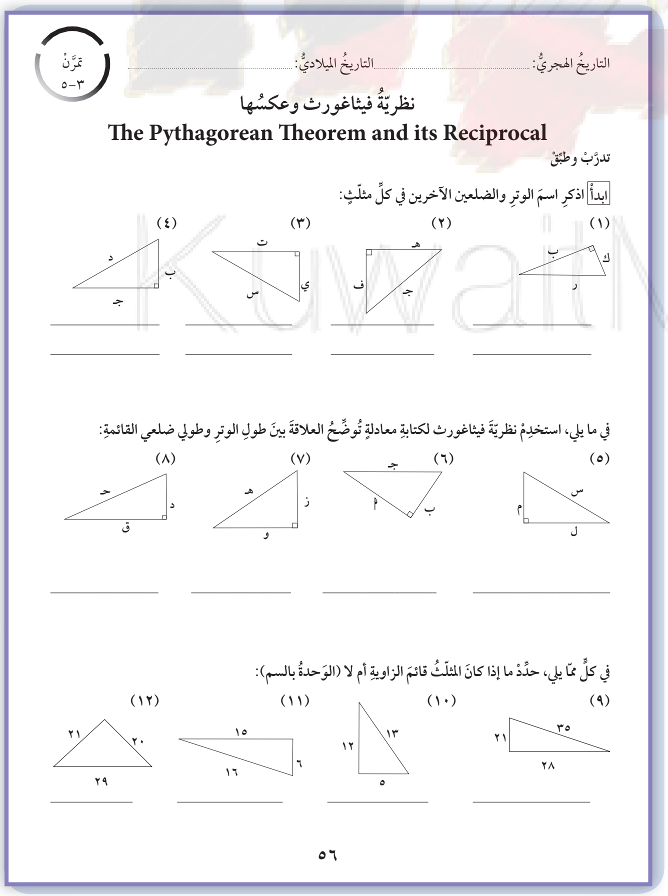
تحقَّقْ من فهمِك

١ على أيٍّ من أنواعِ المثلّثاتِ يُمكنُ تطبيقُ نظريّةِ فيثاغورث؟

٢ وضِّحْ كيف تستخدمُ الجذورَ التربيعيّةَ مع نظريّةِ فيثاغورث.

٣ ما الهدفُ من استخدامِ "عكسُ نظريّةِ فيثاغورث".

١٢٢



التاريخُ الهجريُّ: .... التاريخُ الميلاديُّ: ....

تمرَّنْ ٣-٥

نظريّةُ فيثاغورث وعكسُها

The Pythagorean Theorem and its Reciprocal

تدرَّبْ وطبِّقْ

ابدأْ اذكرِ اسمَ الوترِ والضلعين الآخرين في كلِّ مثلّثٍ:

في ما يلي، استخدِمْ نظريّةَ فيثاغورث لكتابةِ معادلةٍ تُوضِّحُ العلاقةَ بينَ طولِ الوترِ وطولي ضلعي القائمةِ:

في كلٍّ ممّا يلي، حدِّدْ ما إذا كانَ المثلّثُ قائمَ الزاويةِ أم لا (الوَحدةُ بالسم):

٥٦

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

تأكّد من أن الطلاب قد فهموا بأن نظريّة فيثاغورث تطبّق فقط على مثلث قائم الزاوية وأن عكسها يبرهن أن المثلث هو قائم الزاوية.

إجابات «تحقق من فهمك»

١ على المثلثات قائمة الزاوية.

٢ إجابة ممكنة: يستخدم الجذر التربيعي لإيجاد طول الضلع عُلِمَ مربع طوله.

٣ معرفة ما إذا كان المثلث قائم الزواية.

المجلّة

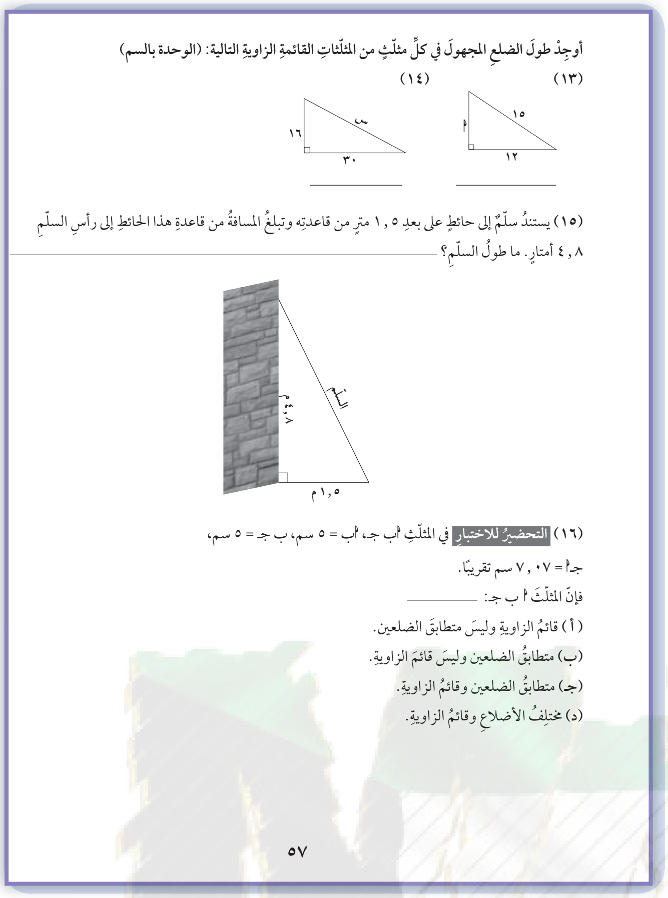
أوجد ثلاثة أعداد ٢، ب ، جـ بحيث أن $٢^٢ = ب^٢ + جـ^٢$.
اقطع ثلاث قطع من الكرتون المقوّى أطوالها ٢، ب ، جـ وأثبت أن نظريّة فيثاغورث تستخدم لصنع مثلث قائم الزاوية.

اختبار سريع

١ هل تكوِّن المجموعات الآتية مثلثًا قائم الزاوية.
(أ) ٩، ١١، ١٢ **لا**
(ب) ٥، ١٢، ١٣ **نعم**

٢ ما طول الوتر في مثلث قائم الزاوية حيث أطوال أضلاع الزاوية القائمة هي ٨ سم، ١٢ سم؟
حوالي ١٤,٤ سم

٣ أوجد الطول المجهول في مثلث قائم الزاوية، جـ' هو طول الوتر. و ٢'، ب' طولي ضلعي القائمة
(أ) ٢' = ٢٧ سم، ب' = ٣٦ سم، جـ' = ؟ **٤٥ سم**
(ب) ٢' = ؟، ب' = ٥٦ سم، جـ' = ٦٥ سم **٣٣ سم**



أوجِدْ طولَ الضلعِ المجهولَ في كلِّ مثلّثٍ من المثلّثاتِ القائمةِ الزاويةِ التالية: (الوحدة بالسم)

(١٣) (١٤)

(١٥) يستندُ سلّمٌ إلى حائطٍ على بعدِ ١,٥ مترٍ من قاعدتِه وتبلغُ المسافةُ من قاعدةِ هذا الحائطِ إلى رأسِ السلّمِ ٤,٨ أمتارٍ. ما طولُ السلّمِ؟ ________

(١٦) التحضيرُ للاختبارِ في المثلّثِ ٢ب جـ، ٢ب = ٥ سم، ب جـ = ٥ سم، جـ٢ = ٧,٠٧ سم تقريبًا.
فإنّ المثلّثَ ٢ ب جـ: ________
(أ) قائمُ الزاويةِ وليسَ متطابقَ الضلعين.
(ب) متطابقُ الضلعين وليسَ قائمَ الزاويةِ.
(جـ) متطابقُ الضلعين وقائمُ الزاويةِ.
(د) مختلِفُ الأضلاعِ وقائمُ الزاويةِ.

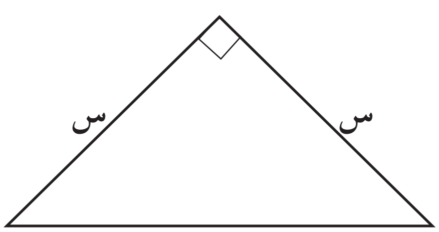
٥٧

إجابات «المرشد لحل المسائل»

١ ٨١ مترًا مربعًا
٢ مثلث قائم الزاوية
٣ الممر القطري
٤ أوجد $\sqrt{٨١}$
٥ أطوال أضلاع الفناء تمثّل أضلاع الزاوية القائمة وطول الوتر هو طول الممر.
٦ ٩ أمتار
٧ ١٢,٧٢٨ مترًا
٨ إجابة ممكنة: $٩^{٢} + ٩^{٢} = (١٢,٧٢٨)^{٢}$
٩ (أ) ١٨ مترًا (ب) $\simeq$ ٢٥,٥ مترًا

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

١ لا
٢ نعم
٣ نعم
٤ نعم
٥ تتنوع الإجابات
٦ طول الوتر $\sqrt{٢}$ س حيث س: طول الضلع، يكون طول الوتر عددًا كليًّا عندما يكون ناتج ضرب $\sqrt{٢} \times$ س مربعًا كاملًا.



المرشدُ لحلِّ المسائلِ (٣-٥)

حلُّ المسائلِ
افهمْ
خطِّطْ
حُلَّ
تحقَّقْ

تبلغُ مساحةُ فناءٍ مربّعِ الشكلِ ٨١ مترًا مربّعًا ويتضمّنُ ممرًّا قطريًّا.
أ أوجِدْ أطوالَ أضلاعِ الفناءِ.
ب أوجِدْ طولَ الممرِّ.

افهمْ
١ ما مساحةُ الفناءِ المربّعِ؟ ....
٢ ما الشكلُ الذي يُكوِّنُه جانبا الفناءِ مع الممرِّ القطريِّ؟ ....
٣ أيُّ ضلعٍ من أضلاعِ الشكلِ المذكورِ في ٢ يُمثِّلُ الجزءَ الأطولَ؟ ....

