توضح المعلومات المتضمنة في هذه الصفحات كيفية استخدام الهندسة في المواقف الحياتية.

الترابط والتداخل

الفن

اقترح على الطلاب العمل ضمن مجموعات من أجل إيجاد أشكال متطابقة أو متشابهة في بعض الأماكن من مدينة الكويت.

العلوم

اطلب إلى الطلاب إذا كان بإمكانهم البحث عن تقارير فحوصات الحمض النووي في أحد المستشفيات لإيجاد أنماط متشابهة ومتطابقة.

الجغرافيا

اطلب إلى الطلاب رسم خريطة لدولة الكويت بمقياس رسم محدد. تأكد من فهمهم لاستخدام مقياس الرسم.

التكنولوجيا

اعرض أمام الطلاب مجهرًا رقميًا في غرفة الفصل، كتمرين عملي، مبينًا قوة التكبير، وكيف تعطي المجاهر أشكالاً متشابهة.

مشروع الوحدة

في هذا المشروع، على الطلاب أن يكوّنوا أنماطًا وفسيفساء وذلك باستخدام فن طي الورق. ثم ادعهم إلى صنع أنماط مختلفة ومناقشتها مع زملائهم.

مرشد تخطيط الوحدة

كتاب الطالب			
الدرس	الأدوات المستخدمة	المصطلحات الأساسية	رقم الدرس
افتتاحية الوحدة الثامنة			
التركيز على حل المسائل			
افتتاحية الوحدة الثامنة (أ): الهندسة الإحداثية في المستوي			
المسافة بين نقطتين على محور		المسافة (البعد)، القيمة المطلقة	٨ – ١
المسافة بين نقطتين في المستوي الإحداثي	آلة حاسبة، مسطرة مرقمة		٨ – ٢
إحداثيا منتصف قطعة مستقيمة في المستوي الإحداثي	مسطرة، ورقة رسم بياني	منتصف قطعة مستقيمة	٨ – ٣
افتتاحية الوحدة الثامنة (ب): هندسة التحويلات			
التحويلات والتطابق	ورق رسم بياني، فرجار، منقلة	تحويل، انعكاس، دوران، مركز الدوران، زاوية الدوران	٨ – ٤
تحويلات وتشابه	ورق رسم بياني، مسطرة		٨ – ٥
التناظر (التماثل)	ورقة قياسها ٢٢سم × ٢٨سم، مقص	تناظر، تناظر خطي، خط تناظر، تناظر دوراني، تناظر نقطي	٨ – ٦
اختبار الوحدة الثامنة			

KuwaitMath.com

التركيز على حل المسائل

قراءة المسألة

عندما تخطط لحل الخطوات في المسألة، يجب أن تتأكد من أنك تعرف جميع المعلومات الضرورية لحلها. في بعض الأحيان تفتقد المسألة إلى معلومة (معلومات) مهمة.

التركيز على حل المسائل

عرّف أي معلومات إضافية تحتاج إليها في كل مسألة. إذا كانت كل المعلومات اللازمة متوفرة، فقم بحل المسألة.

١ يريد ثلاثة أصدقاء بناء منزل خشبي صغير. تطوع أحمد لإحضار الخشب. يحتاج إلى ٩ م^{٢} من الخشب للسقف. أما أبعاد كل من الحيطان الأربعة فهي ٣م × ٢م. إلى كم متر مربع من الخشب يحتاج أحمد لإتمام بناء المنزل؟

٢ يريد سالم طلاء قسم من المنزل باللون الأخضر والقسم الآخر باللون الأبيض. سعر علبة الدهان الأخضر هو ديناران. أما سعر علبة الدهان الأبيض ٢,٥٠٠ دينار. كم سيتكلف سالم على طلاء المنزل؟

٣ يريد بلال مد شريط كهربائي من أحد زوايا السطح إلى وسطه. كم مترًا من الشريط سيلزمه علمًا أنه يحتاج إلى ٥ أمتار لتمديدات خارج المنزل؟ (ملاحظة: لا يباع الشريط بكسور الأمتار).

٤ اشترك الأصدقاء الثلاثة في طلاء المنزل. كان أحمد أسرع من سالم بمرتين، وسالم أبطأ من بلال بنسبة ٢٥٪. كم من الوقت استغرق طلاء المنزل؟

٩٠

التركيز على حل المسائل

تعرف المعلومات الناقصة

الغاية

يتأكد الطلاب من معرفة جميع المعلومات الضرورية لحلّ المسائل.

كيفية التعامل مع الصفحة

استخدام خطوات حل المسائل

ناقش مع الطلاب الخطوات التالية:

- اقرأ المسألة لتحديد ما تسأل عنه بالضبط.
- قم بوضع خط تحت المعلومات غير الضرورية.
- قم بوضع خطين تحت المعلومات الضرورية لحلّ المسألة.
- قم بحل المسألة بعد التأكد من وجود المعلومات كلها.

اسأل ...

- هل قرأت المسألة عدة مرات؟

إجابات الأسئلة

١ ٣٣ م^{٢}.

٢ علينا معرفة كم ليترًا موجودًا في كل علبة، وكم مترًا مربعًا يُطلى بليتر واحد.

٣ ٨ أمتار.

٤ يجب علينا معرفة سرعة أحد الأصدقاء أثناء قيامه بالطلاء.

KuwaitMath.com

الموضوع: الخرائط

كيفية التعامل مع هذه الصفحة

تقدم هذه الصفحة، موضوع هذا الجزء، الهندسة الإحداثية في المستوي، وبالتحديد خريطة الكويت وكيفية استخدامها.

اسأل ...

- لماذا تستخدم خريطة الكويت؟ **لإيجاد المسافة التقريبية بين نقطتين في الكويت.**

الترابط والتداخل

الجغرافيا

تعتبر خريطة الكويت استطرادًا لخريطة العالم وأداة مهمة في علم الجغرافيا، لأنها تمكن الطالب من معرفة إحداثيات بعض المدن والمسافات في ما بينها.

اطلب إلى الطلاب البحث عن طريقة استخدامها.

العلوم

يستفاد من الخرائط في علم المساحة لتحديد حدود بعض المدن والدول. ناقش مع الطلاب كيفية الاستفادة منها في علم المساحة.

إجابات الأسئلة

١ ١ : ١ ٠٠٠ ٠٠٠ ؛ كل سم على الخريطة يساوي ١٠ كم.

٢ حوالى ٣٢ كم.

٣ ٣,٥ سم.

KuwaitMath.com

١-٨

المسافة بين نقطتين على محور
Distance Between Two Points on an-Axis

صلة الدرس في السابق، تعرفت المستوي الإحداثي. في هذا الدرس، سوف تتعرف البعد بين نقطتين على محور.

سوف تتعلم
- إيجاد البعد بين نقطتين على محور.

من الاستخدامات
- يستخدم العاملون بالأدوات الصحية البعد بين نقطتين لتحديد قياسات المواسير التي يحتاجون إليها.

استكشف التغيّر في درجات الحرارة

في ما يلي معدلات درجة الحرارة (سيليزية °C) خلال أشهر السنة في مدينة وينيبيغ (Winnipeg) في كندا.

يناير	فبراير	مارس	أبريل	مايو	يونيو	يوليو	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
-١٣°	-١١°	-٢°	١٠°	١٩°	٢٣°	٢٦°	٢٥°	١٩°	١١°	٠°	-١٠°

١ أوجد التغيّر الحاصل في درجة الحرارة من شهر يناير إلى شهر فبراير.
٢ بين أي شهرين كان التغيّر في درجة الحرارة هو الأكبر؟
٣ بين أي زوجين من الأشهر المتتالية تساوى التغيّر في درجة الحرارة؟
٤ لإيجاد التغيّر في درجات الحرارة بين شهري أبريل وديسمبر، كانت إجابة سالم: ٢٠ درجة وإجابة إبراهيم -٢٠ درجة. كيف تفسر الفرق بين الإجابتين؟

تعلم المسافة بين نقطتين على محور

تمثّل كل نقطة على خط الأعداد بإحداثيها.

المسافة (البعد) بين نقطتين على خط الأعداد هو القيمة المطلقة للفرق بين إحداثيي هاتين النقطتين.

بالنظر إلى خط الأعداد أعلاه نلاحظ أن:

$$|ع_٢ - ع_١| = أ ب$$

$ع_١$: إحداثي النقطة أ
$ع_٢$: إحداثي النقطة ب
$\overline{أ ب}$: طول

المصطلحات الأساسية
- المسافة (البعد) Distance
- القيمة المطلقة Absolute Value

٩٣

١-٨

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يوجد المسافة بين نقطتين على محور.

المصطلحات الأساسية

- المسافة (البعد)، القيمة المطلقة.

مراجعة

أوجد الناتج:

١ $|١ - ٢| =$ ١

٢ $|١٣ - ٥| =$ ٨

٣ $|١| - |-٢| =$ -١

صلة الدّرس ناقش مع الطلاب العلاقة بين القيمة المطلقة والمستوي الإحداثي بإيجاد المسافة بين نقطتين على محور.

١ - التمهيد

استكشف

الغاية

التعامل مع درجات الحرارة الموجبة والسالبة على خط الأعداد وإيجاد الفرق بين قيمتين.

التقييم المستمر

تحقق من إمكانية الطلاب في تفسير الفرق بين درجات الحرارة السالبة والموجبة

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

اطلب إليهم إيجاد الفرق بين -١٢° و-١٧°. وهل ستكون الإجابة سالبة أم موجبة؟

تحقق من إجابات الطلاب

KuwaitMath.com

إجابات «استكشف»

١ $-١١^\circ - (-١٣^\circ) = +٢^\circ$

٢ بين إبريل ومارس لأن التغير $١٠^\circ - (-٢^\circ) = ١٢^\circ$

٣ (فبراير، مارس)، (أبريل، مايو) والتغير ٩°

٤ إجابة سالم: (درجة الحرارة في شهر أبريل) – (درجة الحرارة في شهر ديسمبر) $= ١٠^\circ - (-١٠^\circ) = ٢٠^\circ$

إجابة إبراهيم: (درجة الحرارة في شهر ديسمبر) – (درجة الحرارة في شهر أبريل) $= (-١٠^\circ) - (١٠^\circ) = -٢٠^\circ$

٢ – التعليم

تعلم

إن القيمة المطلقة للفرق بين إحداثيي نقطتين أ ، ب هي طول $\overline{أب}$ على خط الأعداد.

أمثلة بديلة

١ أوجد طول $\overline{ك ل}$ إذا كان إحداثي ك هو –٣ وإحداثي ل هو –٢.

طول $\overline{ك ل} = |-٢ - (-٣)| = |-٢ + ٣| = |١| = ١$

٢ أوجد إحداثي م إذا كان طول $\overline{م ن}$ يساوي ٥ وإحداثي ن هو –٦.

نأخذ إحداثي م يساوي س$_م$

طول $\overline{م ن} = |-٦ - س_م|$

وهذا يعني أن: $|-٦ - س_م| = ٥$

لذا نكتب: $-٦ - س_م = ٥$

أو: $-٦ - س_م = -٥$

ومنه نحصل على: $س_م = -١١$

أو $س_م = -١$

إجابات «حاول أن تحل»

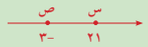
١ طول $\overline{أب} = ١٩$.

٢ $\overline{جـ د}$ ، $\overline{د و}$.

٣ م = ٤ ، $\overline{هـ ف} = ٣٨$ ، $\overline{ف د} = ٣٢$.

مثال (١)

(أ) أوجد طول $\overline{س ص}$ إذا كان إحداثي ص هو –٣ وإحداثي س هو ٢١.



الحل:

س ص = $|٢١ - (-٣)| = |٢٤| = ٢٤$ وحدة طول

(ب) افرض أنك طرحت ٢١ من –٣ في الفقرة "أ". هل تحصل على النتيجة نفسها؟ فسّر.

الحل:

نعم، $|-٣ - ٢١| = |-٢٤| = ٢٤$ وحدة طول

|أس – ص| = |ص – س|

نلاحظ أن البعد بين ص ، س يساوي البعد بين س، ص.

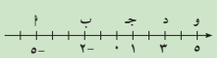
حاول أن تحل

١ أوجد طول $\overline{أب}$ إذا كان إحداثي أ هو –٨ وإحداثي ب هو ١١.

عندما يتساوى طولا قطعتين مستقيمتين نقول إنهما متطابقتان، ونرمز لذلك بالإشارة ≅ إذا كان أ ب = جـ د عندها نكتب $\overline{أب} \cong \overline{جـ د}$

مثال (٢)

سمِّ قطعتين متطابقتين مستخدمًا خط الأعداد.



الحل: أ ب = $|٢ - (-٥)| = |٣| = ٣$ وحدات طول

ب جـ = $|١ - (-٢)| = |٣| = ٣$ وحدات طول

بما أن أ ب = ب جـ فيكون $\overline{أب} \cong \overline{ب جـ}$

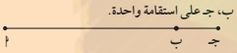
$\overline{أب}$ ، $\overline{ب جـ}$: قطعتان مستقيمتان متطابقتان.

حاول أن تحل

٢ سمِّ قطعتين متطابقتين أخريين من المثال (٢).

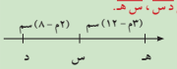
إذا وجدت نقطة ب بين نقطتين أ ، جـ بحيث إن أ ب، جـ تنتمي إلى قطعة مستقيمة واحدة فيكون لدينا أ ب + ب جـ = أ جـ.

أي أنه إذا كانت ب تنتمي إلى $\overline{أجـ}$ ، فإن أ ب + ب جـ = أ جـ أي أن أ ب، جـ على استقامة واحدة.



مثال (٣)

في الشكل المقابل، إذا كانت د هـ = ٦٠ سم، فأوجد قيمة "م" ثم أوجد طول كل من $\overline{د س}$ ، $\overline{س هـ}$.



الحل: ∵ س تنتمي إلى $\overline{د هـ}$

د س + س هـ = د هـ

(٢م – ٨) + (٣م – ١٢) = ٦٠ بالتعويض

٢م + ٣م – ٨ – ١٢ = ٦٠

٥م – ٢٠ = ٦٠ بالتبسيط

٥م = ٨٠ بإضافة ٢٠ إلى كلا الطرفين

م = ١٦ بقسمة كلا الطرفين على ٥

د س = ٢م – ٨ = ٢(١٦) – ٨ = ٢٤ سم

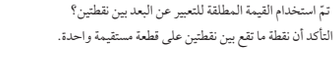
س هـ = ٣م – ١٢ = ٣(١٦) – ١٢ = ٣٦ سم

حاول أن تحل

٣ مستخدمًا الشكل المقابل، إذا كانت هـ د = ٧٠ سم، فأوجد قيمة "م"، وطول كل من $\overline{هـ ف}$ ، $\overline{ف د}$.

مثال (٤)

يبيّن الشكل أدناه مخطط منزل سعود، أمامه خزان ماء وشجرتا نخيل (على مستقيم واحد). مشى سعود من منزله إلى خزان الماء حيث ملأ دلوه، أكمل سيره وسقى الشجرة الأولى ثم عاد إلى الخزان، ملأ الدلو مرة ثانية وسار حتى الشجرة الثانية سقاها ثم عاد إلى منزله. ما المسافة الكلية التي سارها سعود؟



الحل:

م خ = $|١ - (-٣)| = ٤$ وحدات طول

خ ش$_١$ = $|٤ - ١| = ٣$ وحدات طول

خ ش$_٢$ = $|٧ - ١| = ٦$ وحدات طول

ش$_١$م = $|-٣ - ٧| = ١٠$ وحدات طول

المسافة التي سارها سعود = م خ + خ ش$_١$ + خ ش$_١$ + خ ش$_٢$ + ش$_٢$م = ٤ + ٣ + ٣ + ٦ + ١٠ = ٢٦

سار سعود ٢٦ وحدة طول.

تحقق من فهمك

١ لماذا، برأيك، تمّ استخدام القيمة المطلقة للتعبير عن البعد بين نقطتين؟

٢ كيف يمكنك التأكد أن نقطة ما تقع بين نقطتين على قطعة مستقيمة واحدة.

KuwaitMath.com

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

إجابات «تحقق من فهمك»

❶ **لأن المسافة بين نقطتين عدد موجب.**

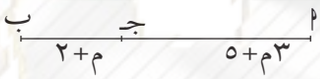
❷ **إذا كان أ ب + ب جـ = أ جـ ، ب تقع بين أ ، جـ .**

تقييم بديل

المجلة: اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا في كراساتهم أن ترتيب إحداثيي النقطتين باستخدام القيمة المطلقة غير مهم في إيجاد طول القطع المستقيمة.

