

شعوب العالم

في البدء كان نمو سكان العالم بطيئاً جداً، ومع مرور الزمن بدأت وتيرة النمو تتصاعد شيئاً فشيئاً حتى أصبح عدد سكان العالم قرابة المليار نسمة في بداية القرن التاسع عشر، ومع نهاية القرن العشرين تخطى هذا العدد ٦ مليارات، لذلك هناك علاقة بين الفترة الزمنية وعدد السكان.



الرياضة

تستغرق بعض سيارات الفورمولا ون ١,٧ ثانية للانطلاق من صفر إلى ١٠٠ كم/س، ٣,٨ ثوانٍ من صفر إلى ٢٠٠ كم/س، ٨ ثوانٍ من صفر إلى ٣٠٠ كم/س. هذه العلاقة تمثل الزمن والسرعة القصوى لتلك السيارات. إن التوفيق بين الوزن الخفيف والقوة والأداء العالي للإطارات يعطي سيارات الفورمولا الأداء المميز.



توضح المعلومات المتضمنة في هذه الصفحات كيفية استخدام العلاقات بين مجموعات من الأعداد الحقيقية وتطبيقها في المواقف الحياتية.

الترباط والتداخل

شعوب العالم

نما سكان العالم بوتيرة تصاعدية مع الزمن. اطلب إلى الطلاب إعداد تقرير عن نسبة التزايد السكاني في كل قرن.

الرياضة

تختلف السرعة القصوى لسيارات سباق الفورمولا (١) بعد انطلاقتها. ادع المهتمين بهذه الرياضة من الطلاب أن يبحثوا عن العلاقة بين وزن السيارة وأداء الإطارات وسرعتها القصوى والوقت.

العلوم

يحتوي جسم الإنسان على نسبة معينة من الدم، وهناك علاقة تصاعدية بين كثافة الدم وعمر الإنسان. شجع الطلاب المهتمين بعلم الأحياء أن يقوموا بدراسة معمقة عن هذا الموضوع.

الاقتصاد

يعتبر سوق صرف الأموال من أهم الأسواق في كل البلدان. اطلب إلى الطلاب إعداد بحث عن طرائق صرف الأموال وفوائدها بالنسبة إلى الاقتصاد الوطني، وكيفية تمثيلها في رسوم بيانية.

مشروع الوحدة

في هذا المشروع، على الطلاب الاستقصاء عن طريقة لتأمين قرض لشراء سيارة جديدة. على الطلاب البحث عن شروط تأمين القرض، ثم قيمة الدفعة الأولى للسيارة وقيمة الدفعات الشهرية المتتالية بعد إضافة مبلغ معين يعتبر خدمة لهذه الدفعات.

أفكار رياضية أساسية

حاصل ضرب الديكارتى $x \times y$ هو مجموعة كل الأزواج المرتبة (a, b) حيث a ينتمي إلى x ، b ينتمي إلى y .
العلاقة (x, y) من x إلى y هي مجموعة جزئية من حاصل الديكارتى $x \times y$.
التطبيق علاقة تربط كل عنصر في x (المجال) بعنصر واحد فقط في y (المجال المقابل) ومدى التطبيق هو مجموعة صور عناصر المجال.

الدالة الخطية هي دالة تمثيلها البياني خط مستقيم.

الدالة التربيعية هي دالة حيث القوة الأعلى للمتغير هي ٢. ويكون تمثيلها البياني قطعاً مكافئاً.

علوم

يمثل الدم نسبة ٧,٨ من وزن جسم الإنسان، وتبلغ كثافة الدم ١,٠٦٠ جرام/سم^٣. يتألف الدم من البلازما بنسبة ٥٥٪، وكريات الدم الحمراء بنسبة ٤٤٪، والكريات البيضاء والصفائح الدموية بنسبة ١٪. وهناك علاقة بين عمر الإنسان وكثافة الدم في جسمه.



الاقتصاد

يعتبر سوق صرف الأموال أكبر الأسواق في العالم وأنشطها. نستطيع أن نميز نوعين من سعر الصرف: المتحرك عندما تكون العملة خاضعة للسوق، والثابت عندما تثبت قيمة العملة بالنسبة إلى عملة أخرى أو بالنسبة إلى مجموعة من العملات أو بالنسبة إلى سعر الذهب.