خطِّطْ
٤ كيف توجِدُ طولَ كلٍّ من أضلاعِ الفناءِ؟ ....
٥ كيف تُساعِدُك نظريّةُ فيثاغورث على إيجادِ طولِ الممرِّ؟ ....

حُلَّ
٦ ما طولُ كلٍّ من أضلاعِ الفناءِ؟ ....
٧ ما طولُ الممرِّ؟ ....

تحقَّقْ
٨ كيف تتحقّقُ من إجابتِك؟ ....

حُلَّ مسألةً أخرى
٩ تبلغُ مساحةُ حديقةٍ مربّعةِ الشكلِ ٣٢٤ مترًا مربّعًا تتضمّنُ ممرًّا قطريًّا. أوجِدْ طولَ كلٍّ من:
أ أضلاعِ الحديقةِ.
ب الممرِّ.
....

١٢٣

حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

التفكيرُ الرياضيُّ: إذا حقّقَتْ أطوالُ أضلاعِ مثلّثٍ العلاقةَ: $أ^{٢} + ب^{٢} = جـ^{٢}$ يكونُ المثلّثُ قائمَ الزاويةِ. أطولُ الأضلاعِ هو الوترُ جـ. هل تُكوِّنُ كلٌّ من مجموعاتِ أطوالِ الأضلاعِ التاليةِ مثلّثًا قائمًا ؟(الأطوالُ بالسنتيمتراتِ)
١ ٤، ٥، ٧ ....
٢ ٧، ٢٤، ٢٥ ....
٣ ٢٠، ٢١، ٢٩ ....
٤ ٥، ١٢، ١٣ ....
٥ **التواصلُ**: استخدمَ المصريّون القدامى أحبالًا ذاتَ عُقَدٍ تُكوِّنُ مثلّثًا تبلغُ أطوالُ أضلاعِه بوَحداتِ الطولِ ٣، ٤، ٥ على التوالي، لمساعدتِهم على تشكيلِ الزوايا القائمةِ أثناءَ بناءِ الأهراماتِ. وضِّحْ كيف يعملُ هذا النظامُ. ....
٦ **الأنماطُ**: استخدِمْ نظريّةَ فيثاغورث لاستنتاجِ قانونٍ لإيجادِ طولِ الوترِ في المثلّثاتِ القائمةِ عندما يتساوى طولا ضلعي القائمةِ. متى يكونُ طولُ الوترِ عددًا كلّيًّا؟ ....

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ
- اخترْ نمطًا.
- نظِّمْ قائمةً.
- اعملْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدِمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

١٢٤

٣–٦

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يوجد مساحة شبه المنحرف.

المصطلحات الأساسية

- شبه منحرف

مستلزمات الدرس

- ورق رسم بياني ، المصطلحات الأساسية، شبه منحرف

مراجعة

❶ هل كل مستطيل هو متوازي أضلاع؟ اشرح.

(نعم، لأن كل ضلعين متقابلين متوازيان ومتطابقان).

❷ هل كل شبه منحرف هو مستطيل؟

(لا، لأن زواياه ليست دائمًا قائمة وأضلاعه ليست متطابقة).

صلة الدرس على الطلاب مراجعة الجدول الخاص بالأشكال الرباعية في كتاب الطالب مع «استكشف».

١ – التمهيد

استكشف

ربما ترغب في استخدام أوراق رسم بياني مع «استكشف».

الغاية

يفهم الطلاب كيف أن قانون مساحة شبه المنحرف يمكن استنتاجه من القانون الخاص بمساحة المستطيل.

التقييم المستمر

لاحظ الطلاب الذين يعتقدون أن ارتفاع شبه المنحرف هو الضلع المائل فيه. وعليهم معرفة أن ارتفاع شبه المنحرف هو البعد العمودي بين الضلعين المتوازيين فيه.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

٣–٦

مساحةُ شبهِ المنحرفِ

Area of Trapezoid

صلةُ الدرسِ تعلّمْتَ إيجادَ مساحةِ المستطيلاتِ والمربّعاتِ والمثلّثاتِ ومتوازياتِ الأضلاعِ. والآن سوف تتعلّمُ إيجادَ مساحةِ شبهِ المنحرفِ.

سوف تتعلّمُ

- إيجادَ مساحةِ شبهِ المنحرفِ.

من الاستخداماتِ

- في بعضِ الأحيانِ يستخدمُ المنجِّدُ قطعًا من القماشِ على شكلِ شبهِ منحرفٍ لتزيينِ البيتِ بالستائرِ والفرشِ وحشوِ الوسائدِ.

استكشِفْ مساحةُ شبهِ المنحرفِ

التشابكُ مع المستطيلاتِ والمثلّثاتِ — **الأدواتُ المستخدَمةُ:** ورقُ رسمٍ بيانيٍّ

١ ارسمْ شبهَ منحرفٍ على ورقةِ رسمٍ بيانيٍّ، وارسمْ عمودين من رؤوسِه العلويّةِ على القاعدةِ المقابلةِ.

٢ ما الأشكالُ التي تحصلُ عليها؟

٣ احسبْ مساحةَ هذه الأشكالِ الثلاثةِ، ثمّ اجمعْ هذه المساحاتِ.

٤ ما هي مساحةُ شبهِ المنحرفِ؟

٥ كرِّرِ الخطواتِ السابقةَ مع شبهِ منحرفٍ آخرَ.

٦ صِفْ طريقةً لإيجادِ مساحةِ شبهِ المنحرفِ.

تعلَّمْ مساحةُ شبهِ المنحرفِ

ارتفاعُ **شبهِ المنحرفِ** هو طولُ القطعةِ المستقيمةِ التي تصلُ بينَ القاعدتين المتوازيتين وتكونُ عموديّةً على كلتيهما.

لإيجادِ مساحةِ شبهِ المنحرفِ، لا بدَّ من معرفةِ طولِ كلٍّ من القاعدتين المتوازيتين، والارتفاعِ. ويُرمَزُ إلى طولي القاعدتين $ق_١$، $ق_٢$.

مساحةُ شبهِ المنحرفِ

مساحةُ شبهِ المنحرفِ تُساوي ناتجَ ضربِ نصفِ مجموعِ طولي القاعدتين المتوازيتين في الارتفاعِ.

$م = \frac{١}{٢}(ق_١ + ق_٢) \times ع$

١٢٥

استخدم شبه المنحرف نفسه الذي استخدم في الخطوة (١).
ارسم عدة ارتفاعات لشبه المنحرف في أوضاع مختلفة.

المتابعة

ناقش الطلاب حول ما إذا كانت الطريقة في فقرة «استكشف» قد تنطبق على أي شبه المنحرف.

إجابات «استكشف»

❷ مستطيل ومثلثان.

❸ قد تختلف الإجابات.

❹ مجموع المساحات الثلاث.

❺ قد تختلف الإجابات.

❻ اجمع مساحتي المثلثين مع مساحة المستطيل.

٢- التعليم

تعلم


أمثلةٌ

❶ أوجِدْ مساحةَ شبهِ المنحرفِ في الشكلِ.

الحلُّ:

م = $\frac{١}{٢}$(ق$_١$ + ق$_٢$) × ع استخدِمِ القانونَ

م = $\frac{١}{٢}$(٦ + ٩) × ٤ عوِّضْ ق$_١$ = ٦، ق$_٢$ = ٩، ع = ٤

م = $\frac{١}{٢}$ × ١٥ × ٤

= ٣٠ سم^٢

مساحةُ شبهِ المنحرفِ = ٣٠ سم^٢

❷ أيُّهما أكبرُ: مساحةُ مرمى كرةِ السلّةِ العالميّةِ أم مرمى كرةِ السلّةِ الأميركيّةِ؟

الحلُّ:

الارتفاعُ = ٥,٧٨ م لكلٍّ من المرميين

في حالةِ مرمى كرةِ السلّةِ العالميّةِ:

م = $\frac{١}{٢}$ (ق$_١$ + ق$_٢$) × ع قانونُ مساحةِ شبهِ المنحرفِ

م = $\frac{١}{٢}$ × (٣,٦٤ + ٦) × ٥,٧٨ عوِّضْ بقيمِ ع، ق$_٢$، ق$_١$

م = $\frac{١}{٢}$ × ٩,٦٤ × ٥,٧٨

م ≈ ٢٧,٨٦ م^٢

في حالةِ مرمى كرةِ السلّةِ الأميركيّةِ:

م = ق × ع قانونُ مساحةِ المستطيلِ

م = ٣,٦٤ × ٥,٧٨ عوِّضْ عن ق، ع

م = ٢١,٠٤ م^٢

مرمى كرةِ السلّةِ العالميّةِ أكبرُ مساحةً.

الترابطُ والتداخلُ باللغةِ

أصبحَتْ كرةُ السلّةِ للسيّداتِ ولأوّلِ مرّةٍ عامَ ١٩٧٦ إحدى الألعابِ الأوليمبيّةِ، وذلك خلالَ الدورةِ التي أُقيمَتْ في مدينةِ ميونخ. وقد نالَ فريقُ كرةِ السلّةِ السوفياتيُّ للسيّداتِ الميداليّةَ الذهبيّةَ.

أمثلة بديلة

❶ أوجد مساحة شبه المنحرف المرسوم.

استخدم القانون الخاص بإيجاد مساحة شبه المنحرف مع التعويض بالقيم المعلومة.

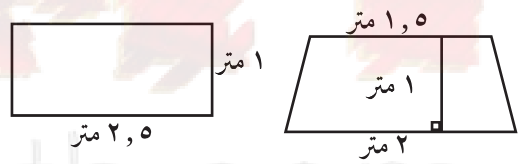
م = $\frac{١}{٢}$ ع (ق$_١$ + ق$_٢$)

= $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × (٧ + ٢٣)

= $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٣٠ = ١٥٠ سم^٢

مساحة شبه المنحرف = ١٥٠ سم^٢.

❷ أراد محمود إضافة حجرة جديدة فيها نافذتان إلى شقته. النافذة الأولى على شكل شبه منحرف والنافذة الثانية على شكل مستطيل. وأراد عمل ستائر تغطي كلتا النافذتين. ما المساحة الكلية للنافذتين؟



النافذة الأولى على شكل شبه منحرف: نعوض في القانون بمساحة شبه المنحرف بالقيم المعلومة.