اختبار سريع

❶ أوجد م إذا كان أ جـ = ٥٠ م = ١٥



❷ أوجد إحداثي أ إذا كان أ ب = ١ وإحداثي ب هو -٢. إحداثي أ هو -١ أو -٣

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

❶ (أ) ٩، ٩، ١١، ١٣.

(ب) خطأ، خطأ، خطأ، صح.

(جـ) ٢؛ أو ١٢، لأن |١٢ - ٧| = |٧ - ٢| = ٥.

❷ (أ) ٢٤.

(ب) ٢٥.

❸ (أ) ر س = ٤٠، س ت = ٢٤.

(ب) ر س = ٦٠، س ت = ٣٦.

حل المسائل والتفكير المنطقي

❶ مستخدمًا خط الأعداد المقابل:

(أ) أكمل:

أ جـ =

ب د =

أ د =

ب هـ =

(ب) اكتب «صح» أو «خطأ»:

أ ب ≅ هـ د

ب د < جـ د

أ جـ + ب د = أ د

أ جـ + جـ د = أ د

(جـ) لتكن جـ ن = ٥. أوجد إحداثي النقطة ن.

هل هناك إحداثي آخر ممكن للنقطة ن؟ فسّر.

في التمرينين ❷ ❸ استخدم الشكل المقابل (اعتبر المسافات بوحدات الطول)

❷ (أ) إذا كانت ر س = ١٥ ، س ت = ٩.

فتكون ر ت =

(ب) إذا كانت س ت = ١٥، ر ت = ٤٠.

فتكون ر س =

❸ أوجد ر س ، س ت في الحالات التالية:

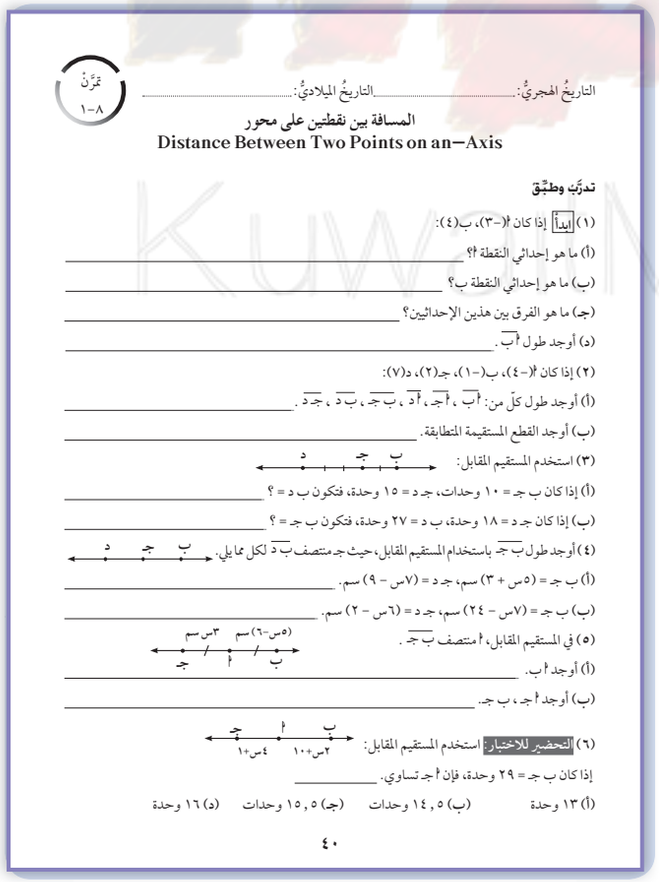
(أ) ر س = ٣م + ١ ، س ت = ٢م - ٢، ر ت = ٦٤.

(ب) ر س = ٨ م + ٤، س ت = ٤م + ٨، ر ت = ١٥م - ٩.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًا.
- حل مسألة أبسط.

٩٥



تمرّنْ ٨-١

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

المسافة بين نقطتين على محور

Distance Between Two Points on an–Axis

تدرَّب وطبِّق

(١) إبدأ إذا كان أ(-٣)، ب(٤):

(أ) ما هو إحداثي النقطة أ؟ _____

(ب) ما هو إحداثي النقطة ب؟ _____

(جـ) ما هو الفرق بين هذين الإحداثيين؟ _____

(د) أوجد طول أ ب . _____

(٢) إذا كان أ(-٤)، ب(-١)، جـ(٢)، د(٧):

(أ) أوجد طول كلّ من: أ ب ، أ جـ ، أ د ، ب جـ ، ب د ، جـ د . _____

(ب) أوجد القطع المستقيمة المتطابقة. _____

(٣) استخدم المستقيم المقابل:

(أ) إذا كان ب جـ = ١٠ وحدات، جـ د = ١٥ وحدة، فتكون ب د = ؟ _____

(ب) إذا كان جـ د = ١٨ وحدة، ب د = ٢٧ وحدة، فتكون ب جـ = ؟ _____

(٤) أوجد طول ب جـ باستخدام المستقيم المقابل، حيث جـ منتصف ب د لكل مما يلي.

(أ) ب جـ = (٥س + ٣) سم، جـ د = (٧س - ٩) سم. _____

(ب) ب جـ = (٧س - ٢٤) سم، جـ د = (٦س - ٢) سم. _____

(٥) في المستقيم المقابل، أ منتصف ب جـ .

(أ) أوجد أ ب. _____

(ب) أوجد أ جـ ، ب جـ. _____

(٦) **للتحضير للاختبار** استخدم المستقيم المقابل:

إذا كان ب جـ = ٢٩ وحدة، فإن أ جـ تساوي. _____

(أ) ١٣ وحدة (ب) ١٤,٥ وحدات (جـ) ١٥,٥ وحدات (د) ١٦ وحدة

٤٠

KuwaitMath.com

٨-٢

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يوجد المسافة بين نقطتين في المستوي الإحداثي.

الأدوات المستخدمة

- آلة حاسبة، مسطرة مرقمة.

مراجعة

❶ أوجد طول $\overline{د و}$ إذا كان إحداثي د هو ٤ وإحداثي و هو -٢.

د و = ٦ وحدة طول

❷ أوجد طول $\overline{ب جـ}$ إذا كان أ ب = ٤ سم، أ جـ = ٩ سم.

ب جـ = ٥ سم

صلة الدّرس يرتبط هذا الدرس بالدرس السابق لأن إيجاد المسافة بين نقطتين في المستوي يتطلب إيجاد المسافة بين نقطتين على محور.

١ - التمهيد

استكشف

الغاية

نستخدم إحداثيي نقطتين في المستوي الإحداثي لإيجاد المسافة بين نقطتين واقعتين عليه.

التقييم المستمر

تأكد من أن الطلاب يمثلون الأزواج المرتبة على المستوي الإحداثي بشكل صحيح، ثمّ تحقق من عمل الطلاب في الخطوتين (جـ)، (د).

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

اسأل الطلاب عن طريقة ثالثة تقريبية للإجابة عن السؤال في الخطوة (د).

الخط العمودي من ب يتقاطع مع الخط الأفقي من أ عند نقطة جـ، فنحصل على مثلث قائم الزاوية في جـ باستخدام نظرية فيثاغورث نجد: أ ب = $\sqrt{٩ + ١٦}$ = ٥ كم.

٨-٢

المسافة بين نقطتين في المستوي الإحداثي
Distance Between two Points In a Plane

سوف تتعلم
- إيجاد المسافة (البعد) بين نقطتين في المستوي الإحداثي.

من الاستخدامات
- يستخدم المساحون البعد بين نقطتين لإيجاد البعد بين القرى والمدن.

صلة الدرس: تعلمت سابقًا كيف تجد المسافة بين نقطتين على المحور، سوف تتعلم في هذا الدرس كيفية إيجاد البعد بين نقطتين في المستوي الإحداثي.

استكشف — البعد في المستوي

الأدوات المستخدمة: آلة حاسبة، مسطرة مرقمة

ينطلق أحمد في سيارته، صباح كل يوم، من المحطة أ متوجهًا إلى المحطة ب. لتكن العاصمة هي نقطة الأصل أو المركز.

موقع المحطة أ: ١ كم غرب العاصمة، ثم ٢ كم جنوب العاصمة.

موقع المحطة ب: ٢ كم شرق العاصمة، ثم ٢ كم شمال العاصمة.

كل ١ سم على الرسم يمثل ١ كم على الأرض.

(أ) إن الزوج المرتب (س١، ص١) يمثل المحطة أ. أوجد إحداثيات النقطة أ.

(ب) إن الزوج المرتب (س٢، ص٢) يمثل المحطة ب. أوجد إحداثيات النقطة ب.

(جـ) أوجد البعد بين النقطتين أ، ب مستخدمًا المسطرة المدرجة.

(د) أوجد قيمة التعبير $\sqrt{(س٢ - س١)^٢ + (ص٢ - ص١)^٢}$ مستخدمًا الآلة الحاسبة.

(هـ) ماذا تمثل قيمة هذا التعبير؟

تعلم — البعد بين نقطتين في المستوي

لتكن أ(س١، ص١)، ب(س٢، ص٢)، نقطتين في مستوي الإحداثيات، فإن المسافة بين أ، ب تُعطى بالقاعدة:

$$أ ب = \sqrt{(س٢ - س١)^٢ + (ص٢ - ص١)^٢}$$

٩٦

مثال (١)

أوجد البعد بين النقطتين ك، ل حيث ك (٥، ٢)، ل(-٤، -١) مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.

الحل: نفرض (س١، ص١) = (٥، ٢)، (س٢، ص٢) = (-٤، -١) فيكون

ك ل = $\sqrt{(س٢ - س١)^٢ + (ص٢ - ص١)^٢}$ — استخدم القانون

ك ل = $\sqrt{(-٤ - ٥)^٢ + (-١ - ٢)^٢}$ — عوض

ك ل = $\sqrt{(-٩)^٢ + (-٣)^٢}$ — بسط

ك ل = $\sqrt{٨١ + ٩} = \sqrt{٩٠}$

$\sqrt{٩٠} \simeq ٩,٤٨٦٨٣٢$ — استخدم آلة الحاسبة

البعد بين النقطتين ك، ل مقربة إلى أقرب جزء من عشرة هي ٩,٥ وحدة طول.

حاول أن تحل

❶ أوجد المسافة بين ل(١، -٣)، م(-٤، ٤) مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.

إذا كانت القطعة المستقيمة موازية لأحد المحاور، فيمكن إيجاد طولها دون استخدام القانون العام.

$\overline{أ ب}$ موازية للمحور السيني: أ ب = |س٢ - س١|

$\overline{أ ب}$ موازية للمحور الصادي: أ ب = |ص٢ - ص١|

مثال (٢)

استخدم الشكل المقابل لإيجاد النقطتين أ، ب، ثم أوجد البعد بين النقطتين أ، ب. ماذا تلاحظ؟

الحل:

أ(٢، ٤)، ب(٢، -١) لاحظ أن الإحداثي السيني متساوٍ

$\overline{أ ب}$ موازية للمحور الصادي

إذًا أ ب = |ص٢ - ص١|

= |-١ - ٤|

= |-٥|

= ٥ وحدات طول

حاول أن تحل

❷ استخدم الشكل في المثال (٢) لإيجاد النقطتين ل، م ثمّ إيجاد طول $\overline{ل م}$.

٩٧

إجابات «استكشف»

(أ) أ(−١، −٢).

(ب) ب(٢، ٢).

(جـ) ٥ كم.

(د) $\sqrt{(٢ - (-١))^{٢} + (٢ - (-٢))^{٢}}$

$= \sqrt{٣^{٢} + ٤^{٢}} = ٥$ كم

(هـ) طول $\overline{أب}$ أو المسافة بين النقطتين أ، ب في المستوي الإحداثي.

٢ – التعليم

تعلم

إيجاد المسافة بين نقطتين في المستوي باستخدام القانون.

أمثلة بديلة

❶ أوجد طول نصف القطعة المستقيمة $\overline{أب}$، حيث أ (٥، ٢)، ب (٣، ٤).

طول $\overline{أب} = \sqrt{(٣ - ٥)^{٢} + (٤ - ٢)^{٢}}$

$= \sqrt{(-٢)^{٢} + ٢^{٢}} = \sqrt{٤ + ٤} = \sqrt{٨}$

$= ٢\sqrt{٢}$

إذًا طول نصف $\overline{أب} = \frac{٢\sqrt{٢}}{٢} = \sqrt{٢}$ وحدة طول.

❷ إذا كان طول $\overline{أب} = ٥$، وإحداثيا ب هما (٤، ١) والإحداثي السيني للنقطة أ هو ١، فأوجد الإحداثي الصادي للنقطة أ. هل لدينا أكثر من حل؟

$٥ = \sqrt{(٤ - س)^{٢} + (١ - ص)^{٢}}$

$٢٥ = (٤ - ١)^{٢} + (١ - ص)^{٢}$

$٢٥ = ٩ + (١ - ص)^{٢}$

$(١ - ص)^{٢} = ١٦$

$١ - ص = ٤$ أو $١ - ص = -٤$

$ص = -٣$ أو $ص = ٥$

مثال (٣)

ما نوع المثلث ع م ر من حيث أضلاعه وزواياه حيث: ع(٢، ٤)، م(٦، ٤)، ر(٦، ٨)؟

الحل:

في المثلث ع م ر

ع م $= \sqrt{(س_{٢} - س_{١})^{٢} + (ص_{٢} - ص_{١})^{٢}}$ — استخدم القانون

$= \sqrt{(٦ - ٢)^{٢} + (٤ - ٤)^{٢}}$

$= \sqrt{(١٦ + ٠)} = ٤$ وحدات طول — تنويه: $\overline{ع م}$ موازية للمحور السيني

ع ر $= \sqrt{(٦ - ٢)^{٢} + (٨ - ٤)^{٢}}$ — ∴ ع م $= |س_{٢} - س_{١}| = |٦ - ٢| = ٤$

$= \sqrt{١٦ + ١٦} = ٤\sqrt{٢}$ وحدة طول

م ر $= \sqrt{(٦ - ٦)^{٢} + (٨ - ٤)^{٢}} = ٤$ وحدات طول — كذلك

المثلث ع م ر متطابق الضلعين عند م (ع م = م ر = ٤) — $\overline{م ر}$ موازية للمحور الصادي

(ع ر) $= ٤\sqrt{٢}$ — ∴ م ر $= |ص_{٢} - ص_{١}| = |٨ - ٤| = ٤$

(ع ر)$^{٢} = ٣٢$

(م ر)^{٢} + (ع م)$^{٢} = ١٦ + ١٦$

$= ٣٢$

(ع ر)$^{٢} =$ (ع م)^{٢} + (م ر)^{٢}

من عكس نظرية فيثاغورث المثلث ع م ر قائم الزاوية في م.

∴ المثلث ع م ر قائم الزاوية ومتطابق الضلعين عند م.

حاول أن تحل

❸ ما نوع المثلث ف هـ د من حيث أضلاعه وزواياه حيث ف (١، ١)، هـ (−٣، −٣)، د(٢، ٠)؟

تحقق من فهمك

❶ في المثال (١)، إذا وجدت البعد من النقطة ل إلى النقطة ك، فهل ستحصل على الإجابة نفسها؟

❷ في المثال (٢)، هل يمكن تطبيق القانون العام لإيجاد البعد بين النقطتين أ، ب؟

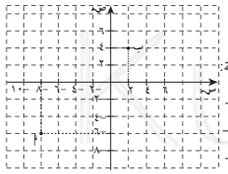
٩٨

تمرّن ٨-٢

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

المسافة بين نقطتين في المستوي الإحداثي

Distance Between Two Points in a Plane



تدرَّب وطبِّق

(١) ابدأ استخدم الرسم البياني المقابل للإجابة عن الأسئلة التالية:

(أ) ما هما إحداثيا النقطة أ؟ _____

(ب) ما هما إحداثيا النقطة ب؟ _____

(جـ) ما هي المسافة بين النقطتين أ، ب إلى أقرب جزء من المئة؟

(٢) أوجد المسافة بين النقطتين في كل مما يلي:

(أ) أ(٢، −١)، ب(٢، ٥). _____

(ب) جـ(٠، ٣)، د(٠، ١٢). _____

(جـ) هـ(−١، ٤)، و(٥، −٤). _____

(د) ز(−١١، −١)، حـ(−٣، −١). _____

(٣) إذا كان أ(٥، −٢)، ب(−٦، ٩)، جـ(١٧، −٣) هي إحداثيات المحطات الثلاث أي محطتين من المحطات الثلاث أقرب إلى بعضهما؟

(٤) بيّن نوع المثلث أ ب جـ بالنسبة لأضلاعه إذا كان أ(١، ١)، ب(٢، ٢)، جـ(٣، ١)؟

(٥) التحضير للاختبار: النقطة التي تكون أبعد عن نقطة الأصل هي: _____

(أ) أ(٠، −٧) (ب) ب(٥، ١) (جـ) جـ(−٤، −٣) (د) د(−٣، ٨)

٤١

إجابات «حاول أن تحل»

١ ل م ≈ ٦,٨ وحدة.

