توضِّح المعلومات المتضمنة في هذه الصفحة كيفية استخدام العد والاحتمال في المواقف الحياتية.

الترابط والتداخل:

الفنون والآداب

نظم رحلة لطلاب الفصل لمشاهدة النافورة الموسيقية ومعاينة التناغم الحاصل بين أنغام الموسيقى وتدفق المياه من النافورة

الدراسات الاجتماعية

اطلب إلى الطلاب القيام بدراسة وافية تبيّن أسباب تزايد عدد السكان في دولة الكويت وارتفاع معدل العمر وما دور الرعاية الصحية والاجتماعية في تحقيق ذلك.

العلوم

اسأل الطلاب إذا كانوا على دراية بالمعلومات التي تحدثت عن إمكانية تصادم المذنبات والكويكبات بالأرض وتأثير ذلك على سلوك الأشخاص.

شعوب العالم

شجع الطلاب على القيام بدراسة عن عادات وتقاليد وحضارة الصين بعد أن أصبح لهذه الدولة العظمى بمساحتها وعدد سكانها قوة اقتصادية متقدمة في العالم.

تسلية

«من جدّ وجد ومن زرع حصد» هو واحد من الأمثلة التي تشجع الطالب على التحصيل العلمي. كما أنه قيل «اطلب العلم ولو في الصين» فالمثابرة على الدرس تعزز فرص النجاح.

مشروع الوحدة

لن تجد صعوبة في اختيار واحد من الرياضيين المفضلين لديك علمًا أن مجالات الرياضة هي بأعداد وافرة جدًّا.

مرشد تخطيط الوحدة

كتاب الطالب			
الدرس	الأدوات المستخدمة	المصطلحات الأساسية	رقم الدرس
افتتاحية الوحدة العاشرة			
التركيز على حل المسائل			
افتتاحية الوحدة العاشرة (أ) العد			
طرائق العد		مخطط الشجرة البيانية، ناتج، مبدأ العد	(١٠-١)
التباديل والترتيبات		التباديل، مضروب	(١٠-٢)
اختيار مجموعة		التوافيق	(١٠-٣)
افتتاحية الوحدة العاشرة (ب) الفرصة والاحتمال			
الترجيح والعدالة	مكعبات مرقمة	تجربة، تجربة عشوائية، حدث، ترجيح،ألعاب عادلة	(١٠-٤)
فضاء العينة		فضاء العينة، مبدأ العد	(١٠-٥)
الاحتمال		الاحتمال	(١٠-٦)
اختبار الوحدة			

KuwaitMath.com

التركيز على حل المسائل

التحقق من معقولية الإجابة

الغاية

يسلط الضوء على الطلاب في التحقق من الإجابات خاصة عند وجود آلة حاسبة معهم.

كيفية التعامل مع الصفحة

تحقق من مصداقية الحل مع الطلاب وأنهم قد استخدموا التقدير والحس العددي. ناقش ذلك.

ناقش المقترحات التالية:

- هل تحقق إجابتك ما هو موجود في السؤال؟
- استخدم التقدير. هل النتيجة معقولة؟
- فكر في المسألة هل إجابتك واقعية؟

اسأل ...

- هل إجابتك في المسألتين ١، ٢ أكبر أو أصغر من عدد المشاهدين؟ اشرح.
- النسبة المئوية للمشاهدين أصغر من ١٠٠٪
- في المسألة ٣ صف إجابتك وهل هي واقعية.
- إجابة محتملة: ١٢٩٪ حوالى ١٠٠٪ + ٢٥٪
- $١٦٠ + \frac{١}{٤}(١٦٠) = ١٦٠ + ٤٠ = ٢٠٠$
- في المسألة ٤ كيف يمكن تقدير ١٩٩٪؟ اضرب في ٢

إجابات الأسئلة

❶ أكثر بكثير، عدد المراهقين أكبر من عدد المشاهدين.

❷ قريبة بشكل كافٍ، يوجد حوالى ١٨ ٠٠٠ ٠٠٠ موقف كوميدي، نسبة ٣٠٪ من ١٨ ٠٠٠ ٠٠٠ هي ٥ ٤٠٠ ٠٠٠.

❸ أكثر بكثير، ٣٢٠ دقيقة هي ٢٠٠٪ من ١٦٠ ووقت المشاهدة هو ١٢٩٪ من ١٦٠.

❹ قريبة بشكل كافٍ، ١٩٩٪ قريبة من ٢٠٠٪،
٢ × ١٦٠ = ٣٢٠ دقيقة

التركيز على حل المسائل

لكل مسألة من المسائل التالية إجابة. ولكن الإجابة ليست صحيحة تمامًا. اذكر ما إذا كانت الإجابة "قريبة بشكل كاف" أو "أقل بكثير" أو "أكثر بكثير" من الإجابة الصحيحة. ثم اشرح لماذا.

❶ في عام ١٩٩٦، أظهرت دراسة عن مشاهدة التلفزيون أن ١٥ ٤٤٠ ٠٠٠ شخص يشاهدون برامج التشويق والغموض. ٤٪ تقريبًا من هؤلاء المشاهدين من المراهقين بين سن ١٢ إلى ١٧ سنة. كم مراهقًا تقريبًا، يشاهد برامج التشويق والغموض؟
الإجابة: ٦١٧ ٦٠٠

❷ أظهرت الدراسة أن ٢٧٢ ٠٠٠ شخص آخرين يشاهدون برامج الكوميديا أكثر من برامج التشويق والغموض. حوالى ٣٠٪ من مشاهدي البرامج الكوميدية تبلغ أعمارهم ١٨ سنة أو أكثر. كم شابًا بعمر ١٨ سنة أو أكثر من هؤلاء المشاهدين، يشاهدون البرامج الكوميدية؟
الإجابة: ٥ ٤٠٠ ٠٠٠

❸ في عام ١٩٩٥، أظهرت إحدى الدراسات، أن الفتيات المراهقات يشاهدن التلفزيون بمعدل ١٦٠ دقيقة مشاهدة في اليوم. في حين يشاهد الشباب، في العمر نفسه، التلفزيون حوالى ١٢٩٪ من وقت مشاهدة الفتيات. كم دقيقة تقريبًا في اليوم يشاهد فيها الشباب التلفزيون؟
الإجابة: ٣٢٠ دقيقة

❹ تقضي النساء في عمر ٥٥ سنة أو أكثر معظم الوقت في مشاهدة التلفزيون. يبلغ متوسط زمن مشاهدتهن اليومية ١٩٩٪ من وقت مشاهدة الفتيات المراهقات. كم عدد الدقائق تقريبًا التي يقضيها النساء في عمر ٥٥ سنة أو أكثر في مشاهدة التلفزيون في يوم واحد؟
الإجابة: ٣٢٠ دقيقة

حل المسائل
أفهم
خطط
حل
تحقق

التحقق من معقولية الإجابة
حتى لو استخدمت آلة حاسبة لمساعدتك في حل المسألة، ينبغي لك أن تتحقق من أن إجابتك معقولة. يمكنك استخدام التقدير والبديهة لمساعدتك.

١٦٣

KuwaitMath.com

كيفية التعامل مع هذه الصفحة

تقدِّم هذه الصفحة موضوع هذا الجزء، دور بصمات أصابع اليد في الكشف عن الجرائم وملاحقة المجرمين.

اسأل ...

- اين تؤخذ بصمات أصابع اليد عند الأشخاص؟
- لماذا تؤخذ هذه البصمات؟
- متى تؤخذ هذه البصمات؟
- من يأخذ البصمات؟
- هل تتشابه بصمات أصابع اليد عند الأشخاص بين سكان الأرض؟
- هل قرأت قصة أو شاهدت عرضًا استخدم فيه البصمات لحل لغز جريمة ما؟

إجابات الأسئلة

❶ تتنوع الإجابات بحسب أنماط الإصبع.

❷ "لا بد للمجرم أن يرتكب خطأ ما" مقولة يرتكز عليها المحققون إلى جانب أخذ البصمات. وأيضًا اختبار DNA.

❸ كي يتعرفوا بسرعة على هوية المجرم.

KuwaitMath.com

١٠-١

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يستخدم مخطط الشجرة البيانية ومبدأ العد لإيجاد كل النواتج لمجموعة من الاختيارات. وتطوير طرائق العد.

المصطلحات الأساسية

- مخطط الشجرة البيانية، ناتج، مبدأ العد

مراجعة

احسب كل تعبير من أجل ن = ٢، ٥، ١٠:

❶ ن × (ن − ١)	٢، ٢٠، ٩٠
❷ (ن + ٣) × ن	١٠، ٤٠، ١٣٠
❸ (ن + ٤) × (ن−٢)	٠، ٢٧، ١١٢

صلة الدرس اجعل الطلاب يناقشون بعض الاختيارات التي عملوها في الصباح مثل ماذا يلبسون، ماذا يتناولون في الإفطار ، ومن كم اختيار متاح يمكنهم الاختيار، (مثلاً ٣ بنطلونات، ٤ قمصان)؟ ما اختيارات الإفطار (مثلاً نوعان من الخبز، ٣ أنواع من الجبن، نوعان من المشروب)؟

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

ينظم الطلاب قائمة بأصناف الفطائر التي سيعرضوها للبيع في المهرجان السنوي للمدرسة.

التقييم المستمر

تابع عمل الطلاب وتأكد من النتائج التي حصلوا عليها. شجعهم على استخدام مخطط الشجرة لتنظيم أصناف الفطائر وقياساتها.

١٠-١

طرائق العد
Counting Methods

صلة الدرس سبق أن اكتسبت خبرة في كتابة قوائم منظمة، والآن سوف ترى كيف أن القوائم المنظمة قد تساعدك في العد بكفاءة.

سوف تتعلّم
- استخدام مخطط الشجرة البيانية ومبدأ العد لإيجاد كل النواتج لمجموعة من الاختيارات.

من الاستخدامات
- يستخدم علماء الأحياء مخططات الشجرة البيانية لتحليل ما قد يحدث في أجيال مختلفة من الحيوانات.

استكشف طرائق العدّ

مبروك

خلال المهرجان السنوي في المدرسة تم اعتماد مشروعك لبيع الفطائر. عليك الآن وضع خطة لتنفيذ المشروع.

١ اكتب قائمة بأصناف الفطائر التي ستعرضها للبيع.
٢ ما هي قياسات قطع الفطائر التي ستعتمدها؟
٣ ما عدد عناصر الفريق المكلف بالتحضير والبيع؟
٤ يسمح المكان المخصص لمنصة الفطائر بصنع ١٨ نوعًا فقط.
أ نظم جدولًا يبيّن أصناف الفطائر وقياساتها.
ب ما هي الصور أو الرسوم التي ستضعها مع الجدول على ورقة قائمة الفطائر؟

تعلّم طرائق العدّ

يعرض نادي الرياضة في المدرسة بيع قبعات من ٣ ألوان (الأزرق، الأحمر، الأخضر)، ومن قياسين (الصغير، المتوسط) ومن نوعين من القماش (القطن، البوليستر). يمكنك كتابة قائمة منظمة لعد أنواع القبعات الممكنة.

لون القبعة	قياس القبعة	نوع القماش
أزرق	صغير	قطن
أزرق	صغير	بوليستر
أزرق	وسط	قطن
أزرق	وسط	بوليستر
أحمر	صغير	قطن
أحمر	صغير	بوليستر
أحمر	وسط	قطن
أحمر	وسط	بوليستر
أخضر	صغير	قطن
أخضر	صغير	بوليستر
أخضر	وسط	قطن
أخضر	وسط	بوليستر

المصطلحات الأساسية
- مخطط الشجرة البيانية Tree Diagram
- ناتج Outcome
- مبدأ العد Counting Principle

١٤٤

للمجموعات التي تنهي عملها باكرًا

اسأل، هل يمكن استخدام طرائق أخرى لتنظيم أصناف الفطائر وقياساتها غير مخطط الشجرة؟

استخدام مبدأ العد

إجابات «استكشف»

❶ – ❹ **تتنوع الإجابات**

تابع عمل الطلاب

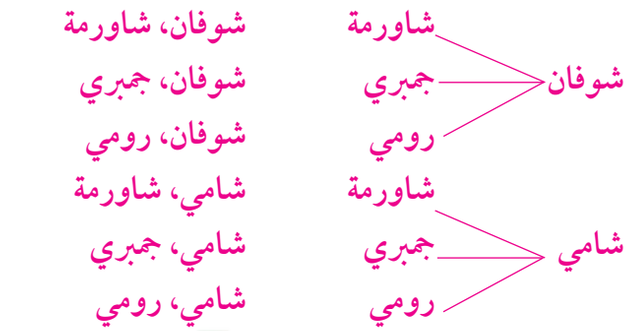
٢ – التعليم

تعلم

يمكن تنظيم قائمة بكتابة قياس القبعة أولًا أو بكتابة نوع القماش أولًا.

أمثلة بديلة

❶ كون شجرة بيانية توضح كل الاختيارات الممكنة للفطائر، على أن يختار الشخص (نوع خبز واحد، نوع لحم واحد) من ٢ خبزة شوفان وشامي، ٣ لحوم: شاورمة، جمبري، رومي.



❷ تتوافر قمصان في ٨ ألوان، ٦ أنواع، ٤ مقاسات، فكم قميص مختلف يكون متاحًا؟

باستخدام مبدأ العد، يوجد ٨ × ٦ × ٤ أي ١٩٢ قميصًا مختلفًا يكون متاحًا.

❸ يوجد ٨ بوابات لدار عرض سينما ومسرح، منها ٢ فقط للدخول. كم طريقة يمكن بها الدخول إلى دار العرض والخروج منها؟

باستخدام مبدأ العد، يوجد ٢ × ٨ = ١٦ طريقة للدخول والخروج.

إجابات «حاول أن تحل»

❶

يكون العدد: ٦

❷ إذا أضاف الزعتر يصبح لديه ٧ مكونات وبالتالي يصبح عدد الفطائر الممكنة: ٥ × ٧ = ٣٥

❸ باستخدام مبدأ العد يستطيع المدرب تشكيل فريقه من مجموعات عددها: ٤ × ٤ × ٢ = ٣٢

يمكنك أن ترى أنه إذا كان هناك ٣ ألوان وقياسان (٢) ونوعان (٢) من القماش، فإن ذلك يعني أن هناك ١٢ طريقة لاختيار ألوان وقياسات وقماش القبعات.

هناك طرائق منظمة أخرى لعد المعلومات الموضحة في هذا الجدول. إحداها أن تستخدم **مخطط الشجرة البيانية** الذي يوضح كل الإمكانيات أو كل **النواتج** في موقف معين معطى.

مثال (١)

استخدم مخطط الشجرة البيانية لتوضيح كل النواتج الممكنة من ٣ ألوان للقبعات (أزرق، أحمر، أخضر) وقياسين (صغير، وسط) ونوعين من القماش (قطن، بوليستر).

الحل:

من نقطة البداية: ارسم «فرعًا» لكل لون، ثمّ ارسم «غصنًا» لكل لون يحدّد القياس، ومن كل قياس ارسم «نوع» القماش.

حاول أن تحلّ

١ تبيع شركة للمنتجات الغذائية نوعين من العصير: برتقال وتفاح. يمكنك أن تطلب من كل نوع عبوات صغيرة ومتوسطة وكبيرة. استخدم مخطط الشجرة البيانية لتوضح كم نوعًا مختلفًا من العصير يمكن أن تطلب.

في المثال (١)، الشجرة البيانية فيها ٣ فروع وكل فرع فيه غصنان (٢)، وكل غصن فيه نوعان (٢). لاحظ أن عدد الطرائق الممكنة هو ١٢ ويساوي ٣ × ٢ × ٢.

٣ فروع في غصنين (٢) في نوعين (٢) يساوي ١٢ طريقة.

٣ × ٢ × ٢ = ١٢

تتلخص هذه الفكرة في **مبدأ العد**.

مبدأ العد

في عملية تتكون من خطوتين مستقلتين، إذا كان عدد طرائق إجراء الخطوة الأولى ن ، وعدد طرائق إجراء الخطوة الثانية ن، فإن عدد الطرائق الممكنة لإجراء العملية هو ن × ن.. ويمكن تعميم المبدأ لأكثر من خطوتين.

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

تمرّنْ ١-١٠

طرائق العد

Counting Methods

تدرب وطبق

(١) **إبدأ** تريد تحضير طبق من السلطة، يحتوي على ثمرة طماطم، ونوع من الخضار، وصنف واحد من منكهات الطعام. لديك ٤ ثمرات طماطم، ٣ ثمرات خضار، ٣ محسنات طعم. وضح الطرائق المختلفة لتحضير طبق السلطة.

(أ) اضرب عدد ثمرات الطماطم في عدد ثمرات الخضار.

(ب) اضرب الإجابة التي حصلت عليها في عدد محسنات الطعم التي يمكن عملها.

(جـ) ما اسم المبدأ الذي استخدمته لحل هذه المسألة؟

الحس بالعمليات: استخدم مبدأ العد لإيجاد عدد النواتج في كل حالة:

(٢) الطلاء: نوعان من الطلاء، ٥ ألوان. ما عدد طرائق الاختيار؟

(٣) الملابس: ٣ قمصان، ٤ كنزات، زوجان من الأحذية. ما عدد طرائق الاختيار؟

(٤) الدراجات: ٥ ألوان، ٣ أحجام، ٣ موديلات. ما عدد طرائق الاختيار؟

(٥) وجبة غداء: ٢ مشروب، ٤ أنواع من الأطعمة، ٣ أنواع من الفاكهة. ما عدد طرائق الاختيار؟

استخدم مبدأ العد لإيجاد عدد النواتج في كل موقف:

(٦) كتب: ٥ مؤلفين، ٤ كتب لكل مؤلف. كم عدد الاختيارات؟

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

عند استخدام مخطط الشجرة البيانية يمكن لأي فئة أن تكون هي الفروع.

إجابات «تحقق من فهمك»

١ لا تتغير النواتج إذا كانت الفروع هي أنواع القماش والأغصان هي ألوان القبعات ويبقى العدد ١٢ ناتجًا.

٢ في تكوين فريق كرة قدم من ٤ مدافعين، ٤ لاعبي وسط، ٢ مهاجمين يكون مبدأ العد هو الأفضل لأن عدد النواتج كبير أما مخطط الشجرة فيستخدم عندما يكون عدد النواتج صغيرًا مثل نوعان من الخبز:
شوفان أو قمح وثلاثة أنواع من المأكولات : لحم أو دجاج أوسمك.

المجلة

دع الطلاب يكتبون عن أحد المواقف في حياتهم الخاصة، يمكنهم تطبيق مبدأ العد عليه.

اختبار سريع

١ في خزانة ملابس بدر ٨ قمصان، ٣ بنطلونات جينز، ٢ حذاء، كم طقمًا مختلفًا يمكن لبدر لبسه؟ ٤٨

٢ يوجد ٤ طرق من المدينة أ إلى المدينة ب، ٣طرق من المدينة ب إلى المدينة جـ.
كم طريقة يمكن الذهاب بها من المدينة أ إلى المدينة جـ؟ ١٢

٣ افرض أن أحد الطرق من المدينة أ إلى المدينة ب مغلق (تحت الإصلاح)، كم طريقة يمكن بها الآن الذهاب من المدينة أ إلى المدينة جـ؟ ٩

٤ افرض أن الطريق المغلق قد أعيد فتحه لكن أحد الطرق المدينة ب إلى المدينة جـ قد أغلق (تحت الإصلاح)، كم طريقة الآن يمكن بها الذهاب من المدينة أ إلى المدينة جـ؟ ٨

أمثلة

٢ مدرسة لديها ٣ معلمين لمادة الرياضيات و٤ لمادة اللغة الإنجليزية و٢ لمادة العلوم. باستخدام مبدأ العد، أوجد كم عدد الطرائق المختلفة لاختيار المعلمين الذين سيقومون بتدريس طالب ما المواد الثلاث.

الحل:
اضرب عدد الاختيارات لكل من المعلمين حسب التخصص.
٣ × ٤ × ٢ = ٢٤
يوجد ٢٤ طريقة مختلفة لاختيار المعلمين.

٣ ما عدد أنواع الفطائر التي يمكنك طلبها عندما تختار نوع الخبز والمكوّنات من القائمة إلى اليسار؟ استخدم مبدأ العدّ.

الحل:
عدد اختيارات أنواع الخبز × عدد اختيارات المكوّنات
٥ × ٦ = ٣٠
يتوفّر ٣٠ نوعًا من الفطائر المختلفة.

قائمة الطعام

نوع الخبز	المكونات
دقيق	لحم بقر
قمح	ديك رومي
خبز أبيض	دجاج
شوفان	جبنة
خبز أسمر	سبانخ
	خضار

حاوِل أن تحلّ

٢ قرّر صاحب المطعم من مثال (٣) أعلاه إضافة الزعتر إلى قائمة المكوّنات. كم أصبح عدد أنواع الفطائر التي يمكن أن يقدّمها المطعم؟

٣ مدرب كرة يتكون فريقه من ٤ مدافعين و٤ لاعبي وسط و(٢) مهاجمين. باستخدام مبدأ العد، أوجد عدد الطرائق المختلفة لتكوين مجموعة من ٣ لاعبين يمكن للمدرب استخدامها في هذه المواقع الثلاثة.

تحقّق من فهمك

١ في مخطط الشجرة البيانية في المثال (١)، هل يمكنك أن تحصل على عدد مختلف من النواتج لو أن الفروع كانت تمثل أنواع القماش والأغصان تمثل ألوان القبعات.

٢ صف موقفًا يكون فيه استخدام مبدأ العد أسهل من مخطط الشجرة البيانية.