م = $\frac{١}{٢}$ ع (ق$_١$ + ق$_٢$)

$\frac{١}{٢}$ × ١ × (٢ + ١,٥)

$\frac{١}{٢}$ × ١ × (٣,٥)

= ١,٧٥ متر مربع

النافذة الثانية على شكل مستطيل: نعوض في القانون الخاص بمساحة المستطيل بالقيم المعلومة.

م = ق × ع

م = ٢,٥ × ١

م = ٢,٥ متر مربع

المساحة الكلية للنافذتين = ١,٧٥ + ٢,٥ = ٤,٢٥ أمتار مربعة.

إجابات «حاول أن تحل»

❶ (أ) ١٩,٥ سم^٢

(ب) ١٣,٢٥ سم^٢

(ج) ٨,٤٣٧٥ سم^٢

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

إجابات «تحقق من فهمك»

❶ م = $\frac{١}{٢}$ ع ق‎$_١$ + $\frac{١}{٢}$ ع ق‎$_٢$.

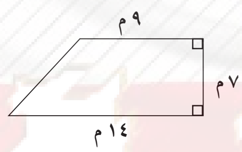
❷ تتضاعف المساحة.

المجلّة

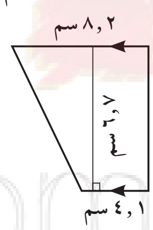
اطلب إلى الطلاب أن يشرحوا الصعوبات التي وجدوها عند إيجاد مساحة شبه المنحرف.

اختبار سريع

أوجد مساحة كل من الأشكال الآتية:



(٥ , ٨٠ م٢)



(٢٠٥ , ٤١ سم٢)

حاوِلْ أن تحلَّ

① أوجِدْ مساحةَ كلِّ شبهِ منحرفٍ في ما يلي:

أ ٥ سم، ٣ سم، ٨ سم
ب ١,٢ سم، ٥ سم، ٤,١ سم
ج $٢\frac{٣}{٨}$ سم، ٣ سم، $٣\frac{١}{٤}$ سم

هل تعلمُ؟

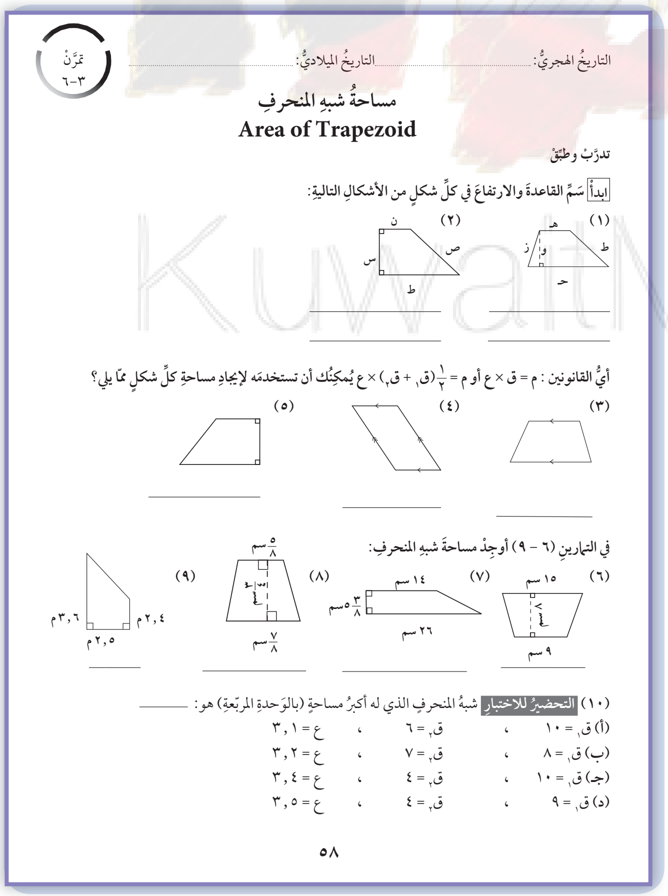
الأرجوحةُ الرياضيّةُ على شكلِ شبهِ منحرفٍ. الحبالُ عريضةٌ ومتباعدةٌ من الأعلى أكثرَ منها من الأسفلِ، وذلك لجعلِ قضيبِ اللعبةِ أكثرَ أمانًا أثناءَ اللعبِ.

تحقَّقْ من فهمِك

① كيف يُمكِنُك استخدامُ خاصّيّةِ التوزيعِ لكتابةِ قانونِ مساحةِ شبهِ المنحرفِ بطريقةٍ أخرى.

② إذا ضاعفْنا الارتفاعَ في شبهِ المنحرفِ، فكيف تتغيّرُ مساحتُه؟

١٢٧



التاريخُ الهجريُّ: .... التاريخُ الميلاديُّ: ....

تمرَّنْ ٣-٦

مساحةُ شبهِ المنحرفِ

Area of Trapezoid

تدرَّبْ وطبِّقْ

ابدأْ سَمِّ القاعدةَ والارتفاعَ في كلِّ شكلٍ من الأشكالِ التاليةِ:

(١) هـ، ز، و، ط، حـ
(٢) ن، ص، س، ط

أيُّ القانونين: م = ق × ع أو م = $\frac{١}{٢}$(ق‎$_١$ + ق‎$_٢$) × ع يُمكِنُك أن تستخدمَه لإيجادِ مساحةِ كلِّ شكلٍ ممّا يلي؟

(٣) (٤) (٥)

في التمارينِ (٦ – ٩) أوجِدْ مساحةَ شبهِ المنحرفِ:

(٦) ١٥ سم، ٧ سم، ٩ سم
(٧) ١٤ سم، $٥\frac{٣}{٨}$ سم، ٢٦ سم
(٨) $\frac{٥}{٨}$ سم، $\frac{٣}{٤}$ سم، $\frac{٧}{٨}$ سم
(٩) ٣,٦ م، ٢,٤ م، ٢,٥ م

(١٠) **التحضيرُ للاختبارِ** شبهُ المنحرفِ الذي له أكبرُ مساحةٍ (بالوَحدةِ المربّعةِ) هو: ______

(أ) ق‎$_١$ = ١٠ ، ق‎$_٢$ = ٦ ، ع = ٣,١
(ب) ق‎$_١$ = ٨ ، ق‎$_٢$ = ٧ ، ع = ٣,٢
(جـ) ق‎$_١$ = ١٠ ، ق‎$_٢$ = ٤ ، ع = ٣,٤
(د) ق‎$_١$ = ٩ ، ق‎$_٢$ = ٤ ، ع = ٣,٥

٥٨

إجابات «المرشد لحل المسائل»

١ بكم تزيد مساحة جزء اللوحة ذي النقطتين عن مساحة الجزء ذي العشر نقاط.

٢ ٢٤٣,٣٦ سم^{٢}.

٣ ١٣٤,٥٦ سم^{٢}.

٤ الطرح.

٥ الفرق بين مساحة مربع طول ضلعه ٧,٦ سم، ومساحة مربع طول ضلعه ٣,٦ سم.

٦ ١٠٨,٨ سم^{٢}.

٧ ٤٤,٨ سم^{٢}.

٨ ٦٤ سم^{٢}.

٩ ٤ × ٢ × $\frac{١}{٢}$ × (مجموع القاعدتين المتوازيتين)

= ٤ × ٢ × $\frac{١}{٢}$ (١٥,٦ × ١١,٦)

= ١٠٨,٨ سم^{٢}.

١٠ ٣٢ سم^{٢}.

المرشدُ لحلِّ المسائلِ (٣-٦)

حلُّ المسائلِ: افهمْ، خطِّطْ، حُلَّ، تحقَّقْ

اللعبةُ الموضَّحةُ في الشكلِ تأتي من إنجلترا اسمُها **Tiddly winks**، وعلى الرغمِ من أنّ الكثيرين يظنّون أنها لعبةٌ للأطفالِ، إلّا أنّ اللعبةَ لها شعبيّةٌ عندَ طلّابِ الجامعاتِ. بكم تزيدُ مساحةُ جزءِ اللوحةِ ذي النقطتين عن مساحةِ الجزءِ ذي العشرِ نقاطٍ؟

الرقعةُ مربّعةُ الشكلِ ومقسّمةٌ إلى مناطقَ. يُلقي اللاعبُ بأقراصٍ خشبيّةٍ داخلَ الرقعةِ وينالُ نقاطًا بحسبِ المنطقةِ التي يقعُ فيها القرصُ. أمّا إذا وقعَ القرصُ داخلَ الدائرةِ فينالُ اللاعبُ ٨ نقاطٍ.

افهمْ

١ ضَعْ خطًّا تحتَ المطلوبِ إيجادُه. ....

خطِّطْ

٢ ما المساحةُ الكلّيّةُ للوحةِ اللعبةِ؟ ....

٣ إذا لم يكنِ الجزءُ ذو النقطتين موجودًا في اللعبةِ، فكم ستكونُ مساحتُها؟ ....

٤ ما العمليّةُ التي يُمكِنُ أن تستخدمَها لإيجادِ مساحةِ الجزءِ ذي النقطتين؟ ....

٥ ما المساحتان اللتان يُمكِنُ أن تستخدمَهما لإيجادِ مساحةِ جزءِ العشرِ نقاطٍ؟ ....

حُلَّ

٦ ما مساحةُ الجزءِ ذي النقطتين؟ ....

٧ ما مساحةُ جزءِ العشرِ نقاطٍ؟ ....

٨ بكم تكبرُ مساحةُ الجزءِ ذي النقطتين عن مساحةِ جزءِ العشرِ نقاطٍ؟ ....

تحقَّقْ

٩ اكتبْ معادلةً باستخدامِ عمليّةٍ مختلفةٍ لإيجادِ مساحةِ الجزءِ ذي النقطتين.

....

حُلَّ مسألةً أخرى

١٠ بكم تنقصُ مساحةُ جزءِ العشرِ نقاطٍ عن مساحةِ جزءِ الخمسِ نقاطٍ؟ ....

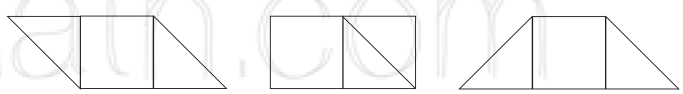
١٢٨

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

١ ٣٤,٣٢ كم^{٢}.