٢ ل (٣، −٢)، م (−٢، −٢)، ل م = ٥ وحدات.

٣ ف هـ = $\sqrt{٣٢}$، ف د = $\sqrt{٢}$

هـ د = $\sqrt{٣٤}$

(هـ د)^{٢} = (ف هـ)^{٢} + (ف د)^{٢}

المثلث ف هـ د قائم الزاوية في ف.

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

ذكر الطلاب بأن الترتيب غير مهم في قانون المسافة بين نقطتين في المستوي الإحداثي، بسبب الجذر التربيعي لمجموع المربعات.

إجابات «تحقق من فهمك»

١ نعم، لأننا نوجد الجذر التربيعي لمجموع مربعات الفرق للإحداثيات السينية والصادية.

٢ نعم.

تقييم بديل

المجلة: اطلب إلى الطلاب كتابة موقف حياتي يكون حله بإيجاد المسافة بين نقطتين وفق القانون.

اختبار سريع

١ أوجد المسافة بين أ(٢٠، ١٦)، ب(١٤، ٨).

١٠

٢ أوجد الإحداثي الصادي للنقطة ب علمًا أن:
أ ب = ١٠، وإحداثيي أ هما (١، ٢)، والإحداثي السيني للنقطة ب هو ٧.

١٠ أو −٦

حل المسائل والتفكير المنطقي

١ استخدم الحساب الذهني لإيجاد البعد بين النقطتين.
(أ) أ(٠، ٣)، ب(٠، ١٢)
(ب) جـ(٥، ١٣)، د(٥، ٤)، (٢، ١٣)
(جـ) هـ(٨، ٠)، و(٠، ٦)

٢ أوجد أ ب، ب جـ، أ جـ حيث: أ(١، ٠)، ب(٢، ٢)، جـ(٤، ٣).

٣ إذا كان البعد بين النقطتين أ(٦، −٢)، ب هي ١٠ وحدات طول
أوجد إحداثي النقطة ب علمًا أن الإحداثي السيني للنقطة ب يساوي الإحداثي الصادي للنقطة أ.

٤ ما نوع المثلث ك ل م حيث: ك(٤، ٠)، ل(٢، ٢ $\sqrt{٣}$)، م(٠، ٠)؟

٥ هل أضلاع الشكل الرباعي ك ل م ن حيث: ك(−٦، ٢)، ل(−٣، ٥) م(−٦، ٦)، ن(−٩، ٥) هي متساوية الطول؟

إستراتيجيات حل المسائل
- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًا.
- حل مسألة أبسط.

٩٩

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

١ (أ) أ ب = ٩ (ب) جـ د = ٢ (جـ) هـ و = ١٠.

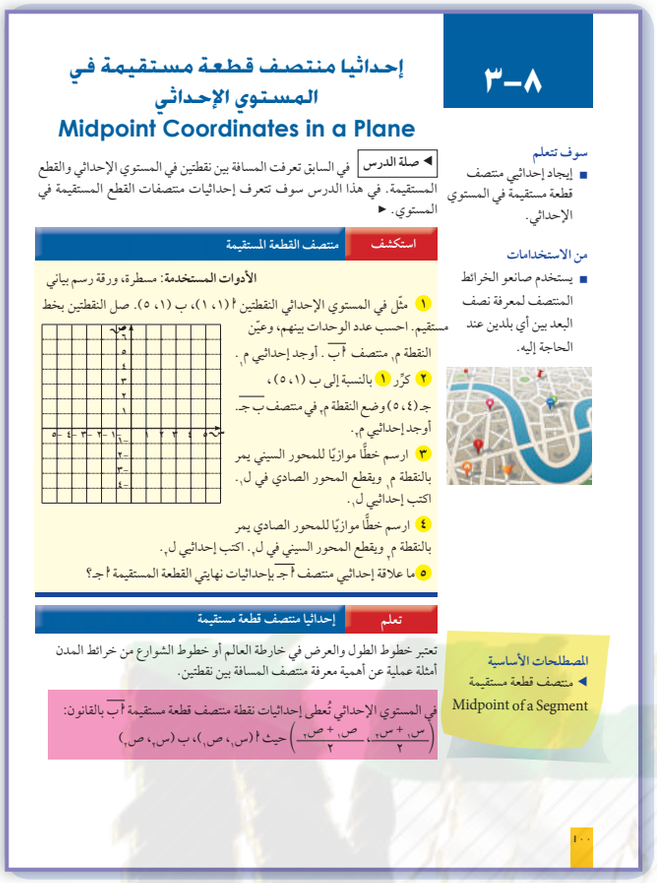
٢ أ ب = $\sqrt{٥}$، ب جـ = $\sqrt{٥}$، أ جـ = ٣ $\sqrt{٢}$.

٣ ب (−٢، ٤) أو ب (−٢، −٨).

٤ مثلث متطابق الأضلاع.

٥ كلا، ك ل = ٣ $\sqrt{٢}$؛ ل م = $\sqrt{١٠}$؛ م ن = $\sqrt{١٠}$؛
ن ك = ٣ $\sqrt{٢}$

KuwaitMan.com



٣-٨

إحداثيا منتصف قطعة مستقيمة في المستوي الإحداثي

Midpoint Coordinates in a Plane

سوف تتعلم
- إيجاد إحداثيي منتصف قطعة مستقيمة في المستوي الإحداثي.

من الاستخدامات
- يستخدم صانعو الخرائط المنتصف لمعرفة نصف البعد بين أي بلدين عند الحاجة إليه.

صلة الدرس: في السابق تعرفت المسافة بين نقطتين في المستوي الإحداثي والقطع المستقيمة. في هذا الدرس سوف تتعرف إحداثيات منتصفات القطع المستقيمة في المستوي.

استكشف: منتصف القطعة المستقيمة

الأدوات المستخدمة: مسطرة، ورقة رسم بياني

١ مثّل في المستوي الإحداثي النقطتين أ (١، ١)، ب (١، ٥). صل النقطتين بخط مستقيم. احسب عدد الوحدات بينهم، وعيّن النقطة م١ منتصف أ ب . أوجد إحداثيي م١.

٢ كرّر ١ بالنسبة إلى ب (١، ٥)، جـ(٤، ٥) وضع النقطة م٢ في منتصف ب جـ. أوجد إحداثيي م٢.

٣ ارسم خطًّا موازيًا للمحور السيني يمر بالنقطة م١ ويقطع المحور الصادي في ل١. اكتب إحداثيي ل١.

٤ ارسم خطًّا موازيًا للمحور الصادي يمر بالنقطة م٢ ويقطع المحور السيني في ل٢. اكتب إحداثيي ل٢.

٥ ما علاقة إحداثيي منتصف أ جـ بإحداثيات نهايتي القطعة المستقيمة أ جـ؟

تعلم: إحداثيا منتصف قطعة مستقيمة

تعتبر خطوط الطول والعرض في خارطة العالم أو خطوط الشوارع من خرائط المدن أمثلة عملية عن أهمية معرفة منتصف المسافة بين نقطتين.

في المستوي الإحداثي تُعطى إحداثيات نقطة منتصف قطعة مستقيمة أ ب بالقانون: $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢}، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$ حيث أ (س١، ص١)، ب (س٢، ص٢)

المصطلحات الأساسية
- منتصف قطعة مستقيمة
Midpoint of a Segment

١٠٠

٣-٨

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:
- يوجد إحداثيي منتصف قطعة مستقيمة في المستوي الإحداثي.

المصطلحات الأساسية
- منتصف قطعة مستقيمة.

الأدوات المستخدمة
- مسطرة، ورقة رسم بياني.

مراجعة

١ أوجد طول $\overline{أب}$ حيث أ(٠، ٥)، ب(٤، ٢).

أ ب = ٥ وحدات

٢ أوجد إحداثيي النقطة أ إذا كان أ ب = $\sqrt{٤١}$ وحدة، والإحداثي السيني للنقطة أ هو المعكوس الجمعي للإحداثي السيني للنقطة ب(٢، ٤).

أ(-٢، ٩) أو أ(-٢، -١)

صلة الدّرس بعد تعرف كيفية إيجاد الأزواج المرتبة في المستوي، وطول القطع المستقيمة سوف نتعرف إحداثيي منتصف القطعة المستقيمة.

١ - التمهيد

استكشف

الغاية

تعرف طريقة لإيجاد إحداثيي منتصف القطعة المستقيمة.

التقييم المستمر

تحقق من فهم الطلاب لإيجاد إحداثيي النقاط في المستوي، وتأكد من رسمهم الخطوط المتوازية بدقة في السؤال الثاني.

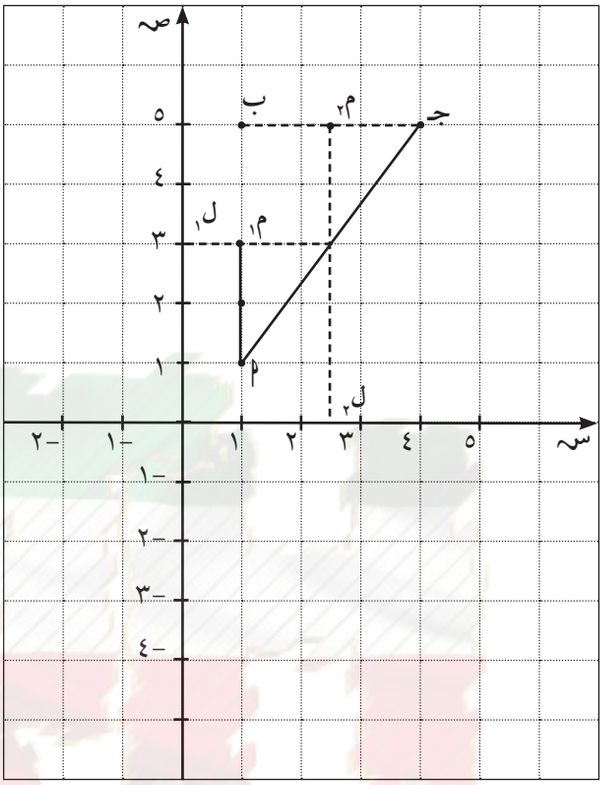
KuwaitMath.com

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

ادع هذه المجموعات للبحث عن مضلعات شرط أن يكون لأقطارها المنتصف نفسه. **تتنوع الإجابات.**

إجابات «استكشف»

❶



م١ (١، ٣)

❷ ٥، م٢ (٥، ٢، ٥)

❸ ل١ (٣، ٠)

❹ ل٢ (٥، ٢، ٠)

❺ **الإحداثي السيني للمنتصف يساوي نصف مجموع الإحداثيين السينيين، والإحداثي الصادي يساوي نصف مجموع الإحداثيين الصاديين للقطعة المستقيمة.**

٢- التعليم

تعلم

باستخدام القانون لإيجاد إحداثيي منتصف قطعة مستقيمة $\overline{أب}$ مثلًا م:

م$\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢}، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$ حيث أ (س١ ، ص١)، ب(س٢ ، ص٢).

مثال (١)

أوجد م نقطة منتصف $\overline{أب}$ حيث إن أ (٢، -٣)، ب (-٦، ١).

الحل:

نقطة المنتصف م = $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢}، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$

= $\left(\frac{٢ + (-٦)}{٢}، \frac{-٣ + ١}{٢}\right) = \left(\frac{-٤}{٢}، \frac{-٢}{٢}\right)$ = (-٢، -١).

حاول أن تحل

❶ أوجد إحداثيا النقطة "م" منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (١، ٢)، ب (٣، ٤).

مثال (٢)

إذا كانت م (٣، ٤) نقطة منتصف $\overline{أب}$، أ(-٤، -٦) فأوجد النقطة ب.

الحل:

نفرض أن ب (س٢، ص٢).

م (س، ص) = م $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢}، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$

عوض عن قيم س، ص كما يلي:

$\frac{-٤ + س_٢}{٢}$ = ٣، $\frac{-٦ + ص_٢}{٢}$ = ٤

٦ = -٤ + س٢ ، ٨ = -٦ + ص٢

س٢ = ١٠، ص٢ = ١٤ وعليه تكون النقطة ب (١٠، ١٤).

حاول أن تحل

❷ تبعد النقطة أ ثلاث وحدات شرقًا عن نقطة الأصل، وتبعد النقطة ب عدد وحدات معينة في جهة معينة بحيث إن م منتصف $\overline{أب}$ هي $\left(\frac{٥}{٢}، \frac{٣}{٢}\right)$. أوجد إحداثيا النقطة "ب"، وحدد جهتها من نقطة الأصل.

١٠١

تمرّن ٣-٨

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

إحداثيا منتصف قطعة مستقيمة في المستوي الإحداثي
Midpoint Coordinates in a Plane

تدرّب وطبّق

(١) ابدأ $\overline{أب}$ قطعة مستقيمة حيث أ(-١، ٣)، ب(٧، -١).

(أ) أوجد الإحداثي السيني لنقطة منتصف $\overline{أب}$. _____

(ب) أوجد الإحداثي الصادي لنقطة منتصف $\overline{أب}$. _____

(جـ) اكتب إحداثيي نقطة منتصف $\overline{أب}$. _____

(٢) أوجد إحداثيي نقطة منتصف $\overline{أب}$ في كل من الحالات التالية:

(أ) أ(٠، ٠)، ب(٨، ٤). _____

(ب) أ(٨، ١٣)، ب(-٦، -٦). _____

(جـ) أ(-٣، ٦، ٢، ٥)، ب(٨، ١، -١). _____

(د) أ$\left(\frac{١}{٢}، ٥\right)$، ب$\left(٢\frac{١}{٢}، -\frac{١}{٤}\right)$، ب$\left(-\frac{٣}{٤}، ١\right)$. _____

(٣) إذا كانت م(٥، ١٢) نقطة منتصف $\overline{أب}$ حيث أ(٢، ٦)، ب(س٢، ص٢)، أوجد إحداثيي النقطة «ب».

_____

_____

(٤) أ(١، ٢)، ب(٥، ٦) جـ(٣، -٢) هي إحداثيات رؤوس المثلث أ ب جـ على شبكة إحداثيات.

(أ) أوجد إحداثيي م منتصف $\overline{أجـ}$ وإحداثيي ن منتصف $\overline{بجـ}$.

_____

_____

(ب) تأكد من أن $\overline{مـن}$ // $\overline{أب}$. _____

_____

(٥) **التحضير للاختبار**: إذا كانت نقطة الأصل هي منتصف $\overline{أب}$، وتقع أ في الربع الثاني، فإن النقطة ب تقع في الربع؟ _____

(أ) الأول (ب) الثاني (جـ) الثالث (د) الرابع

٤٢

KuwaitMath.com

أمثلة بديلة

❶ أوجد إحداثيي منتصف $\overline{أب}$، حيث أ(٤، ٢)، ب(٣، ٥).

م منتصف $\overline{أب}$ إذًا م $\left(\frac{٤+٣}{٢}، \frac{٢+٥}{٢}\right)$، م $\left(\frac{٧}{٢}، \frac{٧}{٢}\right)$.

❷ أوجد إحداثيي النقطة ب، إذا كان م(١، ٥) منتصف $\overline{أب}$ حيث أ(٣، ٦).

لنفرض أن إحداثيي ب هما (س ، ص).

بما أن م منتصف $\overline{أب}$ لذا الإحداثي السيني لـ م: $\frac{س+٣}{٢} = ١$

س = ٢ − ٣ = −١

الإحداثي الصادي لـ م: $\frac{ص+٦}{٢} = ٥$

ص = ١٠ − ٦ = ٤ إذًا ب (−١، ٤).