١٦٦

(٧) قمصان: ٦ أنواع، ٣ قياسات، ٥ ألوان من كل نوع. كم عدد الاختيارات؟

(٨) صناديق كتب: ٣ أطوال، ارتفاعان، ٤ أنواع من الخشب. كم عدد الاختيارات؟

(٩) صاحب مطعم يقدم اختيارًا من شطيرة أو شريحة لحم أو فطيرة عند الغداء. كل وجبة غداء تشمل طبق حساء أو سلطة. ارسم مخطط الشجرة البيانية لتبيّن الوجبات الممكنة. كم عدد الاختيارات؟

(١٠) يستخدم الحاسوب حاليًّا لمعرفة ملامح المتهمين في بعض الجرائم. في أحد البرامج ٩٦ شكلًا مختلفًا لرأس الإنسان، ٤٨ شكلًا للأنف، ٧٦ شكلًا للفم، ٢٤ شكلًا للذقن. أوجد عدد الطرائق بين هذه الملامح.

(١١) **التحضير للاختبار** هناك ٤ طرقات للانتقال من المدينة أ إلى المدينة ب، وطريقان للانتقال من ب إلى جـ، وطريق واحد للانتقال من جـ إلى د. عدد الطرقات المختلفة من أ إلى ب ثم إلى جـ ثم إلى د. هو _____

(أ) ٧ (ب) ٨ (جـ) ٩ (د) ١٠

٧٥

KuwaitMath.com

إجابات «المرشد لحل المسائل»

❷ (د)

❸ يوجد نوعان من الحساء (دجاج، طماطم) ويوجد ثلاثة أنواع من الأطباق (شاورمة، قطع ديك رومي، قطع دجاج)

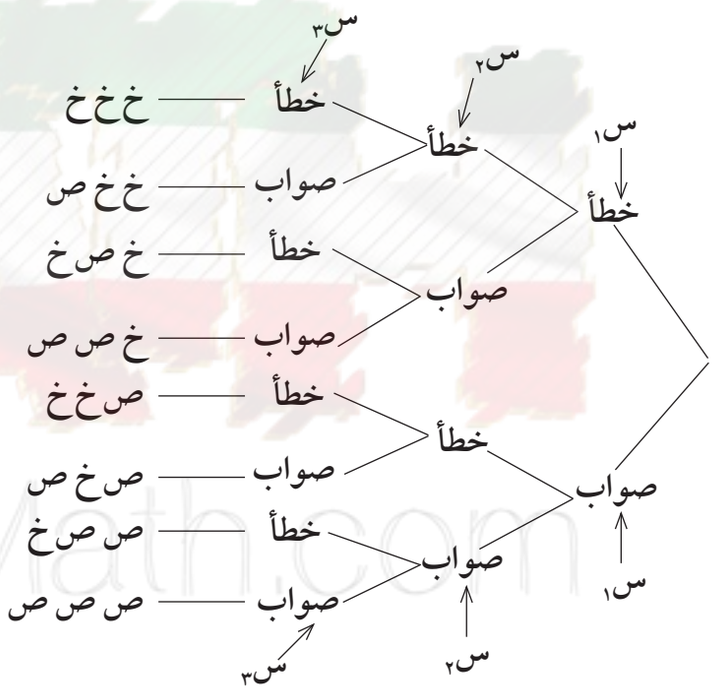
❹ عدد الوجبات: ٢ × ٣ = ٦ وجبات.

❺ مع كل طبق حساء يوجد طبق مكونات وعددها ٣ وبما أنه يوجد صنفين من الحساء فيكون عدد الوجبات الممكنة ٦ وجبات.

❻ عدد الوجبات: ٣ × ٣ = ٩ وجبات

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

❶ (أ)



عدد النواتج الممكنة ٨

(ب) ١ طريقة، ٣ طرائق، ٣ طرائق

❷ ٥ × ٣ = ١٥ طريقة ممكنة

❸ ٣ قبعات × ٢ عيون × ٣ شفاه × ٣ أحذية × ٢ أنف = ٣ × ٢ × ٣ × ٢ = ١٠٨ أشكال مختلفة

❹ (أ) عدد الطرائق للاختيار برتقالة من ثلاثة صناديق:

س × ص × ع طريقة

(ب) بعض الطرائق هي ٢ × ٣ × ٧ = ٤٢

٦ × ٧ × ١ = ٤٢

٧ × ٦ × ١ = ٤٢

٣ × ٢ × ٧ = ٤٢ ٧ × ٣ × ٢ = ٤٢

٢١ × ٢ × ١ = ٤٢ ٢ × ٢١ × ١ = ٤٢

المرشد لحل المسائل (١٠-١)

حل المسائل
افهم
خطط
حل
تحقق

يقدم أحد المطاعم خلال وجبة الغداء بعض أنواع الحساء أولًا، ثم أحد أنواع الأطباق. في يوم الاثنين كان نوع الحساء دجاجًا أو طماطم. أما أنواع الأطباق فهي قطع شاورمة أو قطع ديك رومي أو قطع دجاج.
ما عدد أنواع الوجبات المختلفة المؤلفة من صحن حساء وطبق واحد التي يمكن اختيارها من هذه القائمة في هذا اليوم؟

افهم

١ ضع خطًّا تحت المطلوب إليك إيجاده في هذه المسألة.

خطّط

٢ ما الطريقة التي تستخدمها لإيجاد عدد الطرائق الممكنة للاختيارات؟

أ قائمة منظمة. ب مخطط الشجرة البيانية.
ج مبدأ العد. د الاختيارات الثلاثة السابقة كلها ممكنة.

حلّ

٣ استخدم طريقة العد لتبيان النواتج الممكنة.

٤ كم عدد الوجبات التي يمكن اختيارها؟

تحقّق

٥ كيف يمكنك استخدام مبدأ العد للتحقق من أن جميع النواتج الممكنة قد تم عدها؟

حلّ مسألة أخرى

٦ مطعم يقدم طرائق مختلفة في الوجبة الواحدة:
أولًا: حساء دجاج أو حساء خضار أو حساء طماطم.
ثانيًا: طبق دجاج أو أرانب أو لحم.
كم عدد الوجبات المختلفة التي يمكن اختيارها؟

حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ **المنطق:** أنت تجري اختبار صواب – خطأ. في الاختبار ٣ أسئلة وطريقتان للإجابة، إما بالصواب (ص) وإما بالخطأ (خ).
أ اكتب الإمكانات للنواتج في ذلك الاختبار. كم عدد تلك النواتج؟ وما هي؟

ب يفرض أن الإجابات الصحيحة هي خ ص خ ويعني السؤال الأول خ، السؤال الثاني خ، السؤال الثالث ص. ما العدد من هذه النواتج لنحصل على ٣ إجابات صحيحة؟ إجابتين صحيحتين فقط؟ إجابة واحدة صحيحة فقط؟

٢ **الدراسات الاجتماعية:** يعد الإعلان عن طلب وظائف، تقدم ٨ أشخاص لوظيفة إدارية، ٥ أشخاص للعمل على الحاسوب، ٣ أشخاص مبرمجي حاسوب. كم عدد الطرائق المختلفة لاختيار شخص واحد لكل وظيفة؟

٣ **التفكير الناقد:** مهرج لديه ٣ قبعات أولاها خضراء والثانية صفراء والثالثة زرقاء؛ عينان بنظارات، عينان بلا نظارات، شفتان تظهر منها الأسنان، شفتان مضمومتان، شفتان مفتوحتان يظهر منهما اللسان خارجًا، زوج أحذية أخضر وزوج زهري وآخر أسود، أنفان مختلفان. كم عدد الأشكال المختلفة التي يظهر بها ذلك المهرج؟

٤ **التفكير الناقد:** لديك ثلاثة صناديق برتقال. أمامك (س) فرصة لاختيار برتقالة من الصندوق الأول، و(ص) فرصة لاختيار برتقالة من الصندوق الثاني، و(ع) فرصة لاختيار برتقالة من الصندوق الثالث.
أ ما عدد الطرائق الممكنة لاختيار ذلك البرتقال؟

ب أعط قيمًا مختلفة لـ (س)، (ص)، (ع) إذا كان هناك ٤٢ طريقة للاختيار.

إستراتيجيّات حلّ المسائل
- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يعد الطرائق التي يمكن أن تنظم بها بنودًا ما.
- يستخدم مضروبات ناتج الضرب لإيجاد عدد التراتيب.

المصطلحات الأساسية

- التباديل، مضروب

مراجعة

أوجد كل ناتج ضرب مما يأتي:

١ ١ × ٢ × ٣ = ٦

٢ ١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ = ١٢٠

٣ ١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٦ × ٧ = ٥٠٤٠

صلة الدرس دع الطلاب يناقشون مواقف يكون الترتيب فيها مهمًّا (مثل لبس القفازات والأحذية)، ومواقف لا يكون الترتيب فيها مهمًّا (مثل تسريح الشعر، وتنظيف الأسنان بالفرشاة)، ويكون التركيز في هذا الوقت على تقرير ما إذا كان الترتيب مهمًّا.

١ - التمهيد

استكشف

الغاية

يرتب الطلاب جلوسهم بطرائق مختلفة ويكتشفون كيفية استخدام مبدأ العد، من أجل عد كل الطرائق الممكنة.

التقييم المستمر

تحقق من نتائج الطلاب بعد الخطوة ٣، تأكد من أنهم قد أخذوا بعين الاعتبار كل الترتيبات الممكنة.

٢-١٠

التباديل والترتيبات
Permutations and Arrangements

صلة الدرس سبق أن تعلمت كيفية إيجاد عدد النواتج لأحداث متتالية، والآن سوف تبحث في حالات يكون فيها ترتيب الأحداث مهمًّا.

سوف تتعلّم
- عد الطرائق التي يمكن أن تنظم بها بنودًا ما.
- استخدام مضروبات ناتج الضرب لإيجاد عدد التراتيب.

من الاستخدامات
- تستخدم التباديل عند ترتيب مجموعة مختارة من الصور الفوتوغرافية في ألبوم.

المصطلحات الأساسية
- التباديل Permutation
- مضروب Factoriel

استكشف التباديل

أنت تخطط لوضع لائحة من ثلاثة أنواع من الفطائر لعرضها أمام منصة بيع الفطائر. بكم طريقة مختلفة يمكن أن تكتب أسماء الفطائر تحت بعضها في اللائحة؟

١ اكتب أسماء ثلاثة أنواع من الفطائر، كل اسم على بطاقة ورتبها بكل الطرائق الممكنة. (سوف تحتاج إلى عدة بطاقات لكل اسم).

٢ خذ البطاقات ورتبها في صورة مخطط الشجرة البيانية لتوضح كل الإمكانيات، ثم سجل نتائجك مرة أخرى وعد البطاقات.

٣ بعد أن اخترت اسم النوع الأول من الفطائر، كم اختيارًا يصبح لديك لكتابة اسم النوع الثاني؟

بعد كتابة الاسمين، كم خيارًا يتبقى لك لكتابة اسم النوع الثالث؟

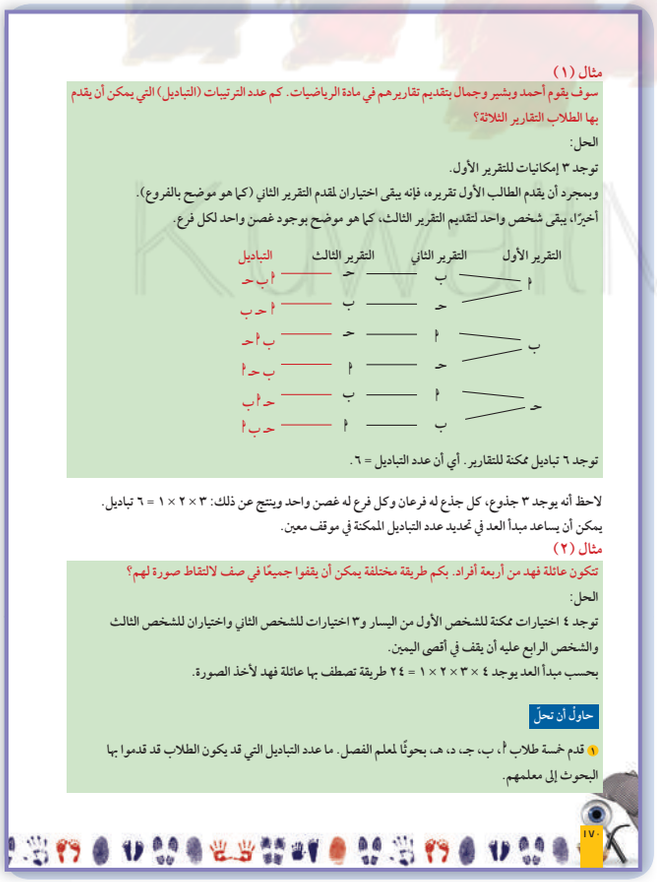
٤ كيف يختلف هذا الموقف عن الطرائق التي استكشفتها حتى الآن؟

تعلّم التباديل

عندما ترتب مجموعة من الكتب على رف ما، فإن كل كتاب تضعه يقلل من إمكانيات وضع الكتاب الذي يليه. عندما يكون من المهم ترتيب بنود ما في تنظيم معين، يمكنك تسمية كل ترتيبة **بالتبديل**.

عند إيجاد عدد **التباديل**، فإن حقيقة أن يكون لديك اختيار أقل بواحد عند كل مرحلة من القرار هو أمر مهم.

١٦٩



مثال (١)

سوف يقوم أحمد وبشير وجمال بتقديم تقاريرهم في مادة الرياضيات. كم عدد الترتيبات (التباديل) التي يمكن أن يقدم بها الطلاب التقارير الثلاثة؟

الحل:

توجد ٣ إمكانيات للتقرير الأول.

وبمجرد أن يقدم الطالب الأول تقريره، فإنه يبقى اختياران لمقدم التقرير الثاني (كما هو موضح بالفروع).

أخيرًا، يبقى شخص واحد لتقديم التقرير الثالث، كما هو موضح بوجود غصن واحد لكل فرع.

التقرير الأول	التقرير الثاني	التقرير الثالث	التباديل
أ	ب	حـ	أ ب حـ
	حـ	ب	أ حـ ب
ب	أ	حـ	ب أ حـ
	حـ	أ	ب حـ أ
حـ	أ	ب	حـ أ ب
	ب	أ	حـ ب أ

توجد ٦ تباديل ممكنة للتقارير. أي أن عدد التباديل = ٦.

لاحظ أنه يوجد ٣ جذوع، كل جذع له فرعان وكل فرع له غصن واحد وينتج عن ذلك: ٣ × ٢ × ١ = ٦ تباديل.

يمكن أن يساعد مبدأ العد في تحديد عدد التباديل الممكنة في موقف معين.

مثال (٢)

تتكون عائلة فهد من أربعة أفراد. بكم طريقة مختلفة يمكن أن يقفوا جميعًا في صف لالتقاط صورة لهم؟

الحل:

توجد ٤ اختيارات ممكنة للشخص الأول من اليسار و٣ اختيارات للشخص الثاني واختياران للشخص الثالث والشخص الرابع عليه أن يقف في أقصى اليمين.

بحسب مبدأ العد يوجد ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٢٤ طريقة تصطف بها عائلة فهد لأخذ الصورة.

حاول أن تحل

١ قدم خمسة طلاب أ، ب، جـ، د، هـ، بحوثًا لمعلم الفصل. ما عدد التباديل التي قد يكون الطلاب قد قدموا بها البحوث إلى معلمهم.

١٧٠

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

توقع بعدد طرائق وقوف ٦ طلاب، ٧ طلاب في صف واحد. ٧٢٠، ٥٠٤٠ .

ناقش مع الطلاب كيف يمكن تطبيق مبدأ العد في النشاط «استكشف».

إجابات «استكشف»

١ -٤ تتنوع الإجابات بحسب اختيار الطلاب لأنواع الفطائر.

٢ - التعليم

تعلم

قد ترغب في استخدام الآلة الحاسبة البيانية مع مثال ٣

وعند دراسة التباديل، فليس من الغريب أخذ تعبير مثل $\frac{!٤}{!(٠)} = ٢٤$، مثلًا عدد طرائق اختيار ٤ أشياء وترتيبها من مجموعة ٤ أشياء هي $\frac{!٤}{!(٤-٤)}$ ولكي نحصل على $\frac{!٤}{!٠}$ النتيجة ٢٤ فيلزم تعريف ! ٠ = ١ .

أمثلة بديلة

١ يوجد ٨ حارات لمنافسات السباحة، فإذا وضع أمهر ٣ سباحين في الحارات ٣، ٤، ٥، فبكم طريقة يمكن وضع الخمسة سباحين الآخرين في باقي الحارات؟

يوجد ٥ حارات لأحد الخمسة، فإذا وضع بحارة ما يتبقى ٤ حارات يوضع التالي في إحداها، ويتبقى ٣ حارات بوضع الثالث في إحداها،...وهكذا وبمبدأ العد يكون مجموع الاختيارات هو $٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ١٢٠$

يوجد ١٢٠ طريقة لوضع الـ٥ سباحين الباقين في باقي الحارات.

٢ في استفتاء مدرسي سئل الطلاب أن يرتبوا ٦ فرق رياضية من الفرق الأكثر شعبية

(أ) بكم طريقة يمكن ترتيب الفرق؟

$!٦ = ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٧٢٠$

يوجد ٧٢٠ طريقة مختلفة لترتيب الفرق.

(ب) بكم طريقة يمكن ترتيب أكثر فريقين من الـ٦؟

نريد فقط اختيار وترتيب ٢ من ٦، فلا نحتاج إلى ترتيب الـ٤ الباقية، نقسم على عدد طرائق ترتيب الأربعة

$\frac{!٦}{!٤} = \frac{٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}{٤ \times ٣ \times ٢ \times ١} = ٦ \times ٥ = ٣٠$

يوجد ٣٠ طريقة لترتيب أفضل فريقين

٣ مع أحد المدربين ٩ لاعبين يتدربون استعدادًا لمسابقات فردية، بكم طريقة يمكنه اختيار وترتيب التدريب:

(أ) ٣ لاعبين؟

باختيار ٣ يترك ٦ لاعبين:

$٩ \times ٨ \times ٧ = ٥٠٤$

(ب) ٤ لاعبين؟

باختيار ٤ يترك ٥ لاعبين:

$٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ = ٣٠٢٤$

يوجد ٣٠٢٤ طريقة لاختيار وترتيب ٤ لاعبين.

هل لاحظت نمطًا معينًا في عمليات الضرب في المثالين (١)، (٢)؟
العوامل تتناقص بمقدار ١ في كل مرة، وذلك لأنه في كل خطوة يقل عدد الاختيارات بمقدار ١ .
هناك طريقة أخرى لكتابة $٤ \times ٣ \times ٢ \times ١$ وهي ٤! ونقرأ مضروب ٤ .

الرمز! يدل على كلمة «مضروب».

ن! = ن × (ن − ١) × (ن − ٢) × .... × ٣ × ٢ × ١ حيث ن ∈ صـ*

مثال (٣)

أوجد:

١ ٥!

الحل: ٥! = ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ١٢٠

٢ ٦!

الحل: ٦! = ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٧٢٠

٣ ٨!

الحل: ٨! = ٨ × ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٤٠٣٢٠

حاول أن تحلّ

٢ أوجد:

١ ٤! ٢ ١٠! ٣ ١! ٤ ٧!

مثال (٤)

كم عددًا مكونًا رمزه من أربعة أرقام مختلفة يمكن تكوينه باستخدام الأرقام ٢، ٣، ٥، ٦.

الحل:

توجد ٤ إمكانيات (٢، ٣، ٥، ٦) للرقم الأول.

افرض أنك اخترت ٥ للرقم الأول. ٥...

يبقى ٣ إمكانيات للرقم الثاني وهي: ٢، ٣، ٦.

إذا اخترت ٢ للرقم الثاني، فإنه يتبقى إمكانيتان للرقم الثالث وهما: ٣، ٦.

إذا اخترت ٦ للرقم الثالث يصبح فرضًا الرقم الرابع هو ٣. ٢٥..

عدد الأعداد المختلفة = ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٢٤ عددًا. ٣٦٢٥

حاول أن تحلّ

٣ كم كلمة مكونة من خمسة حروف مختلفة (ذات معنى أو غير ذلك) يمكن تأليفها باستخدام الحروف: أ، ب، جـ، د، هـ؟

مثال (٥)

شملان (ش)، فواز (ف)، صالح (ص) وماجد (م) أربعة أصدقاء أرادوا التقاط صورهم مثنى مثنى على أن يكون في كل صورة تبديل لكل صديقين بين اليمين واليسار.

ما عدد الصور التي يمكن الحصول عليها؟

فكرة مفيدة للمذاكرة

لكي تتذكر معنى «مضروب» ابدأ بالعدد يجانب رمز المضروب، ثم اضربه في العدد الذي يسبقه واستمر في ذلك حتى تصل إلى الواحد الكلّي. مثلا مضروب ٤ يعني العدد ٤ مضروبًا في كل الأعداد السابقة له حتى الواحد الكلّي.

١٧١

(جـ) ٥ لاعبين؟

باختيار ٥ يترك ٤ لاعبين :

٩ × ٨ × ٧ × ٦ × ٥ = ١٥١٢٠

يوجد ١٥١٢٠ طريقة لاختيار ٥ لاعبين

إجابات «حاول أن تحل»

١ ١٢٠

٢ (أ) ٢٤

(ب) ٣٦٢٨٨٠٠

(جـ) ١

(د) ٥٠٤٠

٣ ١٢٠

٤ ٩ × ٨ × ٧ × ٦ = ٣٠٢٤

عدد لوحات التراخيص هو ٣٠٢٤

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

إجابات «تحقق من فهمك»

١ ٢! = ٢ × ١ = ٢

٣! = ٣ × ٢ × ١ = ٦

٤! = ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٢٤

٥! = ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ١٢٠

٦! = ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٧٢٠

عندما يزداد العدد في المضروب نستخدم الضرب بالعدد الأكبر وهكذا.

٢ عند ترتيب عنصر واحد يتناقص العدد بمقدار واحد ولا يمكن استخدامه لاحقًا في الترتيب وهكذا يتناقص العدد بمقدار ١ عند كل خطوة في عملية الترتيب.

تقييم بديل

اجعل الطلاب يضعون إجاباتهم في ملفات أدائهم عن بعض التمارين المهمة مثل: تنظيم كل الترتيبات الممكنة، فهم رمز المضروب، إيجاد عدد طرائق واختيار وترتيب ر شيئًا من ن شيئًا، وتحديد ما إذا كان الترتيب مهمًا.