٢ ١٠٠ سم^{٢}، ٦٥ سم^{٢}.

٣



كل مساحة تساوي ٤ وحدات مربعة.

حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

١ **الجغرافيا:** جزيرةُ باكوس PAKOS هي إحدى الجزرِ اليونانيّةِ. اشتُقَّ اسمُها من PAKS ويعني في اللغةِ الفينيقيّةِ شبهَ المنحرفِ. احسبِ المساحةَ التقريبيّةَ للجزيرةِ باستخدامِ قانونِ شبهِ المنحرفِ إذا كانَ: ق$_{١}$ = ١٠,٢ كم، ق$_{٢}$ = ٧,٤ كم، ع = ٣,٩ كم.

....

٢ **التاريخُ:** تُعتَبرُ ألعابُ «موريس» من الألعابِ الشعبيّةِ التي كانَتْ سائدةً في العالمِ لعدّةِ قرونٍ، وقد وُجِدَتْ لعبٌ شبيهةٌ بها في أحدِ معابدِ قدماءِ المصريّين والذي يعودُ إلى حوالى ١٤٠٠ سنة ق. م، وأيضًا في إحدى السفنِ والتي يرجعُ عمرُها إلى حوالى ٢٩٠٠ سنة ق.م، وتُمثِّلُ اللوحةُ الموضَّحةُ في الشكلِ أدناه إحدى هذه اللعبِ. أوجِدْ مساحةَ المناطقِ المحدَّدةِ ذاتِ الشكلِ شبهِ المنحرفِ في اللوحةِ الأولى.

لاعبان يتنافسان. مع أحدِهما ٩ أقراصٍ بيضاءَ ومع الآخرِ ٩ أقراصٍ سوداءَ. يتناوبُ اللاعبان على وضعِ أقراصِ كلٍّ منهما على زوايا الرقعةِ. كلّما أصبحَ للّاعبِ منهما ٣ أقراصٍ على خطٍّ مستقيمٍ يأخذُ قرصًا من الرقعةِ إلى خصمِه. ينتهي اللعبُ عندما يبقى عندَ أحدِ اللاعبين قرصان اثنان فقط.

....

٣ **المجلّةُ:** استخدِمِ المثلّثين الصغيرين والمربّعَ لصنعِ مستطيلٍ ومتوازي أضلاعٍ وشبهِ منحرفٍ.
إذا كانَتْ مساحةُ المثلّثِ الصغيرِ وَحدةً مربّعةً، فما مساحةُ بقيّةِ الأشكالِ؟

....

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ

- اخترْ نمطًا.
- نظِّمْ قائمةً.
- اعملْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدِمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

١٢٩

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يوجد مساحة الأشكال غير المنتظمة.

مراجعة

❶ اذكر أسماء لأشكال تعلمتها.

(إجابة ممكنة: المربع، المعين، متوازي الأضلاع، المستطيل، المثلث، شبه المنحرف.)

❷ اذكر القوانين التي استخدمتها لإيجاد مساحة الأشكال.

(الإجابة: م = ق × ع، م = $\frac{١}{٢}$ ق ع، م = $\frac{١}{٢}$ ع (ق$_١$ + ق$_٢$)

صلة الدرس عند تقسيم شكل منتظم فإنه توجد عدة طرائق، ولكن إحداها قد تكون أكثر ملاءمة. فمثلًا عند تغطية حجرة بالسجاد شكل أرضيتها غير منتظم فإنه توجد طريقة للتقسيم تكون أكثر توفيرًا في السجاد، وكذلك تساعد في عدم وجود فوارق كثيرة.

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

على الطلاب التحقق من أن الشكل غير المنتظم يمكن تقسيمه إلى أشكال قد درسوها سابقًا بعدة طرائق، وهذا يسهل من إيجاد مساحة الشكل غير المنتظم.

التقييم المستمر

لاحظ الطلاب الذين يقسمون الشكل غير المنتظم بطريقتين. على الأرجح أن يفترضوا أن كلًّا من المستقيمين اللذين قاموا برسمها يجب أن يكونا إما رأسيين أو أفقيين.

٣–٧

حلُّ المسائلِ: مساحةُ الأشكالِ غيرِ المنتظِمةِ

Problem Solving: Areas of Irregular Figures

صلةُ الدرسِ تعلّمْتَ كيفيّةَ إيجادِ مساحاتِ الأشكالِ الهندسيّةِ المعروفةِ. والآن ستتعلّمُ كيفيّةَ إيجادِ مساحاتِ الأشكالِ المركّبةِ والأشكالِ غيرِ المنتظِمةِ.

سوف تتعلّمُ
- إيجادَ مساحةِ الأشكالِ غيرِ المنتظِمةِ.

من الاستخداماتِ
- يستخدمُ مهندسو التخطيطِ العمرانيِّ الأشكالَ الهندسيّةَ غيرَ المنتظِمةِ عندَ التخطيطِ لبناءِ منازلَ جديدةٍ.

استكشِفْ الأشكالُ غيرُ المنتظِمةِ

يُمثّلُ الشكلُ الموضَّحُ قطعةَ أرضٍ في ملعبٍ من ملاعبِ الجولفِ الخاصّةِ الصغيرةِ. تُريدُ صاحبةُ الملعبِ أن تكسوَ الملعبَ بسجّادٍ جديدٍ.

❶ أوجِدِ الأطوالَ المجهولةَ س، ص، واشرحْ كيفَ أوجدْتَ أطوالَها.

❷ ارسمْ قطعًا مستقيمةً أفقيّةً أو رأسيّةً لتقسمَ الشكلَ إلى ثلاثةِ مستطيلاتٍ. هل توجَدُ أكثرُ من طريقةٍ لتقسيمِ الشكلِ إلى ثلاثةِ مستطيلاتٍ؟ اشرحْ.

❸ أوجِدْ مساحةَ كلِّ مستطيلٍ، ثمّ أوجِدْ مساحةَ قطعةِ الأرضِ الكلّيّةِ.

❹ قسِّمْ قطعةَ الأرضِ إلى ثلاثةِ مستطيلاتٍ بطريقةٍ مختلِفةٍ، ثمّ أوجِدِ المساحةَ الكلّيّةَ. هل حصلْتَ على المساحةِ نفسِها؟

تعلَّمْ حلُّ المسائلِ: مساحةُ الأشكالِ غيرِ المنتظِمةِ

يُمكِنُك إيجادُ مساحةِ شكلٍ هندسيٍّ غيرِ منتظِمٍ عن طريقِ تقسيمِ الشكلِ إلى أجزاءٍ هي عبارةٌ عن أشكالٍ هندسيّةٍ مألوفةٍ لديك، ثمَّ القيامِ بجمعِ مساحاتِ هذه الأجزاءِ. توجَدُ عادةً طرقٌ مختلِفةٌ لتقسيمِ الشكلِ غيرِ المنتظِمِ.

١٣٠

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

قسِّم شكلًا إلى شبه منحرف أو إلى متوازي أضلاع أو مستطيل.

إجابات «استكشف»

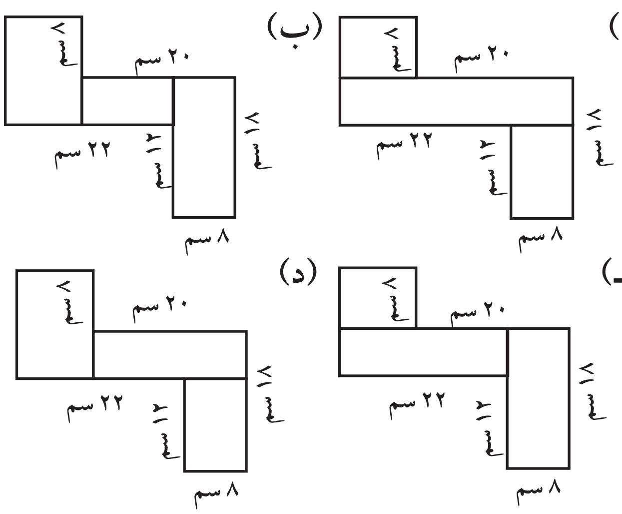
❶ الطول الكلي = ٢٢ سم + ٨ سم = ٣٠ سم.

٣٠ سم − ٢٠ سم = ١٠ سم. إذًا س = ١٠ سم

١٨ سم − ١٢ سم = ٦ سم

ص = ٦ سم + ٨ سم = ١٤ سم.

❷ توجد ٤ طرائق للحل.



❸ (أ) المساحة = ٨٠ سم٢، ١٨٠ سم٢، ٩٦ سم٢.

(ب) ١٤٠ سم٢، ٧٢ سم٢، ١٤٤ سم٢.

(ج) ٨٠ سم٢، ١٣٢ سم٢، ١٤٤ سم٢.

(د) ١٤٠ سم٢، ١٢٠ سم٢، ٩٦ سم٢.

المساحة الكلية = ٣٥٦ سم٢.

❹ نعم.

٢- التعليم

تعلم

فكرةٌ مفيدةٌ لحلِّ المسائلِ

مثالٌ (١)

أوجِدْ مساحةَ الشكلِ.

الحلُّ:

قسِّمِ الشكلَ إلى مستطيلٍ ومثلّثٍ.

لإيجادِ مساحةِ المستطيلِ

م = الطولَ × العرضِ

م = ١٠ × ٦

م = ٦٠ سم^{٢}

لإيجادِ مساحةِ المثلّثِ

م = $\frac{١}{٢}$ ق × ع

م = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٥

م = ٢٠ سم^{٢}

إذًا مساحةُ الشكلِ الكلّيّةُ = مساحةَ المستطيلِ + مساحةَ المثلّثِ

= ٦٠ + ٢٠

= ٨٠ سم^{٢}

مساحةُ الشكلِ = ٨٠ سم^{٢}.

حاوِلْ أن تحلَّ

① أوجِدْ مساحةَ الشكلِ.