مشروع الوحدة

سوف تستقصي في هذا المشروع عن تكاليف أو خدمات تتضمن دفعة ابتدائية محددة تضاف إليها دفعات تتبع نمطاً معيناً. مثلاً: شركة تأجير سيارات وضعت التفرقة التالية لزيارتها بحيث يدفع مبلغ ٥ دنانير للتأمين ضد حوادث الاصطدام والحوادث الشخصية، و ١٢ ديناراً عن كل يوم إيجار لسيارة متوسطة الحجم.

مرشد تخطيط الوحدة

كتاب الطالب			
رقم الدرس	المصطلحات الأساسية	الأدوات المستخدمة	الدرس
			افتتاحية الوحدة السادسة
			التركيز على حل المسائل
			افتتاحية الوحدة السادسة (٢): العلاقة
١-٦	زوج مرتب، حاصل الضرب الديكارتي، مخطط سهمي، مخطط بياني		حاصل الضرب الديكارتي
٢-٦	علاقة من مجموعة إلى مجموعة أخرى، علاقة على مجموعة		مفهوم العلاقة
			افتتاحية الوحدة السادسة (ب): التطبيق (الدالة)
٣-٦	تطبيق، قاعدة الاقتران، مجال، مجال مقابل		التطبيق
٤-٦	تطبيق شامل، تطبيق متباين، تطبيق تقابل، دالة		أنواع التطبيق (الدالة)
٥-٦	متغير تابع، متغير مستقل، دالة خطية	آلة حاسبة بيانية	الدالة الخطية (التطبيق الخطي)
٦-٦	دالة غير خطية، دالة تربيعية، قطع مكافئ	آلة حاسبة بيانية	الدالة التربيعية
			اختبار الوحدة السادسة

التركيز على حل المسائل قراءة المسألة

الغاية

يركز الطلاب على الخطوة الأولى من حل المسألة ألا وهي قراءة المسألة وفهمها.

كيفية التعامل مع الصفحة

استخدام عملية حل المسائل

إن أهم عنصر من عناصر حل المسألة هو القدرة على فهمها.

ناقش الخطوات التالية عند قراءة المسألة:

- قراءة المسألة جيداً وأكثر من مرّة.
- اسأل بعض الأسئلة عن المسألة.

اسأل ...

- ما الخطوة الأولى لحل المسألة؟

إجابة محتملة: فهم المسألة بشكل تام.

- ما الذي يمكنك من فهم المسألة بشكل تام؟

إجابة محتملة: قراءة المسألة جيداً وأكثر من مرّة، وتجزئة

المسألة إلى مسائل صغيرة.

إجابات الأسئلة

- ① (أ) مقارنة متوسط علامات حمد وناصر.

(ب) معرفة الفائز.

(ج) ١١

(د) ١٠

(هـ) ١٦

(و) ١٥, ٥

(ز) متوسط علامات حمد < متوسط علامات ناصر.

- ② (أ) استخدام أربعة أصدقاء لآلة الجري.

(ب) مدة استخدام كل فرد لآلة الجري.

(ج) ثلث المدة.

(د) ١٥ دقيقة أكثر من مدة استخدام أحمد.

(هـ) نصف مدة استخدام فيصل.

(و) نصف مدة استخدام أحمد مضافاً إليها ٧, ٥ دقائق.

(ز) ٢, ٥ ساعة.

(ح) فهد ١٥ دقيقة، أحمد ٤٥ دقيقة، فيصل ٦٠ دقيقة،

راشد ٣٠ دقيقة.

التركيز على حل المسائل

اقرأ كل مسألة وأجب عن الأسئلة:



- ١ تبارى حمد وناصر للفوز بالمرتبة الأولى بحساب متوسط علاماتهم في خمسة اختبارات، وأما المعلم فسوف يستعد أدنى علامة من الخمسة. كانت نتائج حمد كالآتي: ١٥، ١٤، ١٧، ١١، ١٨. ونتائج ناصر هي: ١٠، ١٦، ١٩، ١٣، ١٤.
- من الفائز في هذه المباراة؟
(أ) عمّ تدور المسألة؟
(ب) ماذا تتطلب المسألة؟
(ج) ما أدنى علامة حصل عليها حمد؟
(د) ما أدنى علامة حصل عليها ناصر؟
(هـ) ما متوسط علامات حمد بعد استبعاد أدنى علامة؟
(و) ما متوسط علامات ناصر بعد استبعاد أدنى علامة؟
(ز) قارن بين متوسط علامات حمد ومتوسط علامات ناصر.
- ٢ أربعة أصدقاء يمترون في أحد النوادي الرياضية. استخدم أحمد آلة الجري ثلاثة أمثال مدة استخدام فهد للآلة، أما راشد فاستخدمها نصف مدة استخدام فيصل لها. وقد استخدمها فيصل لمدة ١٥ دقيقة أكثر من أحمد. بلغ استخدام الجميع لآلة الجري ٢, ٥ ساعة. ما مدة استخدام كل فرد لآلة الجري؟
(أ) عمّ تدور المسألة؟
(ب) ما المطلوب لإجابه؟
(ج) ما مدة استخدام فهد لآلة الجري بالنسبة إلى مدة استخدام أحمد؟
(د) ما مدة استخدام فيصل لآلة الجري بالنسبة إلى مدة استخدام أحمد؟
(هـ) ما مدة استخدام راشد لآلة الجري بالنسبة إلى مدة استخدام فيصل؟
(و) ما مدة استخدام راشد لآلة الجري بالنسبة إلى مدة استخدام أحمد؟
(ز) ما مدة استخدام الجميع لآلة الجري؟
(ح) ما مدة استخدام كل فرد لآلة الجري؟

قراءة المسألة:

عندما تقرأ مسألة ما، ربما تركك كمية المعلومات الواردة فيها. يمكن أن يساعد تجزي، تلك المعلومات إلى أجزاء صغيرة على فهم المسألة ككل. اسأل نفسك أسئلة كي تكون وثقاً من فهمك لكل جزء من المسألة.

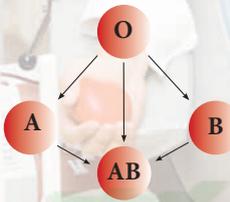


التبرع بالدم

التبرع بالدم هو عملية سحب الدم لتجهيزه ونقله إلى من هو بحاجة إليه. يمثل المتبرعون المصدر الوحيد لجميع فئات دم الإنسان القابلة للنقل. يستعيد جسم الإنسان الضائع من البلازما (السائل) في ٢٤ ساعة بعد التبرع، ويعوّض كريات الدم الحمراء والخلايا الأخرى بين ستة وثمانية أسابيع. يمكن شخص ناضج ذو صحة جيدة من التبرع بوحدة كاملة من الدم مرة واحدة كل ثمانية أسابيع.

خلال عملية نقل الدم، يجب الأخذ بعين الاعتبار عاملين أساسيين: فصيلة الدم (A, B, AB, O) وعامل «ريوس» (Rh⁺, Rh⁻).

يستحسن أن تتم عملية نقل الدم بين أشخاص يحملون فصيلة الدم نفسها، لتجنب العوارض السلبية. ولكن من الممكن أيضاً، استخدام البيان السهمي المقابل لمعرفة كيفية نقل الدم من فصيلة إلى أخرى عند الحاجة.



- ١ كون جدولاً تبين فيه العلاقة بين الفئات المتبرعة والفئات المتلقية.
- ٢ اسأل أصدقائك عن فصيلة دمهم، ومثل علاقة تبين عملية نقل الدم في ما بينكم (دون الأخذ بعين الاعتبار العامل «ريوس»).

١٤

الموضوع: التبرع بالدم

كيفية التعامل مع هذه الصفحة

تقدم هذه الصفحة، موضوع هذا الجزء، العلاقة وبخاصة علاقة نقل الدم.

اسأل ...

- ما هي فصائل دم البشر؟ O, A, B, AB
- ما هما عاملا «ريوس»؟ Rh⁻, Rh⁺

الصحة

- اسأل الطلاب عن فصيلة دمهم، وشجع الذين لا يعرفونها على إجراء فحص دم لمعرفة تحسباً لأي طارئ.

إجابات الأسئلة

١

المتبرع

AB	B	A	O	
×	×	×	✓	O
×	×	✓	✓	A
×	✓	×	✓	B
✓	✓	✓	✓	AB

المتلقي

٢ قد تختلف الإجابات.

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يجد حاصل الضرب الديكارتي.
- يمثل حاصل الضرب الديكارتي بالمخططات السهمية والبيانية.

- زوج مرتب، حاصل الضرب الديكارتي، مخطط سهمي، مخطط بياني

حاصل الضرب الديكارتي Cartesian Product

١-٦

صلة الدرس ◀ درست في السابق الأزواج المرتبة. في هذا الدرس سوف تتعرف حاصل الضرب الديكارتي.