إجابات «حاول أن تحل»

❶ م(٢، ٣)

❷ ب(٠، ٥)، شمال نقطة الأصل.

❸ أ(٢، ١)

مثال (٣)

إذا كانت م(٢، −٣) نقطة منتصف $\overline{أب}$ وكانت ب(٢، −٤) فأوجد إحداثيا النقطة أ.

الحلّ:

نفرض أن أ(س١، ص١)

$م(س، ص) = م\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢}، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$

بالتعويض نحصل على:

$٢ = \frac{س_١ + ٢}{٢}$ ، $-٣ = \frac{ص_١ + (-٤)}{٢}$

٤ = س١ + ٢ ، −٦ = ص١ + (−٤)

س١ = ٢ ، ص١ = −٢ والنقطة أ(٢، −٢)

حاول أن تحل

❸ إذا كانت م(٥، ٤) نقطة منتصف $\overline{أب}$ وكانت ب(٨، ٧)، فأوجد إحداثيا النقطة أ.

مثال (٤)

آراد محمد إنشاء منزل يقع في منتصف الطريق بين مزرعتين يمتلكهما في الوفرة. حدد النقطة التي تمثل المنزل إذا كان إحداثيا المزرعتين هما النقطتين (٨، ٥)، (−٤، ١) على خارطة.

الحل:

بفرض نقطة منتصف الطريق هي م

نقطة المنتصف م $= \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢}، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$

$= \left(\frac{٨ + (-٤)}{٢}، \frac{١ + ٥}{٢}\right)$

= (٢، ٣)

النقطة التي تمثل المنزل هي (٢، ٣).

تحقق من فهمك

❶ إذا كانت نقطة الأصل هي منتصف القطعة المستقيمة حيث يقع أحد طرفي القطعة في الربع الأول، ففي أي ربع يقع الطرف الآخر؟

❷ هل لقطري شبه المنحرف المنتصف نفسه؟

١٠٣

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

تأكد من فهم الطلاب قاعدة إحداثيات منتصف القطعة المستقيمة.

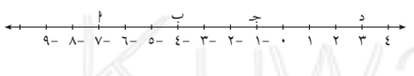
إجابات «تحقق من فهمك»

❶ في الربع الثالث.

❷ كلا.

مراجعة الوحدة الثامنة (أ)

(١) باستخدام خط الأعداد أدناه، أوجد طول كل من القطع المستقيمة التالية:



(أ) $\overline{أب}$ _____

(ب) $\overline{أد}$ _____

(جـ) $\overline{جـ د}$ _____

(د) $\overline{ب جـ}$ _____

(٢) إذا كان أ جـ = ٤٥ وحدة، أ ب = (س + ٨) وحدة، ب جـ = (٣ س − ٣) وحدة، فأوجد قيمة س.

أ ب جـ

_____

(٣) إذا كانت جـ هي نقطة منتصف $\overline{أب}$، فأوجد أ ب .

أ (٢س+١٠) جـ (٥س−١١) ب

_____

(٤) تريد أن تسافر من المدينة أ(٨٠، ٢٠) إلى المدينتين ب(٢٠، ٦٠)، جـ(١١٠، ٩٠) .

ما هي أقصر مسافة لهذه الجولة؟ اشرح.

_____

_____

(٥) $\overline{أب}$ قطعة مستقيمة حيث أ(−٤، ٥)، ب(٦، −٢) .

(أ) أوجد أ ب إلى أقرب جزء من العشرة. _____

(ب) أوجد إحداثيي نقطة منتصف $\overline{أب}$. _____

(٦) إذا كانت م(٣، −٤) نقطة منتصف $\overline{أب}$ ، حيث أ(٢، ٣).

أوجد إحداثيي نقطة ب. _____

(٧) إذا كان م(٢، أ) ، ن(٢، ب):

أوجد إحداثيي نقطة منتصف م $\overline{ن}$: _____

٤٣

KuwaitMath.com

تقييم بديل

المجلة: ادع الطلاب أن يكتبوا في كراساتهم موقفًا حياتيًّا يتضمن معنى المنتصف.

اختبار سريع

❶ أوجد إحداثيي «م» منتصف القطعة المستقيمة $\overline{أب}$.
حيث أ (−٢، −٤)، ب (١، −٣).
م $(\frac{-١}{٢}، -\frac{٧}{٢})$

❷ أوجد إحداثيي النقطة ب. حيث أ $(\frac{١}{٢}، ٢)$،
م (١، ٣) منتصف $\overline{أب}$.
ب $(\frac{٣}{٢}، ٤)$

إجابات «المرشد لحل المسائل»

❶ المربع أ ب جـ د مع إحداثيات رؤوسه.

❷ تحديد موقع قاعدة العامود.

❸ م $(\frac{س_١ + س_٢}{٢}، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢})$

❹ أ (−٢، ٠)، جـ (٢، ٤).

❺ ب(−٢، ٤)، د(٢، ٠).

❻ $م_١$ (٠، ٢)

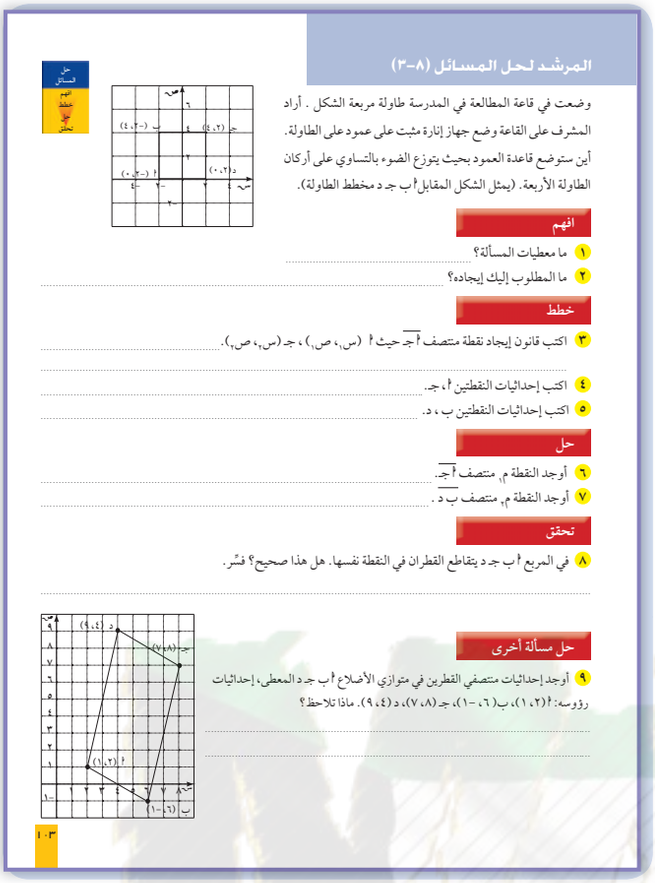
❼ $م_٢$ (٠، ٢)

❽ نعم، $م_١ = م_٢$

❾ لقطري متوازي الأضلاع المنتصف نفسه (٥، ٤).

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

❶ د (−١، ١).



المرشد لحل المسائل (٨-٣)

وضعت في قاعة المطالعة في المدرسة طاولة مربعة الشكل . أراد المشرف على القاعة وضع جهاز إنارة مثبت على عمود على الطاولة. أين ستوضع قاعدة العمود بحيث يتوزع الضوء بالتساوي على أركان الطاولة الأربعة. (يمثل الشكل المقابل أ ب جـ د مخطط الطاولة).

افهم

١ ما معطيات المسألة؟

٢ ما المطلوب إليك إيجاده؟

خطط

٣ اكتب قانون إيجاد نقطة منتصف $\overline{أجـ}$ حيث أ (س١، ص١)، جـ (س٢، ص٢).

٤ اكتب إحداثيات النقطتين أ، جـ.

٥ اكتب إحداثيات النقطتين ب ، د.

حل

٦ أوجد النقطة م١ منتصف $\overline{أجـ}$.

٧ أوجد النقطة م٢ منتصف $\overline{ب د}$.

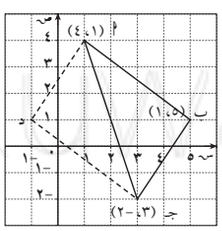
تحقق

٨ في المربع أ ب جـ د يتقاطع القطران في النقطة نفسها. هل هذا صحيح؟ فسّر.

حل مسألة أخرى

٩ أوجد إحداثيات منتصفي القطرين في متوازي الأضلاع أ ب جـ د المعطى، إحداثيات رؤوسه: أ(٢، ١)، ب(٦، −١)، جـ(٨، ٧)، د(٤، ٩). ماذا تلاحظ؟

١٠٣



حل المسائل والتفكير المنطقي

١ استخدم الشكل لإيجاد النقطة د التي تكوّن الرأس الرابع لمتوازي الأضلاع أ ب جـ د .

١٠٤

KuwaitMath.com

الموضوع: كن طبيعيًّا

كيفية التعامل مع هذه الصفحة

تقدم هذه الصفحة، موضوع هذا الجزء، هندسة التحويلات وكيفية صنع شكل متطابق مع شكل آخر.

اسأل ...

عندما تقف أمام المرآة وترى صورتك، هل تعتقد بأن هنالك تحويلًا هندسيًّا؟

الترابط والتداخل

الفنون

بعض البلدان مشهورة بحياكة منسوجات مزركشة بأشكال متكررة. اطلب إلى الطلاب البحث عن بعض النماذج التي تتضمن تكرارًا للشكل نفسه.

التاريخ

يعود تاريخ هذه الحياكات الفنية إلى حضارات قديمة في أميركا الجنوبية. اطلب إلى الطلاب تحديد بعض الحضارات التي أسهمت في تطور هذا الفن.

إجابات الأسئلة

١ أشكال مستطيلة متكررة بألوان مختلفة.

٢ قد تختلف الإجابات.

KuwaitMathematics

٤-٨

التحويلات والتطابق
Transformations and Congruence

◄ صلة الدرس سبق ودرست أنواعًا مختلفة من المضلعات. ستستكشف في هذا الدرس ما يحدث عند قلب المضلعات أو تحريكها. ►

التحويل هو عملية تؤثر على نقاط شكل ما كلها كالإزاحة أو القلب أو التدوير.

استكشف الدوران

الدوران — **الأدوات المستخدمة:** ورق رسم بياني، فرجار، منقلة

١ عين النقطة أ (٣، ٠) في مستوى إحداثي.

٢ نريد تغيير موقع النقطة أ عن طريق دوران مركزه نقطة الأصل م، باتجاه عقارب الساعة، بزاوية قياسها ٩٠°.

٣ ما هما إحداثيا الموقع الجديد للنقطة أ؟

٤ كرر الخطوات ١، ٢، ٣ على النقاط ب (-٢، ١)، جـ(-١، -١).

٥ هل هناك علاقة بين إحداثيات النقاط قبل تطبيق عملية الدوران عليها وبعدها؟

٦ هل المثلث أ ب جـ وصورته بعد الدوران متطابقان؟

تعلم التحويلات والتطابق

الدوران هو تحويل يدور شكلًا حول نقطة تسمى مركز الدوران. وزاوية الدوران هي زاوية حركة الدوران. يكون الشكل الذي تم تدويره مطابقًا للشكل الأصلي.

يرمز إلى الشكل الذي تم تحويله بتسمية الرؤوس المناظرة وبأحرف مختلفة على الشكل التالي: أ تناظر أ.

قوانين الدوران باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل:

إذا كانت أ (س، ص) نقطة في المستوى الإحداثي فإن

أ (س، ص) ← بالدوران ٩٠° في اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل ← أ' (ص، -س)

أ (س، ص) ← بالدوران ١٨٠° في اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل ← أ' (-س، -ص)

أ (س، ص) ← بالدوران ٢٧٠° في اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل ← أ' (-ص، س)

سوف تتعلم

- تحريك نقاط شكل ما كلها للحصول على شكل مطابق.

من الاستخدامات

- تشكل التحويلات أساس الأنماط المستخدمة في الفن والتصميم الهندسي.

المصطلحات الأساسية

- تحويل Transformation
- انعكاس Reflection
- دوران Rotation
- مركز الدوران Center of Rotation
- زاوية الدوران Angle of Rotation

١٠٦

٤-٨

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يحرك النقاط كلها لشكل ما للحصول على شكل مطابق.

المصطلحات الأساسية

- تحويل، انعكاس، دوران، مركز الدوران، زاوية الدوران.

الأدوات المستخدمة

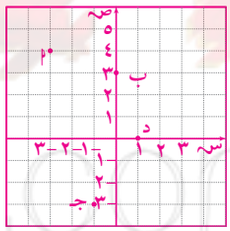
- ورق رسم بياني، فرجار، منقلة.

مراجعة

على شبكة الإحداثيات ارسم النقاط التالية:

١ أ (-٣، ٤)　　٢ ب (٠، ٣)

٣ جـ (-١، -٣)　　٤ د (١، ٠)



صلة الدّرس في السابق، تعلمت حالات التطابق بين مثلثين والآن سوف تتعرف التطابق من خلال التحويلات.

KuwaitMath.com

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

يستخدم الطلاب ورقة رسم بياني، وفرجارًا ، ومنقلة لتغيير موقع نقاط في المستوي الإحداثي، بالدوران باتجاه عقارب الساعة مستخدمين قياس زاوية ٩٠°، ونقطة الأصل كمركز دوران.

التقييم المستمر

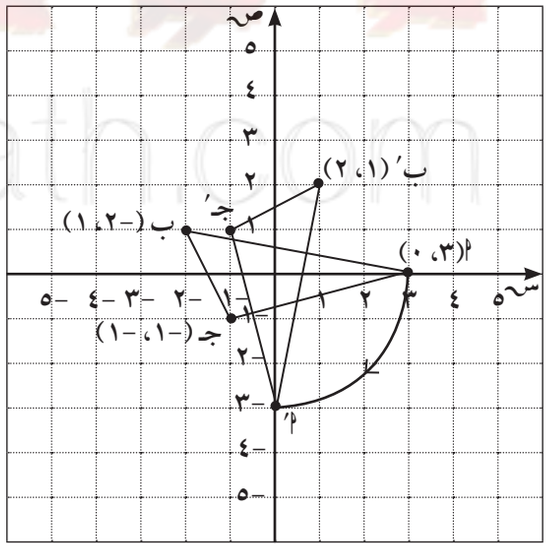
تابع الطلاب وهم يستخدمون الدوران لإيجاد صورة المثلث أ ب جـ ، والتأكد من إيجاد إحداثيات النقاط المستحدثة.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

ارسم مضلعًا في الربع الأول من المستوي الإحداثي، واطلب إلى الطلاب تنفيذ دوران على المضلع باتجاه معاكس لدوران عقارب الساعة بزاوية قياسها ٩٠° ومركزه نقطة الأصل، ثم إيجاد إحداثيات النقاط المستحدثة. **تتنوع الإجابات.**

إجابات «استكشف»

❶ ، ❷ تحقق من عمل الطلاب (انظر إلى الرسم).



❸ أ′(٠، –٣).

❹ ب′ (١، ٢) ، جـ′ (–١، ١).

❺ يوجد علاقة بين إحداثيات النقاط قبل تطبيق عملية الدوران وبعدها مرتبطة بمركز الدوران وقياس الزاوية.

مثال (١)

لنعتبر أن نقطة الأصل هي مركز الدوران. دوّر شبه المنحرف أ ب جـ د:

(١) ٩٠° باتجاه دوران عقارب الساعة

(٢) ١٨٠° باتجاه دوران عقارب الساعة

(٣) ٢٧٠° باتجاه دوران عقارب الساعة

استخدم جـ د موجهًا لحركة دوران شبه المنحرف.