تذكَّرْ

مساحةُ المثلّثِ = $\frac{١}{٢}$ القاعدةِ × الارتفاعِ

مساحةُ المستطيلِ = الطولَ × العرضِ

مساحةُ المربّعِ = طولَ الضلعِ × نفسِه

مساحةُ متوازي الأضلاعِ = القاعدةِ × الارتفاعِ

مساحةُ الدائرةِ = π نق^{٢}

تذكَّرْ

مساحةُ الشكلِ تعني مساحةَ منطقةِ الشكلِ

أحيانًا تحتاجُ إلى أن تلجأَ إلى عمليّةِ الطرحِ لإيجادِ مساحةِ بعضِ الأشكالِ الهندسيّةِ.

مثالٌ (٢)

أوجِدْ مساحةَ الشكلِ الكلّيّةَ، ثمّ أوجِدْ مساحةَ الجزءِ الملوَّنِ بالأصفرِ.

اقسمِ الشكلَ إلى ٣ مستطيلاتٍ.

الحلُّ:

مساحةُ المستطيلِ ①
م = ل × ن
م = ١٠ × ٨
م = ٨٠ سم^{٢}

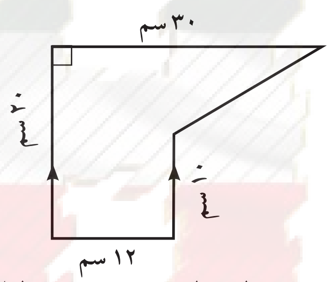
مساحةُ المستطيلِ ②
م = ل × ن
م = ٣٠ × ١٠
م = ٣٠٠ سم^{٢}

مساحةُ المستطيلِ ③
م = ل × ن
م = ١٠ × ٨
م = ٨٠ سم^{٢}

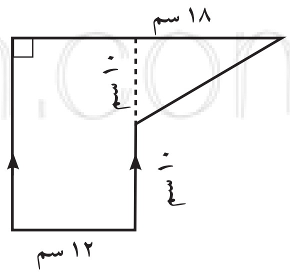
١٣١

أمثلة بديلة

❶ أوجد مساحة الشكل.



أوجد مساحة المستطيل، ومساحة المثلث، ثم اجمع المساحتين:



م = ق × ع = ١٢ × ٢٠ = ٢٤٠

$\frac{١}{٢}$ ق × ع = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ١٨ = ٩٠

المساحة الكلية = ٢٤٠ + ٩٠ = ٣٣٠

المساحة هي ٣٣٠ سم^{٢}.


مجموعُ مساحةِ المستطيلاتِ الثلاثةِ = ٨٠ + ٣٠٠ + ٨٠ = ٤٦٠ سم^{٢}

مساحةُ المربّعِ = ل^{٢} = ٦^{٢} = ٣٦ سم^{٢}

مساحةُ الجزءِ المطلوبِ = ٤٦٠ − ٣٦ = ٤٢٤ سم^{٢}

مثالٌ (٣)

إحدى الحدائقِ العامّةِ على شكلِ مستطيلٍ أبعادُه ٢٠ م، ٣٠ مترًا. تتوسّطُ الحديقةَ بركةُ ماءٍ دائريّةُ الشكلِ، طولُ نصفِ قطرِها ٥ م. يُحيطُ ببركةِ الماءِ ممرٌّ دائريٌّ عرضُه مترٌ واحدٌ. أرادَ المسؤولون عن الحديقةِ زرعَ المساحةِ الباقيةِ من الحديقةِ بالزهورِ. ما مساحةُ المنطقةِ التي سيتمُّ زرعُها؟

الحلُّ:

مساحةُ المستطيلِ = ٢٠ × ٣٠ = ٦٠٠ م^{٢}

مساحةُ البركةِ مع الممرِّ ≃ ٣,١٤ × (٥ + ١)^{٢} ≃ ١١٣ م^{٢}

يبقى: ٦٠٠ − ١١٣ = ٤٨٧ م^{٢}

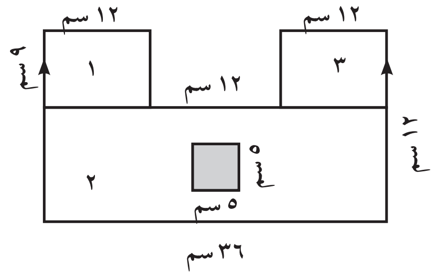
تبلغُ مساحةُ المنطقةِ التي سيتمُّ زرعُها ٤٨٧ مترًا مربّعًا تقريباً.

حاوِلْ أن تحلَّ

٢ في الشكلِ رقعةٌ مستطيلةُ الشكلِ اقتُطِعَ منها نصفا دائرةٍ. أوجِدْ مساحةَ المنطقةِ الباقيةِ.

٢ أوجد مساحة الحجرة والتي يلزم تغطيتها بالسجاد ما عدا المنطقة المربعة المظللة.

مساحة كل من المستطيلين (١) أو (٣)



مساحة المستطيلين (١) أو (٣):

ق × ع = ٩ × ١٢ = ١٠٨ سم^{٢}

مساحة المستطيل (٢):

ق × ع = ٣٦ × ١٢ = ٤٣٢ سم^{٢}

مساحة الحجرة = ١٠٨ + ٤٣٢ + ١٠٨ = ٦٤٨ سم^{٢}

مساحة المنطقة المربعة الشكل المظللة = ل^{٢} = ٥^{٢} = ٢٥ سم^{٢}

المساحة الكلية = ٦٤٨ − ٢٥ = ٦٢٣ سم^{٢}

مساحة الجزء المراد تغطيته بالسجاد = ٦٢٣ سم^{٢}.

إجابات «حاول أن تحل»

١ ٦٠ م^{٢} + ٦ م^{٢} = ٦٦ م^{٢}

٢ ٦٠ − ١٩,٦٢٥ = ٤٠,٣٧٥ م^{٢}

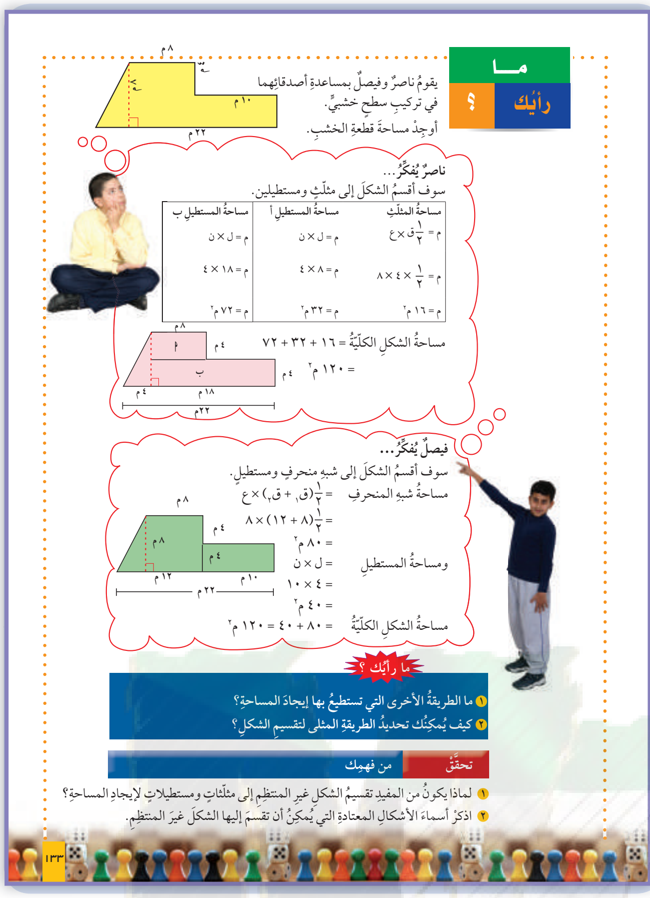
ما رأيك؟

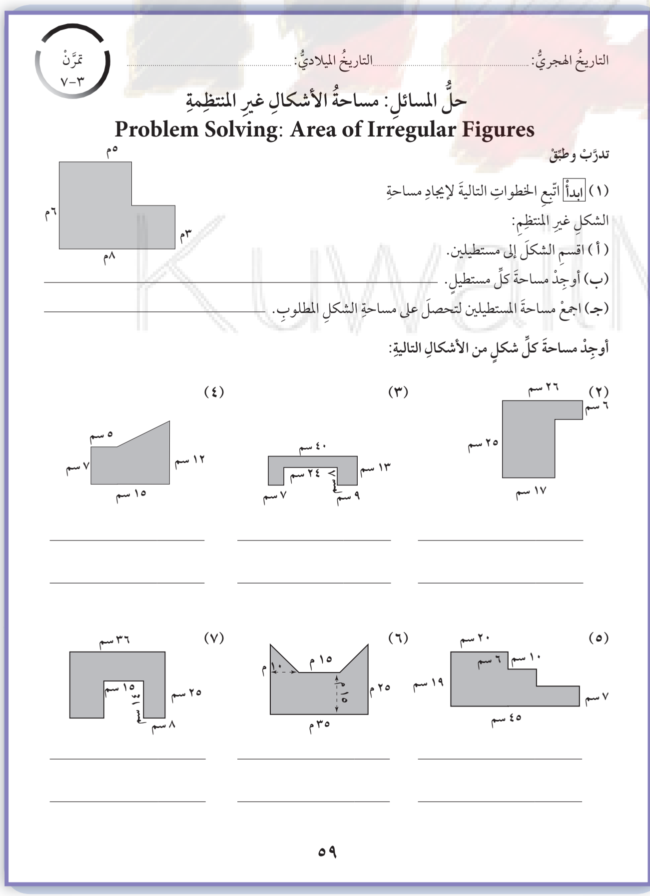
يعرف الطلاب طريقتين في حل المسألة. الطريقة الأولى استخدام مساحة شبه منحرف ومستطيل، والطريقة الثانية استخدام مساحة مثلث ومساحة مستطيلين، وعلى الطلاب اختيار الطريقة الصحيحة الأسهل لهم.

إجابات «ما رأيك؟»

١ أقسم الشكل إلى مثلث ومربع ومستطيل.

٢ أختار الطريقة التي فيها عمليات حسابية أقل.





٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

أي مضلع له عدة أضلاع أكثر من ثلاثة يمكن تقسيمه إلى عدد من المثلثات.