استكشف

لدى محلات سالم تشكيلة كبيرة من القمصان التي تميز بألوان وقياسات مختلفة.

١ اذكر خمسة ألوان مفضلة لديك.

٢ اذكر ثلاثة قياسات ممكنة.

٣ ما عدد القياسات المختلفة التي يمكنك أن تختارها لكل لون من الألوان؟

٤ ما عدد الألوان المختلفة التي يمكنك أن تختارها لكل قياس؟

٥ اصنع جدولًا كالآتي: (في الصف الأول: اكتب الألوان المختلفة التي اخترتها؛

في العمود الأول: اكتب القياسات المختلفة التي اخترتها؛ وأكمل الجدول بكتابة

التشكيلات المختلفة التي يمكنك أن تحصل عليها).

٦ ما عدد التشكيلات المختلفة التي حصلت عليها؟

سوف تتعلم
• كيفية إيجاد حاصل الضرب الديكارتي.
• كيفية تمثيل حاصل الضرب الديكارتي بالمخططات السهمية والبيانية.

من الاستخدامات
• يستخدم مصمم الأقمشة حاصل الضرب الديكارتي لمعرفة عدد نماذج القماش وفق الألوان والنقوش المتنوعة.



تعلم

تعلم أن الحاصل الديكارتي (أو حاصل الضرب الديكارتي) $A \times B$ هو مجموعة كل الأزواج المرتبة (أ، ب) حيث المسقط الأول $A \ni$ ، والمسقط الثاني $B \ni$.

أي أن:

$A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$

مثال (١)

إذا كانت:

$A = \{١, ٢\}$ ، $B = \{٣, ٤, ٥\}$ ، اكتب الحاصل الديكارتي $A \times B$ ، ثم مثله بمخطط سهمي ومخطط بياني.

الحل:

$A \times B = \{(١, ٣), (١, ٤), (١, ٥), (٢, ٣), (٢, ٤), (٢, ٥)\}$

المصطلحات الأساسية
◀ زوج مرتب
Ordered Pair
◀ حاصل الضرب الديكارتي
Cartesian Product
◀ مخطط سهمي
Arrow Diagram
◀ مخطط بياني
Graph

١٦

ناقش معهم أن عدد التشكيلات الذي حصلوا عليه يساوي ناتج ضرب عدد عناصر المجموعة الأولى في عدد عناصر المجموعة الثانية.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا كرّر الخطوتين (٥) و(٦). في الخطوة رقم (٥)، اطلب إلى الطلاب استخدام القياسات التي اخترتها في الصف الأول، والألوان في العمود الأول، وإكمال الجدول، ثم اسألهم عن عدد التشكيلات المختلفة الذي حصلوا عليه.

القياس اللون	صغير	وسط	كبير
أزرق	أزرق، صغير	أزرق، وسط	أزرق، كبير
أخضر	أخضر، صغير	أخضر، وسط	أخضر، كبير
أحمر	أحمر، صغير	أحمر، وسط	أحمر، كبير
أبيض	أبيض، صغير	أبيض، وسط	أبيض، كبير
أسود	أسود، صغير	أسود، وسط	أسود، كبير

عدد التشكيلات المختلفة = ١٥

مراجعة

أكمل باستخدام \ni أو \nexists .

١ إذا كانت $S = \{A : A \ni ٢\}$ ، $M = \{A : A > ٢\}$

حيث M مجموعة الأعداد الصحيحة

$٢ \dots S \ni$

$٠ \dots S \ni$

$٢ \dots S \nexists$

٢ إذا كانت $L = \{(١, ٢), (١, ٣), (٢, ٣)\}$

$(٣, ٢) \dots L \ni$

$(١, ٣) \dots L \nexists$

صلة الدرس ◀ في السابق درست الأزواج المرتبة. في

هذا الدرس سوف تتعرف حاصل الضرب الديكارتي.

١- التمهيد

استكشف

الغاية

يكتب الطلاب جميع الأزواج المرتبة لعناصر مجموعتين ويجد عدد هذه الأزواج المرتبة.

التقييم المستمر

تحقق من الجداول التي يصنعها الطلاب في الخطوة رقم (٥) والطريقة التي يكتبون بها الأزواج المرتبة.