الحل:

د(٠، ٠) هو مركز الدوران

(١) حيث إن (ص، ص) $\xrightarrow[\text{حول نقطة الأصل}]{\text{بالدوران ٩٠° في اتجاه عقارب الساعة}}$ (ص، –س)

أ(١، ٢) $\xrightarrow[\text{حول نقطة الأصل}]{\text{بالدوران ٩٠° في اتجاه عقارب الساعة}}$ أ′(٢، –١)

ب(٣، ٢) $\xrightarrow[\text{حول نقطة الأصل}]{\text{بالدوران ٩٠° في اتجاه عقارب الساعة}}$ ب′(٢، –٣)

جـ(٤، ٠) $\xrightarrow[\text{حول نقطة الأصل}]{\text{بالدوران ٩٠° في اتجاه عقارب الساعة}}$ جـ′(٠، –٤)

فتكون أ′ ب′ جـ′ د′ هي صورة أ ب جـ د

أ′(٢، –١) ، ب′(٢، –٣) ، جـ′(٠، –٤) ، د′(٠، ٠)

(٢) حيث إن (س، ص) $\xrightarrow[\text{حول نقطة الأصل}]{\text{بالدوران ١٨٠° في اتجاه عقارب الساعة}}$ (–س، –ص)

فتكون أ″ ب″ جـ″ د″ هي صورة شبه المنحرف أ ب جـ د

أ″(–١، –٢) ، ب″(–٣، –٢) ، جـ″(–٤، ٠) ، د″(٠، ٠)

(٣) حيث إن (س، ص) $\xrightarrow[\text{حول نقطة الأصل}]{\text{بالدوران ٢٧٠° في اتجاه عقارب الساعة}}$ (–ص، س)

فتكون أ‴ ب‴ جـ‴ د‴ هي صورة شبه المنحرف أ ب جـ د

أ‴(–٢، ١) ، ب‴ (–٢، ٣) ، جـ‴(٠، ٤) ، د‴(٠، ٠)

ملاحظة: من التحويلات الدوران في اتجاه عكس عقارب الساعة وسوف يتم التطرق إليه لاحقًا.

حاول أن تحل

❶ دوّر الشكل المقابل باتجاه دوران عقارب الساعة حول نقطة الأصل، وأوجد إحداثيات الرؤوس المناظرة في كل حركة:

(أ) ١٨٠° (ب) ٩٠° (جـ) ٢٧٠°

(د) هل الأشكال الناتجة في (أ)، (ب)، (جـ) متطابقة مع الشكل الأصلي

١٠٧

❻ نعم، متطابقان استنادًا إلى الحالة (ض.ض.ض)

حيث إن: أ ب = أ′ ب′ = $\sqrt{٢٦}$ وحدة

أ جـ = أ′ جـ′ = $\sqrt{١٧}$ وحدة

ب جـ = ب′ جـ′ = $\sqrt{٥}$ وحدة

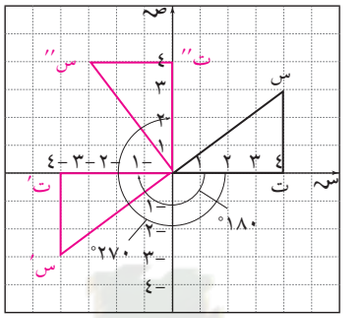
KuwaitMath.com

٢- التعليم

تعلم

أمثلة بديلة

❶ نقطة الأصل ر هي مركز دوران، دوِّر Δ ر س ت في اتجاه دوران عقارب الساعة ١٨٠°، ٢٧٠°، واكتب إحداثيي كل رأس.



ر (٠، ٠) هي مركز الدوران، Δ ر′ س′ ت′ هو صورة Δ ر س ت بدوران ١٨٠°، ر′ (٠، ٠)، س′ (-٤، -٣)، ت′ (-٤، ٠)؛ Δ ر′′ س′′ ت′′ هو صورة Δ ر س ت بدوران ٢٧٠°، ر′′ (٠، ٠)، س′′ (-٣، ٤)، ت′′ (٠، ٤).

الانعكاس: لا بد أنك رأيت انعكاس صورتك في مرآة أو على سطح الماء.
في الرياضيات الانعكاس هو تحويل يقلب شكلاً حول خط (محور الانعكاس).
يكون الشكل المنعكس **مطابقًا** للشكل الأصلي.

يغيّر الانعكاس حول محور السينات إشارة كل إحداثي صادي أي أن (س، ص) ←ع (س، -ص)
يغيّر الانعكاس حول محور الصادات إشارة كل إحداثي سيني أي أن (س، ص) ←ع (-س، ص)

مثال (٢)

إحداثيات Δ أ ب جـ: أ (٣، ٥)، ب (٦، ١)، جـ (١، ٢).
(أ) اعكس Δ أ ب جـ حول محور السينات، وحدد إحداثيات Δ أ′ ب′ جـ′.
(ب) أثبت تطابق المثلثين أ ب جـ، أ′ ب′ جـ′.

الحل:

(أ) يتغير كل إحداثي صادي لأن الشكل ينعكس حول محور السينات.
مثّل النقاط أ′ ب′ جـ′ على شبكة الإحداثيات، وصل بينها لترسم المثلث.
إحداثيات Δ أ ب جـ الصادية موجبة.
فتكون إحداثيات Δ أ′ ب′ جـ′ الصادية سالبة.

أي أن (س، ص)	←ع	(س، -ص)
أ (٣، ٥)	←ع	أ′ (٣، -٥)
ب (٦، ١)	←ع	ب′ (٦، -١)
جـ (١، ٢)	←ع	جـ′ (١، -٢)

(ب) في المثلثين أ ب جـ، أ′ ب′ جـ′:

أ ب = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$ = $\sqrt{(٦ - ٣)^٢ + (١ - ٥)^٢}$ = $\sqrt{٩ + ١٦}$ = ٥ المسافة بين نقطتين في المستوي

أ′ ب′ = $\sqrt{(٦ - ٣)^٢ + (-١ + ٥)^٢}$ = $\sqrt{٩ + ١٦}$ = ٥

∴ أ ب = أ′ ب′

أ جـ = $\sqrt{(١ - ٣)^٢ + (٢ - ٥)^٢}$ = $\sqrt{٤ + ٩}$ = $\sqrt{١٣}$

أ′ جـ′ = $\sqrt{(١ - ٣)^٢ + (-٢ + ٥)^٢}$ = $\sqrt{٤ + ٩}$ = $\sqrt{١٣}$

∴ أ جـ = أ′ جـ′

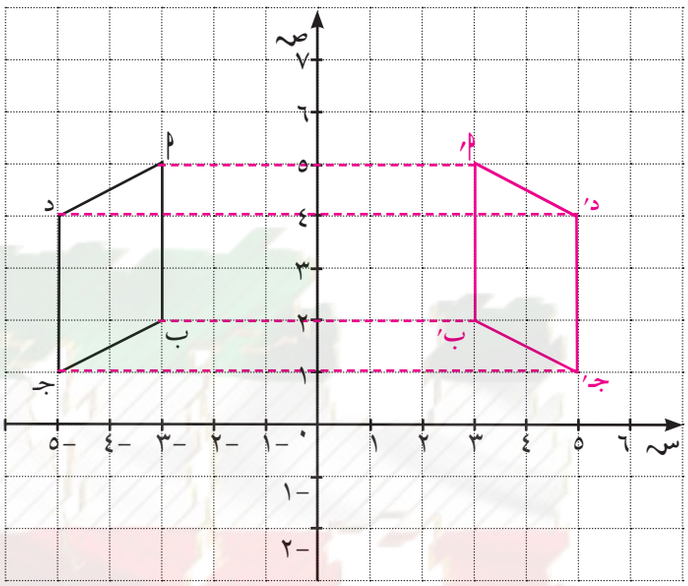
ونثبت بالطريقة نفسها أن ب جـ = ب′ جـ′

المثلثان أ ب جـ، أ′ ب′ جـ′ متطابقان بالحالة (ض، ض، ض).

KuwaitMath.com

❷ إحداثيات الشكل أ ب جـ د هي أ(−٣، ٥)، ب(−٣، ٢)، جـ(−٥، ١)، د(−٥، ٤). اعكس أ ب جـ د في محور الصادات، وحدد إحداثيات أ' ب' جـ' د'.

يتغير كل إحداثي سيني لأن الانعكاس يحدث في محور الصادات، نرسم الرؤوس أ'، ب'، جـ'، د' ونرسم الأضلاع. الإحداثيات السينية للشكل أ ب جـ د سالبة، لذلك فإن الإحداثيات السينية للشكل أ' ب' جـ' د' موجبة.



(س، ص) $\xrightarrow{\text{ع}_{\text{صـ}}}$ (−س، ص)

أ (−٣، ٥) $\xrightarrow{\text{ع}_{\text{صـ}}}$ أ' (٣، ٥)

ب (−٣، ٢) $\xrightarrow{\text{ع}_{\text{صـ}}}$ ب' (٣، ٢)

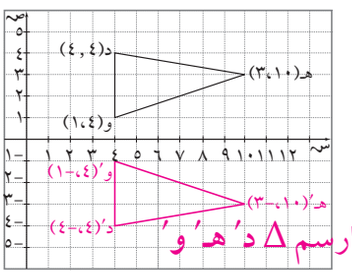
جـ (−٥، ١) $\xrightarrow{\text{ع}_{\text{صـ}}}$ جـ' (٥، ١)

د (−٥، ٤) $\xrightarrow{\text{ع}_{\text{صـ}}}$ د' (٥، ٤)

فيكون أ' ب' جـ' د' صورة أ ب جـ د

❸ Δ د هـ و إحداثيات رؤوسه د (٤، ٤)، هـ (١٠، ٣)، و (٤، ١). اعكس Δ د هـ و في محور السينات، وحدد إحداثيات Δ د' هـ' و'.

تتغير إشارة كل إحداثي صادي لأن الانعكاس يحدث في محور السينات.



ارسم Δ د' هـ' و'

تمرّنْ ٨-٤

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

التحويلات والتطابق

Transformations and Congruence

تدرَّبْ وطبِّقْ

(١) ابدأ أدر الشكل في اتجاه دوران عقارب الساعة ٩٠°، ١٨٠°، ٢٧٠° ما الإحداثيات الجديدة؟ استخدم نقطة الأصل مركزًا للدوران.

(أ) أدر الشكل إلى اليمين بحيث يظل الرأس الواقع في نقطة الأصل في مكانه.

(ب) ارسم مخططًا يبيّن الرؤوس الجديدة للشكل.

(جـ) حدّد إحداثيات الرؤوس الجديدة.

(٢) ما التحويل الهندسي الذي يؤثر على القميص الأسود فيعطي القميص الأبيض؟

(٣) ما التحويل الهندسي لفردة الحذاء (أ) ليعطي الفردة (ب)؟

(أ) (ب)

٤٤

الإحداثيات الصادية للمثلث د' هـ' و' سالبة.

د (٤، ٤) $\xrightarrow{\text{ع}_{\text{سـ}}}$ د' (٤، −٤)

هـ (١٠، ٣) $\xrightarrow{\text{ع}_{\text{سـ}}}$ هـ' (١٠، −٣)

و (٤، ١) $\xrightarrow{\text{ع}_{\text{سـ}}}$ و' (٤، −١)

إجابات «حاول أن تحل»

❶ (أ) (٠، ٠)، (٠، −١)، (−١، −٢)، (−٣، −٢)، (−٣، −١)، (−١، −١)، (−٢، −١)، (−٢، ٠).

(ب) (٠، ٠)، (١، ٠)، (١، −١)، (٢، −١)، (٢، −٣)، (١، −٣)، (١، −٢)، (٠، −٢).

(جـ) (٠، ٠)، (−١، ٠)، (−١، ١)، (−٢، ١)، (−٢، ٣)، (−١، ٣)، (−١، ٢)، (٠، ٢).

(د) نعم، لأن الدوران يغير موقع الأشكال ولكن صورها تبقى متطابقة مع الشكل الأصلي.

❷ (أ) (−٣، ١)، (−١، ١)، (−٣، ٤)، (−١، ٤).

(ب) (−١، −٢)، (−٤، −٢)، (−١، −٣)، (−٢، −٣)، (−٢، −٥)، (−٤، −٤).

KuwaitMath.com

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

للإجابة عن الأسئلة يمكن للطلاب إجراء دوران نقطة اختيارية وانعكاسها، وملاحظة كيف تتغير الإحداثيات.

إجابات «تحقق من فهمك»

١ كلا، لا تتغير لأن الشكل سوف يرجع منطبقًا على نفسه.

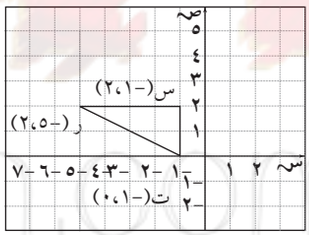
٢ كلا، لا يتغير إحداثيا نقطة موجودة على محور انعكاس لأنها تبقى في مكانها.

تقييم بديل

الأداء: ادع الطلاب إلى ابتكار شكل على شبكة الإحداثيات، ثم اطلب إليهم إجراء دوران حول نقطة الأصل باتجاه عقارب الساعة وبزاوية معروفة، وتنفيذ انعكاس في محور الصادات ثم في محور السينات، ودعهم يتبادلون أوراقهم.

اختبار سريع

انعكاس Δ ر س ت في محور الصادات هو Δ ر′ س′ ت′:



أوجد كلًّا مما يأتي:

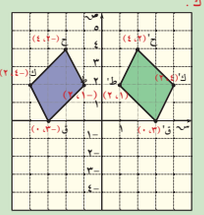
١ إحداثيي ر′. (٥، ٢)

٢ إحداثيي س′. (١، ٢)

٣ إحداثيي ت′. (١، ٠)

مثال (٣)

اعكس الشكل ح ط ق ك حول محور الصادات، وحدد إحداثيات ح′ ط′ ق′ ك′.



الحل:

يتغير رمز كل إحداثي سيني لأن الانعكاس يتم حول محور الصادات.

مثّل النقاط ح′، ط′، ق′، ك′، على شبكة الإحداثيات وارسم ح′ ط′ ق′ ك′.

الإحداثيات السينية لرؤوس ح′ ط′ ق′ ك′ موجبة.

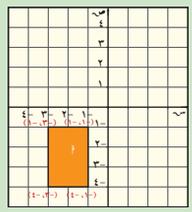
(س، ص) ← (- س، ص)

ح (-٢، ٤) ← ح′ (٢، ٤)

ط (-١، ٢) ← ط′ (١، ٢)

ق (-٣، ٠) ← ق′ (٣، ٠)

ك (-٤، ٢) ← ك′ (٤، ٢)

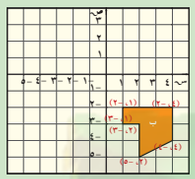


حاول أن تحل

٢ يمكن مشاهدة النمط الموضح في الأواني الفخارية القديمة.

حدد إحداثيات رؤوس الشكلين أ، ب بعد كل انعكاس.

(أ) اعكس الشكل أ حول محور السينات.



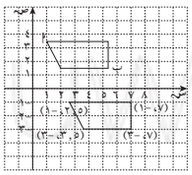
(ب) اعكس الشكل ب حول محور الصادات.

تحقق من فهمك

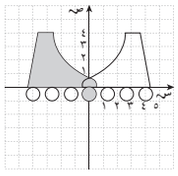
١ وضّح هل تتغير إحداثيات شكل بعد تدويره ٣٦٠° في اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

٢ هل تتغير إحداثيات نقطة تقع على محور انعكاس بعد انعكاسها في هذا المحور.

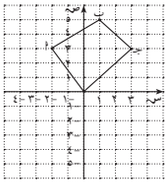
(٤) **الهندسة:** أوجد إحداثيات النقطتين أ، ب من شبه المنحرف الموضح الذي أجري عليه انسحاب ٥ ,١ وحدة إلى اليسار، ٥ ,٤ وحدات إلى أعلى.



(٥) في أي محور تم انعكاس الشكل الموضّح التالي؟



(٦) **التحضير للاختبار:** تم تدوير الشكل بالاتجاه دوران عقارب الساعة بزاوية ٩٠° حول نقطة الأصل. إحداثيات النقطة جـ هي:



(أ) (٣، -٢)　　(ب) (٣، -٤).

(جـ) (-٣، ٣)　　(د) (٣، -٣)

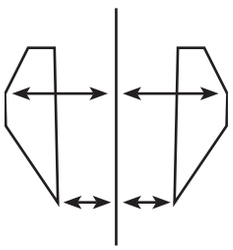
إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

❶ (أ) دوران ١٨٠°. (ب) انعكاس.

❷ دوران مستطيل بـ ١٨٠° حول مركزه يُعطي النتيجة نفسها لانعكاسه على خط التناظر.

❸ كلا، متوازي الأضلاع وشبه منحرف ليسا متطابقين.

❹ إجابة ممكنة: في الانعكاس يلزمنا محور أو خط نعكس عبره، أما في الدوران فيلزمنا مركز وقياس زاوية الدوران.