إجابات «تحقَّق من فهمك»

❶ إجابة ممكنة: لأننا نعرف قوانين إيجاد مساحة المستطيل ومساحة المثلث.

❷ إجابة ممكنة: متوازي الأضلاع والمستطيل، وشبه المنحرف.

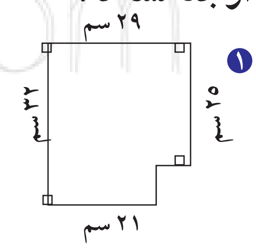
المجلّة

على الطلاب الاشتراك في معرفة مساحات مضلعات غير منتظمة موجودة في الحياة اليومية: (حديقة، قطعة أرض زراعية، مساحة الأرض المقام عليها منزل، قاعدة تمثال...). وعلى الطلاب كتابة الطريقة التي تم بها إيجاد مساحة الشكل المنتظم، وعرضها على زملائهم للاستفادة منها.

اختبار سريع

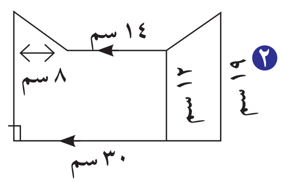
أوجد مساحة:

❶



(٨٧٢ سم٢)

❷



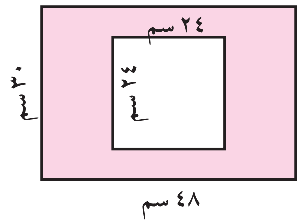
(٤١٦ سم٢)

إجابات «المرشد لحل المسائل»

❶ ٤٨ سم × ٣٠ سم.

❷ ٢٤ سم × ٢٤ سم.

❸



❹ م = ل × ع. ❺ م = ل^{٢}.

❻ الطرح. ❼ ١٤٤٠ سم^{٢}.

❽ ٥٧٦ سم^{٢}.

❾ تساوي المساحة غير المغطاة ٨٦٤ سم^{٢}.

❿ يساعدك الرسم على تصور مساحة الطاولة التي لا تغطيها رقعة الشطرنج.

⓫ ٩ م^{٢}.

المرشدُ لحلِّ المسائل (٣-٧)

طاولةٌ على شكلِ مستطيل أبعادُها ٤٨ سم × ٣٠ سم، موضوعٌ على سطحِها في المنتصفِ رقعةُ شطرنج مربعةٌ طولُ ضلعِها ٢٤ سم. ما مساحةُ الطاولةِ غيرِ المغطاةِ برقعةِ الشطرنج؟

افهم

١ ما أبعادُ الطاولةِ؟

٢ ما أبعادُ رقعةِ الشطرنج؟

خطِّط

٣ ارسمْ شكلًا لرقعةِ الشطرنج على الطاولةِ. ظلِّل المساحةَ المطلوبَ إيجادُها.

٤ ما القانونُ الذي تستخدمُه لإيجادِ مساحةِ الطاولةِ؟

٥ ما القانونُ الذي تستخدمُه لإيجادِ مساحةِ رقعةِ الشطرنج؟

٦ بعد أن تعرفَ مساحتي الطاولةِ ورقعةِ الشطرنج، ما العمليةُ التي سوف تستخدمُها لإيجادِ المساحةِ غيرِ المغطاةِ؟

حُلّ

٧ ما مساحةُ الطاولةِ؟

٨ ما مساحةُ رقعةِ الشطرنج؟

٩ اكتبْ جملةً تُعبِّرُ عن المساحةِ غيرِ المغطاةِ؟

تحقَّق

١٠ لماذا يكونُ من الأسهلِ حلُّ المسألةِ بمساعدةِ الرسمِ؟ اشرح.

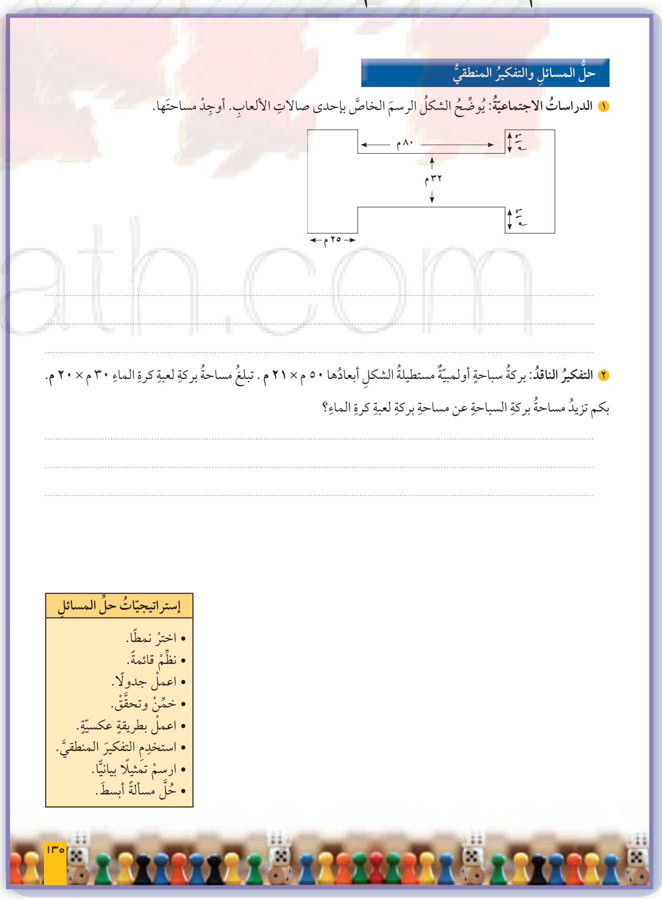
حُلَّ مسألةً أخرى

١١ حائطٌ أبعادُه ٤ أمتار × ٣ أمتار، وفيه شبّاكٌ أبعادُه ٢ متر × ١,٥ متر. ما مساحةُ ورقِ الحائطِ اللازمِ لتغطيةِ هذا الحائطِ؟

١٣٤

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

❶ ٥٧٦٠ م^{٢}. ❷ ٤٥٠ م^{٢}.



حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

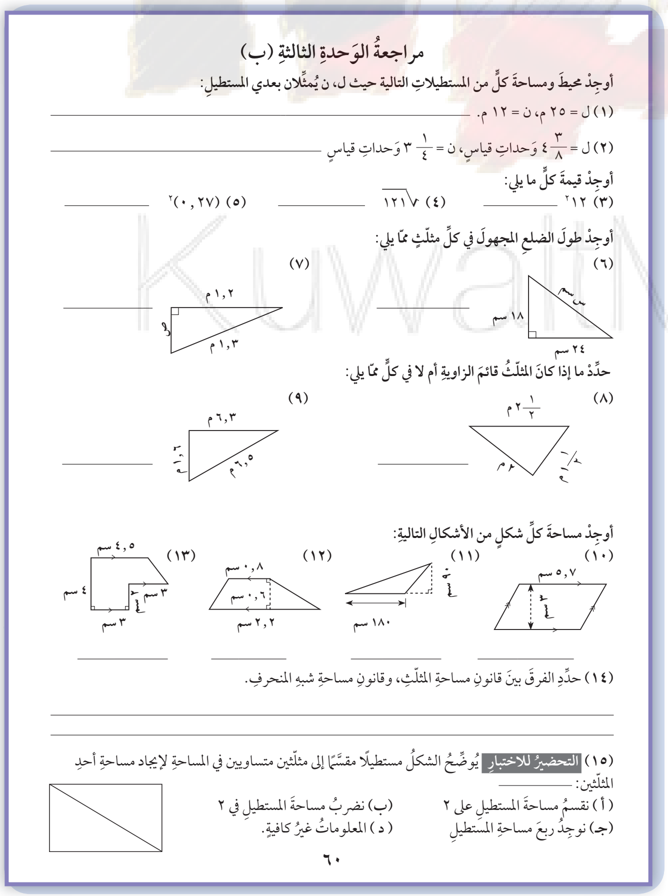
١ الدراساتُ الاجتماعيةُ: يُوضِّحُ الشكلُ الرسمَ الخاصَّ بإحدى صالاتِ الألعابِ. أوجدْ مساحتَها.

٢ التفكيرُ الناقدُ: بركةُ سباحةٍ أولمبيةٌ مستطيلةُ الشكلِ أبعادُها ٥٠ م × ٢١ م. تبلغُ مساحةُ بركةِ لعبةِ كرةِ الماءِ ٣٠ م × ٢٠ م. بكم تزيدُ مساحةُ بركةِ السباحةِ عن مساحةِ بركةِ لعبةِ كرةِ الماءِ؟

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ

- اخترْ نمطًا.
- نظِّمْ قائمةً.
- اعملْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

١٣٥



مراجعةُ الوَحدةِ الثالثةِ (ب)

أوجِدْ محيطَ ومساحةَ كلٍّ من المستطيلاتِ التاليةِ حيث ل، ن يُمثِّلانِ بعدي المستطيلِ:

(١) ل = ٢٥ م، ن = ١٢ م.

(٢) ل = $\frac{٣}{٨}$ ٤ وَحداتِ قياسٍ، ن = $\frac{١}{٤}$ ٣ وَحداتِ قياسٍ

أوجِدْ قيمةَ كلٍّ ممّا يلي:

(٣) ١٢^{٢} (٤) $\sqrt{١٢١}$ (٥) (٠,٢٧)^{٢}

أوجِدْ طولَ الضلعِ المجهولِ في كلِّ مثلّثٍ ممّا يلي:

(٦) (٧)

حدِّدْ ما إذا كانَ المثلّثُ قائمَ الزاويةِ أم لا في كلٍّ ممّا يلي:

(٨) (٩)

أوجِدْ مساحةَ كلِّ شكلٍ من الأشكالِ التاليةِ:

(١٠) (١١) (١٢) (١٣)

(١٤) حدِّدِ الفرقَ بينَ قانونِ مساحةِ المثلّثِ، وقانونِ مساحةِ شبهِ المنحرفِ.