إجابات «استكشف»

- إجابة ممكنة: أزرق، أخضر، أحمر، أبيض، أسود.
- إجابة ممكنة: صغير، وسط، كبير.
- ثلاثة قياسات مختلفة لكل لون.
- خمسة ألوان مختلفة لكل قياس.

اللون	أزرق	أخضر	أحمر	أبيض	أسود
صغير	صغير، أزرق	صغير، أخضر	صغير، أحمر	صغير، أبيض	صغير، أسود
وسط	وسط، أزرق	وسط، أخضر	وسط، أحمر	وسط، أبيض	وسط، أسود
كبير	كبير، أزرق	كبير، أخضر	كبير، أحمر	كبير، أبيض	كبير، أسود

١٥٦

شكل (١) هو المخطط السهمي للحاصل الديكارتي $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$. يمكن تمثيل الحاصل الديكارتي $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ بمخطط بياني على النحو التالي:
تمثل عناصر \mathbb{N} وعناصر \mathbb{N} على المحورين الأفقي والرأسي على الترتيب، ثم تمثل عناصر الحاصل الديكارتي $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ كما في الشكل (٢).

حل المسائل
لرسم المخطط السهمي لأي علاقة:
نرسم شكل فن لكل من المجموعتين \mathbb{N} ، \mathbb{N} ونكتب العناصر في شكل فن المناسب، ومن ثم نصل عناصر \mathbb{N} بالعناصر في \mathbb{N} والتي ترتبط معها علاقة.

حاول أن تحل
١ من المثال (١) أوجد الحاصل الديكارتي $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ثم مثله بمخطط بياني.

مثال (٢)
إذا كانت $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ ، فكتب الحاصل الديكارتي $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ بذكر الصفة المميزة ثم بذكر العناصر، ومثل $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ بمخطط بياني.

الحل:
 $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
بالصفة المميزة:
 $\mathbb{N} \times \mathbb{N} = \{(a, b) : a, b \in \mathbb{N}\}$
بذكر العناصر

٢ يوضح المخطط البياني المقابل حاصل ضرب الديكارتي $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$. اكتب ل $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ مذكر العناصر.

ملاحظة:
عدد عناصر $\mathbb{N} \times \mathbb{N} = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ = عدد عناصر $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ عناصر \mathbb{N} إذا كان عدد عناصر $\mathbb{N} = m$ وعدد عناصر $\mathbb{N} = n$ ، فإن عدد عناصر $\mathbb{N} \times \mathbb{N} = m \times n$.

تحقق من فهمك
١ هل عدد عناصر الحاصل الديكارتي $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ يساوي عدد عناصر الحاصل الديكارتي $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ؟
٢ هل $\mathbb{N} \times \mathbb{N} = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ؟

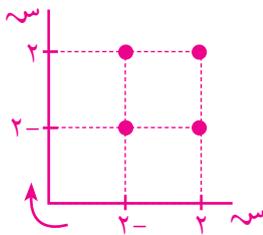
٢ إذا كانت $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ ، $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ حيث $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$

مجموعة الأعداد الصحيحة.
(أ) اكتب $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ بذكر العناصر.

$$\mathbb{N} \times \mathbb{N} = \{(2, 2), (2, 3), \dots\}$$

(ب) اكتب الحاصل الديكارتي $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ، ومثله بمخطط بياني.

$$\mathbb{N} \times \mathbb{N} = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3), \dots\}$$

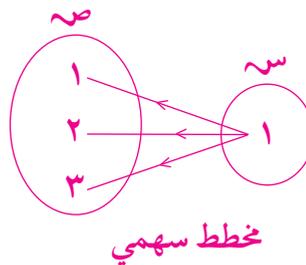


استخدم الأزواج المرتبة لكتابة حاصل ضرب الديكارتي لمجموعتين.

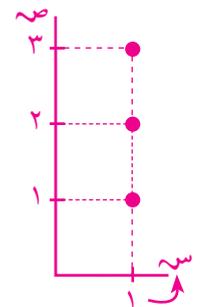
أمثلة بديلة

١ إذا كانت $\mathbb{N} = \{1\}$ ، $\mathbb{N} = \{1, 2, 3\}$ ، فكتب الحاصل الديكارتي $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ومثله بمخطط بياني ومخطط سهمي.

$$\mathbb{N} \times \mathbb{N} = \{(1, 1), (2, 1), (3, 1)\}$$



مخطط سهمي



مخطط بياني

التاريخ الهجري: التاريخ الميلادي:
حاصل الضرب الديكارتي
Cartesian Product

تدرّبك وطبّق

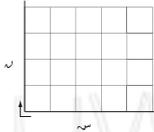
(١) ابدأ إذا كانت $س = \{٤, ٢\}$ ، $ص = \{٥, ٣, ١\}$.