الحل:

الطريقة الأولى:

باستخدم مخطط الشجرة البيانية.

نلاحظ أنه يمكن التقاط ١٢ صورة لكل زوج من الأصدقاء

الأربعةعلى سبيل المثال (شملان، فواز) – (فواز، شملان)...

الطريقة الثانية:

باستخدام التباديل

عند التقاط الصورة هناك مكانين المكان الأول ينشغل بـ ٤ طرائق

والمكان الثاني ينشغل بـ ٣ طرائق

عدد الصور = ٤×٣

= ١٢ صورة

مثال (٦)

تستخدم إحدى المدن لوحات ترخيص للدراجات تحتوي على عدد مكون من ٣ أرقام مختلفة للوحة.

(وباستخدام الأرقام من ١ إلى ٩). يريد المدير المسؤول عن تنظيم الدراجات أن يعرف عدد لوحات التراخيص التي يمكن إصدارها.

الحل:

توجد ٩ إمكانيات (١ – ٩) للرقم الأول. افترض أنك اخترت ٧ للرقم الأول.

و توجد ٨ إمكانيات للرقم الثاني هي: ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٨، ٩. إذا اخترت ٤ للرقم الثاني

وتوجد ٧ إمكانيات للرقم الثالث هي: ١، ٢، ٣، ٥، ٦، ٨، ٩.

بمجرد اختيارك الرقم الثالث تكون قد حصلت على أرقام لوحة الترخيص.

يوجد : ٩ × ٨ × ٧ = ٥٠٤ أعداد مختلفة للتراخيص.

حاول أن تحلّ

٤ وجد المدير المسؤول عن مرور الدراجات في المدينة (مثال ٦) أن ٥٠٤ تراخيص غير كافية للمدينة، فقرر استخدام أعداد مكونة من ٤ أرقام مختلفة. كم عدد لوحات التراخيص الناتجة؟

فكرة مفيدة

يوجد في العديد من الآلات الحاسبة مفتاح للمضروب، عادة يكون !، لإيجاد ٦!، أدخل ٦ ثم اضغط !.

تحقق من فهمك

١ أوجد ٢!، ٣!، ٤!، ٥!، ٦! ولاحظ كيف يزداد ناتج المضروب مع زيادة العدد. لماذا تعتقد أن النواتج تزداد بهذه السرعة؟

٢ اشرح لماذا عندما ترتب مجموعة من العناصر، يتناقص عدد الإمكانيات في عملية الترتيب بمقدار ١ عند كل خطوة.

١٧٣

اختبار سريع

١ اكتب كل الأعداد ذات ٣ أرقام باستخدام الأرقام ٤، ٧، ٩.

٤٧٩، ٤٩٧، ٧٤٩، ٧٩٤، ٩٤٧، ٩٧٤

٢ احسب $\frac{٨!}{٥!}$ ٣٣٦

٣ يوجد ٩ طلاب مرشحين لاتحاد الطلاب، يوجد ٤ مناصب مختلفة، بكم طريقة يمكن اختيارهم؟ ٣٠٢٤

KuwaitMath.com

إجابات «المرشد لحل المسائل»

١ إكمال جدول يمثل ص = س!

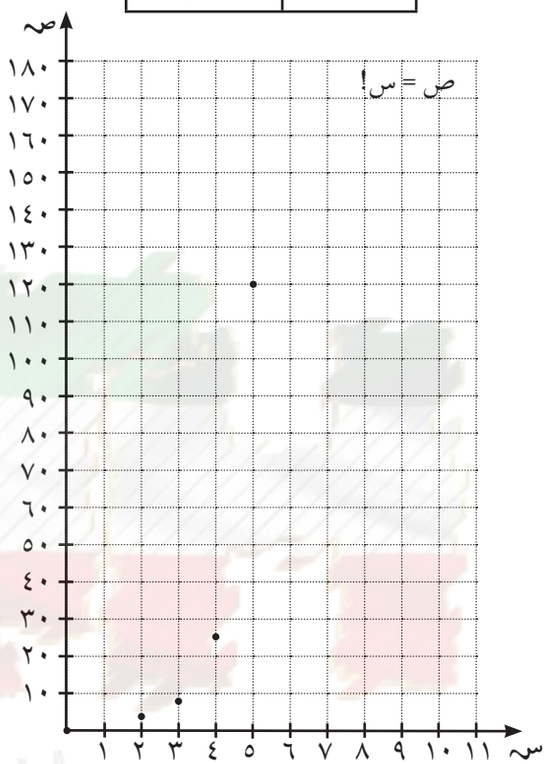
٢ (ب)

٣

س	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
ص = س!	٢	٦	٢٤	١٢٠	٧٢٠	٥٠٤٠	٤٠٣٢٠

٩	١٠
٣٦٢٨٨٠	٣٦٢٨٨٠٠

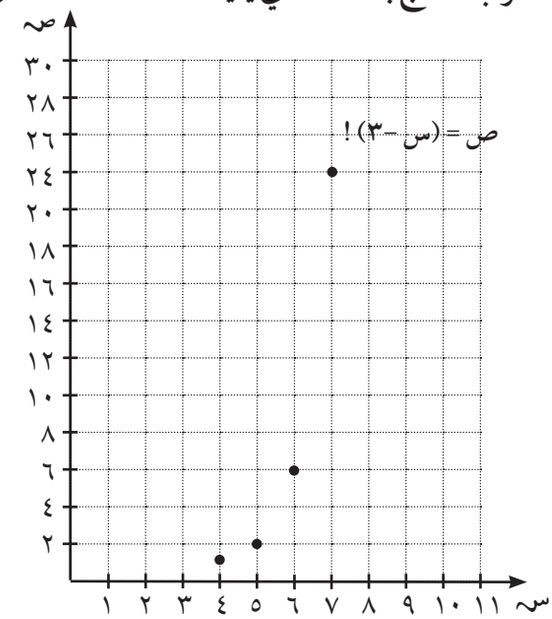
٤



٥ يكون التزايد في البداية بطيئًا ثم يصبح سريعًا جدًّا عند ٥!

٦ نضرب الناتج بالعدد الذي يليه مثلًا ٧! = ٦! × ٧ وهكذا.

٧



لا يوجد مقارنة

المرشد لحل المسائل (١٠-٢)

حل المسائل: افهم، خطط، حل، تحقق

أكمل الجدول التالي الذي يمثل المعادلة ص = س!، ثم ارسم الشكل البياني للنتائج. ماذا تلاحظ على زيادة نواتج المضروب؟

س	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
ص = س!									

افهم

١ ما المطلوب إليك إيجاده في المسألة؟

خطّط

٢ ما الذي تحتاج إليه لإيجاد س!؟

١ جمع كل الأعداد الكلية من ١ إلى س.

ب ضرب جميع هذه الأعداد من ١ إلى س.

حلّ

٣ اكتب ناتج كل مضروب في الجدول.

٤ ارسم مخططًا بيانيًّا للنواتج على شبكة المربعات.

٥ ماذا تلاحظ بالنسبة إلى زيادة المضروب؟

تحقّق

٦ ما النمط الذي تلاحظه ويساعدك في التحقق من المضروب؟

حلّ مسألة أخرى

٧ على شبكة المربعات، ارسم المنحنى الذي يمثل المعادلة ص = (س – ٣)! مستخدمًا قيم س من ٤ إلى ٧.
هل المخطط الذي رسمته للمنحنى يمكن مقارنته بالمخطط الموجود سابقًا؟

١٧٣

تمرّن ٢-١٠

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

التباديل والترتيبات
Permutations and Arrangements

تدرب وطبق

(١) ابدأ في يوم الجمعة عليك أن تقوم بالأنشطة الأربعة: التسوق، تناول طعام الغداء، الاتصال بأحد الأصدقاء، مشاهدة أحد الأفلام. اتبع الخطوات التالية لتحديد عدد الطرائق المختلفة للقيام بهذه الأنشطة:

(أ) ما عدد طرائق الاختيار للقيام بأحد هذه الأنشطة؟ _____

(ب) بعد إجراء النشاط الأول، ما عدد الطرائق المختلفة للقيام بالنشاط الثاني؟ _____

(جـ) أوجد عدد طرائق الاختيار المتبقية للقيام بالنشاط الثالث. _____

(د) أوجد عدد طرائق الاختيار المتبقية للقيام بالنشاط الرابع. _____

(هـ) اضرب الإجابة التي حصلت عليها في أ، ب، جـ، د لإيجاد عدد الطرائق المختلفة للقيام بهذه الأنشطة. _____

احسب بالعمليات: أوجد ناتج كل مما يلي:

(٢) ٣! = _____ (٣) ٧! = _____

(٤) ١١! = _____ (٥) ٩! = _____

(٦) **المستهلك:** اتخذ خالد ٤ أرقام سرية لفتح الحاسوب. إذا كان اختياره لأرقام مختلفة من ١ إلى ٦، فأوجد عدد الطرائق المختلفة في اختيار ذلك الرقم السري. _____

(٧) كم عددًا مكوّنًا من أربعة أرقام يمكن تكوينه من ١ إلى ٥ إذا كان:

(أ) يمكن تكرار الأرقام. _____

(ب) لا يمكن تكرار الأرقام. _____

(٨) في مزرعة أرانب يلزم وضع ٦ أرانب في ٦ أقفاص. بكم طريقة يمكن عمل ذلك بحيث يكون أرنب واحد في كل قفص؟ _____

(٩) **التحضير للاختبار** عدد طرائق اختيار عدد مكوّن من ٤ أرقام من ١ إلى ٩ مع عدم تكرار أي من هذه الأرقام؟ _____

(أ) ١٠ (ب) ٣٠٢٤ (جـ) ٥٠٤٠ (د) ٣٦٢٨٨٠

٧٦

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

١ ٤! = ٢٤

٢ (يابان، إثيوبيا، روسيا)

(يابان، روسيا، إثيوبيا)

(إثيوبيا، روسيا، يابان)

(إثيوبيا، يابان، روسيا)

(روسيا، إثيوبيا، يابان)

(روسيا، يابان، إثيوبيا)

٣ عدد الطرائق الممكنة:

٣ × ٤ = ١٢ طريقة

٤ (أ) ٢٤

(ب) ٢٤

(جـ) ١٦

(د) ١٦ × ٩ × ٤ × ١ = ٥٧٦

٥ (أ) ١٥!

(ب) ٢٢!

٦ أ ب جـ د، أ ب د جـ، أ جـ ب د، أ جـ د ب، أ د جـ ب، ...

يوجد ٢٤ ترتيبًا.

حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ **حل المسائل**: وجد مخبر سري أن آثار الجريمة من الممكن أن تكشف الفاعل عن طريق بصمات اليدين أو عن طريق آثار الأقدام أو جمع بعض عينات من الشعر أو جمع بعض عينات من الثياب. بكم طريقة يمكن أن يُؤدّي ذلك العمل؟

٢ **الرياضة**: في أولمبياد عام ١٩٩٦، في نتيجة سباق الجري للسيدات، كانت الميداليات إما ذهبية أو فضية أو برونزية، وكانت الفائزات الأوليات من اليابان، ومن إثيوبيا، ومن روسيا (ليس بهذا الترتيب).
نظم قائمة بالنواتج الممكنة لإنهاء هذا السباق.

٣ في اتحاد طلاب المدرسة، قرر خالد وجاسم تصميم علم المدرسة، بحيث يتكوّن من ثلاث قطع أفقية. وكان اختيارهم للقطع من الأخضر، والأبيض، والأحمر، والأصفر.
كم عدد الطرائق الممكنة لتصميم هذا العلم من هذه القطع، بحيث تكون القطع كلها من ألوان مختلفة؟ (لاحظ أن العلم من الألوان أخضر، أبيض، أحمر مختلف عن العلم من الألوان أحمر، أبيض، أخضر).

٤ **اختر طريقة الحل**: ٤ رجال و٤ نساء يعملون في أحد المراكز التجارية. ويشترط وجود رجل وامرأة في كل مكان للبيع.
أ ما عدد الإمكانات المختلفة المرتبة لـ (٤) رجال؟
ب ما عدد الإمكانات المختلفة المرتبة لـ (٤) نساء؟
جـ ما عدد الأزواج المرتبة المختلفة لرجل وامرأة والتي يمكن عملها؟
د ما الإمكانات المختلفة لـ (٤) أزواج مرتبة من رجال ونساء في المركز؟

٥ **العلوم**: يسير عدد كبير من الحيوانات في قطيع من صف واحد، أوجد عدد الطرائق التي تسير بها القطعان ذات الأعداد التالية:
أ في قطيع من الأغنام عدده ١٥.
ب في قطيع من الأبقار عدده ٢٢.

٦ اذكر جميع الطرائق المختلفة لترتيب الحروف أ، ب، جـ، د من دون تكرارها.

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

KuwaitMath.com

٣-١٠

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يحسب عدد الطرائق لاختيار بعض العناصر من بين مجموعة أكبر عندما لا يكون الترتيب أمرًا مهمًّا.

المصطلحات الأساسية

- التوافيق

مراجعة

اكتب رمز العدد

❶ إذا كان لديك ٤ من الزهور: ورد، بنفسج، فل ياسمين، اذكر عدد الطرائق المختلفة لاختيار ثلاث منها لوضعها في زهرية. ورد بنفسج فل، ورد بنفسج ياسمين، ورد فل ياسمين، بنفسج فل ياسمين، عدد الطرائق = ٤

❷ هل أثر الترتيب في وضع الزهور في الزهرية؟ لا

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

يستخدم الطلاب البطاقات لعمل التوافيق المختلفة لكتابة دولتين.

التقييم المستمر

تأكد من أن الطلاب لا يستخدمون التراتيب في حل المسألة.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

اكتب الطرائق المختلفة لكتابة مجموعات كل منها يتكون من ثلاث دول: س، ك، ث، هـ، ت، بدون مراعاة الترتيب.

س ك ث، س ك هـ، س ك ت، س ث هـ، س ث ت، س هـ ت، ك ث هـ، ك هـ ت، ث هـ ت، ك ث ت.

٣-١٠

اختيار مجموعة
Choosing a Group

صلة الدرس سبق أن وجدت عدد التباديل حيث يكون ترتيب مجموعة من العناصر مهمًّا، والآن سوف تستكشف طرائق حساب عددها لاختيار أشياء يكون الترتيب فيها أمرًا غير مهم.

استكشف | اختيار مجموعة

تريد اختيار دولتين من بين الدول المبينة في الجدول لكتابة تقرير عن المياه الداخلية فيها. (يعتمد الاختصار المبيّن في الجدول).

❶ ضع لائحة لدولتين بحيث تكون إحداها أستراليا (س).

❷ أكمل الجدول باختيار دولتين من الدول بحيث تكون إحداها كندا (ك). لا تكتب "ك، س" لأنه سبقت كتابتها في ١.

❸ ❶ أكمل باختيار دولتين بحيث تكون إحداها إثيوبيا.

ما الدولتان المتبقيتان التي لا تعيد كتابتها؟

❹ ما الدولتان المتبقيتان؟

❺ ما العدد الكلي لمجموعات الدول التي اخترتها؟

الدولة	المساحة المائية (كم²)
أستراليا (س)	٦٨ ٩٢٠
كندا (ك)	٧٥٥ ١٧٤
إثيوبيا (ث)	١٢٠ ٩٠١
الهند (هـ)	٣١٤ ٤٠٢
تنزانيا (ت)	٥٩ ٠٤٩

سوف تتعلّم
- كيف تحسب عدد الطرائق لاختيار بعض العناصر من بين مجموعة أكبر عندما لا يكون الترتيب أمرًا مهمًّا.

من الاستخدامات
- يختار المدربون التوافيق عندما يبدأون في تشكيل فريق.

المصطلحات الأساسية
- التوافيق Combination

تعلّم | اختيار مجموعة

عندما قمت بحل مسائل تتضمن تباديل، كنت تهتم بترتيب العناصر. الآن سوف تحسب عدد الطرائق التي يمكن أن تختار بها بضعة عناصر من بين مجموعة أكبر. الترتيب في هذه الحالة ليس مهمًّا.

إن اختيار مجموعة من العناصر حيث لا يكون الترتيب مهمًّا في الاختيار يسمى توفيقة. "س، ك" أو "أستراليا، كندا" هو نفسه "ك، س" أو "كندا، أستراليا" لأن ترتيب العناصر غير مهم. بينما العدد الذي رمزه ٣٧ يختلف عن العدد الذي رمزه ٧٣ لأن ترتيب العناصر مهم.

١٧٥

إجابات «استكشف»

❶ س ك، س ث، س هـ، س ت

❷ ك ث، ك هـ، ك ت

❸ أ- ث هـ، ث ت

ب- س، ك

❹ هـ، ت

❺ ١٠

KuwaitMath.com

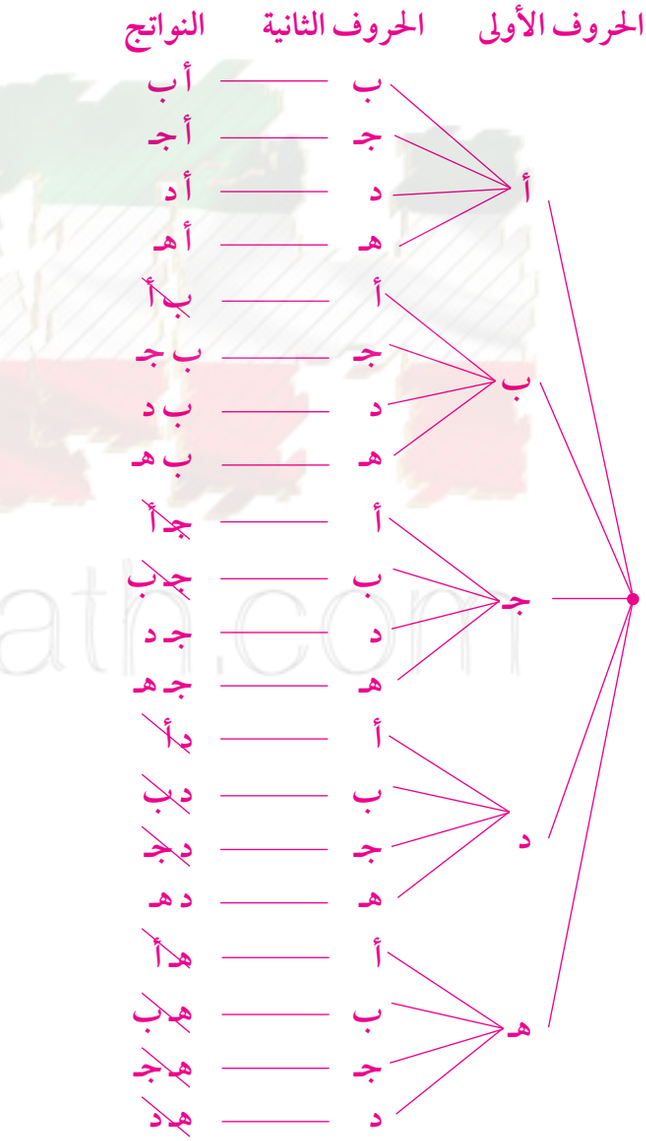
٢ - التعليم

تعلم

أمثلة بديلة

❶ أوجد عدد الطرائق المختلفة لاختيار زوج من الحروف أ، ب، جـ، د، هـ

يوجد ١٠ طرائق مختلفة لتكوين مجموعات من أزواج الحروف بدون مراعاة الترتيب أ ب، أ جـ، أ د، أ هـ، ب جـ، ب د، ب هـ، جـ د، جـ هـ، د هـ.



أمثلة

❶ في مشهد إحدى الجرائم، جمع المخبر ثلاث عينات من القماش أ، ب، حـ. قام معمل الطب الشرعي بتحليل عينتين فقط قبل تحويل المتهمين للمحكمة. كم زوجًا مختلفًا من العينات يمكن تحليله؟ ما هي هذه الأزواج؟

الحل:
يمكنك استخدام مخطط الشجرة البيانية للإجابة عن السؤال.
توجد ٦ نواتج مدونة أسفل مخطط الشجرة البيانية. مع ذلك، فإن النواتج المشطوبة مكررة مع النواتج غير المشطوبة.
توجد ٣ نواتج مختلفة من العينات التي يمكن تحليلها، وهي:
أ ب، أ حـ، ب حـ.
أي أن عدد التوافيق = ٣

❷ يوجد ٤ مرشحين لثلاث وظائف وهم: فيصل، كامل، أحمد، خليفة. كم عدد التوافيق (الطرائق) المختلفة التي يمكن بها اختيار ثلاثة أشخاص من أربعة مرشحين؟

الحل:
يمكنك أن تنظّم قائمة لكل الإجابات الممكنة للإجابة عن السؤال.
أوّلًا، أوجد كل الاختيارات التي تشمل فيصل. تأكد من أن تسجل كل إمكانيات المرشحين الآخرين ف ك أ، ف ك خ، ف أ خ، ثم أوجد كل الاختيارات التي لا تشمل فيصل، حيث إنه يوجد ٣ مرشحين آخرين، لذلك فإنه توجد إمكانية أخرى واحدة، هي ك أ خ.
أي أنه توجد ٤ طرائق مختلفة لاختيار ٣ أشخاص.
أي أن عدد التوافيق = ٤.

حاول أن تحل

❶ افترض أنه يمكنك اختيار مقررين من ثلاثة مقررات اختيارية هي: التربية الفنية، التربية الموسيقية، التربية البدنية. كم اختيارًا يكون لديك؟
في المثال (٢)، افترض أن هناك مرشحًا خامسًا واسمه علي. كم عدد التوافيق لاختيار ٣ من ٥ أشخاص مرشحين؟

تحقق من فهمك

❶ كيف تختلف التوافيق عن التباديل؟
❷ كيف يمكن أن تساعدك كتابة قائمة في إيجاد كل التوافيق الممكنة لموقف معين؟ ما الذي تحتاج إلى تذكره عند كتابة التوافيق؟

التواصل والتداخل بالأدب
إن شخصية شارلوك هولمز المخبر الشهير التي أبدعها الكاتب آرثر كونان دويل، أدت إلى انتشار وشيوع ما يسمى علم الجريمة بين الناس.