انعكاس

دوران

حل المسائل والتفكير المنطقي

١

(أ) (ب)

ما التحويلات، إن وجدت، التي تحوّل كل شكل أعلاه مستخدمًا تعبيرًا رياضيًّا تعلمته حديثًا؟ (دوران الكتاب واستخدام مرآة قد يساعدانك في التحديد).

٢ **المجلة:** فسّر كيف يمكن أن ينتج تحويلان مختلفان لشكل ما الصورة نفسها، أعط مثالًا على ذلك.

٣ **التفكير الرياضي:** هل يوجد تحويل يغيّر متوازي الأضلاع إلى شبه منحرف؟ فسّر إجابتك.

٤ **التواصل:** فسّر الفرق بين الانعكاس والدوران. أعط رسمًا تخطيطيًّا مثالًا على ذلك.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حل مسألة أبسط.

١١٠

KuwaitMath.com

٨–٥

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يحول شكلًا للحصول على شكل يشبه الشكل الأصلي لكنه لا يتطابق معه.

الأدوات المستخدمة

- ورق رسم بياني، مسطرة.

٨–٥

تحويلات وتشابه

Transformations and Similarity

صلة الدرس: لقد سبق أن رأيت كيف تنتج التحويلات أشكالًا متطابقة. ستستخدم في هذا الدرس تحويلًا ينتج شكلًا مشابهًا للشكل الأصلي لكنه غير مطابق له.

سوف تتعلم
- تحويل شكل للحصول على شكل مشابه للشكل الأصلي لكنه ليس مطابقًا له.

من الاستخدامات
- يبتكر طابعو الصور أشكالًا مشابهة عندما يقومون بعمليات التكبير.

استكشف: تغير الأبعاد

أشكال أكبر أكثر فأكثر — الأدوات المستخدمة: ورق رسم بياني، مسطرة

يمثل التصميم المبين مفاهيم الفن السيوكي وهو يوضح ستة اتجاهات: الشرق (أحمر) والغرب (أصفر) والشمال (أزرق) والجنوب (أسود). فضلًا عن الاتجاه العلوي والاتجاه السفلي.

١ انسخ هذا الشكل على ورقة رسم بياني.

٢ ارسم على ورقة رسم بياني أخرى رسمًا مشابهًا لهذا التصميم مستخدمًا معامل التكبير ٢ (أي مضاعفة الأطوال).

٣ هل كل من المثلثات الستة في التصميم الذي تم تغيير أبعاده، مطابق للمثلث المناظر له في التصميم الأصلي؟ هل هو مشابه له؟ وضّح إجابتك.

تعلم: التحويلات والتشابه

يمكن تحديد إحداثيات شكل تم تغيير أبعاده في مستوي إحداثيات بضرب كل إحداثي في معامل التكبير على اعتبار أن (٠، ٠) مركز التكبير.

إذا كانت (س، ص) نقطة في المستوى الإحداثي

فإن (س، ص) ← تكبير معامله ك ← (ك س، ك ص)

ومركزه نقطة الأصل

يسمى ك معامل التكبير شرط ك > ٠

مثال (١)

ارسم صورة المثلث أ ب جـ مستخدمًا التكبير الذي مركزه نقطة الأصل ومعامله ٢.

الحل:

نوجد إحداثيات الرؤوس الجديدة، ثم نرسم الشكل بعد تغيير الأبعاد.

Δ أ ب جـ (٢ × س، ٢ × ص) Δ أ' ب' جـ'

أ (١، ٢) ← (٢ × ١، ٢ × ٢) ← أ' (٢، ٤)

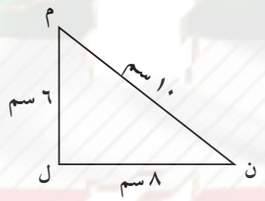
ب (٢، ٤) ← (٢ × ٢، ٢ × ٤) ← ب' (٤، ٨)

جـ (٣، ٤) ← (٢ × ٣، ٢ × ٤) ← جـ' (٦، ٨)

١١١

مراجعة

احسب أطوال أضلاع المثلث الموضح أدناه إذا تغيرت أبعاده بمعامل ٥ , ٢.



❶ ل م . ١٥ سم

❷ م ن . ٢٥ سم

❸ ل ن . ٢٠ سم

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

ابتكر لنفسك تصميمًا، وغير أبعاده مستخدمًا تكبير مركزه نقطة الأصل ومعامله ٢.

١ – التمهيد

استكشف

الغاية

يغير الطلاب، بمقياس، تصميمًا ويقارنون النتيجة بالتصميم الأصلي.

التقييم المستمر

في الخطوة رقم (١) تحقق من أن كل الطلاب قد نسخوا الشكل الأصلي، وفي الخطوة رقم (٢) تحقق من أن الطلاب قد استخدموا ورقة الرسم البياني مع مربعات ٢ وحدة × ٢ وحدة.

KuwaitMath.com

إجابات «استكشف»

❶، ❷ راقب عمل الطلاب.

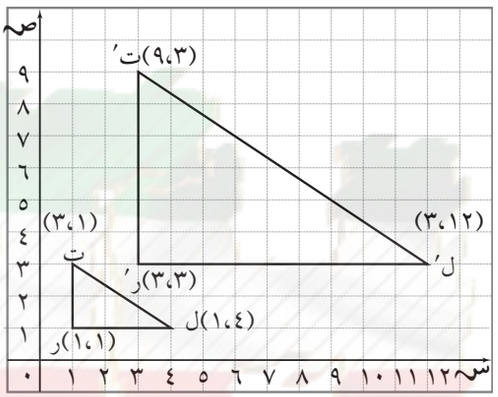
❸ كلا، نعم؛ أزواج المثلثات متشابهة، ولكنها غير متطابقة.

٢- التعليم

تعلم

أمثلة بديلة

❶ ارسم صورة Δ ر ل ت مستخدمًا التكبير الذي مركزه نقطة الأصل ومعامله ٣، اكتب إحداثيات المثلث الناتج.



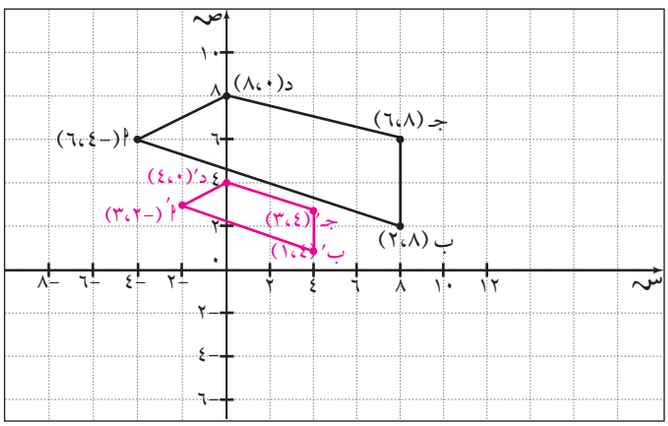
Δ ر ل ت (٣ × س، ٣ × ص) ← Δ ر′ ل′ ت′

ر (١، ١) ← (٣ × ١، ٣ × ١) ← ر′ (٣، ٣)

ل (٤، ١) ← (٣ × ٤، ٣ × ١) ← ل′ (١٢، ٣)

ت (١، ٣) ← (٣ × ١، ٣ × ٣) ← ت′ (٣، ٩)

❷ ارسم صورة الشكل أ ب جـ د مستخدمًا التصغير الذي مركزه نقطة الأصل معامله ٥ , ٠، ثم اكتب إحداثيات رؤوس الشكل الناتج.



أوجد إحداثيات الرؤوس الجديدة، ثم ارسم الشكل المتغير الأبعاد.

أ (٦، ٤-) ← (½ × ٤-، ½ × ٦) ← أ′ (٣، ٢-)

ب (٨، ٢) ← (½ × ٨، ½ × ٢) ← ب′ (٤، ١)

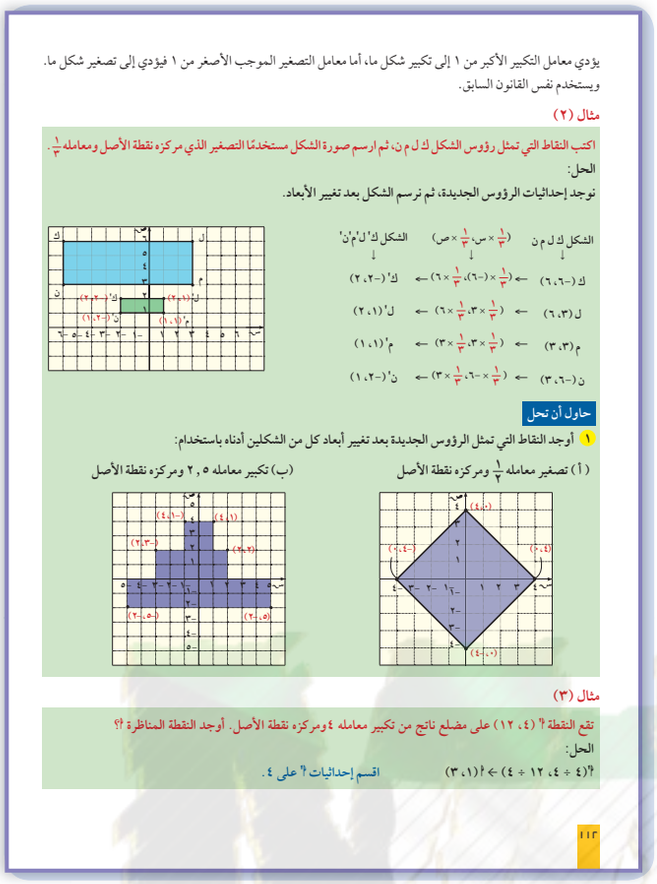
جـ (٨، ٦) ← (½ × ٨، ½ × ٦) ← جـ′ (٤، ٣)

د (٠، ٨) ← (½ × ٠، ½ × ٨) ← د′ (٠، ٤)

❸ تقع النقطة م′ (٤، ٢-) على مثلث غُيِّرت أبعاده بتصغير مركزه نقطة الأصل ومعامله ⅓، ما إحداثيات النقطة م المناظرة لـ م′؟

اضرب إحداثيي م′ في ٣:

(٤ × ٣، ٢- × ٣) ← م (١٢، ٦-)



يؤدي معامل التكبير الأكبر من ١ إلى تكبير شكل ما، أما معامل التصغير الموجب الأصغر من ١ فيؤدي إلى تصغير شكل ما. ويستخدم نفس القانون السابق.

مثال (٢)

اكتب النقاط التي تمثل رؤوس الشكل ك ل م ن، ثم ارسم صورة الشكل مستخدمًا التصغير الذي مركزه نقطة الأصل ومعامله ½.

الحل:

نوجد إحداثيات الرؤوس الجديدة، ثم نرسم الشكل بعد تغيير الأبعاد.

الشكل ك ل م ن ← (½ × س، ½ × ص) ← الشكل ك′ ل′ م′ ن′

ك (٦-، ٦) ← (½ × ٦-، ½ × ٦) ← ك′ (٢-، ٢)

ل (٦، ٣) ← (½ × ٦، ½ × ٣) ← ل′ (٢، ١)

م (٣، ٣) ← (½ × ٣، ½ × ٣) ← م′ (١، ١)

ن (٣-، ٦) ← (½ × ٣-، ½ × ٦) ← ن′ (١-، ٢)

حاول أن تحل

١ أوجد النقاط التي تمثل الرؤوس الجديدة بعد تغيير أبعاد كل من الشكلين أدناه باستخدام:

(أ) تصغير معامله ½ ومركزه نقطة الأصل

(ب) تكبير معامله ٢,٥ ومركزه نقطة الأصل

مثال (٣)

تقع النقطة أ (٤، ١٢) على مضلع ناتج من تكبير معامله ٤ ومركزه نقطة الأصل. أوجد النقطة المناظرة لـ أ؟

الحل:

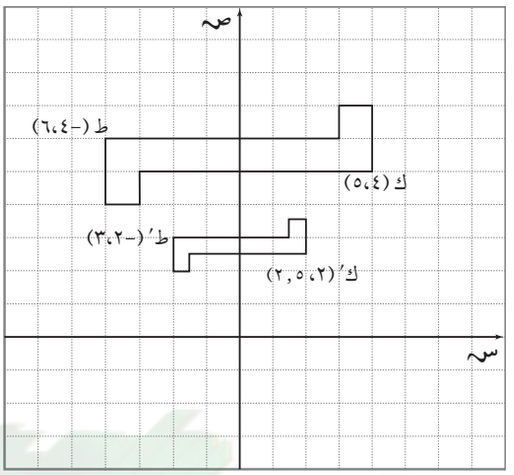
أ′ (٤ ÷ ٤، ١٢ ÷ ٤) ← أ (١، ٣)

اقسم إحداثيات أ على ٤.

١١٢

٤ هذا تصميم آخر لبعض القبائل، أوجد معامل التكبير أو التصغير بمقارنة الرؤوس المتناظرة.

قارن الإحداثيين السينيين أو الإحداثيين الصاديين للنقطتين ط (−٤، ٦)، ط′ (−٢، ٣).



$$\frac{\text{الإحداثي الصادي بعد تغيير الأبعاد}}{\text{الإحداثي الصادي قبل تغيير الأبعاد}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$$

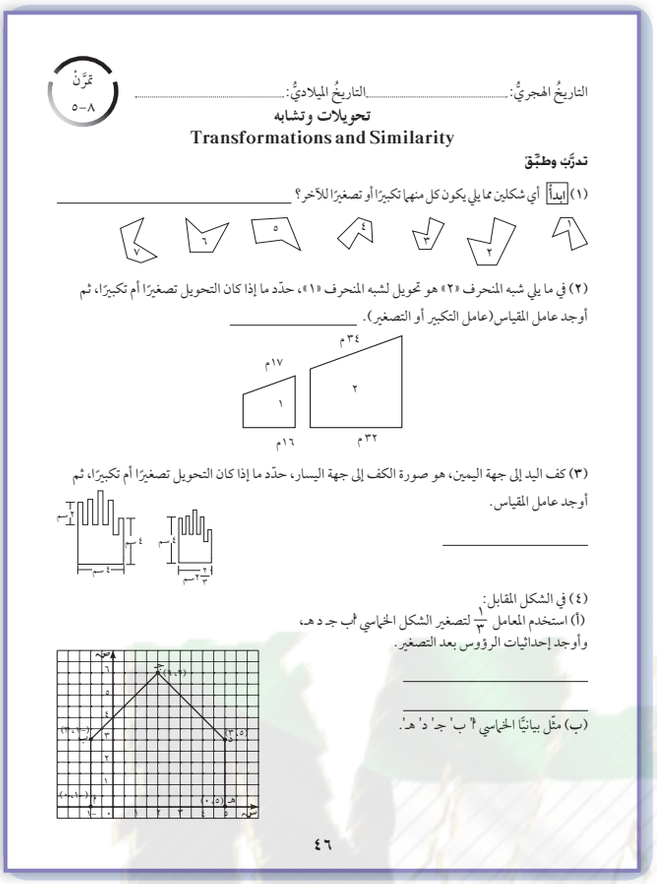
∴ معامل التصغير $\frac{١}{٢}$.

إجابات «حاول أن تحل»

١ (أ) (٢، ٠)، (٠، ٢)، (−٢، ٠)، (٠، −٢).

(ب) (−٥, ١٢، −٥)، (−٥, ٧، ٥)، (−٥, ٢، ١٠)، (٥, ٢، ١٠)، (٥, ٧, ٥)، (٥, ١٢، −٥).

٢ (أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) ٣



التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

غرّان ٥-٨

تحويلات وتشابه

Transformations and Similarity

تدرَّب وطبِّق

(١) ابدأ أي شكلين مما يلي يكون كل منهما تكبيرًا أو تصغيرًا للآخر؟ _____

(٢) في ما يلي شبه المنحرف «٢» هو تحويل لشبه المنحرف «١»، حدّد ما إذا كان التحويل تصغيرًا أم تكبيرًا، ثم أوجد عامل المقياس (عامل التكبير أو التصغير). _____

(٣) كف اليد إلى جهة اليمين، هو صورة الكف إلى جهة اليسار، حدّد ما إذا كان التحويل تصغيرًا أم تكبيرًا، ثم أوجد عامل المقياس.

_____

(٤) في الشكل المقابل:

(أ) استخدم المعامل $\frac{١}{٣}$ لتصغير الشكل الخماسي أ ب جـ د هـ، وأوجد إحداثيات الرؤوس بعد التصغير.