- (أ) ما هو عدد عناصر $س \times ص$ ؟
(ب) ما هو عدد عناصر $ص$ ؟
(ج) من كم عنصر يتألف الحاصل الديكارتي $س \times ص$ ؟
(د) اكتب $س \times ص$ بذكر العناصر.

(٢) إذا كانت $س = \{٩, ٦, ٣\}$ ، $ص = \{٨, ٦, ٤, ٢\}$ ، اكتب كلًا من $س \times ص$ و $ص \times س$ بذكر العناصر.

(٣) إذا كانت $س = \{١: ٣ \geq ١\}$ ، $ص = \{٣ > ١\}$ ، $ر = \{ب: ٣ \geq ٠, ٢ \geq ٣\}$ حيث $س$ مجموعة الأعداد الصحيحة:
(أ) اكتب كلًا من $س \times ر$ ، $ر \times س$ بذكر العناصر.

(ب) مثل $س \times ر$ بمخطط بياني.

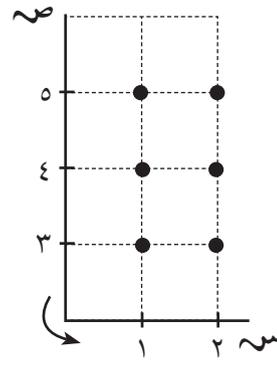


(ج) مثل $ر \times س$ بمخطط سهبي.

(٤) إذا كانت $س \times ص = \{(١, ٠), (٢, ٠), (٣, ٠), (٤, ٠), (٥, ٠), (١, ٥), (٢, ٥), (٣, ٥), (٤, ٥)\}$.

(أ) اكتب كلًا من $س$ ، $ص$ بذكر العناصر.

(ب) مثل $س \times ص$ بمخطط سهبي.



إجابات «حاول أن تحل»

١ $س \times ص = \{(١, ٣)\}$

$\{(٢, ٣), (١, ٤), (٢, ٤)\}$

$\{(١, ٥), (٢, ٥)\}$

٢ $ل \times م = \{(أ, ٠)\}$

$\{(ب, ٠), (ج, ٠), (د, ٠)\}$

$\{(أ, ١), (ب, ١), (ج, ١)\}$

$\{(د, ١), (أ, ٢), (ب, ٢), (ج, ٢), (د, ٢)\}$

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

على الطلاب إدراك عدد عناصر حاصل الضرب الديكارتي وأن حاصل الضرب الديكارتي لمجموعتين ليس إبدالياً.

إجابات «تحقق من فهمك»

١ نعم.

٢ كلا، لأن $(أ, ب) \neq (ب, أ)$.

تقييم بديل

المجلة: ادع الطلاب إلى كتابة مجموعتين $س$ و $ص$ بذكر العناصر، حيث يكون عدد الأزواج المرتبة لحاصل الضرب الديكارتي $س \times ص$ يساوي ١٦.

اختبار سريع

١ هل المجموعة التالية: $\{(١, ١), (٢, ١), (٣, ١)\}$

$\{(٢, ٢), (٣, ٢), (٣, ٣)\}$ تمثل حاصل ضرب

كلا

ديكارتي؟

٢ إذا كان عدد عناصر $س$ هو $ن$ ، فما عدد عناصر

ن

$س \times س$ ؟

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

١ (أ) خطأ، لأن $5 \notin S$ ، $1 \in S$.

(ب) خطأ، لأن $3 \notin S$.

(ج) صح، لأن $3 \in S$ ، $6 \in S$.

(د) خطأ، لأن $6 \notin S$.

(هـ) خطأ، لأن $4 \notin S$ ، $3 \in S$.

(و) خطأ، لأن $4 \notin S$.