التحضير للاختبار
عندما تتحقق من إجابتك عن مسألة ما تتضمن توافيق، تأكد من إلغاء الإمكانيات التي هي عبارة عن تكرار لبعضها بعضًا.

١٧٦

❷ محمد، أحمد، خالد، مجدي، نبيل، حصلوا على مراكز في سباق الجري في المدرسة. بكم طريقة يمكن اختيار ٤ طلاب من الخمسة لكتابة أسمائهم في مجلة المدرسة؟

لتنظيم قائمة من الأسماء، أولًا ضمّن الاختيارات في الخطوة الأولى اختيار محمد.

محمد أحمد خالد مجدي، محمد أحمد مجدي نبيل، محمد خالد مجدي نبيل.

في الخطوة الثانية سنبعد (محمد): أحمد، خالد، مجدي، نبيل استخدم الفكرة نفسها لإنهاء الثالثة ولا يوجد أي إمكانيات أخرى.

توجد ٥ طرائق مختلفة لاختيار ٤ طلاب.

إجابات «حاول أن تحل»

❶ (أ) ٣

(ب) ١٠

KuwaitMath.com

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

هل قام الطلاب بعمل الشجرة البيانية في تحقيق عدد التوافقات المختلفة في مثال ٢؟

إجابات «تحقق من فهمك»

❶ في التوافيق، الترتيب ليس له معنى. أ ب هي نفسها ب أ. في التباديل الترتيب يجعل هناك فرقًا بين أ ب، ب أ.

❷ لتنظيم قائمة عليك التأكد من أنك قد قمت بعد جميع الإمكانيات. ابدأ القائمة بجميع الإمكانيات التي تضم واحدًا من الأشياء ثم اكتب في القائمة جميع الإمكانيات لباقي الأشياء، وكرر العمل.

تقييم بديل

التقييم الذاتي: على الطلاب وصف الفرق بين التوافيق والتباديل مع إعطاء أمثلة لكل منهما.

اختبار سريع

في صنع العجة توضح مكونات عدة منها: الجبن، البطاطس، الطماطم، البصل، البقدونس. بكم طريقة يمكن صنع طبق من العجة يحوي:

❶ ٤ من المكونات؟ ٥

❷ ٣ من المكونات؟ ١٠

❸ ٢ من المكونات؟ ١٠

❹ ١ من المكونات؟ ٥

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

تمرّن ٣-١٠

اختيار مجموعة
Choosing a Group

تدرب وطبق

(١) ابدأ في لعبة الكراسي الموسيقية يقوم جاسم وخالد ومحمد بالجري للجلوس على مقعدين. اتبع الخطوات التالية لإيجاد عدد الطرائق المختلفة للجلوس على مقعدين.

(أ) اكتب جميع المجموعات الثنائية التي تحتوي على جاسم مع ملاحظة أننا لا نراعي الترتيب.

(ب) اكتب جميع المجموعات الثنائية التي لا تحتوي على جاسم. تذكر مرة ثانية أننا لا نراعي الترتيب.

(جـ) النتائج في أ، ب تعطي قائمة كاملة لعدد الطرائق المختلفة. كم عدد الطرائق المختلفة؟

قرّر ما إذا كان الترتيب ضروريًا في كل موقف أم لا.

(٢) اختيار ٤ أسطوانات مدمجة من ١٠٠ أسطوانة مدمجة.

(٣) اختيار أرقام لفتح جهاز إنذار.

(٤) جلوس طلاب في الفصل.

لتحضير أحد أنواع الفطائر حسب الطلب يلزم وضع، أربعة أنواع من منكهات الطعام التالية: فلفل، بصل، طماطم، تونة. ما عدد الطرائق المختلفة لاختيار:

(٥) اثنان من منكهات الطعام.

(٦) ثلاثة من منكهات الطعام.

(٧) أربعة من منكهات الطعام.

(٨) مخبرون سريون أرقامهم ٠٠١، ٠٠٢، ٠٠٣، ٠٠٤، ٠٠٥ طلب رئيسهم إرسال اثنين منهم. ما عدد الطرائق المختلفة لإرسال اثنين منهم.

(٩) ذهبت مع بعض أصدقائك إلى مطعم صيني يقدم ٦ أطباق. كم طريقة يمكن أن تختار فيها ٣ من هذه الأطباق للمشاركة مع أصدقائك؟

(١٠) في أحد الاختبارات، المطلوب الإجابة عن سؤالين من أربعة أسئلة. بكم طريقة يمكنك أن تختار سؤالين للإجابة؟

(١١) للتحضير للاختبار عدد الطرائق المختلفة لاختيار كتابين من ٥ كتب هو:

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ٢٠ (د) ٥٠

٧٧

مراجعة الوحدة العاشرة (أ)

(١) لدى أحمد ثلاث قمصان: حمراء وبيضاء وسوداء. لديه أيضًا بنطالان: أبيض وأسود. ارسم مخطط الشجرة البيانية الذي يوضح الأطقم المختلفة التي يمكن أن يرتديها أحمد.

(٢) مطعم يقدم ٥ أنواع من المقبلات وستة أنواع من الشطائر وثلاثة أنواع من الحلوى في قائمة طعام الغداء. عدد الاختيارات التي يقدمها المطعم لوجبة الغداء هو:

(أ) ٣٠ (ب) ١٥ (جـ) ١٤ (د) ٩٠

(٣) عدد ترتيبات الحروف المختلفة التي يمكن أن تتكون من أربعة حروف في سطر يحتوي على ثمانية حروف مختلفة شرط عدم تكرار أي حرف هو:

(أ) ١٦٨٠ (ب) ٢٤ (جـ) ٨ (د) ٣٢

(٤) احسب ٦!

(٥) كم عدد الطرائق التي يمكن أن يتم بواسطتها اختيار طالبين من ٨ طلاب؟

(٦) في مشتل يمكن للمستهلكين أن يختاروا ٣ أنواع من ٥ أنواع من النباتات. كم عدد طرائق الاختيار؟

(٧) عدد رخص القيادة المختلفة التي تتألف أرقامها من ٣ أرقام، والتي يمكن تكوين أرقامها من (١-٩) من دون تكرار أي رقم منها هو:

(أ) ٩ (ب) ٦ (جـ) ٨٤ (د) ٥٠٤

(٨) عدد الطرائق التي يمكن أن يختار بواسطتها الطلاب كتابين من على رف مكتبة يحتوي على ثلاثة كتب هو:

(أ) ٩ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٢

٧٨

KuwaitMath.com

إجابات «المرشد لحل المسائل»

١ نوع ١، أو نوعين ٢، أو ثلاثة أنواع أو أربعة أنواع.

٢ موز، برتقال، فراولة، تفاح.

٣ م، ب، ف، ت.

٤ م–ب، م–ف، م–ت، ب–ف، ب–ت، ف–ت.

٥ م–ب–ف، م–ب–ت، م–ف–ت، ب–ف–ت.

٦ م–ب–ف–ت.

٧ ١٥ طريقة.

٨ أوجد عدد الطرائق الممكنة واحذف المتكرر منها وذلك باستخدام الشجرة البيانية.

٩ طرائق مختلفة: ب، ر، ش، ب–ر، ر–ش، ب–ش، ب–ر–ش.

«حل المسائل والتفكير المنطقي»

١ ٢٠

٢ ١٠

٣ ١٠

٤ (أ) ٢٠

(ب) ١٢٠

(جـ) العدد في ب كبير لأنه في ب روعي الترتيب

المرشد لحل المسائل (١٠-٣)

حل المسائل
افهم
خطط
حل
تحقق

افرض أنه يمكنك اختيار ١ أو ٢ أو ٣ أو ٤ من أنواع الفاكهة التالية: موز، برتقال، فراولة، تفاح. كم عدد السلطات المختلفة التي يمكن تكوينها من الفاكهة؟

افهم

١ كم عدد الفاكهة التي يمكنك اختيارها؟

٢ اذكر أسماء الفاكهة التي يمكنك اختيارها؟

خطّط

٣ اذكر الإمكانات المختلفة لاختيار فاكهة واحدة. ارمز لـ موز بـ (م)، برتقال بـ (ب)، فراولة بـ (ف)، تفاح بـ (ت).

٤ اذكر الإمكانات المختلفة للاختيار إذا كان الاختيار لاثنتين من الفاكهة.

٥ اذكر الإمكانات المختلفة للاختيار إذا كان الاختيار لـ ٣ حبات فاكهة.

٦ اذكر الإمكانات المختلفة للاختيار إذا كان الاختيار لـ ٤ حبات فاكهة.

حلّ

٧ كم عدد طرائق الاختيار المختلفة؟

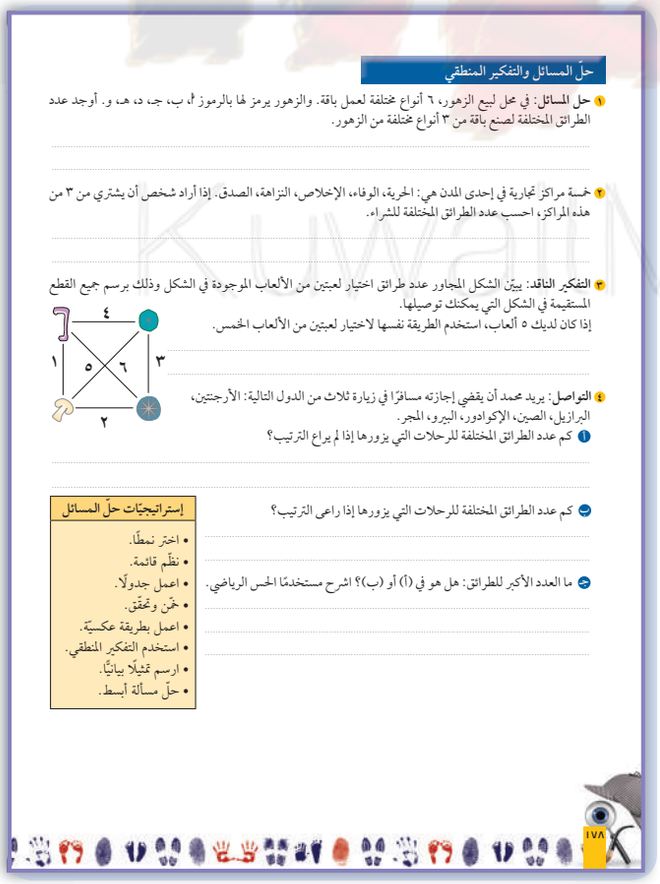
تحقّق

٨ هل يمكنك استخدام مخطط الشجرة البيانية للتحقق من إجابتك؟

حلّ مسألة أخرى

٩ افرض أنه يمكنك اختيار ١ أو ٢ أو ٣ أنواع مختلفة من الجبن (بيضاء أو رومي أو شيدر)؛ كم طريقة يمكن الاختيار بها؟

١٧٧



حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ **حل المسائل:** في محل لبيع الزهور، ٦ أنواع مختلفة لعمل باقة. والزهور يرمز لها بالرموز أ، ب، جـ، د، هـ، و. أوجد عدد الطرائق المختلفة لصنع باقة من ٣ أنواع مختلفة من الزهور.

٢ خمسة مراكز تجارية في إحدى المدن هي: الحرية، الوفاء، الإخلاص، النزاهة، الصدق. إذا أراد شخص أن يشتري من ٣ من هذه المراكز، احسب عدد الطرائق المختلفة للشراء.

٣ **التفكير الناقد:** بيّن الشكل المجاور عدد طرائق اختيار لعبتين من الألعاب الموجودة في الشكل وذلك برسم جميع القطع المستقيمة في الشكل التي يمكنك توصيلها.
إذا كان لديك ٥ ألعاب، استخدم الطريقة نفسها لاختيار لعبتين من الألعاب الخمس.

٤ **التواصل:** يريد محمد أن يقضي إجازته مسافرًا في زيارة ثلاث من الدول التالية: الأرجنتين، البرازيل، الصين، الإكوادور، البيرو، المجر.
أ كم عدد الطرائق المختلفة للرحلات التي يزورها إذا لم يراع الترتيب؟

ب كم عدد الطرائق المختلفة للرحلات التي يزورها إذا راعى الترتيب؟

جـ ما العدد الأكبر للطرائق: هل هو في (أ) أو (ب)؟ اشرح مستخدمًا الحس الرياضي.

إستراتيجيّات حلّ المسائل
- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

١٧٨

كيفية التعامل مع هذه الصفحة

تقدِّم هذه الصفحة موضوع هذا الجزء دور وسائل التسلية في حياة الإنسان.

لقد حاول الإنسان منذ وجوده على وجه الأرض إيجاد وسائل تسلية تقتل أوقات الفراغ والملل وخاصة أن تقطيع الوقت لا يكون فقط بالعمل المتواصل. فلا بد أن يكون لديه أوقات للراحة وللتسلية. فكانت الألعاب على مختلف أنواعها إحدى الأوجه التي لجأ إليها الإنسان .

تذكر منذ صغرك الألعاب التي كنت تمارسها في البيت، وفي الحي الذي تسكنه مع أصحابك وفي المدرسة .

قارن بين ما كنت تفعله سابقًا مع ما هو لديك الآن.

إجابات الأسئلة

١ تتنوع الإجابات بحسب المفاضلة.

٢ تتنوع الإجابات.

KuwaitMath.com

٤-١٠

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يجد ترجيح وقوع حادث ما.

المصطلحات الأساسية

- تجربة، حدث، ترجيح، ألعاب عادلة، تجربة عشوائية

الأدوات المستخدمة

- مكعبات مرقمة

٤-١٠

الترجيح والعدالة
Odds and Fairness

صلة الدرس سبق أن تعرفت إلى سبل عد جميع الطرائق التي يمكن أن يحدث بها شيء ما، والآن سوف ترى كيف يمكن أن تساعدك معرفة كل النواتج الممكنة في إيجاد ترجيح وقوع حدث ما.

سوف تتعلّم
- إيجاد ترجيح وقوع حدث ما.

من الاستخدامات
- يحتاج مربو الطيور إلى أن يعرفوا ترجيحات ظهور صفات وراثية معينة لدى صغار الطيور.

المصطلحات الأساسية
- تجربة Experiment
- تجربة عشوائية Random Experiment
- حدث Event
- ترجيح Odds
- ألعاب عادلة Fair Games

استكشف العدالة

العب بالمكعبات الأدوات المستخدمة: مكعبات مرقمة

سوف تلعب مع زميلك لعبة من ألعاب الفرص وإليك قواعد هذه اللعبة:

- حدّد أيًّا منكما سوف يلعب على أساس الناتج «الزوجي» ومن سوف يلعب على أساس الناتج «الفردي».
- تبادلا الأدوار في رمي المكعبات. في كل رمية، أوجد ناتج ضرب الرقمين الظاهرين على المكعب. إذا كان ناتج الضرب رقمًا فرديًّا، فإن اللاعب الفردي يربح نقطة، وإذا كان ناتج الضرب رقمًا زوجيًّا فإن اللاعب الزوجي يربح نقطة.
- كرر رمي المكعب حتى يكون لكل لاعب ١٠ رميات. اللاعب الفائز هو الذي يحصل على أكبر عدد من النقاط.

١ كرر اللعبة عدة مرات. تبادل وزميلك في كل مرة من يكون الفردي ومن يكون الزوجي.

٢ إذا كنت تستطيع أن تختار بين أن تكون اللاعب الزوجي أو اللاعب الفردي، أيهما تختار؟ ولماذا؟

٣ هل تتوقع أن يفوز اللاعب الفردي في هذه اللعبة؟ اشرح.

٤ هل هذه اللعبة عادلة؟ اشرح لماذا هي عادلة أو غير عادلة.

تعلّم الترجيح والعدالة

عندما تسمع كلمة تجربة، قد تفكر في مختبر العلوم. في موضوع الاحتمالات، التجربة العشوائية يمكن أن تكون أي شيء يتضمن فرصة، مثل رمي قطعة نقود معدنية أو رمي مكعب مرقم (حجر النرد).

نتيجة التجربة العشوائية تسمى الناتج. عند رمي قطعة نقود، فإن النواتج الممكنة هي صورة أو كتابة.

١٨٠

مراجعة

افرض وجود ١٠ بطاقات مرقمة بالأعداد من ١ إلى ١٠.

❶ أوجد عدد الطرائق لاختيار الأعداد الزوجية. ٥

❷ بكم طريقة يمكن اختيار عدد بحيث لا يكون زوجيًّا؟ ٥

❸ بكم طريقة يمكن اختيار عدد أوَّلي؟ ٤

❹ بكم طريقة يمكن اختيار عدد غير أوَّلي؟ ٦

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

يلعب الطلاب بمكعبات مرقمة ويقررون ما إذا كانت هذه الالعاب عادلة أو غير عادلة.

التقييم المستمر

تأكد من أن الطلاب يقومون باللعب بدقة ويتبعون القواعد.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

استخدم قواعد الضرب في لعبة رمي المكعب المرقم. احسب مجموع ما يظهر على وجه المكعب المرقم في الرميتين وكذلك ناتج الضرب، وما إذا كان زوجيًّا أو فرديًّا؟ **تتنوع الإجابات**

إجابات «استكشف»

❶ – ❷ من الأفضل لك أن تكون اللاعب الزوجي، لأن أكثر حواصل الضرب تكون زوجية.

❸ من المحتمل للاعب الفردي أن يكسب، لكنه ليس أفضل هنا من الناحية النظرية للفوز.

❹ اللعبة متحيزة لأن اللاعب الزوجي أكثر حظًّا للفوز.

KuwaitMath.com

٢- التعليم

تعلم

عليك مناقشة حقيقة أن الترجيح لا يمكن إعادة كتابته بالطريقة نفسها، فمثلًا إذا كان الترجيح ٥ : ١٠ فإنه لا يمكن كتابته ١ : ٢.

أمثلة بديلة

أعطِ النواتج الممكنة في كل تجربة:

❶ رمي سهم على اللوحة المبينة وبيان رقم المكان الذي يصيب فيه السهم اللوحة.

النواتج الممكنة هي: ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦

❷ سلة بها ٥ كرات: واحدة زرقاء، واحدة خضراء، واحدة صفراء، واحدة بيضاء، واحدة سوداء. أخذت كرة من السلة عشوائيًّا.

النواتج الممكنة: زرقاء، خضراء، صفراء، بيضاء، سوداء

أعط الترجيح لكل حدث:

❸ الحصول على رقم أولي عند رمي حجر نرد.

توجد ٣ طرائق لوقوع الحدث بواسطة الدحرجة (٢، ٣، ٥). أما دحرجة الثلاث الأخرى (١، ٤، ٦) فلا يمكن حدوثها. الترجيح لدحرجة عدد أولي هو ٣ : ٣.

❹ اختيار كرة حمراء من حقيبة تحوي ٤ كرات حمراء، ٣ زرقاء، ٥ بيضاء.

توجد ٤ طرائق لاختيار الحدث وهي ٤ كرات حمراء وتوجد ٨ كرات لا يمكن وقوع الحدث بها. الترجيح لاختيار كرة حمراء هو ٤ : ٨.

❺ خمسة لاعبين محمد، عادل، خالد، سامي، إبراهيم، يلعبون لعبة التهديف على لعبة السهم والمبينة في الشكل، كل لاعب يحصل على نقطة إذا دخل السهم المنطقة التي بها الحرف الأول من اسمه.

إذا حصل أي لاعب على الترجيح ١ : ٤ كانت اللعبة عادلة.

❻ يلعب خالد وإبراهيم وسيف لعبة المكعب المرقم. يحصل خالد على نقطة إذا كان العدد الظاهر على المكعب بعد رميه أصغر من ٣. ويحصل إبراهيم على نقطة إذا كان العدد الظاهر أكبر من ٣ ويحصل سيف على نقطة إذا حصل على عدد فردي

اللاعب	الأعداد التي كسبت	الأعداد التي لم تكسب	الترجيح
خالد	١، ٢	٣، ٤، ٥، ٦	٢ : ٤
إبراهيم	٤، ٥، ٦	١، ٢، ٣	٣ : ٣
سيف	١، ٣، ٥	٢، ٤، ٦	٣ : ٣

الجدول يبين الترجيح لكل لاعب، اللعبة غير عادلة.

أمثلة

سمِّ النواتج الممكنة في كل من التجارب العشوائية التالية:

❶ رمي مكعب مرقم بالأرقام من ١ إلى ٦.

الحل: النواتج الممكنة هي الحصول على أحد الأرقام: ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦.

❷ سحب قرص واحد من حقيبة تحتوي على أقراص حمراء وبيضاء وزرقاء.

الحل: النواتج الممكنة هي سحب قرص أحمر أو قرص أبيض أو قرص أزرق.

الحدث (الحادثة) هو أي ناتج (أو مجموعة من النواتج) ضمن النواتج الممكنة. يمكننا استخدام كلمة ترجيح لوصف فرصة حدوث حدث ما.

ترجيح حدث ما هو نسبة عدد نواتج حصول الحدث إلى عدد نواتج عدم حصوله.

أمثلة

أوجد ترجيح كل حدث:

❸ ظهور الرقم ٢ عند رمي حجر نرد.

الحل: توجد طريقة واحدة فقط لوقوع الحدث وهو أن يظهر الرقم ٢. ظهور الأرقام الخمسة (١، ٣، ٤، ٥، ٦) هي الطرائق التي لا يقع بها الحدث.

أي أن ترجيح ظهور الرقم ٢ عند رمي مكعب مرقم هو ١:٥.

❹ سحب قرص أزرق من حقيبة تحتوي على قرصين (٢) أزرقي اللون و٥ أقراص حمراء اللون و٤ أقراص بيضاء اللون.

الحل: توجد طريقتان يقع بهما هذا الحدث وهما سحب قرص أزرق من قرصين. الأقراص التسعة الأخرى هي الطرائق التي لا يقع بها الحدث.