_____

_____

(ب) مثّل بيانيًّا الخماسي أ′ ب′ جـ′ د′ هـ′.

٤٦

KuwaitMath.com

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

في السؤال (١)، يجب ملاحظة أنه إذا كان المعامل أكبر من ١ فإن تغيير الأبعاد هو «تكبير»، وإذا كان المعامل أصغر من ١ فهو «تصغير».

إجابات «تحقق من فهمك»

١ عند تكبير الأشكال يكون المعامل أكبر من ١ ولكن عند تصغير الأشكال يكون المعامل أصغر من ١ .

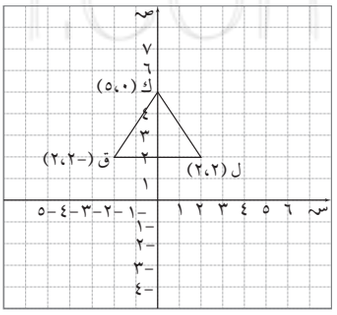
٢ نعم، تفسير محتمل: افرض أن الشكل ص قد غيرت أبعاده بمعامل ب فأنتج الشكل س، يمكن لشخص أن يرى الشكلين ويظن أن س قد غيرت أبعاده بمعامل «$\frac{١}{ب}$» فأنتج الشكل ص.

تقييم بديل

دع الطلاب يعملون في مجموعات من اثنين. يرسم أحدهما شكلين بأطوال أضلاع مختلفة، ثم يطلب إلى زميله إيجاد معامل التكبير أو التصغير بين الشكلين، ويتبادلان الأدوار.

اختبار سريع

استخدم معامل التصغير $\frac{١}{٢}$ لتغيير أبعاد Δ ق ك ل، ثم أوجد إحداثيات الرؤوس بعد تغيير الأبعاد:

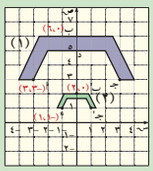


ق′ (-١، ١)، ك′ (٠، ٢$\frac{١}{٢}$)، ل′ (١، ١)

إذا كان لديك شكل وصورته، وكانت إحداثيات الرؤوس المناظرة معطاة، فيمكنك إيجاد معامل التكبير أو معامل التصغير المستخدم لإيجاد الصورة على اعتبار مركز التكبير أو التصغير هو نقطة الأصل.

مثال (٤)

في الشكل المقابل: أوجد معامل (التكبير أو التصغير) المستخدم لتحويل المضلع (١) إلى المضلع (٢).



الحل:

قارن بين الإحداثيين السينيين أو الإحداثيين الصاديين للنقطتين

أ (-٣، ٣)، أ′ (-١، ١).

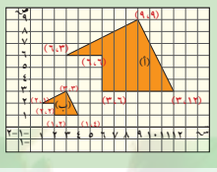
$$\frac{\text{الإحداثي السيني للنقطة أ′}}{\text{الإحداثي السيني للنقطة أ}} = \frac{-١}{-٣} = \frac{١}{٣}$$

معامل التصغير يساوي $\frac{١}{٣}$.

حاول أن تحل

٢ (أ) أوجد معامل التصغير أو التكبير المستخدم لتحويل الشكل أ إلى الشكل ب.

(ب) أوجد معامل التصغير أو التكبير المستخدم لتحويل الشكل ب إلى الشكل أ.



تحقق من فهمك

١ قبل رسم الشكل الذي تم تغيير أبعاده، كيف تعرف هل كان تكبيرًا أو تصغيرًا.

٢ إذا كان الشكل س صورة الشكل ص بعد تغيير أبعاده، فهل يمكن أيضًا اعتبار ص صورة الشكل س بعد تغيير أبعاده؟ وضح إجابتك.

١١٣

(٥) أكمل الجملة التالية:

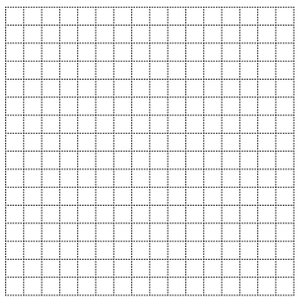
يكون المضلعان اللذان لهما الشكل نفسه بأبعاد مختلفة _____، ولكنهما لا يكونان _____.

(٦) يمكن اعتبار الصورة الفوتوغرافية تكبيرًا للمسودة، إذا كان قياس المسودة المألوف $\frac{١}{٤}$ ١ سم × $\frac{٧}{٨}$ سم.
ما عامل التكبير لصورة فوتوغرافية بعداها ٦ سم × ٤,٢ سم؟ _____

(٧) يتضمن شكل على شبكة الإحداثيات النقاط التالية: ك(-٢، ٢)، ل(٢، ٠)، م(٢، ٢). ما إحداثيات النقاط المناظرة بعد التحويل بمعامل:

(أ) ٣ _____ (ب) ٠,٥ _____

(جـ) مثل بيانيًا المثلث ك ل م وصورته ك′ ل′ م′ مع عامل تكبير ٣.



(٨) **التحضير للاختبار** الصفة التي تتغير بعد التكبير أو التصغير هي: _____

(أ) قياسات الزوايا. (ب) أطوال الأضلاع.

(جـ) وضع المضلع. (د) الشكل.

٤٧

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

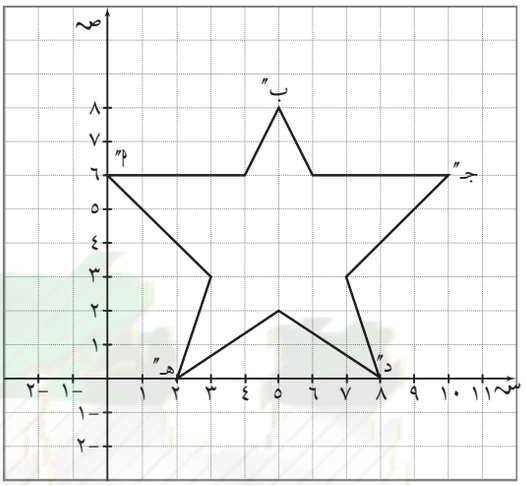
❶ أب = ١٦ وحدة

أ′ب′ = ١٢ وحدة

❷ أ′ (−١٢، −٣).

❸ د″ (٨، ٠)، هـ″ (٢، ٠)،

جـ″ (١٠، ٦)، ب″(٥، ٨)، أ″ (٠، ٦).



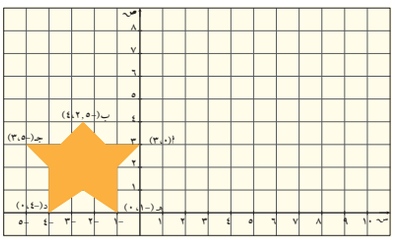
حل المسائل والتفكير المنطقي

القياس: تمَّ تصغير المثلث أ ب جـ بمعامل $\frac{٣}{٤}$.

❶ ما طول الضلع $\overline{أ'ب'}$؟

❷ ما إحداثيات الرأس أ؟

❸ **التفكير الناقد:** في الشكل أدناه، استخدم معامل ٢ لتكبير الشكل بعد انعكاسه في محور الصادات. ما إحداثيات الرؤوس الجديدة؟ مثِّل «التكبير» بيانيًّا.



إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حل مسألة أبسط.

١١٤

KuwaitMath.com

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يتعرف أنواع مختلفة من التناظر.

المصطلحات الأساسية

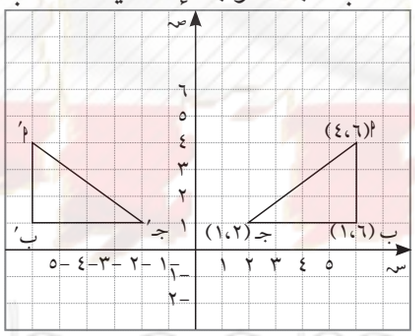
- تناظر، تناظر خطي، خط تناظر، تناظر دوراني، تناظر نقطي.

الأدوات المستخدمة

- ورقة قياسها ٢٢ سم × ٢٨ سم، مقص.

مراجعة

١ أُجري انعكاس للمثلث ا ب جـ في محور الصادات، فأنتج Δ ا′ ب′ جـ′، أوجد إحداثيات ا′، ب′، جـ′.



ا′(-٦، ٤)، ب′(-٦، ١)، جـ′(-٢، ١)

١ - التمهيد

استكشف

الغاية

يطوي الطلاب قطعًا من الورق، ويرسمون شكلًا عليها يبدأ وينتهي في الجزء المطوي، ثم يقصون الشكل لإيجاد خط التناظر.

التقييم المستمر

في الخطوة رقم (٣)، تحقق من أن الطلاب قد رسموا خطهم ابتداء من إحدى الطيتين وانتهاءً بالأخرى من دون عبور خط الطي.

٦-٨

التناظر (التماثل)

Symmetry

◄ صلة الدرس لقد سبق أن رأيت كيف تؤثر التحويلات على الأشكال. ستتعلم في هذا الدرس كيف يمكن للتحويلات أن توضح ما إذا كان شكل ما متماثلًا أم لا. ►

سوف تتعلم
- كيفية تعرف أنواع مختلفة من التناظر.

من الاستخدامات
- يستخدم صانعو الآلات الموسيقية الوترية مفهوم التناظر لتصميم الآلات الموسيقية بحيث تسمح للأوتار بالذبذبة بدقة متناهية.

استكشف التماثل الخطي

صورة مجزأة الأدوات المستخدمة: ورقة قياسها ٢٢ سم × ٢٨ سم، مقص

١ اطو ورقة إلى نصفين. وعلى أحد النصفين ارسم خطًا منحنيًا يبدأ عند خط طي الورقة وينتهي عنده.

٢ قص الورقة المطوية على طول الخط الذي رسمته، ثم قارن بين النصفين، واذكر ما الذي حدث بعد قص الشكل. ما هو خط التناظر (خط التماثل)؟

٣ اطو ورقة أخرى إلى نصفين، ثم اطوها إلى نصفين مرة أخرى. ارسم خطًا منحنيًا يبدأ أحد جزءي الورقة وينتهي عند الجزء الثاني. قصّ على طول الخط. كم خط تناظر وجدت؟

تعلم التناظر

يكون لشكل ما خط تناظر، إذا كان ينطبق نصفاه تطابقًا تامًا بعد عملية التحويل.

يكون لشكل ما تناظر خطي، إذا كان له خط تناظر يقسمه إلى نصفين متطابقين. والتناظر الخطي مبني على عملية الانعكاس.

مثال (١)

ما الخط الذي يمثل خط تناظر في الشكل إلى اليسار؟

الحل:

أ ب خط تناظر لأنه يقسم الصورة إلى نصفين متطابقين.

المصطلحات الأساسية
- تناظر Symmetry
- تناظر خطي Line Symmetry
- خط تناظر Line of Symmetry
- تناظر دوراني Rotational Symmetry
- تناظر نقطي Point Symmetry

١١٥

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

نفذ النشاط مستخدمًا خطوط تناظر غير أفقية، وغير رأسية.

اسأل الطلاب ما إذا كان يمكن لشكل ما أن يتضمن العديد من خطوط التناظر.

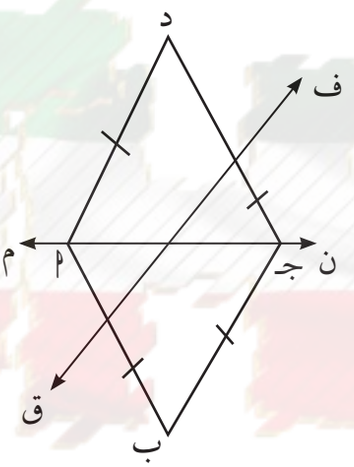
نعم، كثير من الأشكال لها العديد من خطوط التناظر؛ مثلًا للدائرة عدد لا نهائي من خطوط التناظر.

٢ – التعليم

تعلم

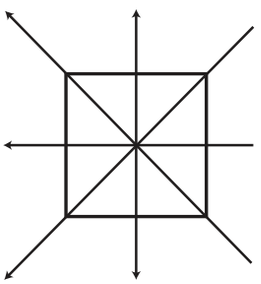
أمثلة بديلة

❶ أي الخطوط هو خط تناظر؟



$\overleftrightarrow{من}$، لأنه يمثل مرآة بين جسم وصورته.

❷ كم خط تناظر هناك للمربع التالي؟



للمربع ٤ خطوط تناظر.

إذا تم تدوير شكل حول نقطة داخله لدورة أقل من ٣٦٠° وبقي الشكل نفسه، فيكون له تناظر دوراني فمثلًا إذا دار الشكل نصف دورة أي بزاوية قياسها ١٨٠° وانطبق على نفسه، فيصبح للشكل تناظر دوراني حول نقطة.

مثال (٢)

هل لهذه القطعة تناظر دوراني حول نقطة؟

الحل:

دوِّر الشكل ١٨٠° حول النقطة م.

نعم، للشكل تناظر دوراني حول نقطة.

مثال (٣)

ما أنواع التناظر التي تراها في الشكل إلى اليسار؟

الحل:

للشكل خطا تناظر. تحقق من خطوط التناظر.

للشكل تناظر دوراني (١٨٠°) حول النقطة م. تحقق من التناظر الدوراني.

حاول أن تحل

ما أنواع التناظر التي يتضمنها رمز الإعصار الموضح إلى اليسار؟

تحقق من فهمك

١ اذكر العلاقة بين شكل له خط تناظر والانعكاس.

٢ ما عدد خطوط التناظر في دائرة؟ وضح إجابتك.

٣ إذا كان لشكل خط تناظر، فهل من الضروري أن يكون له تناظر دوراني حول نقطة؟ وضح إجابتك.

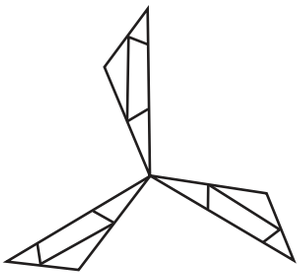
الربط بالعلوم

بحسب مقياس بوفورت لتأثيرات الرياح، فإن الإعصار يحدث عندما تبلغ سرعة الريح ١١٧ كم/ ساعة أو أكثر. يساوي رقم بوفورت الذي يمثل الإعصار ١٢.

١١٦

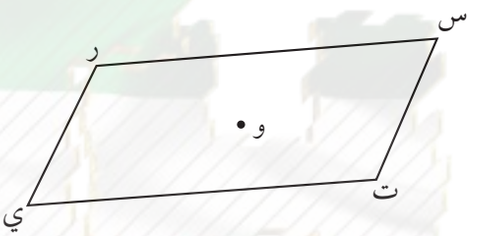
KuwaitMath.com

٣ هل للشكل التالي تناظر دوراني؟ إذا كان هناك تناظر دوراني، فبعد كم درجة دوران ينطبق الشكل على نفسه؟



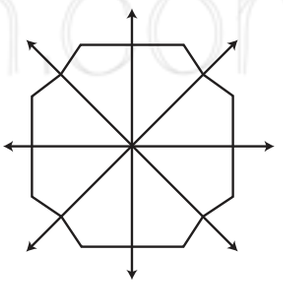
للشكل تناظر دوراني، لأن الشكل ينطبق على نفسه بعد دوران زاوية من زواياه ١٢٠°.

٤ هل لهذا الشكل تناظر دوراني عندما يدور حول النقطة و؟



دوِّر الشكل بزاوية ١٨٠°. نعم، لمتوازي الأضلاع ر س ت ي تناظر دوراني.

٥ ما أنواع التناظر التي في الشكل التالي؟



نتحقق مما إذا وجد تناظر خطي:
له ٤ خطوط تناظر.
نتحقق مما إذا وجد تناظر دوراني:
له تناظر دوراني زاويته ٩٠°، ١٨٠°، ٢٧٠°.

إجابات «حاول أن تحل»
تناظر دوراني.

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

تمرَّنْ ٦-٨

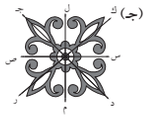
التناظر (التماثل)
Symmetry

تدرَّبْ وطبِّقْ

(١) ابدأْ في كل شكل مما يلي، ما الخطوط التي ليست خطوط تناظر؟

(أ)

(ب)

(جـ) 

(٢) في الشكل أدناه بيّن خطوط التناظر.

(٣) (أ) بكم درجة يمكنك تدوير هذا النمط النجمي، حول مركزه ليتنج شكل مطابق له؟

(ب) هل لهذا النمط تماثل دوراني؟

(٤) ما عدد خطوط التناظر في الشكل أدناه؟ ارسم خط (خطوط) التناظر.