(١٥) التحضيرُ للاختبارِ يُوضِّحُ الشكلُ مستطيلًا مقسّمًا إلى مثلّثينِ متساويينِ في المساحةِ لإيجادِ مساحةِ أحدِ المثلّثين:

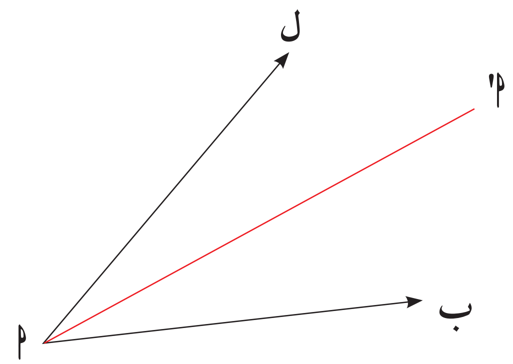
(أ) نقسِّمُ مساحةَ المستطيلِ على ٢ (ب) نضربُ مساحةَ المستطيلِ في ٢

(ج) نوجِدُ ربعَ مساحةِ المستطيلِ (د) المعلوماتُ غيرُ كافيةٍ.

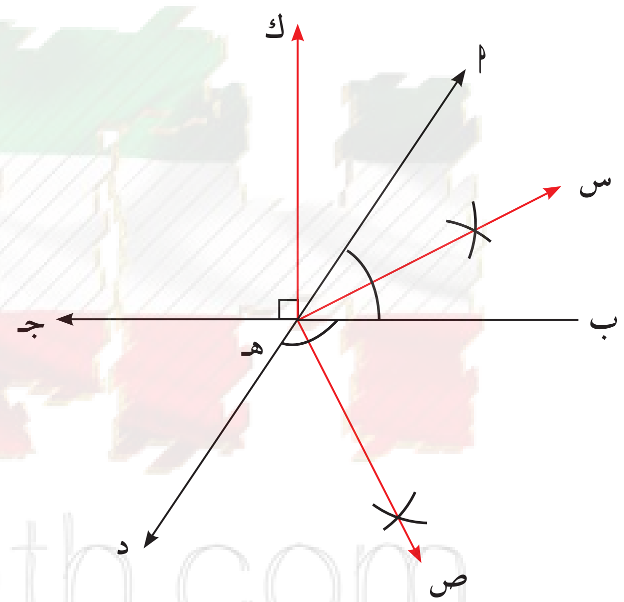
٦٠

إجابات اختبار الوحدة الثالثة

١



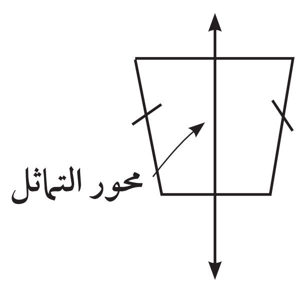
٢ (د) ق (س هـ ص) = ٩٠°



٣ مثلث متطابق الأضلاع

٤ شبه منحرف

٥ ق ($\hat{ص}$) = ٨٢°



٦ لا

٧ نعم

٨ مساحة = ٩٤٠ م^2

٩ ١٧ وحدة

اختبارُ الوَحدةِ الثالثةِ

١ نصِّف ب̂ال.

٢ يتقاطعُ المستقيمان أد، ب جـ في النقطةِ هـ.

استخدِم المسطرةَ والفرجارَ لتقومَ بما يلي:

(أ) تنصيفُ أ هـ̂ ب بالمنصِّفِ هـ س

(ب) تنصيفُ ب هـ̂ د بالمنصِّفِ هـ ص

(جـ) تنصيفُ ب هـ̂ جـ بالمنصِّفِ هـ ك

(د) أوجِدْ قياسَ (س هـ̂ ص) دونَ استخدامِ المنقلةِ.

٣ صنِّف المثلّثَ الذي قياساتُ زواياه: ٦٠°، ٦٠°، ٦٠°.

٤ في الشكلِ الرباعيِّ أ ب د جـ، أب موازٍ لـ جـ د، أب، جـ د غيرُ متساويين في الطول. لذلك فإنّ الشكلَ الرباعيَّ هو...

٥ في المثلّثِ س ص ع، أوجِدْ قياسَ الزاويةِ ص، إذا كانَ ق (س̂) = ٧٥° وق (ع̂) = ٢٣°.

في التمرينين رقمي (٦)، (٧)، استخدِم الشكلَ الموضَّح.

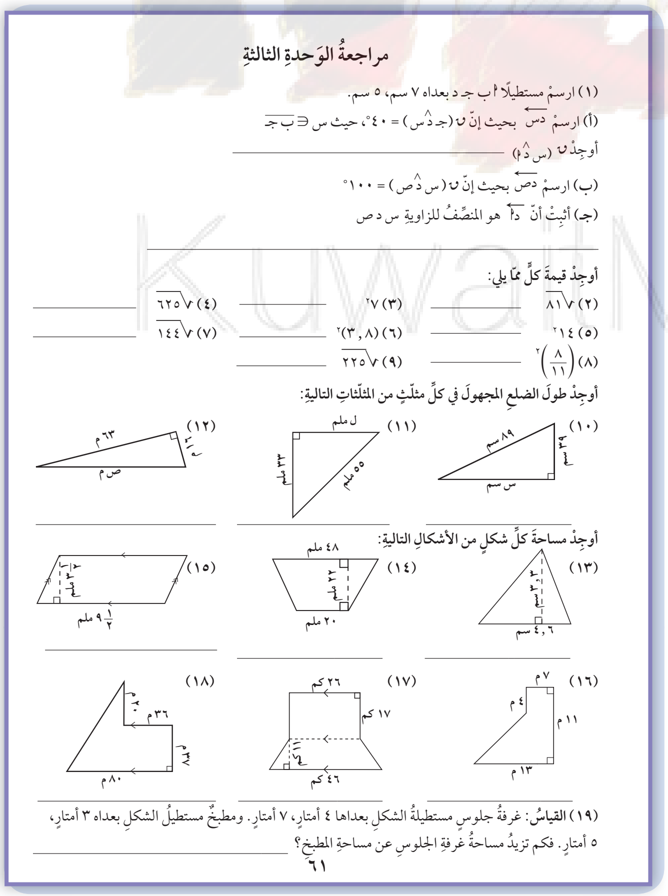
٦ هل الشكلُ عبارةٌ عن مضلّعٍ منتظِمٍ؟

٧ هل للشكلِ محورُ تماثلٍ؟

٨ أوجِدْ مساحةَ حديقةٍ على شكلِ شبهِ منحرفٍ حيث طولُ القاعدةِ الصغرى ٤٦ مترًا وطولُ القاعدةِ الكبرى ٤٨ مترًا والمسافةُ بين القاعدتين ٢٠ مترًا.

٩ أوجِدْ طولَ ضلعِ مربّعٍ إذا كانَتْ مساحتُه ٢٨٩ وَحدةً مربّعةً.

١٣٦



مراجعةُ الوَحدةِ الثالثةِ

(١) ارسمْ مستطيلًا أ ب جـ د بعداه ٧ سم، ٥ سم.

(أ) ارسمْ د س بحيث إنّ ق (جـ د̂ س) = ٤٠°، حيث س ∈ ب جـ

أوجِدْ ق (س د̂ أ)

(ب) ارسمْ د ص بحيث إنّ ق (س د̂ ص) = ١٠٠°

(جـ) أثبِتْ أنّ د أ هو المنصِّفُ للزاويةِ س د ص

أوجِدْ قيمةَ كلٍّ ممّا يلي:

(٢) $\sqrt{٨١}$ (٣) ٧^2 (٤) $\sqrt{٦٢٥}$

(٥) ١٤^2 (٦) (٣,٨)^2 (٧) $\sqrt{١٤٤}$

(٨) $\left(\frac{٨}{١١}\right)^2$ (٩) $\sqrt{٢٢٥}$

أوجِدْ طولَ الضلعِ المجهولِ في كلِّ مثلّثٍ من المثلّثاتِ التالية:

(١٠) (١١) (١٢)

أوجِدْ مساحةَ كلِّ شكلٍ من الأشكالِ التالية:

(١٣) (١٤) (١٥)

(١٦) (١٧) (١٨)

(١٩) القياسُ: غرفةُ جلوسٍ مستطيلةُ الشكلِ بعداها ٤ أمتارٍ، ٧ أمتارٍ. ومطبخٌ مستطيلُ الشكلِ بعداه ٣ أمتارٍ، ٥ أمتارٍ. فكم تزيدُ مساحةُ غرفةِ الجلوسِ عن مساحةِ المطبخِ؟

٦١

إجابات اختبار الوحدة الثالثة

١٠ ٦٠ سم

١١ ٢٥ سم

١٢ ٢٤٠ م^{٢}

١٣ المساحة = ٢٠٠ سم^{٢}

المحيط = ٧٠ سم

١٤ (أ) ٧٠°

(ب) ٣٠°

(جـ) ١٢٥°

١٥ ١٣٥°

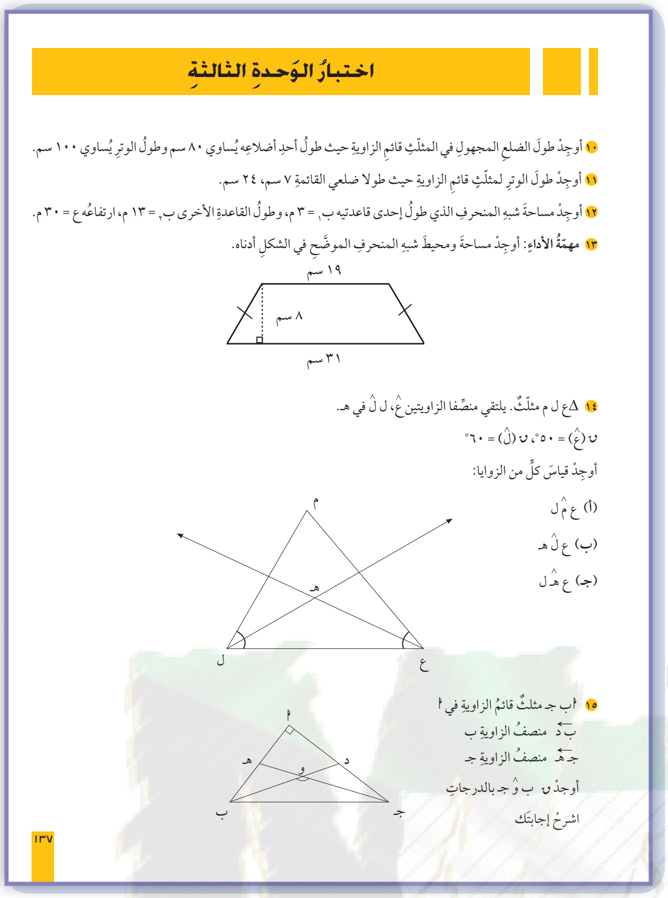
١٦ (د)

١٧ (جـ)

١٨ (أ)

١٩ (جـ)

٢٠ (د)



اختبارُ الوَحدةِ الثالثةِ

١٠ أوجِدْ طولَ الضلعِ المجهولِ في المثلّثِ قائمِ الزاويةِ حيث طولُ أحدِ أضلاعِه يُساوي ٨٠ سم وطولُ الوترِ يُساوي ١٠٠ سم.