أي أن ترجيح سحب قرص أزرق هو ٢:٩.

حاول أن تحلّ

١ أوجد ترجيح كل حدث:

أ ظهور الصورة عند رمي قطعة نقود معدنية.

ب ظهور ٢ أو ٥ عند رمي مكعب مرقم من ١ إلى ٦.

في بعض الألعاب يبدأ اللاعبان بقوى متساوية، أما في بعضها الآخر يكون أحد اللاعبين أضعف من الآخر.

اللعبة التي يكون فيها عدد نواتج حصول الحدث مساويًا لعدد نواتج عدم حصوله تسمى لعبة عادلة

أي أن اللعبة التي يكون ترجيح الفوز فيها متساويًا (تكافؤ الفرص) لجميع اللاعبين تسمى لعبة عادلة.

إجابات «حاول أن تحل»

❶ (أ) ١ : ١ (ب) ٢ : ٤

❷ (أ) ترجيح الفوز ١ : ١، اللعبة عادلة.

(ب) ترجيح فوز سالم ٢ : ١، ترجيح فوز نايف ١ : ٢، اللعبة ليست عادلة.

(جـ) ترجيح فوز محمد ٣ : ٣، ترجيح فوز طارق ٣ : ٣، ترجيح فوز وليد ٢ : ٤ ليست عادلة.

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

تأكد من أن الطلاب قد فهموا المفردات التالية:

التجربة، النواتج، الحدث، الترجيح.

إجابات «تحقق من فهمك»

❶ إجابة ممكنة: الترجيح الزوجي للأعداد من ١ إلى ١٠٠ متساوي مثل ٥٠ : ٥٠.

❷ ٩ : ٢ توجد عدة طرائق لوقوع الحدث أكثر من عدم وقوعه.

تقييم بديل

دع الطلاب يشاهدون حقيبة بها عدد من الأقراص الملونة. دع الطلاب يُحصون عدد الأقراص من كل لون، ثم عليهم إيجاد الترجيح لكل لون.

اختبار سريع

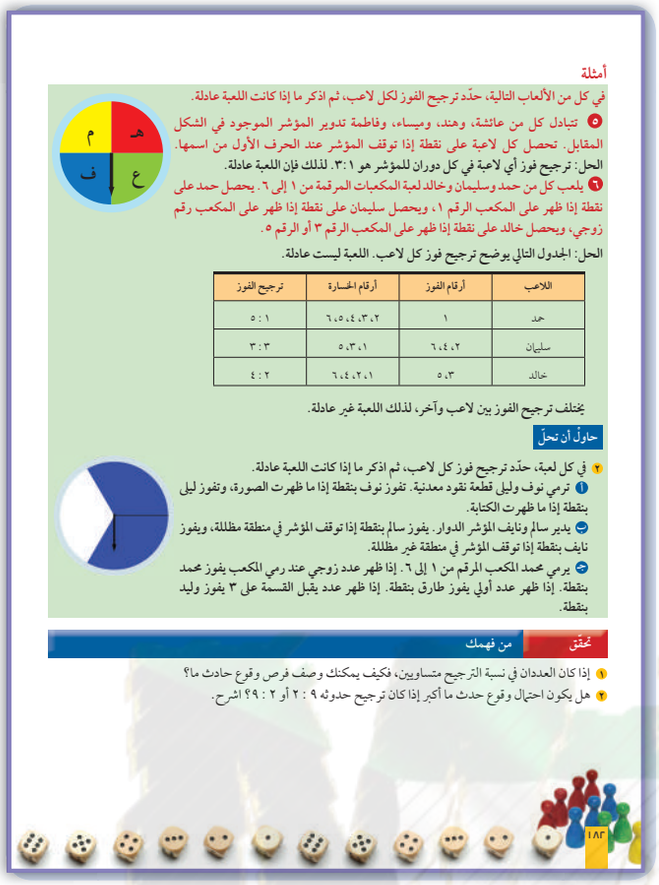
أوجد الترجيح للأحداث التالية:

❶ الحصول على ١ أو٢ عند دحرجة حجر نرد الطاولة.

٤ : ٢

❷ اختيار مضاعفات ١٠ من الأعداد من ١ – ١٠٠

٩٠ : ١٠



أمثلة

في كل من الألعاب التالية، حدّد ترجيح الفوز لكل لاعب، ثم اذكر ما إذا كانت اللعبة عادلة.

❺ تتبادل كل من عائشة، وهند، وميساء، وفاطمة تدوير المؤشر الموجود في الشكل المقابل. تحصل كل لاعبة على نقطة إذا توقف المؤشر عند الحرف الأول من اسمها.

الحل: ترجيح فوز أي لاعبة في كل دوران للمؤشر هو ١:٣. لذلك فإن اللعبة عادلة.

❻ يلعب كل من حمد وسليمان وخالد لعبة المكعبات المرقمة من ١ إلى ٦. يحصل حمد على نقطة إذا ظهر على المكعب الرقم ١، ويحصل سليمان على نقطة إذا ظهر على المكعب رقم زوجي، ويحصل خالد على نقطة إذا ظهر على المكعب الرقم ٣ أو الرقم ٥.

الحل: الجدول التالي يوضح ترجيح فوز كل لاعب. اللعبة ليست عادلة.

اللاعب	أرقام الفوز	أرقام الخسارة	ترجيح الفوز
حمد	١	٦،٥،٤،٣،٢	١ : ٥
سليمان	٦،٤،٢	٥،٣،١	٣ : ٣
خالد	٥،٣	٦،٤،٢،١	٢ : ٤

يختلف ترجيح الفوز بين لاعب وآخر، لذلك اللعبة غير عادلة.

حاول أن تحل

❷ في كل لعبة، حدّد ترجيح فوز كل لاعب، ثم اذكر ما إذا كانت اللعبة عادلة.

❶ ترمي نوف وليلى قطعة نقود معدنية. تفوز نوف بنقطة إذا ما ظهرت الصورة، وتفوز ليلى بنقطة إذا ما ظهرت الكتابة.

❷ يدير سالم ونايف المؤشر الدوار. يفوز سالم بنقطة إذا توقف المؤشر في منطقة مظللة، ويفوز نايف بنقطة إذا توقف المؤشر في منطقة غير مظللة.

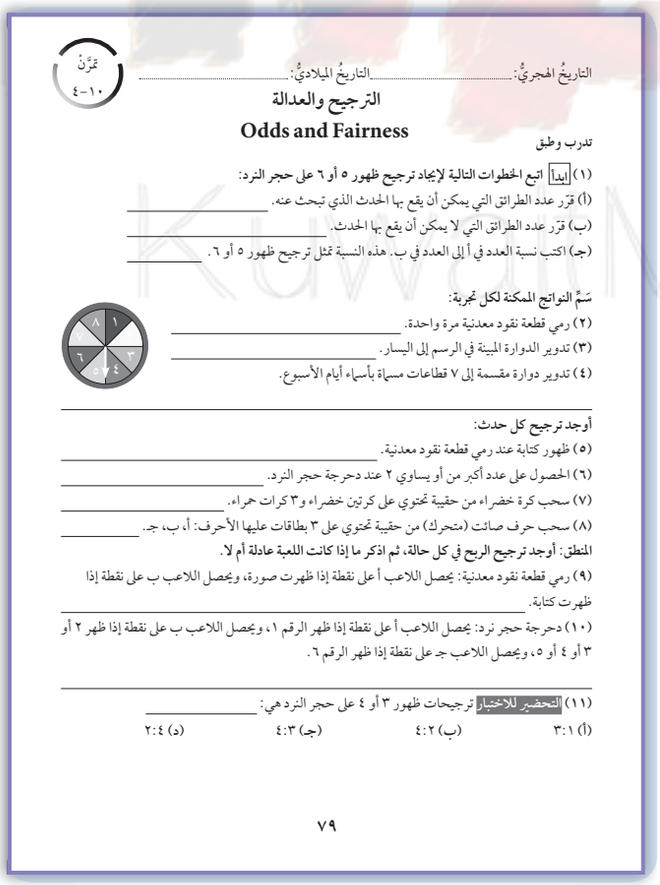
❸ يرمي محمد المكعب المرقم من ١ إلى ٦. إذا ظهر عدد زوجي عند رمي المكعب يفوز محمد بنقطة. إذا ظهر عدد أولي يفوز طارق بنقطة. إذا ظهر عدد يقبل القسمة على ٣ يفوز وليد بنقطة.

تحقق من فهمك

❶ إذا كان العددان في نسبة الترجيح متساويين، فكيف يمكنك وصف فرص وقوع حادث ما؟

❷ هل يكون احتمال وقوع حدث ما أكبر إذا كان ترجيح حدوثه ٩ : ٢ أو ٢ : ٩؟ اشرح.

١٨٣



تمرّن ١٠-٤

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

الترجيح والعدالة

Odds and Fairness

تدرب وطبق

(١) ابدأ اتبع الخطوات التالية لإيجاد ترجيح ظهور ٥ أو ٦ على حجر النرد:

(أ) قرّر عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها الحدث الذي تبحث عنه. _____

(ب) قرّر عدد الطرائق التي لا يمكن أن يقع بها الحدث. _____

(جـ) اكتب نسبة العدد في أ إلى العدد في ب. هذه النسبة تمثل ترجيح ظهور ٥ أو ٦. _____

سَمِّ النواتج الممكنة لكل تجربة:

(٢) رمي قطعة نقود معدنية مرة واحدة. _____

(٣) تدوير الدوارة المبينة في الرسم إلى اليسار. _____

(٤) تدوير دوارة مقسمة إلى ٧ قطاعات مسماة بأسماء أيام الأسبوع.

أوجد ترجيح كل حدث:

(٥) ظهور كتابة عند رمي قطعة نقود معدنية. _____

(٦) الحصول على عدد أكبر من أو يساوي ٢ عند دحرجة حجر النرد. _____

(٧) سحب كرة خضراء من حقيبة تحتوي على كرتين خضراء و٣ كرات حراء. _____

(٨) سحب حرف صائت (متحرك) من حقيبة تحتوي على ٣ بطاقات عليها الأحرف: أ، ب، جـ. _____

المنطق: أوجد ترجيح الربح في كل حالة، ثم اذكر ما إذا كانت اللعبة عادلة أم لا.

(٩) رمي قطعة نقود معدنية: يحصل اللاعب أ على نقطة إذا ظهرت صورة، ويحصل اللاعب ب على نقطة إذا ظهرت كتابة. _____

(١٠) دحرجة حجر نرد: يحصل اللاعب أ على نقطة إذا ظهر الرقم ١، ويحصل اللاعب ب على نقطة إذا ظهر ٢ أو ٣ أو ٤ أو ٥، ويحصل اللاعب جـ على نقطة إذا ظهر الرقم ٦. _____

(١١) التحضير للاختبار ترجيحات ظهور ٣ أو ٤ على حجر النرد هي: _____

(أ) ١:٣ (ب) ٢:٤ (جـ) ٣:٤ (د) ٤:٢

٧٩

إجابات «المرشد لحل المسائل»

١ الأخضر لأنه يمثل القسم الأكبر.

٢ (أ) ٣ أرباع (ب) ربع واحد

٣ ٣ مرات

٤ عدد النقاط في القسم الأصفر يجب أن يفوق بثلاث مرات عددها في القسم الأخضر.

٥ نعم، المسابقة عادلة لأن اللوحة مقسمة إلى ثلاثة أقسام خضراء وقسم واحد أصفر أي ٣ × ٢ = ٦

٦ $\frac{٣}{١} = \frac{٦}{٢}$، نعم

٧ نعم، لأن اللون الأزرق يمثل ٤ مرات اللون الأحمر في القرص، أي ٤ × ٢ = ٨

«حل المسائل والتفكير المنطقي»

١ (أ) ١٣ : ٤١

(ب) ٢ : ٥٢

(جـ) ٤ : ٥٠

(د) ٢٦ : ٢٨

(هـ) ٥٢ : ٢

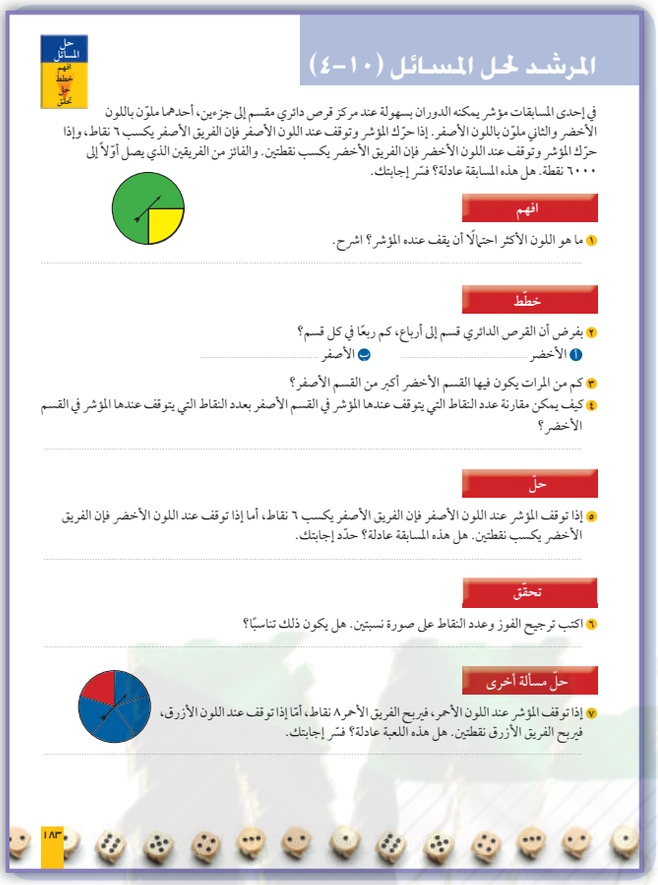
(و) ١٦ : ٣٨

٢ إجابة محتملة: لا، عدد الحملان أكبر من عدد النمور.

٣ (أ) قد تختلف الإجابات.

(ب) قد تختلف الإجابات، لكن مجموع الأعداد في كل نسبة يجب أن يكون ٥٠.

(جـ) إجابة محتملة: لا: اللغة العربية هي أكثر تنقيطًا على الأحرف.



المرشد لحل المسائل (١٠-٤)

حل المسائل: افهم، خطّط، حلّ، تحقّق

في إحدى المسابقات مؤشر يمكنه الدوران بسهولة عند مركز قرص دائري مقسم إلى جزءين، أحدهما ملوّن باللون الأخضر والثاني ملوّن باللون الأصفر. إذا حرّك المؤشر وتوقف عند اللون الأصفر فإن الفريق الأصفر يكسب ٦ نقاط، وإذا حرّك المؤشر وتوقف عند اللون الأخضر فإن الفريق الأخضر يكسب نقطتين. والفائز من الفريقين الذي يصل أوّلاً إلى ٦٠٠٠ نقطة. هل هذه المسابقة عادلة؟ فسّر إجابتك.

افهم

١ ما هو اللون الأكثر احتمالًا أن يقف عنده المؤشر؟ اشرح.

خطّط

٢ بفرض أن القرص الدائري قسم إلى أرباع، كم ربعًا في كل قسم؟

(أ) الأخضر ..... (ب) الأصفر .....

٣ كم من المرات يكون فيها القسم الأخضر أكبر من القسم الأصفر؟

٤ كيف يمكن مقارنة عدد النقاط التي يتوقف عندها المؤشر في القسم الأصفر بعدد النقاط التي يتوقف عندها المؤشر في القسم الأخضر؟

حلّ

٥ إذا توقف المؤشر عند اللون الأصفر فإن الفريق الأصفر يكسب ٦ نقاط، أما إذا توقف عند اللون الأخضر فإن الفريق الأخضر يكسب نقطتين. هل هذه المسابقة عادلة؟ حدّد إجابتك.

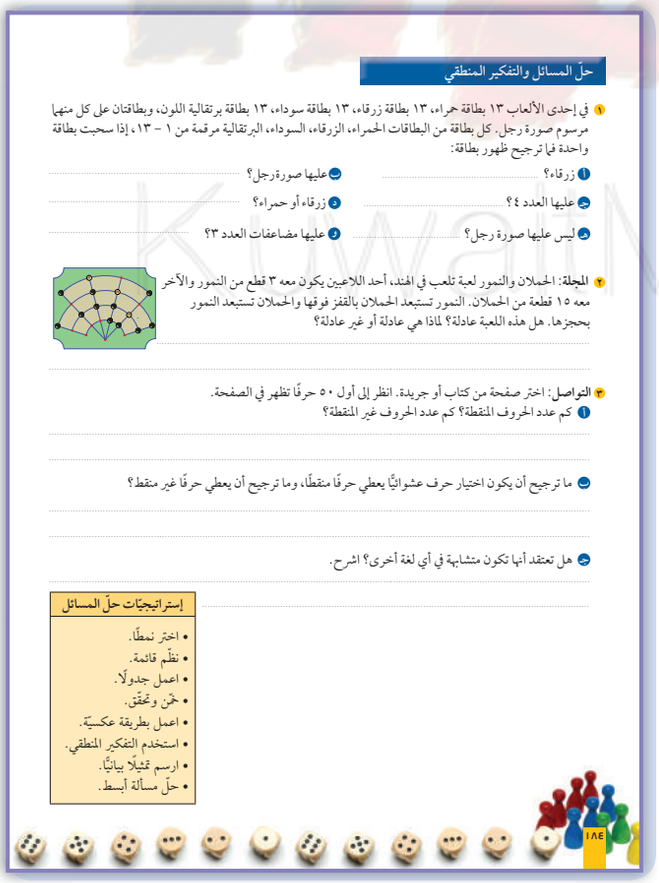
تحقّق

٦ اكتب ترجيح الفوز وعدد النقاط على صورة نسبتين. هل يكون ذلك تناسبًا؟

حلّ مسألة أخرى

٧ إذا توقف المؤشر عند اللون الأحمر، فيربح الفريق الأحمر ٨ نقاط، أمّا إذا توقف عند اللون الأزرق، فيربح الفريق الأزرق نقطتين. هل هذه اللعبة عادلة؟ فسّر إجابتك.

١٨٣



حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ في إحدى الألعاب ١٣ بطاقة حمراء، ١٣ بطاقة زرقاء، ١٣ بطاقة سوداء، ١٣ بطاقة برتقالية اللون، وبطاقتان على كل منها مرسوم صورة رجل. كل بطاقة من البطاقات الحمراء، الزرقاء، السوداء، البرتقالية مرقمة من ١ – ١٣، إذا سحبت بطاقة واحدة فما ترجيح ظهور بطاقة:

(أ) زرقاء؟ ..... (ب) عليها صورة رجل؟ .....

(جـ) عليها العدد ٤؟ ..... (د) زرقاء أو حمراء؟ .....

(هـ) ليس عليها صورة رجل؟ ..... (و) عليها مضاعفات العدد ٣؟ .....

٢ **المجلة:** الحملان والنمور لعبة تلعب في الهند، أحد اللاعبين يكون معه ٣ قطع من النمور والآخر معه ١٥ قطعة من الحملان. النمور تستبعد الحملان بالقفز فوقها والحملان تستبعد النمور بحجزها. هل هذه اللعبة عادلة؟ لماذا هي عادلة أو غير عادلة؟

٣ **التواصل:** اختر صفحة من كتاب أو جريدة. انظر إلى أول ٥٠ حرفًا تظهر في الصفحة.

(أ) كم عدد الحروف المنقطة؟ كم عدد الحروف غير المنقطة؟

(ب) ما ترجيح أن يكون اختيار حرف عشوائيًا يعطي حرفًا منقطًا، وما ترجيح أن يعطي حرفًا غير منقط؟

(جـ) هل تعتقد أنها تكون متشابهة في أي لغة أخرى؟ اشرح.

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

١٨٤

١٠ – ٥

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

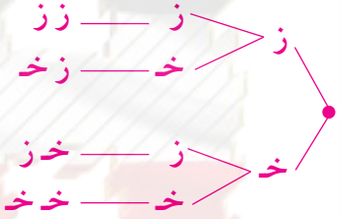
- يجد فضاء العينة واستخدامه مع مبدأ العد

المصطلحات الأساسية

- فضاء العينة، مبدأ العد

مراجعة

❶ استخدم مخطط الشجرة البيانية لتجد نواتج تدوير الدوارة مرتين متتاليتين مع اللونين أزرق (ز) وأخضر (خ) حيث يقف المؤشر.



النواتج: زز، ز خ، خ ز، خ خ

❷ يوجد على لائحة أحد المطاعم ما يلي:

حساء: عدس، فطر، خضار

طبق يومي: دجاج، سمك، لحوم

فاكهة: بطيخ، عنب، تفاح، ليمون

ما عدد الوجبات الممكنة إذا كانت كل وجبة تتضمن نوعًا واحدًا من كل صنف؟

٣ × ٣ × ٤ = ٣٦ وجبة ممكنة

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

يحاول الطلاب إيجاد فضاء العينة حيث يستخدمون مبدأ العد أو مخطط الشجرة البيانية لكتابة النواتج الممكنة.

التقييم المستمر

تابع الطلاب وهم يحاولون إيجاد النواتج الممكنة عند تشكيل خيارات متنوعة.

٥–١٠

فضاء العينة
Sample Space

صلة الدرس سبق أن تعرفت طرائق العد، والآن سوف تجد فضاء العينة أي كل نواتج الحدث.

سوف تتعلّم
- إيجاد فضاء العينة واستخدامه مع مبدأ العد.

من الاستخدامات
- يستخدم مفهوم فضاء العينة مثلًا لمعرفة عدد كل الوجبات التي يقدمها المطعم للاختيار منها.

استكشف العينة

الطلبات من فضلك

في أحد مطاعم الكويت ثلاثة أطباق رئيسية وهي الكباب، والدجاج، ومأكولات بحرية.

١ بكم طريقة تستطيع أن تختار طبقاً إذا دخلت هذا المطعم بمفردك؟

٢ بكم طريقة يمكن أن تختار أنت أو زميلك طبقاً إذا ذهبتما معًا إلى المطعم؟ حدّد عدد الاختيارات مكملًا الجدول أدناه.