ارسم جميع خطوط التناظر للحروف التالية إن أمكن:

(٥) A

(٦) E

(٧) W

(٨) Z

(٩) **التحضير للاختبار**: الدوران الذي سيعطي النتيجة نفسها لدوران شكل بزاوية ٩٠° في اتجاه دوران عقارب الساعة هو: _____

(أ) ٩٠° عكس دوران عقارب الساعة.

(ب) ١٨٠° عكس دوران عقارب الساعة.

(جـ) ٢٧٠° عكس دوران عقارب الساعة.

(د) ٣٦٠° عكس دوران عقارب الساعة.

KuwaitMath.com

٣- التدريب والتقييم

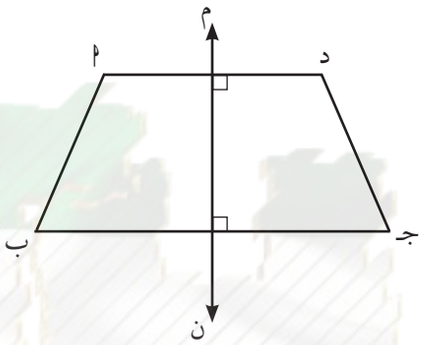
تحقق من فهمك

إجابات «تحقق من فهمك»

١ خط التناظر هو خط يمكن للشكل أن ينعكس فيه ويظهر من دون تغيير.

٢ عديدة بلا حدود، كل خط يمر بمركز الدائرة هو خط تناظر.

٣ كلا، انظر إلى الرسم التالي:



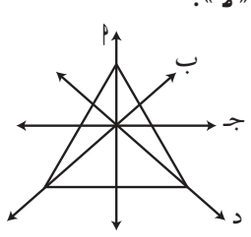
شبه منحرف متطابق الضلعين، $\overleftrightarrow{م ن}$ خط تناظر، ولكن لا يوجد له تناظر دوراني حول نقطة.

تقييم بديل

التقييم المستمر: تحقق من أنه يمكن للطلاب التمييز بين خط التناظر وأي خط آخر يقسم الشكل إلى جزءين، بعدها تأكد من أنه يمكنهم تحديد خط التناظر كخط انعكاس (خط مرآة) لكل نصف من الشكل بالنسبة إلى النصف الآخر.

اختبار سريع

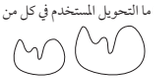
حدد ما إذا كان كل خط مما يلي خط تناظر للمثلث، أجب بـ «نعم» أم «لا»:



(أ) نعم (ب) لا (جـ) لا (د) لا

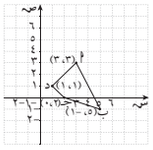
مراجعة الوحدة الثامنة (ب)

(١) ما التحويل المستخدم في كل من زوجي الأشكال:

(أ) 

(ب)

(٢) أجري انعكاس للشكل التالي في محور السينات، ما إحداثيا كل رأس مناظر في الشكل المنعكس؟



(٣) ما القاعدة العامة لعمل انعكاس للنقطة (س، ص) في محور السينات؟

(٤) غيرت أبعاد متوازي الأضلاع الذي رؤوسه ق(٣، ٣)، ك(٠، -٣)، ر(-٤، -٢)، س(-١، ٤)، باستخدام تكبير مركزه نقطة الأصل ومعامله $\frac{١}{٣}$، ما الإحداثيات الجديدة للرؤوس؟

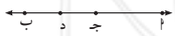
(٥) (أ) ما عدد الدرجات التي يمكن تدوير الشكل التالي بها، ويبدو تمامًا كما كان قبلًا؟

(ب) ما نوع (أو أنواع) التناظر (التماثل) الموجود؟

مراجعة الوحدة الثامنة

(١) إذا كان أ (-١٠)، ب(-٧)، جـ(٠)، د(٣)، هـ(٦)، فأوجد جميع القطع المستقيمة المتطابقة مع ذكر أطوالها.

(٢) استخدم الخط المقابل، حيث جـ منتصف $\overline{أب}$ ، د منتصف $\overline{جـب}$. أوجد أب إذا كان:
أجـ = (٣س - ٦) وحدة، دب = (س - ١) وحدة



(٣) إذا كان أ (-٣، ٤)، ب(٣، -٤).
(أ) أوجد أ ب .

(ب) أوجد إحداثيي منتصف $\overline{أب}$.

(٤) إحداثيات رؤوس شكل هي: ك(٠، ٠)، ل(٣، ١)، م(٢، ٤)، ن(٠، ٥)، أوجد إحداثيات ك'، ل'، م'، ن'، بعد كل تحويل مما يلي:
(أ) انعكاس في محور السينات.

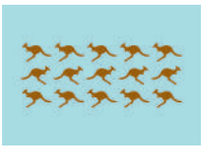
(ب) انعكاس في محور الصادات.

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

١ نعم، نعم، شكل الحيوان متطابق في كل صف.
٢ هو عبارة عن مزيج من الانعكاس والإزاحة.
٣ بالإزاحة.
٤ قد تختلف الإجابات. (مثلًا مربع).
٥ (أ) ١٢٠°، ٢٤٠°.
(ب) ٣.

حل المسائل والتفكير المنطقي

يبين الرسم نمطًا لشكل حيوان الكنغر.



١ **الأنماط**: هل توجد أشكال متشابهة؟ أشكال متطابقة؟ فسّر إجابتك.

٢ **التواصل**: ما نوع التناظر، إن وجد، في النمط بأكمله؟ فسّر إجابتك.

٣ **التفكير الرياضي**: كيف يمكنك تحويل «كنغر» من الصف الأعلى إلى الصف الأسفل؟

٤ **اختر إستراتيجية**: ارسم شكلًا له أربعة خطوط تناظر.

٥ (أ) قياسات الزوايا اللازمة لكي يدور مثلث متطابق الأضلاع حول نقطة داخله، وينطبق على نفسه؟

(ب) ما عدد خطوط التناظر لمثلث متطابق الأضلاع؟

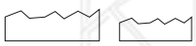
إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًا.
- حل مسألة أبسط.

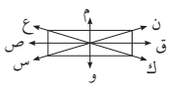
١١٧

(جـ) دوران ٩٠° في اتجاه دوران عقارب الساعة مركزه نقطة الأصل.

(٥) ما التحويل الذي حدث؟ هل الشكلان متشابهان؟ متطابقان؟



(٦) ما خطوط التماثل (التناظر) في الشكل الموضّح؟



٥٢

KuwaitMath.com

إجابات اختبار الوحدة الثامنة

١ (أ) س = ٠ (ب) ب(٠، ٤)، جـ (−٣، ٠).
(جـ) ب جـ = ٥ سم.

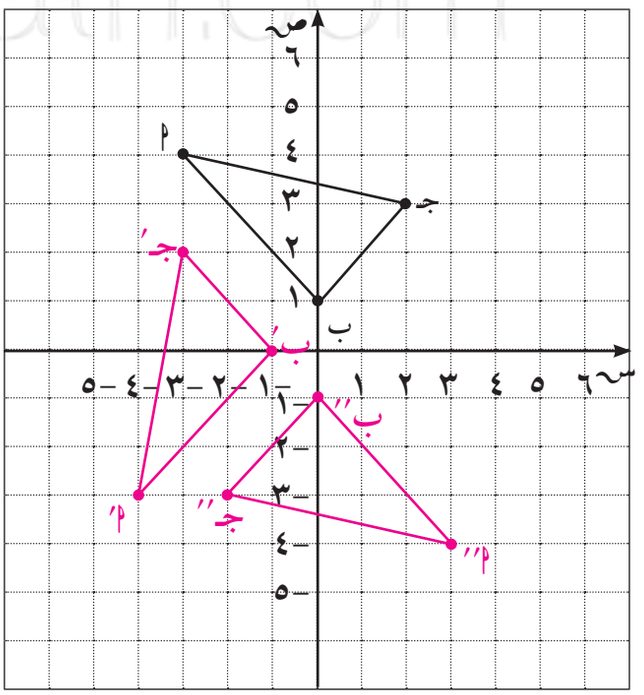
٢ ب $(0، -\frac{4}{3})$.

٣ س = ٦.

٤ (أ) أجـ = ١٠ سم.
(ب) و هـ = ٩ سم فيكون معامل التكبير $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$.
(جـ) أو = $\frac{3}{2} \times 8 = 12$ سم ، أز = $\frac{3}{2} \times 6 = 9$ سم.

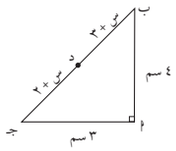
٥ (أ) $\frac{1}{3}$ $(\frac{\text{دو}}{\text{أب}} = \frac{1}{3})$.
(ب) نعم، كل إحداثي سيني في المثلث د هـ و يساوي $\frac{1}{3}$ كل إحداثي سيني في المثلث أب جـ.
كل إحداثي صادي في المثلث د هـ و يساوي $\frac{1}{3}$ كل إحداثي صادي في المثلث أب جـ.

٦ (أ) أ (−٣، ٤) ؛ ب (٠، ١) ؛ جـ (٢، ٣).
(ب) أ′ (−٤، −٣) ؛ ب′(−١، ٠) ؛ جـ′(−٣، ٢).
(انظر إلى الرسم)
(جـ) المثلثان متطابقان استنادًا إلى الحالة (ض.ض.ض).
حيث أب = أ′ب′ = $3\sqrt{2}$
أجـ = أ′جـ′ = $\sqrt{26}$ ؛ ب جـ = ب′ جـ′ = $2\sqrt{2}$
(د) أ″ (٣، −٤) ؛ ب″ (٠، −١) ؛ جـ″ (−٢، −٣).
(انظر إلى الرسم)
(هـ) المثلثان متطابقان أيضًا استنادًا إلى الحالة (ض.ض.ض).



اختبار الوحدة الثامنة

١ (أ) أوجد قيمة «س» في الرسم المقابل.



(ب) إذا وضعنا هذا المثلث على شبكة إحداثيات حيث أ تتطابق مع نقطة الأصل، فأوجد إحداثيات النقطة ب والنقطة جـ.

(جـ) أوجد طول $\overline{\text{ب جـ}}$ مستخدمًا الإحداثيات في (ب).

٢ م$(\frac{1}{2}، \frac{1}{3})$ منتصف القطعة المستقيمة $\overline{\text{أب}}$ حيث أ (١، ٢). أوجد إحداثيات النقطة «ب».

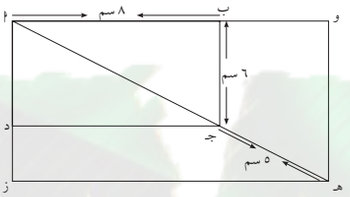
٣ أوجد قيمة «س» إذا كانت م (٤، ٢) منتصف القطعة المستقيمة $\overline{\text{أب}}$ حيث أ (٢، ٢س)، ب(س، −٨).

٤ في الرسم المقابل المستطيل أ و هـ ز هو تكبير للمستطيل أ ب جـ د . النقاط أ، جـ، هـ على مستقيم واحد.

(أ) احسب طول أ جـ.

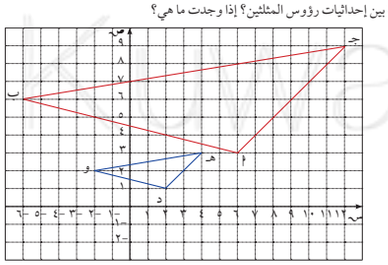
(ب) أوجد معامل التكبير.

(جـ) احسب طول $\overline{\text{أو}}$ ، $\overline{\text{أز}}$.

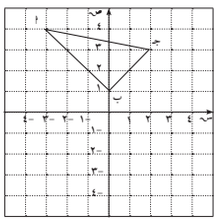


اختبار الوحدة الثامنة

٥ في الرسم أدناه:
(أ) ما هو معامل التصغير بين المثلثين أ ب جـ ، د هـ و .
(ب) هل هناك علاقة بين إحداثيات رؤوس المثلثين؟ إذا وجدت ما هي؟



٦ في الشكل أدناه:



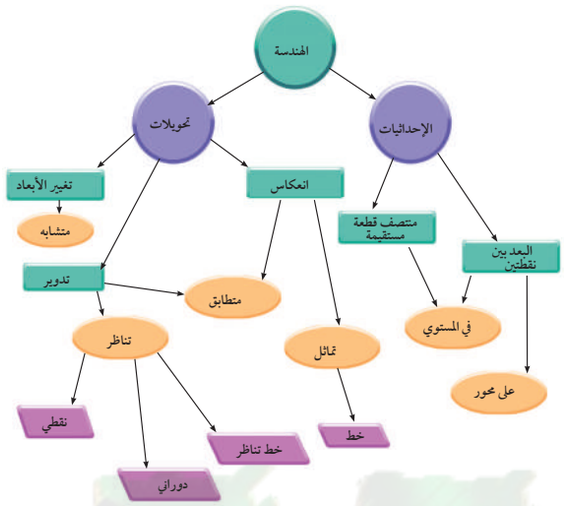
(أ) حدد النقاط التي تمثل رؤوس المثلث أ ب جـ.
(ب) ارسم أ ب′جـ′ صورة المثلث أ ب جـ بدوران زاوية ٢٧٠° باتجاه دوران عقارب الساعة حول نقطة الأصل.
(جـ) أثبت أن المثلثين أ ب′جـ′ ، أ ب جـ متطابقان.
(د) ارسم أ″ ب″جـ″ صورة المثلث أ ب جـ بدوران زاوية ١٨٠° باتجاه دوران عقارب الساعة حول نقطة الأصل.
(هـ) أثبت أن المثلثين أ″ ب″جـ″ ، أ ب جـ متطابقين.

٧ حدد، لكل من الرسوم أدناه إذا وُجد، خط تناظر أو تماثل دوراني.

(أ) (ب) (جـ) (د)

٧ (أ) خطوط تناظر، تناظر دوراني حول نقطة.
(ب) تناظر دوراني حول نقطة.
(جـ) خط تناظر واحد.
(د) خطوط تناظر (٢)، تناظر دوراني حول نقطة.

مخطط تنظيمي للوحدة الثامنة



١٣٠

ملخص الوحدة الثامنة(أ): الهندسة الإحداثية في المستوي

- المسافة بين نقطتين على محور هي القيمة المطلقة للفرق بين إحداثيا هاتين النقطتين.
- عندما يتساوى طولا قطعتين مستقيمتين نقول إنهما متطابقتان ونرمز لهما بالإشارة ≅.
- استخدم القاعدة أ ب = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$ لإيجاد البعد بين النقطتين أ(س، ص)، ب(س، ص).
- إحداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{أب}$ هي $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢}، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$ حيث أ(س، ص)، ب(س، ص).

ملخص الوحدة الثامنة (ب): التحويلات

- التحويل هو تغير في الشكل، قد يكون انعكاسًا، أو إزاحة، أو دورانًا، أو تغير أبعاد.
- يغيّر الانعكاس في محور السينات إشارة كل إحداثي صادي.
- يغيّر الانعكاس في محور الصادات إشارة كل إحداثي سيني.
- الدوران باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل بزاوية:
إذا كانت أ نقطة في المستوى الإحداثي فإن:
أ(س،ص) $\xleftarrow{\text{بالدوران ٩٠° في اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل}}$ أ(ص، −س)
أ(س، ص) $\xleftarrow{\text{بالدوران ١٨٠° في اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل}}$ أ(−س، −ص)
أ(س، ص) $\xleftarrow{\text{بالدوران ٢٧٠° في اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل}}$ أ(−ص، س)
- يمكن تغير أبعاد شكل ما باستخدام معامل التكبير أو معامل التصغير.
- تتغير إحداثيات شكل في مستوي إحداثيات بضرب كل إحداثي في معامل التكبير (التصغير) على اعتبار أن نقطة الأصل (٠، ٠) مركز التكبير (التصغير) باستخدام القاعدة التالية:
(س، ص) $\xleftarrow[\text{ومركزه نقطة الأصل}]{\text{تكبير (تصغير) معامله ك}}$ (ك س، ك ص) حيث ك > ١ ، (٠ < ك < ١)
- يكون للشكل تناظر إذا انطبق على نفسه بعد التحويل، وأنواع التناظر الثلاثة هي: تناظر خطي، تناظر دوراني، تناظر نقطي.

١٣١

KuwaitMath.com