٢ (أ) $S = \{0, 1, 2\}$

ك = $\{-3, -2, -1, 0\}$

(ب) $S \times K = \{(0, -3), (0, -2), (0, -1), (1, -3), (1, -2), (1, -1), (2, -3), (2, -2), (2, -1), (0, 0), (1, 0), (2, 0)\}$

(ج) $S \times L = \{(0, 2), (1, 2), (2, 2), (0, 1), (1, 1), (2, 1)\}$

٣ (أ) ك = $\{-2, -1, 0, 1\}$

ل = $\{0, 1, 2, 3\}$

(ب) $K \times L = \{(0, 2), (0, 3), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$

(ج) $L \times L = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$

(د) $\{(2, 1), (3, 1)\}$

(هـ) $L \times L = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$

(و) $\{(0, 1), (1, 1), (2, 1), (3, 1), (0, 2), (1, 2), (2, 2), (3, 2)\}$

(ز) $\{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$

حل المسائل والتفكير المنطقي

١ إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، $M = \{4, 5, 6\}$ ، فأأي العبارات التالية صحيحة؟ فسر إجابتك.

(أ) $1 \in S \cap M$.

(ب) $3 \in S \cap M$.

(ج) $6 \in S \cap M$.

(د) $6 \in S \cap M$.

(هـ) $3 \in S \cap M$.

(و) $5 \in S \cap M$.

٢ إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، $M = \{1, 2, 3, 4\}$ ، فأأي العبارات التالية صحيحة؟ فسر إجابتك.

(أ) $S \cap M = \{1, 2, 3\}$ ، حيث M هي مجموعة الأعداد الصحيحة.

(ب) اكتب كلاً من المجموعتين S ، M ، كذا بذكر العناصر.

(ج) اكتب $S \cap M$ كذا بذكر العناصر.

٣ إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، $M = \{1, 2, 3, 4\}$ ، فأأي العبارات التالية صحيحة؟ فسر إجابتك.

(أ) $S \cap M = \{1, 2, 3\}$ ، حيث M هي مجموعة الأعداد الصحيحة.

(ب) اكتب كلاً من S ، M ، كذا بذكر العناصر.

(ج) اكتب $S \cap M$ كذا بذكر العناصر.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولاً.
- تخن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

١٨

(٥) إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، $M = \{3, 4, 5\}$ ، فأأي العبارات التالية صحيحة وأيها خاطئة؟

(أ) $3 \in S \cap M$.

(ب) $3 \in S \cap M$.

(ج) $1 \in S \cap M$.

(د) $3 \in S \cap M$.

(هـ) $3 \in S \cap M$.

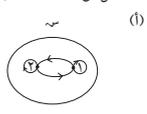
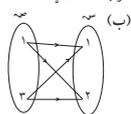
(و) $1 \in S \cap M$.

(ز) $1 \in S \cap M$.

(ح) $S \cap M = \{3, 4, 5\}$.

(ط) عدد عناصر $S \cap M$ = عدد عناصر $S \cap M$.

(٦) لكل من المخططات السهمية التالية، اكتب حاصل الضرب الديكارتي.



(٧) التحضير للاختبار: إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، حيث M هي مجموعة الأعداد الصحيحة،

فإن عدد عناصر $S \cap M$ هو:

(أ) ٧

(ب) ٨

(ج) ٤٩

(د) ١٨

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يدرك مفهوم العلاقة.
- يجد العلاقة من مجموعة إلى مجموعة أخرى، ويمثلها بمخطط سهمي أو بياني.
- يجد العلاقة على مجموعة (من مجموعة إلى نفسها) ويمثلها بمخطط (سهمي أو بياني).

المصطلحات الأساسية

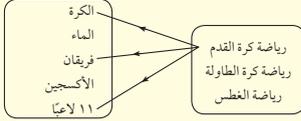
- علاقة من مجموعة إلى مجموعة أخرى، علاقة على مجموعة.

مفهوم العلاقة
The Concept of Relation

٢-٦

صلة الدرس في الدرس السابق، تعرفت الحاصل الديكارتي. في هذا الدرس سوف نتعرف مفهوم العلاقة.

1 استكشف العلاقة
اربط عناصر من مجموعة مع عناصر من مجموعة أخرى، وتمثيلها بمخطط سهمي أو بياني.



2 أكمل كتابة العلاقة ع التي مثلتها العناصر. ع = {رياضة كرة القدم، ...}، (رياضة كرة القدم، ...)، (رياضة كرة الطاولة، ...)، (رياضة الغطس، ...).

3 قارن ع ب مع ع × مع.