زميلك / أنت	مأكولات بحرية	كباب	دجاج
مأكولات بحرية			
كباب			
دجاج			

٣ لنفرض أنك ذهبت مع أخيك وزميلك إلى المطعم. ما عدد الاختيارات؟ فكّر بطريقة لتحسب عدد الاختيارات من دون اللجوء إلى قائمة أو جدول.

تعلّم فضاء العينة

عندما تكون في مطعم متخصّص بالسلطة، بإمكانك الاختيار بين أنواع مختلفة من الخضار والفواكه والتوابل. قد تريد معرفة كل الطرائق الممكنة للمكوّنات التي يمكنك استخدامها.

إنّ مجموعة كلّ النواتج الممكنة عند إجراء تجربة عشوائية تسمى فضاء العيّنة.

فمثلًا عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة، فإن النواتج الممكنة هي ظهور صورة (ص) أو ظهور كتابة (ك) ويكون فضاء العينة هو {ص، ك} وعدد النواتج يساوي ٢.

يمكنك استخدام جدول لإيجاد فضاء العينة.

مثال (١)

❶ اكتب فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين وحدد عدد النواتج.

الحل:

فضاء العينة = {(ك، ك)، (ك، ص)، (ص، ك)، (ص، ص)}

عدد النواتج ٤.

المصطلحات الأساسية
- فضاء العينة
Sample Space
- مبدأ العد
Counting Principle

١٨٥

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

اطلب إليهم إيجاد عدد النواتج الممكنة إذا كان يوجد في المطعم إلى جانب الأطباق الرئيسية وهي الكباب والدجاج والمأكولات البحرية حساء مكون من العدس أو من الفطر أو من الخضار.

عدد النواتج الممكنة : ٣ × ٣ × ٣ = ٢٧

إجابات «إستكشف»

❶ – ❸ طرائق: كباب أو دجاج أو مأكولات بحرية

❷

أنت / زميلك	مأكولات بحرية	كباب	دجاج
مأكولات بحرية	مأكولات بحرية مأكولات بحرية	كباب مأكولات بحرية	دجاج مأكولات بحرية
كباب	مأكولات بحرية كباب	كباب كباب	دجاج كباب
دجاج	مأكولات بحرية دجاج	كباب دجاج	دجاج دجاج

عدد الاختيارات الممكنة ٩ = ٣ ٢

❸ عدد الاختيارات الممكنة ٣ ٣ = ٢٧

KuwaitMath.com

٢- التعليم

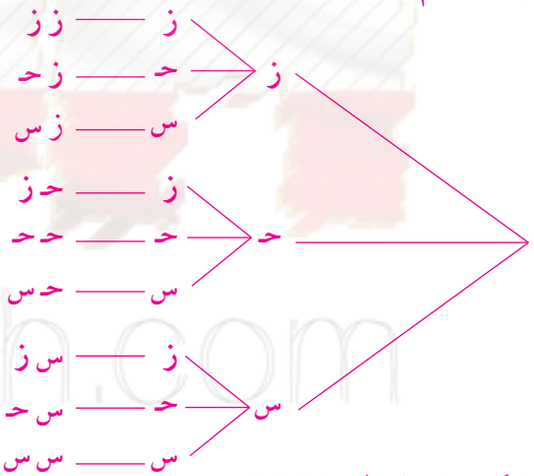
تعلم

أن إيجاد النواتج الممكنة هو مدخل مهم جدًّا للتعرف على فضاء العينة وبالتالي لإيجاد احتمال حدث ما.

أمثلة بديلة

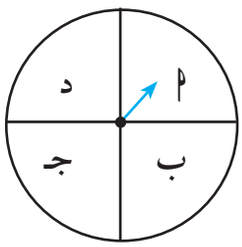
❶ يبين الرسم دوارة بثلاثة ألوان متساوية المساحة أزرق (ز)، أحمر (حـ)، أسود (س) مع مؤشر.
أوجد فضاء العينة إذا تم تدويرها مرتين متتاليتين.

باستخدام مخطط الشجرة البيانية



فيكون فضاء العينة كما يلي:
زز، زحـ، زس، حـ ز، حـ حـ، حـ س، س ز، س حـ، س س.

❷ إذا تم تدويرالدوارتين الظاهرتين في الرسم، فما عدد النواتج التي تشكل فضاء العينة؟

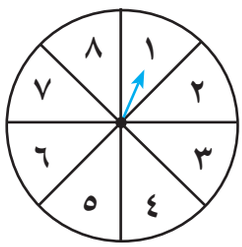


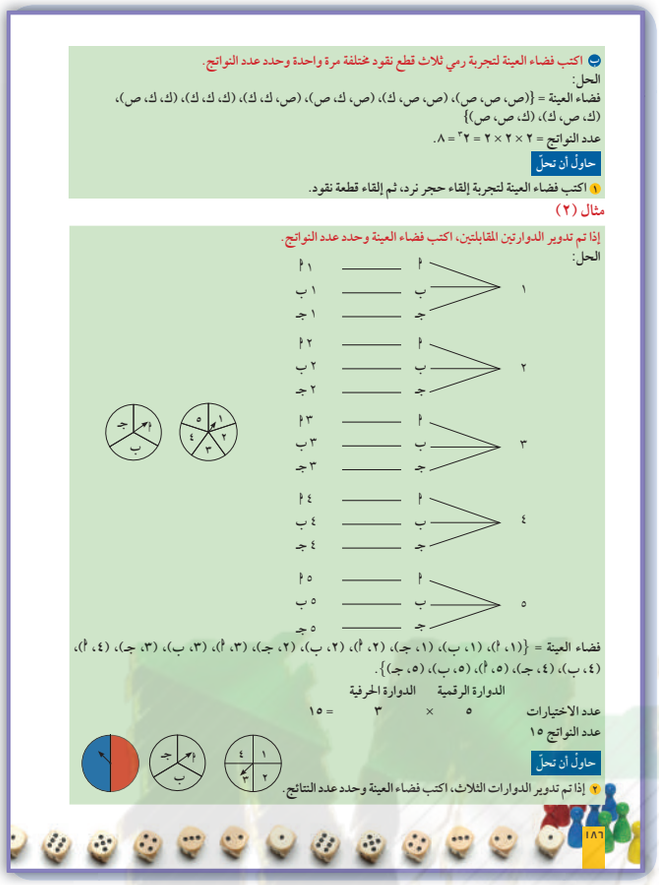
٤ × ٨ = ٣٢

الدوارة الحرفية (٤)

الدوارة الرقمية (٨)

عدد النواتج الممكنة (٣٢)





ب اكتب فضاء العينة لتجربة رمي ثلاث قطع نقود مختلفة مرة واحدة وحدد عدد النواتج.

الحل:

فضاء العينة = {(ص، ص، ص)، (ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)، (ص، ك، ك)، (ك، ك، ك)، (ك، ص، ك)، (ك، ص، ص)}

عدد النواتج = ٢ × ٢ × ٢ = $٢^{٣}$ = ٨.

حاولْ أن تحلّ

١ اكتب فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد، ثم إلقاء قطعة نقود.

مثال (٢)

إذا تم تدوير الدوارتين المقابلتين، اكتب فضاء العينة وحدد عدد النواتج.

الحل:

١ — أ ١، ب ١، جـ ١
٢ — أ ٢، ب ٢، جـ ٢
٣ — أ ٣، ب ٣، جـ ٣
٤ — أ ٤، ب ٤، جـ ٤
٥ — أ ٥، ب ٥، جـ ٥

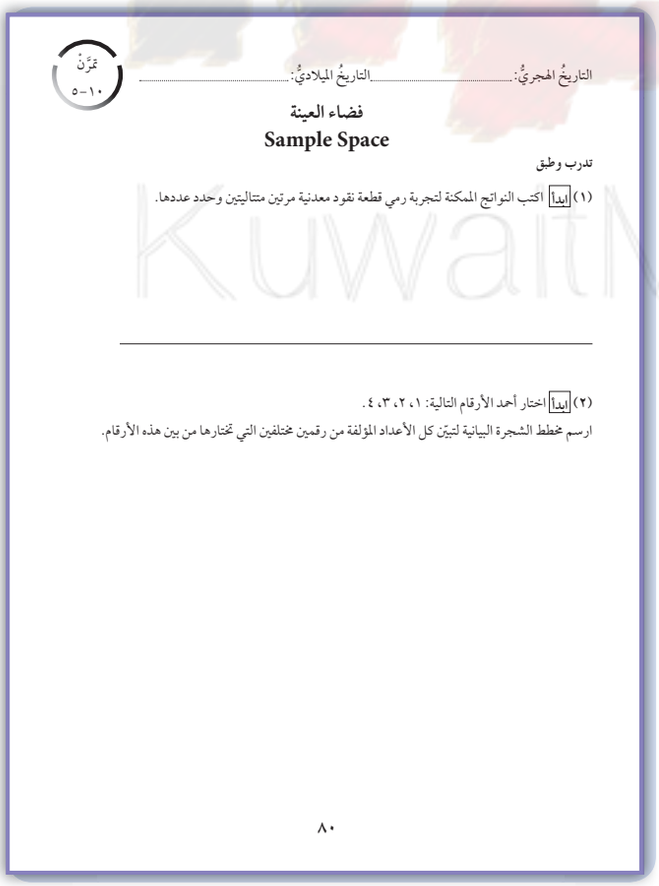
فضاء العينة = {(١، أ)، (١، ب)، (١، جـ)، (٢، أ)، (٢، ب)، (٢، جـ)، (٣، أ)، (٣، ب)، (٣، جـ)، (٤، أ)، (٤، ب)، (٤، جـ)، (٥، أ)، (٥، ب)، (٥، جـ)}.

عدد الاختيارات: الدوارة الرقمية ٥ × الدوارة الحرفية ٣ = ١٥

عدد النواتج ١٥

حاولْ أن تحلّ

٢ إذا تم تدوير الدوارات الثلاث، اكتب فضاء العينة وحدد عدد النتائج.



تمرّنْ ٥-١٠

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

فضاء العينة
Sample Space

تدرب وطبق

(١) ابدأ اكتب النواتج الممكنة لتجربة رمي قطعة نقود معدنية مرتين متتاليتين وحدد عددها.

(٢) ابدأ اختار أحد الأرقام التالية: ١، ٢، ٣، ٤.

ارسم مخطط الشجرة البيانية لتبيّن كل الأعداد المؤلفة من رقمين مختلفين التي تختارها من بين هذه الأرقام.

KuwaitMath.com

إجابات «حاول أن تحل»

❶ فضاء العينة = {(١، ك)، (١، ص)، (٢، ك)، (٢، ص)، (٣، ك)، (٣، ص)، (٤، ك)، (٤، ص)، (٥، ك)، (٥، ص)، (٦، ك)، (٦، ص)}

❷

عدد النواتج = ٤ × ٣ × ٢ = ٢٤

مثال (٣)

كوّن جدولًا كي توجد فضاء العيّنة لرمي مكعّبين مرقّمين من ١ إلى ٦ وملوّنين، أحدهما أزرق والآخر أخضر. اكتب النواتج كأزواج مرتبة، وحدد عدد النواتج مستخدمًا مبدأ العد.

الحل:

أخضر / أزرق	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	(١، ١)	(٢، ١)	(٣، ١)	(٤، ١)	(٥، ١)	(٦، ١)
٢	(١، ٢)	(٢، ٢)	(٣، ٢)	(٤، ٢)	(٥، ٢)	(٦، ٢)
٣	(١، ٣)	(٢، ٣)	(٣، ٣)	(٤، ٣)	(٥، ٣)	(٦، ٣)
٤	(١، ٤)	(٢، ٤)	(٣، ٤)	(٤، ٤)	(٥، ٤)	(٦، ٤)
٥	(١، ٥)	(٢، ٥)	(٣، ٥)	(٤، ٥)	(٥، ٥)	(٦، ٥)
٦	(١، ٦)	(٢، ٦)	(٣، ٦)	(٤، ٦)	(٥، ٦)	(٦، ٦)

عدد نواتج الرمية الأولى = ٦

عدد نواتج الرمية الثانية = ٦

عدد النواتج = ٦ × ٦ = ٣٦

حاول أن تحلّ

❸ أعط فضاء العيّنة لرمي هرمين ثلاثيين كل منهما مرقم من ١ إلى ٤، أحدهما أخضر اللون والآخر أصفر اللون.

يمكنك أيضًا تمثيل فضاء العيّنة بواسطة مخطّط الشجرة البيانية، حيث يمثّل كلّ غصن من الشجرة خيارًا واحدًا.

مثال (٤)

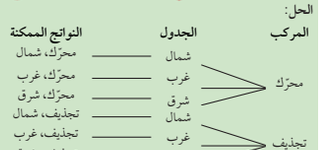
رحلة النهر: تريد أن تقوم برحلة عبر النهر ويوجد نوعان من المراكب لتختار بينهما: مركب يسير بواسطة محرّك أو مركب يسير بواسطة التجديف. يمكنك أيضًا الاختيار من بين ثلاثة جداول صغيرة في ثلاثة اتّجاهات: شمالًا أو غربًا أو شرقًا. ما فضاء العيّنة لرحلتك؟ اصنع مخطّط الشجرة البيانية لكلّ النواتج الممكنة.

الحل:

تجديف

محرّك

طوف



هناك ستّ نتائج ممكنة.

حاول أن تحلّ

❹ افترض أنّ خيارًا ثالثًا قد أضيف إلى المراكب في المثال (٢)، وهو الطوف. اصنع مخطّط الشجرة البيانية كي تمثل فضاء العيّنة.

يوجد في المثال (٤) خياران للمراكب وثلاثة خيارات للاتّجاهات.

إذًا، هناك ٣ × ٢ = ٦ خيارات ممكنة. وهذا يقترح طريقة سهلة لإيجاد عدد النواتج الممكنة باستخدام مبدأ العدّ.

تحقّق من فهمك

❶ ما عدد النواتج الممكنة لرمي قطعة نقود معدنيّة أربع مرّات؟

١٨٧

❸

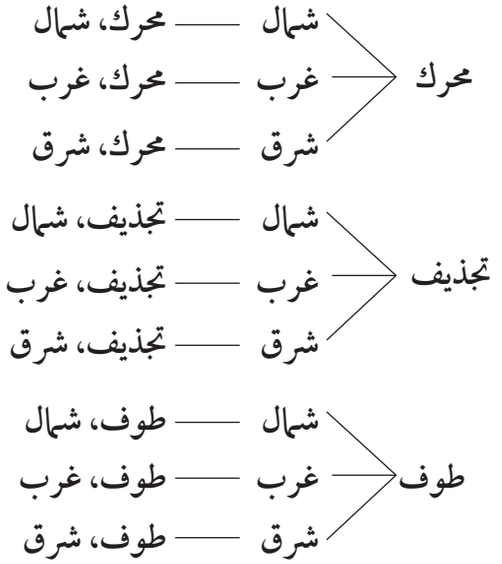
أخضر / أصفر	١	٢	٣	٤
١	(١، ١)	(١، ٢)	(١، ٣)	(١، ٤)
٢	(٢، ١)	(٢، ٢)	(٢، ٣)	(٢، ٤)
٣	(٣، ١)	(٣، ٢)	(٣، ٣)	(٣، ٤)
٤	(٤، ١)	(٤، ٢)	(٤، ٣)	(٤، ٤)

عدد نواتج الرمية الأولى = ٤

عدد نواتج الرمية الثانية = ٤

عدد النواتج = ٤ × ٤ = ١٦

٤



٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

ناقش الطلاب في إمكانية استخدام مخطط الشجرة البيانية أو إمكانية استخدام مبدأ العد.

إجابة «تحقق من فهمك»

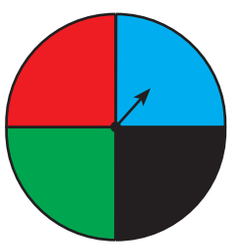
١ عدد النواتج الممكنة: $٢^٤ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ١٦$.

ويمكن الحصول على الإجابة نفسها باستخدام مخطط الشجرة البيانية.

تقييم بديل

اطلب إلى الطلاب إيجاد عدد التشكيلات الممكنة من ٤ بنطلونات بألوان مختلفة مع ٥ قمصان بألوان مختلفة مع ٣ أزواج جوارب بألوان مختلفة.

اختبار سريع



١ تبين الدوارة مع المؤشر ٤ ألوان:

أزرق (ز)، أسود (س)، أخضر (خ)، أحمر (ح)

أوجد فضاء العينة إذا دورتها مرتين متتاليتين.

(٣) يمكن لأحد الطلاب تعلم إحدى المواد: الرياضيات (ر)، الفيزياء (ف)، الكيمياء (ك) بإحدى اللغتين: الإنجليزية (ن) أو العربية (ع). أوجد عدد عناصر كل النواتج الممكنة حول كيفية اختيار اللغة والمادة.

(٤) وصل أحد السائحين إلى دولة الكويت. وكان عليه اختيار محافظة من الثلاث المحافظات الكويتية التالية: مبارك الكبير (م)، العاصمة (ع)، حولي (ح) وفي كل محافظة عليه اختيار فندق من ثلاثة فنادق التالية: أ، ب، جـ.

(أ) ارسم مخطط الشجرة البيانية لتبيّن كل النواتج الممكنة حول كيفية اختيار المحافظة والفندق.

(ب) اصنع جدولًا لتبين كل النواتج الممكنة حول كيفية اختيار المحافظة والفندق.

الفندق / المحافظة	العاصمة (ع)	حولي (ح)	مبارك الكبير (م)
أ			
ب			
جـ			

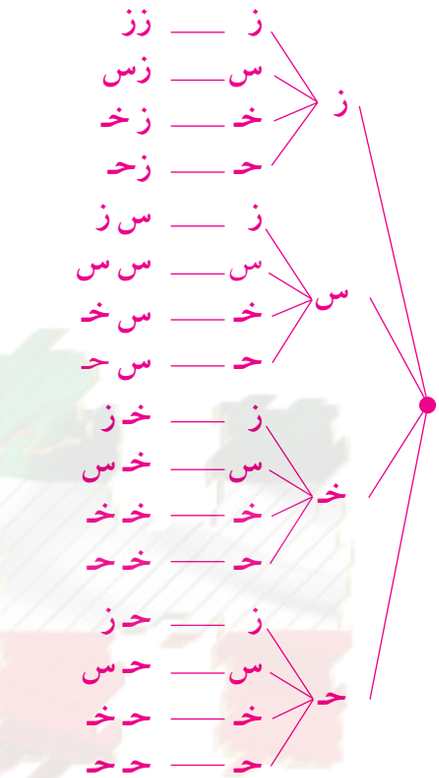
٨١

KuwaitMath.com

فضاء العينة:

زز، ز س، ز خ، ز ح، س ز، س س، س خ، س ح، خ ز، خ س، خ خ، خ ح، ح ز، ح س، ح خ، ح ح.

عدد النواتج الممكنة $٤^{٢} = ١٦$



المرشد لحل المسائل (١٠-٥)

حل المسائل: افهم، خطط، حل، تحقق

لدى أحمد أربعة بنطلونات (أبيض، أزرق، أخضر، رمادي) ولديه أيضًا أربع قمصان لها الألوان نفسها.

ما عدد الأزواج المختلفة من البنطلونات والقمصان لدى أحمد؟

افهم

١ حوّط المعلومة التي ستحتاج إليها في الحل.

خطّط

٢ كم بنطلونًا مختلفًا هناك؟ .....

٣ كم قميصًا مختلفًا هناك؟ .....

٤ مستخدمًا مبدأ العدّ، كم (بنطلونًا، قميصًا) مختلفي الألوان يملك أحمد؟ .....

حلّ

٥ كم زوج (بنطلون، قميص) من اللون نفسه يملك أحمد؟ .....

٦ إذا ارتدى أحمد البنطلون الأبيض، فما عدد الأزواج (بنطلون أبيض، قميص) التي يملكها؟ .....

تحقّق

٧ كيف تجد عدد أزواج (البنطلونات، القمصان) بطريقة أخرى؟

.....

حلّ مسألة أخرى

٨ لدى يوسف ٣ أزواج من الأحذية (أبيض، بنّيّ، أسود) و٤ أزواج من الجوارب (أبيض، بنّيّ، أسود، أزرق). كم زوجًا من (الأحذية، الجوارب) لدى يوسف؟

.....

.....

إجابات «المرشد لحل المسائل»

٢ ٤ بنطلونات مختلفة الألوان.

٣ ٤ قمصان مختلفة الألوان.

٤ يوجد ٤ × ٤ = ١٦ (بنطلونًا، قميصًا) من مختلف الألوان.

٥ ٤ أزواج من اللون نفسه (بنطلون قميص).

٦ ٤ أزواج (بنطلون أبيض، قميص).

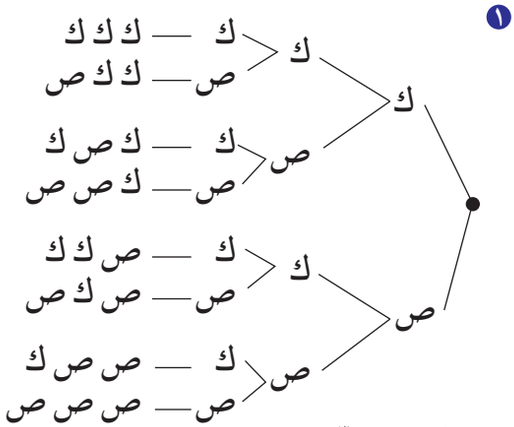
٧ مخطط الشجرة البيانية.

٨ ٣ × ٤ = ١٢ تشكيلة (أحذية، جوارب).