١١ أوجِدْ طولَ الوترِ لمثلّثٍ قائمِ الزاويةِ حيث طولا ضلعي القائمةِ ٧ سم، ٢٤ سم.

١٢ أوجِدْ مساحةَ شبهِ المنحرفِ الذي طولُ إحدى قاعدتيه $ب_{١}$ = ٣ م، وطولُ القاعدةِ الأخرى $ب_{٢}$ = ١٣ م، ارتفاعُه ع = ٣٠ م.

١٣ **مهمّةُ الأداءِ**: أوجِدْ مساحةَ ومحيطَ شبهِ المنحرفِ الموضَّحِ في الشكلِ أدناه.

١٩ سم

٨ سم

٣١ سم

١٤ Δع ل م مثلّثٌ. يلتقي منصِّفا الزاويتين $\hat{ع}$، $\hat{ل}$ في هـ.

ن($\hat{ع}$) = ٥٠°، ن($\hat{ل}$) = ٦٠°

أوجِدْ قياسَ كلٍّ من الزوايا:

(أ) ع $\hat{م}$ ل

(ب) ع $\hat{ل}$ هـ

(جـ) ع $\hat{هـ}$ ل

م، هـ، ل، ع

١٥ أ ب جـ مثلثٌ قائمُ الزاويةِ في أ

$\overleftarrow{ب د}$ منصفُ الزاويةِ ب

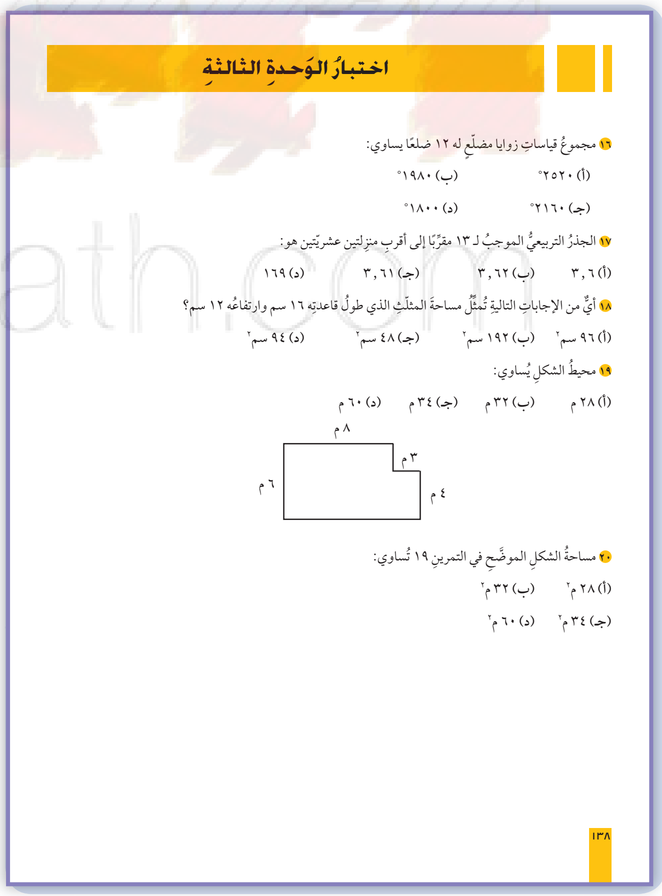
$\overleftarrow{جـ هـ}$ منصفُ الزاويةِ جـ

أوجدْ ن ب $\hat{و}$ جـ بالدرجاتِ

اشرحْ إجابتَك

أ، هـ، د، و، ب، جـ

١٣٧



اختبارُ الوَحدةِ الثالثةِ

١٦ مجموعُ قياساتِ زوايا مضلّعٍ له ١٢ ضلعًا يساوي:

(أ) ٢٥٢٠° (ب) ١٩٨٠°

(جـ) ٢١٦٠° (د) ١٨٠٠°

١٧ الجذرُ التربيعيُّ الموجبُ لـ ١٣ مقرِّبًا إلى أقربِ منزلتين عشريّتين هو:

(أ) ٣,٦ (ب) ٣,٦٢ (جـ) ٣,٦١ (د) ١٦٩

١٨ أيٌّ من الإجاباتِ التاليةِ تُمثِّلُ مساحةَ المثلّثِ الذي طولُ قاعدتِه ١٦ سم وارتفاعُه ١٢ سم؟

(أ) ٩٦ سم^{٢} (ب) ١٩٢ سم^{٢} (جـ) ٤٨ سم^{٢} (د) ٩٤ سم^{٢}

١٩ محيطُ الشكلِ يُساوي:

(أ) ٢٨ م (ب) ٣٢ م (جـ) ٣٤ م (د) ٦٠ م

٨ م

٣ م

٦ م

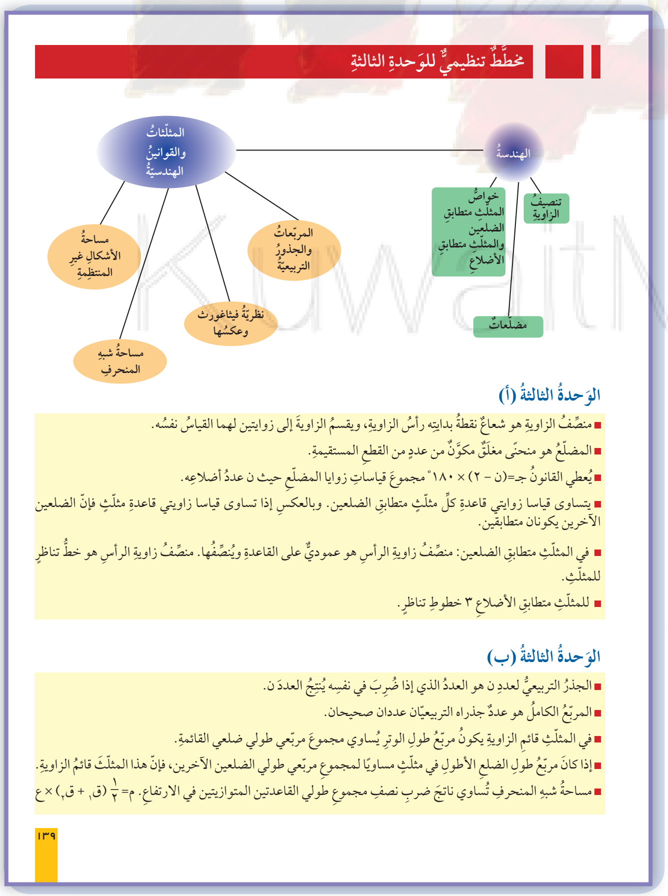
٤ م

٢٠ مساحةُ الشكلِ الموضَّحِ في التمرينِ ١٩ تُساوي:

(أ) ٢٨ م^{٢} (ب) ٣٢ م^{٢}

(جـ) ٣٤ م^{٢} (د) ٦٠ م^{٢}

١٣٨



مخطَّطٌ تنظيميٌّ للوَحدةِ الثالثةِ

الوَحدةُ الثالثةُ (أ)

- منصِّفُ الزاويةِ هو شعاعٌ نقطةُ بدايتِه رأسُ الزاويةِ، ويقسمُ الزاويةَ إلى زوايتين لهما القياسُ نفسُه.
- المضلّعُ هو منحنًى مغلَقٌ مكوَّنٌ من عددٍ من القطعِ المستقيمةِ.
- يُعطي القانونُ جـ=(ن − ٢) × ١٨٠° مجموعَ قياساتِ زوايا المضلّعِ حيث ن عددُ أضلاعِه.
- يتساوى قياسا زوايتي قاعدةِ كلِّ مثلّثٍ متطابقِ الضلعين. وبالعكسِ إذا تساوى قياسا زاويتي قاعدةِ مثلّثٍ فإنّ الضلعين الآخرين يكونان متطابقين.
- في المثلّثِ متطابقِ الضلعين: منصِّفُ زاويةِ الرأسِ هو عموديٌّ على القاعدةِ ويُنصِّفُها. منصِّفُ زاويةِ الرأسِ هو خطُّ تناظرٍ للمثلّثِ.
- للمثلّثِ متطابقِ الأضلاعِ ٣ خطوطِ تناظرٍ.

الوَحدةُ الثالثةُ (ب)

- الجذرُ التربيعيُّ لعددِ ن هو العددُ الذي إذا ضُرِبَ في نفسِه يُنتِجُ العددَ ن.
- المربّعُ الكاملُ هو عددٌ جذراه التربيعيّان عددان صحيحان.
- في المثلّثِ قائمِ الزاويةِ يكونُ مربّعُ طولِ الوترِ يُساوي مجموعَ مربّعي طولي ضلعي القائمةِ.
- إذا كانَ مربّعُ طولِ الضلعِ الأطولِ في مثلّثٍ مساويًا لمجموعِ مربّعي طولي الضلعين الآخرين، فإنّ هذا المثلّثَ قائمُ الزاويةِ.
- مساحةُ شبهِ المنحرفِ تُساوي ناتجَ ضربِ نصفِ مجموعِ طولي القاعدتين المتوازيتين في الارتفاعِ. م= $\frac{١}{٢}$ (ق$_{١}$ + ق$_{٢}$) × ع

١٣٩