KuwaitMath.com

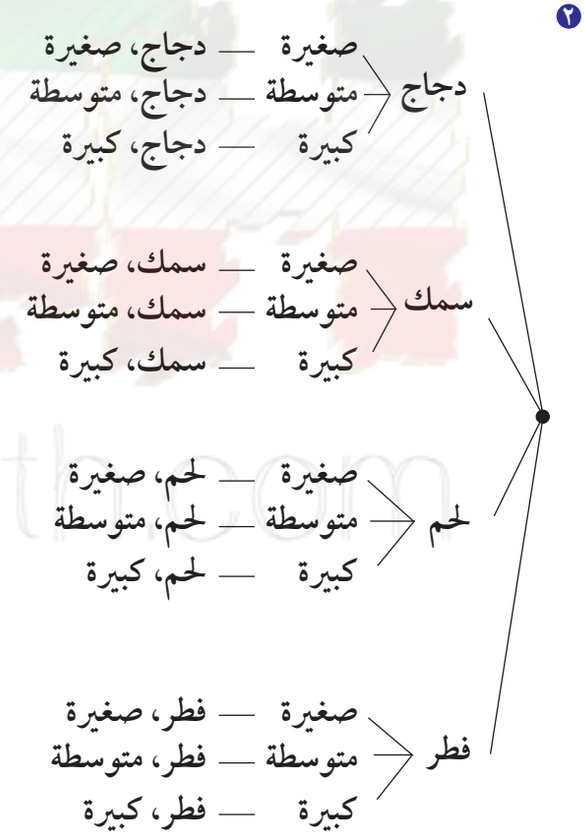
إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

١



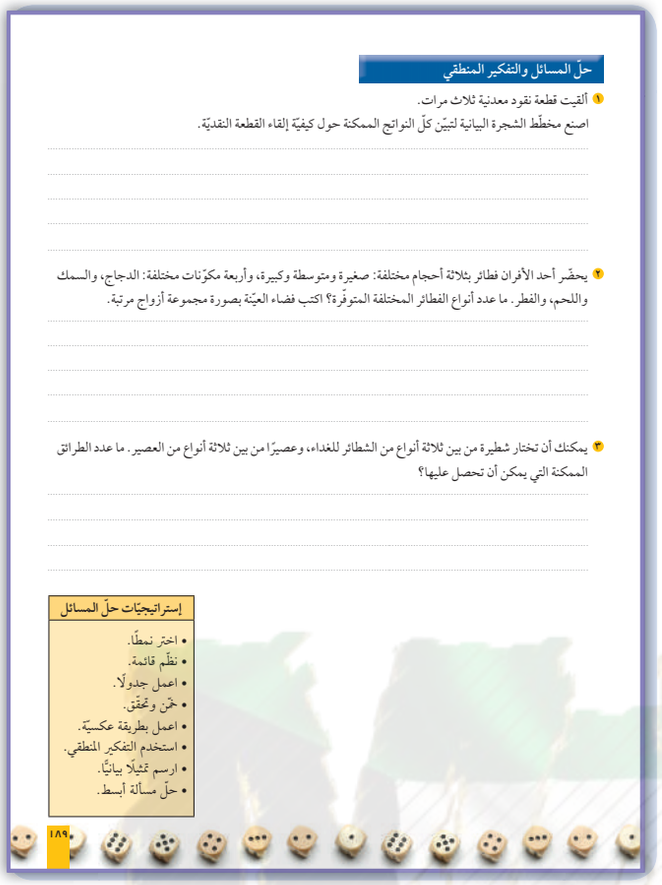
عدد النواتج $٢^{٣} = ٨$

٢



عدد الفطائر = ٤ × ٣ = ١٢

٣ ٣ × ٣ = ٩ طرائق ممكنة



حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ ألقيت قطعة نقود معدنية ثلاث مرات.
اصنع مخطّط الشجرة البيانية لتبيّن كلّ النواتج الممكنة حول كيفيّة إلقاء القطعة النقديّة.

٢ يحضّر أحد الأفران فطائر بثلاثة أحجام مختلفة: صغيرة ومتوسطة وكبيرة، وأربعة مكوّنات مختلفة: الدجاج، والسمك واللحم، والفطر. ما عدد أنواع الفطائر المختلفة المتوفّرة؟ اكتب فضاء العيّنة بصورة مجموعة أزواج مرتبة.

٣ يمكنك أن تختار شطيرة من بين ثلاثة أنواع من الشطائر للغداء، وعصيرًا من بين ثلاثة أنواع من العصير. ما عدد الطرائق الممكنة التي يمكن أن تحصل عليها؟

إستراتيجيّات حلّ المسائل
- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

١٨٩

KuwaitMath.com

٦-١٠

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يجد احتمال وقوع حدث ما.

المصطلحات الأساسية

- الاحتمال

مراجعة

اكتب كل كسر اعتيادي على صورة عشرية ونسبة مئوية:

١) $\frac{٣}{٤}$ ٠,٧٥، ٧٥٪

٢) $\frac{٤٢}{١٠٠}$ ٠,٤٢، ٤٢٪

٣) $\frac{٣}{١٠}$ ٠,٣، ٣٠٪

٤) $\frac{٥}{٨}$ ٠,٦٢٥، ٦٢,٥٪

٥) $\frac{٢٤}{٣٦}$ ٠,٦، $٦٦\frac{٢}{٣}$٪

١ - التمهيد

استكشف

الغاية

يعرف الطلاب معدل الاحتمال للأحداث من الاستحالة إلى المؤكد، ذلك بإمكانية وضع الأحداث على خط الاحتمال.

التقييم المستمر

بعض الطلاب قد يرون أن بعض الإجابات يكون من الصعوبة تقديرها. دع اعتبارية للإجابات المتعددة التي يمكن تقديرها من طالب إلى آخر.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

فكر في حدث آخر يكون مستحيلًا أو مؤكدًا وحدث آخر يمكن وضعه بين هاتين النهايتين على خط الاحتمال.

قد تختلف الإجابات.

٦-١٠

الاحتمال
Probability

صلة الدرس سبق أن استخدمت التّرجيح في وصف إمكانية وقوع حدث ما، والآن سوف تستخدم الاحتمال لوصف وقوع حدث ما.

سوف تتعلّم
- إيجاد احتمال وقوع حدث ما.

من الاستخدامات
- يستخدم علماء الجيولوجيا (علم طبقات الأرض) الاحتمال لوصف إمكانية حدوث زلزال بالخطأ خلال عدد معين من السنوات.

خط الاحتمال
١ ارسم مخططًا لخط الاحتمال كما في الشكل.
حدث مستحيل — حدث مؤكد
٢ استخدم حدسك لتقدير احتمال وقوع كل حدث من الأحداث التالية، ثم مثّل كل حدث على خط الاحتمال.
أ ظهور الصورة عند رمي قطعة نقود معدنية.
ب ظهور العدد ٣ عند رمي حجر نرد.
ج ظهور الصورة أو الكتابة عند رمي قطعة نقود معدنية.
د سحب قرص أحمر من حقيبة مليئة بأقراص خضراء وبيضاء.
هـ صباح يوم الغد سيكون مشمسًا.
و ظهور عدد فردي عند رمي حجر نرد.
ز مشاهدة قطار ما هذا الأسبوع.
ح سفرك إلى القمر في حياتك.
٣ اشرح كيف حدثت موقع هذه الأحداث على خط الاحتمال؟ هل حدثت أيًا من تلك الأحداث عند نقطة المنتصف؟ إذا كان الأمر كذلك، فأيًا من تلك الأحداث حدّدت؟ ولماذا؟

المصطلحات الأساسية
الاحتمال Probability

تعلّم الاحتمال

عندما تلعب لعبة تتضمن فرصة، فأنت تفكر في إمكانية وقوع الأحداث المختلفة. هل تخاطر برمي حجر نرد مرة إضافية إذا كان مجموع الأعداد التي سوف تظهر ١٢ سوف يحرمك من الاشتراك في رحلة ترغب في المشاركة فيها؟ ما هي فرصة توقف المؤشر الدوار عند المنطقة المكتوب عليها «ضاعت الفرصة» في الشكل أدناه؟ يمكنك أن تستخدم الاحتمال لتحديد أعداد تعبر عن هذه الفرص.

تذكر
الحدث المؤكد هو الحدث الذي يقع دائمًا عند إجراء التجربة العشوائية.
الحدث المستحيل هو الحدث الذي لا يقع أبدًا عند إجراء التجربة العشوائية.

إن احتمال وقوع حدث ما يقارن عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها هذا الحدث بعدد النواتج الممكنة. ونعبر عن الاحتمال بكسر اعتيادي كالتالي:

احتمال (حدث) = عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها الحدث / عدد كل النواتج الممكنة

يرمز لاحتمال (حدث) بالرمز ل (حدث)

يمكن التعبير عن الاحتمال أيضًا في صورة نسبة مئوية أو كسر عشري أو نسبة.

تذكر
عند تحويل كسر اعتيادي إلى كسر عشري، اقسم البسط على المقام.

أمثلة

أوجد احتمال كل حدث في صورة كسر اعتيادي أو نسبة مئوية أو كسر عشري.

١ ظهور عدد زوجي عند رمي مكعب مرقم من ١ إلى ٦.

الحل: توجد ٦ نواتج.

يمكن أن يقع هذا الحدث بثلاث طرائق: عند ظهور ٢ أو ٤ أو ٦.

احتمال (ظهور عدد زوجي) = عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها الحدث / عدد كل النواتج الممكنة

ل(ظهور عدد زوجي) = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢} = ٥٠٪ = ٠,٥$

٢ توقف المؤشر الدوار عند «ضاعت الفرصة».

الحل: أحد القطاعات الأربعة المتساوية يمثل «ضاعت الفرصة».

ل(ضاعت الفرصة) = $\frac{١}{٤} = ٢٥٪ = ٠,٢٥$

٣ عدم توقف المؤشر الدوار عند «ضاعت الفرصة».

الحل: توجد ثلاثة قطاعات من الأربعة لا تمثل «ضاعت الفرصة».

احتمال عدم توقف المؤشر عند «ضاعت الفرصة»

ل = $\frac{٣}{٤} = ٧٥٪ = ٠,٧٥$

فكرة مفيدة
حلّ المسائل
إذا كان احتمال حدث هو ٥٠٪، فتكون له فرص متساوية لحدوثه أو عدم حدوثه. من المفيد أن تتذكر ذلك عند التحقق من أن احتمالًا ما معقول.

حاول أن تحلّ

١ أوجد احتمال كل حدث في صورة كسر اعتيادي أو نسبة مئوية أو كسر عشري.

أ توقف المؤشر الدوار المبين في منطقة «مفلس».

ب ظهور عدد أولي عند رمي مكعب مرقم من ١ إلى ٦.

ج سحب حبة زهرية اللون من حقيبة تحتوي على ٣ حبات زهرية وحبة صفراء وحبتين أرجوانيتين و٤ حبات خضراء.

في المثالين (٢) و(٣)، لاحظ أن مجموع احتمالات وقوع حدث ما واحتمالات عدم وقوعه يساوي واحدًا (١٠٠٪). بما أن الحدث إما أن يقع أو لا، لذلك فإن هذه الملاحظة دائمًا صحيحة.

يمكنك أن تستخدم ترجيحات حدث ما لإيجاد الاحتمال والعكس بالعكس.

إجابات «استكشف»

❷ (أ) في منتصف خط الاحتمال، (ب) بين الاستحالة والمؤكد، (جـ) يجب أن تكون عند المؤكد، (د) يجب أن تكون عند الاستحالة، (هـ) تعتمد على المناخ (الطقس)، (و) يجب أن تكون في منتصف خط الاحتمال، (ز) تعتمد على المكان، (حـ) تعتمد على تقدير الطالب.

❸ توجد عدة طرائق للشرح. نعم (أ)، (و) يجب أن تكونا عند نقطة المنتصف، وذلك لأن فرصة وجودهما متساوية مع فرصة عدم وجودهما.

٢ – التعليم

تعلم

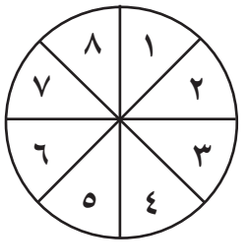
أكد على أن الترجيح يقارن عدد طرائق وقوع الحدث إلى عدد طرائق عدم حدوثه في حين أن الاحتمال يقارن بين عدد طرائق وقوع الحدث إلى عدد النواتج المكنة لحدوثه.

أمثلة بديلة

أوجد احتمال وقوع كل من الأحداث الآتية على صورة كسر وبصورة عشرية وبصورة نسبة مئوية.

❶ الحصول على عدد فردي عند رمي مكعب مرقم. هذا الحدث يمكن حدوثه بثلاث طرائق بدرجة ١ أو ٣ أو ٥ وتوجد ٦ نواتج للأعداد من (١–٦). احتمال ظهور أعداد فردية وهو $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢} = ٠,٥ = ٥٠٪$

❷ في لعبة التصويب:



احتمال التصويب على الرقم ١ من الثمانية الموجودة في لوحة التصويب.

ل (١) $= \frac{١}{٨} = ٠,١٢٥ = ١٢,٥٪$

❸ احتمال عدم التصويب على الرقم ١ في لوحة التصويب:

ل (ليس ١) $= \frac{٧}{٨} = ٠,٨٧٥ = ٨٧,٥٪$

أمثلة

❹ إذا كان ترجيح حدث ما هو ٣ : ١٠، أوجد احتمال هذا الحدث.

الحل: العدد الأول في الترجيح يدل على أن الحدث يمكن أن يقع بثلاث طرائق. العدد الثاني يدل على أنه لا يمكن للحدث أن يقع بعشر طرائق. لذا فإنه يوجد ٣ + ١٠ = ١٣ ناتجًا ممكنًا. احتمال وقوع هذا الحدث = $\frac{٣}{١٣}$.

❺ في إحدى الألعاب، يقوم اللاعبون بسحب بطاقات من داخل حقيبة مكتوب على كل منها أحد حروف الهجاء. من بين مئة بطاقة، توجد ٤٢ بطاقة عليها حروف علة. ما احتمال أن يكون أول حرف يجري سحبه حرف علة؟ ما ترجيح وقوع هذا الحدث؟

الحل: بما أن ٤٢ من ١٠٠ بطاقة هي بطاقات مكتوب عليها حروف علة،

لذا فإن ل (حرف علة) = $\frac{٤٢}{١٠٠}$.

وحيث إن ١٠٠ – ٤٢ = ٥٨، لذا فإن ٥٨ بطاقة ليست حروف علة،

بالتالي فإن ترجيح سحب حرف علة هو ٤٢ : ٥٨.

حاول أن تحل

❷ ❶ إذا كان ترجيح حدث ما هو ٧ : ١، فما هو احتماله؟

ب في لعبة مماثلة لتلك في المثال (٥)، توجد بطاقة واحدة عليها حرف ن. ما احتمال أن يكون على أول بطاقة تسحبها حرف ن؟ ما هو ترجيح هذا الحدث؟

احتمال وقوع حدث مستحيل يساوي صفرًا واحتمال وقوع حدث مؤكد يساوي ١

❹ إذا كان الترجيح لوقوع حدث هو ٦ : ١٠. أوجد الاحتمال المناظر له.

في الترجيح العدد الأول في النسبة يدل على وقوع الحدث والعدد الثاني في النسبة يدل على عدم وقوع الحدث وعلى ذلك فإن ٦ + ١٠ = ١٦ وهو يدل على النواتج المكنة.

احتمال وقوع الحدث = $\frac{٦}{١٦}$ أو $\frac{٣}{٨}$

❺ في أحد الصناديق يوجد ١٠٠ مصباح كهربي، منها ٥٨ صالحة والباقي غير صالح. ما احتمال الحصول على مصباح صالح وما الترجيح المناظر؟

احتمال الحصول على مصباح صالح = $\frac{٥٨}{١٠٠}$

ولكن ١٠٠ – ٥٨ = ٤٢

الترجيح = ٥٨ : ٤٢

❻ ما احتمال الحصول على العدد ١٠ عند رمي مكعب مرقم؟

حيث إنه لا يوجد العدد ١٠ ضمن الأعداد الموجودة على وجوه المكعب المرقم.

ل(١٠) = ٠

Kuwait Math Zone

إجابات «حاول أن تحل»

❶ (أ) $\frac{١}{٣} \approx ٣,٣٣٪ = ٠,٣٣٣$

(ب) $\frac{١}{٢} = ٥٠٪ = ٠,٥$

(جـ) $\frac{٣}{١٠} = ٣٠٪ = ٠,٣$

❷ (أ) $\frac{٧}{٨}$

(ب) $\frac{١}{١٠٠}$ ترجيح الحدث ١ : ٩٩

❸ (أ) حدث مؤكد الاحتمال = ١

(ب) حدث مستحيل الاحتمال = ٠

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

تحقق من أن طلابك قد عرفوا الفرق بين الترجيح والاحتمال. أعطهم تجارب متعددة تتضمن زهر نرد، لوحة تصويب، اجعلهم يوجدون الاحتمال والترجيح لكل حدث.

إجابات «تحقق من فهمك»

❶ الحدث قد يحدث أو لا يحدث ولا توجد إمكانية أخرى.

❷ اكتب الاحتمال على صورة كسر. استخدم البسط في الكسر كعدد أول في الترجيح، حيث إنه يمثل في كليهما عدد طرائق وقوع الحدث. العدد الثاني في نسبة الترجيح يمثل الفرق بين المقام والبسط. في الاحتمال فإن عدد طرائق عدم وقوع الحدث = عدد النواتج الممكنة مطروحًا منها عدد طرائق الحدث.

تقييم بديل

حقيبة بها عدد من الكرات الملونة. أوجد عدد الكرات من كل لون ثم أوجد احتمال سحب كرة من لون معين من الحقيبة.

مثال (٦)

أوجد احتمال ظهور الحرف ط عند رمي مكعب مرقم من ١ إلى ٦.

الحل:

حيث إن ط لا يوجد على أي وجه من أوجه المكعب المرقم، لذا فإن ظهور الحرف ط يعتبر حدثًا مستحيلًا ويكون ل(ط) = ٠.

مثال (٧)

كتبت الأسماء: ريم، نوف، هند، نور، هنا، كل اسم على ورقة. وضعت الأوراق في كيس. دون النظر في الكيس تمَّ سحب ورقة. ما احتمال ظهور اسم مؤلف من ٣ أحرف؟

الحل:

حيث إن كل الأسماء في الكيس مؤلفة من ٣ أحرف، فإن الحدث «ظهور اسم مؤلف من ٣ أحرف» هو حدث مؤكد.

ل(ظهور اسم من ٣ أحرف) = ١.

حاول أن تحلّ

٣ كتبت أسماء طلاب الصف الثامن، كل اسم على ورقة، ووضعت الأوراق في كيس. إذا اختيرت ورقة دون النظر في الكيس، فما احتمال:

أ أن تحمل الورقة اسم طالب في الصف الثامن؟

ب أن تحمل الورقة اسم معلم الصف؟

تحقق من فهمك

١ لماذا ناتج مجموع احتمال وقوع حدث ما واحتمال عدم وقوعه يساوي ١٠٠٪؟

٢ كيف تجد ترجيح حدث ما إذا علمت احتمال وقوعه؟ فسّر طريقتك.

١٩٣

اختبار سريع

أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية. أعطِ الناتج على صورة كسر اعتيادي، كسر عشري، نسبة مئوية.

❶ ظهور الرقم ٨ على الوجه العلوي عند رمي حجر نرد مرة واحدة. صفر $\frac{\text{صفر}}{١}$، صفر٪

❷ ظهور ٤ أو ٥ أو ٦ على الوجه العلوي لحجر نرد عند رميه مرة واحدة. $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$ ٠,٥ ٥٠٪

KuwaitMaroom

إجابات «المرشد لحل المسائل»

١ $\frac{١}{٤}$

٢ أي أنه من المتوقع وقوع حدث واحد من ٤ أحداث.

٣ (ب)

٤ يبين عدد الطرائق التي تحقق الحدث.

٥ يبين عدد الطرائق غير الممكنة الحدوث.

٦ (أ)

٧ (أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٥}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٣}$

٨ (جـ)

٩ اكتب أولًا العدد الأول في نسبة الترجيح مقسومًا على مجموع العددين.

١٠ (د)

المرشد لحل المسائل (١٠-٦)

حل المسائل: افهم، خطط، حل، تحقق

أيّ من الترجيحات تعني على أنها احتمال ٢٥٪؟

أ ١ : ٥ ب ١ : ٤ جـ ١ : ٣ د ١ : ٢

افهم

١ أي كسر يعبر عن ٢٥٪؟

٢ ما معنى الاحتمال ٢٥٪؟

٣ أيهما يصف كيفية إيجاد احتمال وقوع حدث ما؟

أ عدد طرائق وقوع حدث: عدد الطرائق المختلفة غير الممكنة الوقوع.

ب عدد الطرائق المختلفة التي يقع بها الحدث: عدد الطرائق الممكنة الوقوع.

خطّط

٤ ما معنى العدد الأول عندما تعطي الترجيح؟

٥ ماذا يعطي العدد الثاني عندما تعطي الترجيح؟

٦ عندما تعطي الترجيح، كيف توجد عدد الطرائق الممكنة الحدوث؟

أ نجمع العددين. ب نضرب العددين.

٧ حوّل الترجيحات التالية إلى احتمال وقوع حدث:

أ ١ : ٥ ب ١ : ٤

جـ ١ : ٣ د ١ : ٢

حلّ

٨ ما الاختيار الصحيح؟

تحقّق

٩ كيف تحدد الاحتمال عندما يكون الترجيح معلومًا؟

حلّ مسألة أخرى

١٠ أي من الترجيحات التالية تعطي قيمة الاحتمال ١٠٪ نفسه؟

أ $\frac{١}{٥}$ ب ١ : ١١ جـ ١ : ١٠ د ١ : ٩

١٩٤

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

تمرّن ٦-١٠

الاحتمال
Probability

تدرب وطبق

(١) ابدأ اتبع الخطوات لإيجاد احتمال سحب كرة حراء من حقيبة تحتوي على ٣ كرات حراء، ٥ زرقاء، ٤ صفراء.

(أ) أوجد العدد الكلي للكرات. _____

(ب) اكتب الكسر الذي بسطه هو عدد الكرات الحمراء ومقامه العدد الكلي للكرات. _____

(جـ) أعد كتابة الكسر في أبسط صورة. _____

أوجد احتمال كل حدث بصورة كسر اعتيادي ونسبة مئوية وكسر عشري.

(٢) ظهور الرقم ١ أو ٣ أو ٤ أو ٥ عند رمي مكعب أعداد مرقم من ١ إلى ٦. _____

(٣) تدوير «تدوير مجددًا» على الدوارة المبينة في الرسم إلى اليسار. _____

(٤) سحب كرة سوداء من حقيبة تحتوي على مجموعة كرات كالتالي:

(أ) ٢ صفراء، ٤ سوداء، ١ حراء. _____

(ب) ٥ سوداء. _____ (جـ) ٢ خضراء. _____

(٥) لدينا ٢٥ طالبًا في الصف الثامن جميعهم يمارسون الرياضة منهم ١٠ يمارسون رياضة كرة السلة، ٨ يمارسون رياضة كرة القدم والآخرين يمارسون رياضة الجري.

اختير طالب عشوائيًا ما احتمال ان يكون هذا الطالب:

(أ) ممارسًا كرة السلة _____

(ب) لا يمارس رياضة الجري _____

(جـ) ممارسًا كرة القدم أو الجري _____

أوجد الاحتمال للترجيحات التالية:

(٦) ١:١ _____ (٧) ٢:٣ _____ (٨) ١ : ٧ _____

(٩) ١١ : ٩ _____ (١٠) ٤٤:٥٥ _____

(١١) يحتوي صندوق على ٧ أقلام صفراء، ٣ خضراء، ٤ زرقاء. إذا تم اختيار قلم واحد عشوائيًا، فأوجد احتمال كل من الأحداث التالية بصورة كسر اعتيادي ونسبة مئوية وكسر عشري.

(أ) ل(أزرق) _____ (ب) ل(أصفر) _____

(جـ) ل(ليس أزرق) _____ (د) ل(ليس أصفر) _____

٨٢

KuwaitMath.com

«حل المسائل والتفكير المنطقي»

	احتمال وقوع الحدث	احتمال عدم وقوع الحدث	الترجيح
١	$\frac{١}{٤}$	$\frac{٣}{٤}$	٣ : ١
٢	$\frac{١}{٨}$	$\frac{٧}{٨}$	٧ : ١
٣	$\frac{٤}{١٠}$	$\frac{٦}{١٠}$	٦ : ٤
٤	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	١ : ١

٥ **إجابة محتملة: الكرة المقذوفة لأسفل تكون هابطة واحتمالها = ١، احتمال الحصول على العدد ٧ بعد رمي حجر نرد واحد = صفرًا.**

٦ **(أ) النسبة المئوية، معظم الناس يمكنهم أن يكون لديهم الحس الرياضي في معرفة النسبة المئوية أسهل من الكسر الاعتيادي.**

(ب) الكسر الاعتيادي $\frac{١}{٣}$ كسر معروف أما الكسر العشري والنسبة المئوية فتتكرر فيهما الأرقام.

(جـ) النسبة المئوية يألفها الناس في معرفة الطقس.

٧ **(أ)** $\frac{٢}{٢٧} = \frac{١}{٣} \times \frac{٢}{٣} \times \frac{١}{٣}$

(ب) $\frac{١}{٢٧} = \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣}$

(جـ) $\frac{١}{٢٧} = \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣}$

(د) $\frac{٦}{٢٧} = \frac{٢}{٢٧} + \frac{٢}{٢٧} + \frac{٢}{٢٧}$

حلّ المسائل والتفكير المنطقي

أكمل الجدول التالي:

	احتمال وقوع الحدث	احتمال عدم وقوع الحدث	الترجيح
١	$\frac{١}{٤}$		
٢	$\frac{١}{٨}$		
٣			٦ : ٤
٤		$\frac{١}{٢}$	

٥ **التفكير الناقد:** اذكر حدثًا يساوي احتمال وقوعه ١، واذكر حدثًا آخر يساوي احتمال وقوعه صفرًا.

٦ **التواصل:** بيّن في كل حالة إن كان الاحتمال يكتب بصورة كسر اعتيادي أو كسر عشري أو صورة نسبة مئوية؟ اشرح إجابتك.

أ احتمال إصابتك بالإنفلونزا هذا الشتاء.

ب احتمال أن تحصل على الرقم ١ أو الرقم ٣ عند رمي مكعب مرقم من ١ إلى ٦.

جـ احتمال أن تمطر غدًا.

٧ لدى وفاء قميص أزرق، وقميص أحمر، وقميص أصفر، ولدى سعاد قميص أخضر، وقميص أحمر، وقميص أبيض. أمّا ضياء فلديها قميص أحمر، وقميص أزرق، وقميص بنفسجي. ستختار كل فتاة عشوائيًّا قميصًا لترتديه. أوجد احتمال أن تختار:

أ كلّ فتاة لونًا مختلفًا.

ب كلّ فتاة قميصًا أحمر.

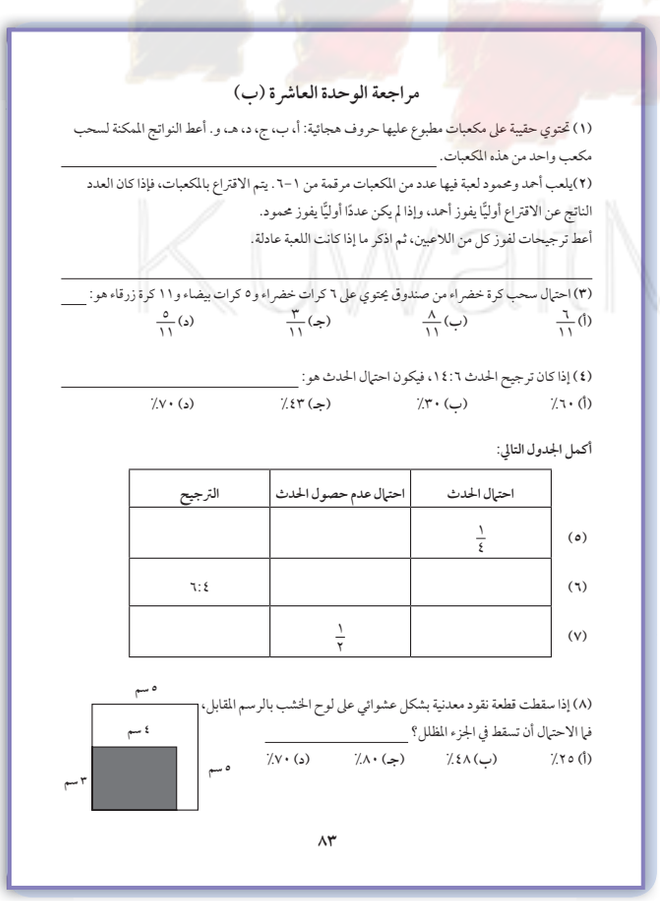
جـ كلّ فتاة اللون نفسه.

د فتاتان اللون نفسه، أمّا الفتاة الثالثة فتختار لونًا مختلفًا.

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

١٩٥



مراجعة الوحدة العاشرة (ب)

(١) تحتوي حقيبة على مكعبات مطبوع عليها حروف هجائية: أ، ب، ج، د، هـ، و. أعط النواتج الممكنة لسحب مكعب واحد من هذه المكعبات. _____

(٢) يلعب أحمد ومحمود لعبة فيها عدد من المكعبات مرقمة من ١-٦. يتم الاقتراع بالمكعبات، فإذا كان العدد الناتج عن الاقتراع أوليًّا يفوز أحمد، وإذا لم يكن عددًا أوليًّا يفوز محمود.
أعط ترجيحات لفوز كل من اللاعبين، ثم اذكر ما إذا كانت اللعبة عادلة.

_____

(٣) احتمال سحب كرة خضراء من صندوق يحتوي على ٦ كرات خضراء و٥ كرات بيضاء و١١ كرة زرقاء هو: ____

(أ) $\frac{٦}{١١}$ (ب) $\frac{٨}{١١}$ (جـ) $\frac{٣}{١١}$ (د) $\frac{٥}{١١}$

(٤) إذا كان ترجيح الحدث ٦:١٤، فيكون احتمال الحدث هو: _____

(أ) ٦٠٪ (ب) ٣٠٪ (جـ) ٤٣٪ (د) ٧٠٪

أكمل الجدول التالي:

	احتمال الحدث	احتمال عدم حصول الحدث	الترجيح
(٥)	$\frac{١}{٤}$		
(٦)			٦:٤
(٧)		$\frac{١}{٢}$	

(٨) إذا سقطت قطعة نقود معدنية بشكل عشوائي على لوح الخشب بالرسم المقابل، فما الاحتمال أن تسقط في الجزء المظلل؟ _____

(أ) ٢٥٪ (ب) ٤٨٪ (جـ) ٨٠٪ (د) ٧٠٪

٨٣

KuwaitMath.com

إجابات اختبار الوحدة العاشرة

١ ل (زهري) = $\frac{٦}{١٦} = \frac{٣}{٨}$، ٠,٣٧٥، ٣٧,٥٪

٢ ل (أخضر) = $\frac{٢}{١٦} = \frac{١}{٨}$، ٠,١٢٥، ١٢,٥٪

٣ ل (برتقالي) = $\frac{٠}{١٦}$ = ٠، ٠,٠٠، ٠٪

٤ ل (عطل تصنيعي) = $\frac{٤}{٨٠} = \frac{١}{٢٠}$

٥ ل (عدد < ٤) = $\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

٦ ل (عدد زوجي) = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

٧ ل (٤) = $\frac{١}{٦}$

٨ ل (٧) = $\frac{٠}{٦}$ = ٠

٩ ل (زرقاء) = $\frac{٦}{١٢} = \frac{١}{٢}$

١٠ ل (بيضاء) = $\frac{١}{١٢}$

١١ ل (ليست خضراء) = $\frac{١٠}{١٢} = \frac{٥}{٦}$

١٢ ل (حمراء) = $\frac{٣}{١٢} = \frac{١}{٤}$

١٣ ل (خضراء ثم حمراء بعد إعادة الخضراء)

= $\frac{٢}{١٢} \times \frac{٣}{١٢} = \frac{١}{٦} \times \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢٤}$

١٤ ل (خضراء ثم زرقاء بعد عدم إعادة الخضراء)

= $\frac{٣}{١٢} \times \frac{٦}{١١} = \frac{١}{٤} \times \frac{٦}{١١} = \frac{٣}{٢٢}$

١٥ (أ) $\frac{!٤}{!٢}$ = ٤ × ٣ = ١٢

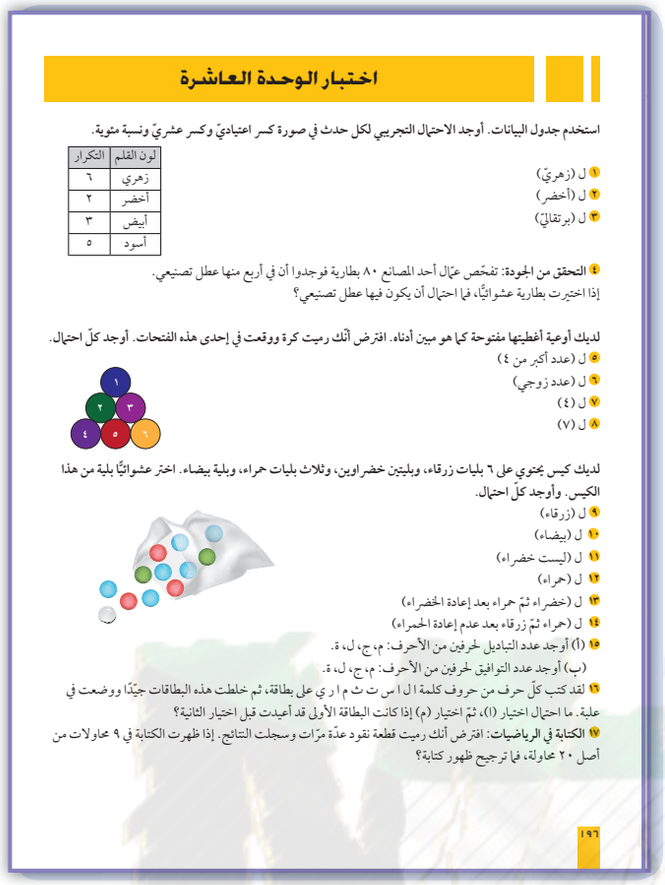
(ب) نبحث عن المجموعات الجزئية المكونة من

عنصرين {م، ج}، {م، ل}، {م، ة}، {ج، ل}، {ج، ة}، {ل، ة}

فيكون عدد التوافيق = ٦

١٦ $\frac{٣}{١٠} \times \frac{١}{١٠} = \frac{٣}{١٠٠}$

١٧ ٩ : ١١



اختبار الوحدة العاشرة

استخدم جدول البيانات. أوجد الاحتمال التجريبي لكل حدث في صورة كسر اعتياديّ وكسر عشريّ ونسبة مئوية.

لون القلم	التكرار
زهري	٦
أخضر	٢
أبيض	٣
أسود	٥

١ ل (زهريّ)

٢ ل (أخضر)

٣ ل (برتقاليّ)

٤ **التحقق من الجودة:** تفحّص عمّال أحد المصانع ٨٠ بطارية فوجدوا أن في أربع منها عطل تصنيعي.
إذا اختيرت بطارية عشوائيًّا، فما احتمال أن يكون فيها عطل تصنيعي؟

لديك أوعية أغطيتها مفتوحة كما هو مبين أدناه. افترض أنّك رميت كرة ووقعت في إحدى هذه الفتحات. أوجد كلّ احتمال.

٥ ل (عدد أكبر من ٤)

٦ ل (عدد زوجي)

٧ ل (٤)

٨ ل (٧)

لديك كيس يحتوي على ٦ بلايات زرقاء، وبلايتين خضراوين، وثلاث بلايات حمراء، وبلية بيضاء. اختر عشوائيًّا بلية من هذا الكيس. وأوجد كلّ احتمال.

٩ ل (زرقاء)

١٠ ل (بيضاء)

١١ ل (ليست خضراء)

١٢ ل (حمراء)

١٣ ل (خضراء ثمّ حمراء بعد إعادة الخضراء)

١٤ ل (حمراء ثمّ زرقاء بعد عدم إعادة الحمراء)

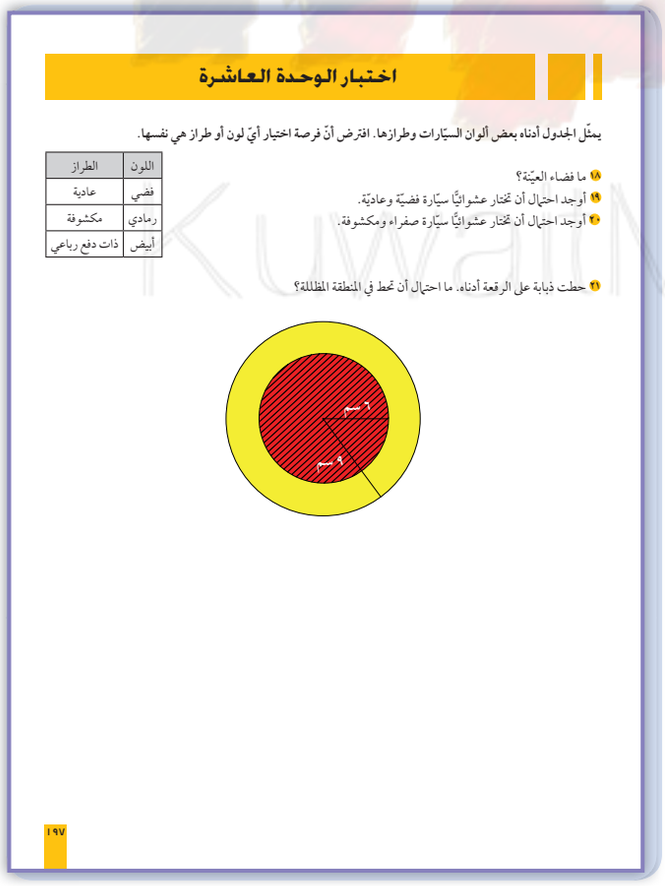
١٥ (أ) أوجد عدد التباديل لحرفين من الأحرف: م، ج، ل، ة.

(ب) أوجد عدد التوافيق لحرفين من الأحرف: م، ج، ل، ة.

١٦ لقد كتب كلّ حرف من حروف كلمة ا ل ا س ت ث م ا ر ي على بطاقة، ثم خلطت هذه البطاقات جيّدًا ووضعت في علبة. ما احتمال اختيار (ا)، ثمّ اختيار (م) إذا كانت البطاقة الأولى قد أعيدت قبل اختيار الثانية؟

١٧ **الكتابة في الرياضيات:** افترض أنك رميت قطعة نقود عدّة مرّات وسجلت النتائج. إذا ظهرت الكتابة في ٩ محاولات من أصل ٢٠ محاولة، فما ترجيح ظهور كتابة؟

١٩٦



اختبار الوحدة العاشرة

يمثّل الجدول أدناه بعض ألوان السيّارات وطرازها. افترض أنّ فرصة اختيار أيّ لون أو طراز هي نفسها.

اللون	الطراز
فضي	عادية
رمادي	مكشوفة
أبيض	ذات دفع رباعي

١٨ ما فضاء العيّنة؟

١٩ أوجد احتمال أن تختار عشوائيًّا سيّارة فضيّة وعاديّة.

٢٠ أوجد احتمال أن تختار عشوائيًّا سيّارة صفراء ومكشوفة.

٢١ حطت ذبابة على الرقعة أدناه. ما احتمال أن تحط في المنطقة المظللة؟

١٩٧

KuwaitMath.com

١٨

عادية: فضي ـــ عادية، فضي
رمادي ـــ عادية، رمادي
أبيض ـــ عادية، أبيض

مكشوفة: فضي ـــ مكشوفة، فضي
رمادي ـــ مكشوفة، رمادي
أبيض ـــ مكشوفة، أبيض

دفع رباعي: فضي ـــ دفع رباعي، فضي
رمادي ـــ دفع رباعي، رمادي
أبيض ـــ دفع رباعي، أبيض

١٩ ل (عادية، فضية) = $\frac{١}{٩}$

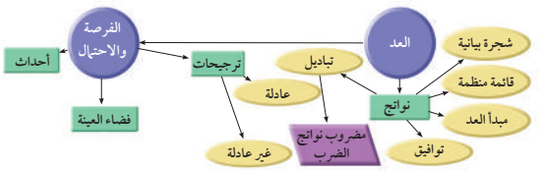
٢٠ ل (مكشوفة، صفراء) = $\frac{٠}{٩}$ = ٠

٢١ مساحة القرص بأكمله: $٩^{٢} \times ١٤,٣ = ٢٥٤,٣٤$ سم^{٢}

مساحة القرص المظلل: $٦^{٢} \times ١٤,٣ = ١١٣,٠٤$ سم^{٢}

ل (تحط في المنطقة المظللة) = $\frac{١١٣,٠٤}{٢٥٤,٣٤} = ٠,\overline{٤}$

مخطط تنظيمي للوحدة العاشرة



الوحدة العاشرة (أ): العد

- يمكنك عد النواتج الممكنة لسلسة من الاختيارات بتنظيم قائمة أو صنع مخطط الشجرة البيانية أو استخدام مبدأ العد.
- التباديل هي التنظيمات الممكنة لمجموعة من العناصر. يمكنك استخدام مبدأ العد أو المضروبات لإيجاد عدد التباديل.
- التوافيق هي اختيارات عناصر بحيث لا يكون الترتيب مهمًّا.

الوحدة العاشرة (ب): الفرصة والاحتمال

- في الاحتمال، التجربة هي أي شيء يتضمن فرصة. النتائج الممكنة لتجربة هي النواتج. الحدث هو أي ناتج (أو مجموعة من النواتج) يكون موضع اهتمامنا.
- ترجيح وقوع حدث ما هو نسبة عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها حدث إلى عدد الطرائق التي لا يمكن أن يقع بها.
- في اللعبة العادلة (متكافئة الفرص)، يكون لكل اللاعبين الترجيح نفسه للفوز.
- الاحتمال أو الاحتمال النظري لحدث ما، يحسب كما يلي:

$$\text{احتمال (حدث)} = \frac{\text{عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها الحدث}}{\text{عدد كل النواتج الممكنة}}$$

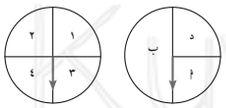
الحدث المستحيل يكون احتماله صفرًا. الحدث المؤكد يكون احتماله ١.

- إن مجموعة كل النتائج الممكنة في تجربة تدعى فضاء العينة.

١٩٨

مراجعة الوحدة العاشرة

(١) ارسم مخطط الشجرة البيانية لتوضح النواتج الممكنة لتدوير اللوحتين الدوارتين:



(٢) أوجد قيمة كل من:

(أ) (٣ + ٤)! = _____ (ب) $\frac{!٨}{!٥ \times !٣}$ = _____

(٣) تألفت لجنة من ٤ طلاب في الصف الثامن البالغ عدده ٢٨ طالبًا. بكم طريقة يمكن اختيار لجنة من ٤ طلاب مؤلفة من: رئيس، نائب رئيس، أمين سر، أمين صندوق؟ _____

(٤) بكم طريقة يمكن ترتيب حروف كلمة طاولة؟

_____

(٥) يحتوي كيس على ٤ كرات زرقاء اللون، ٥ كرات حمراء اللون، كرة واحدة خضراء اللون. إذا سحبت كرتان عشوائيًّا على التوالي، فأوجد ل(أحمر وأحمر) إذا:

(أ) تمت إعادة الكرة الأولى إلى الكيس قبل سحب الكرة الثانية.

_____

(ب) لم تتم إعادة الكرة الأولى إلى الكيس قبل سحب الكرة الثانية.

_____

(٦) ما احتمال الحصول على عددين يكون ناتج ضربهما ١٢ عند رمي حجري نرد متمايزين؟

_____

٨٤

KuwaitMath.com