4 تمثل قطاعات المياه والكهرباء والهاتف الثابت مجموعة موارد يحتاجها سكان الميناء في المدن، ويشكل كل مبنى مجموعة مرتبطة بمجموعة القطاعات. اربط كل شقة بالقطاعات التي ترتبط بها.



تعلم مفهوم العلاقة

لكن ع × مع، مع مجموعتين غير خاليتين. تكون ع علاقة من مع إلى مع عندما تكون ع مجموعة جزئية من الحاصل الديكارتي مع × مع. ونعبر عن ذلك ع ⊆ مع × مع.

تكون ع علاقة على مع إذا كانت ع ⊆ مع × مع.

سوف تتعلم مفهوم العلاقة. إيجاد العلاقة من مجموعة إلى مجموعة أخرى، وتمثيلها بمخطط سهمي أو بياني. إيجاد العلاقة على مجموعة (من مجموعة إلى نفسها) وتمثيلها بمخطط (سهمي أو بياني).

من الاستخدامات يستخدم الأطباء مفهوم العلاقة لكي ينظمو مخططًا يبين بوجه إمكانية نقل الدم من فئة إلى أخرى أو من شخص إلى آخر.

المصطلحات الأساسية
علاقة من مجموعة إلى مجموعة أخرى
Relation from a Set to Another
علاقة على مجموعة
Relation on a Set



المصطلحات الأساسية
علاقة من مجموعة إلى مجموعة أخرى
Relation from a Set to Another
علاقة على مجموعة
Relation on a Set

مراجعة

أكمل باستخدام \subseteq أو $\not\subseteq$.

1 إذا كانت مع = {١، ٢، ٣، ٤}،

\subseteq {١، ٢} مع

\subseteq {٣} مع

$\not\subseteq$ {١، ٥} مع

2 إذا كانت مع = {(١، ١)، (١، ٢)، (٢، ٣)، (٣، ٣)}

\subseteq {١، ١} مع

$\not\subseteq$ {(١، ١)، (٢، ٣)} مع

مثال (١)

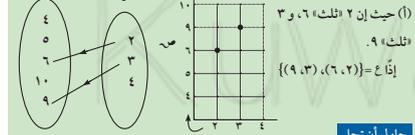
لتكن:

مع = {٢، ٣، ٤}، مع = {٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩}.

(أ) إذا كانت ع علاقة «ثلث» من مع إلى مع، فاكتب ع بذكر العناصر.

(ب) مثل ع بمخطط سهمي ومخطط بياني.

الحل:



حاول أن تحل

1 لتكن مع = {٤، ٥، ٦، ٧، ٨}، مع = {٢، ٣، ٤}.

(أ) إذا كانت ع علاقة «ضعف» من مع إلى مع، فاكتب ع بذكر العناصر.

(ب) مثل ع بمخطط سهمي ومخطط بياني.

مثال (٢)

في ما يلي مجموعة من العلاقات المعرفة على مع = {٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨}.

اكتب كل علاقة بذكر عناصرها:

(أ) ع = {١}، (ب) ع = {١}، (ج) ع = {١}، (د) ع = {١}.

(هـ) ع = {١}، (و) ع = {١}، (ز) ع = {١}، (ح) ع = {١}.

(ط) ع = {١}، (ي) ع = {١}، (ك) ع = {١}، (ل) ع = {١}.

الحل:

(أ) حيث إن ٢ + ٢ = ٤، ٣ + ٣ = ٦، ٤ + ٤ = ٨، ٥ + ٥ = ١٠، ٦ + ٦ = ١٢، ٧ + ٧ = ١٤، ٨ + ٨ = ١٦.

فتكون ع = {(٢، ٤)، (٣، ٦)، (٤، ٨)، (٥، ١٠)، (٦، ١٢)، (٧، ١٤)، (٨، ١٦)}.

(ب) حيث إن ٢ × ٣ = ٦.

فتكون العلاقة ع = {(٢، ٦)}.

(ج) حيث إن ٢ = ٢ × ١.

فتكون العلاقة ع = {(٢، ١)}.

حاول أن تحل

2 إذا كانت مع = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}، والملاقة ع = {١}، (ب) ع = {١}، (ج) ع = {١}، (د) ع = {١}.

اكتب العلاقة بذكر عناصرها.

صلة الدرس سوف تستخدم حاصل الضرب الديكارتي لتميز العلاقات.

١- التمهيد

استكشف

الغاية

استكشف أن علاقة ع من مع إلى مع هي محتواة في

مع × مع.

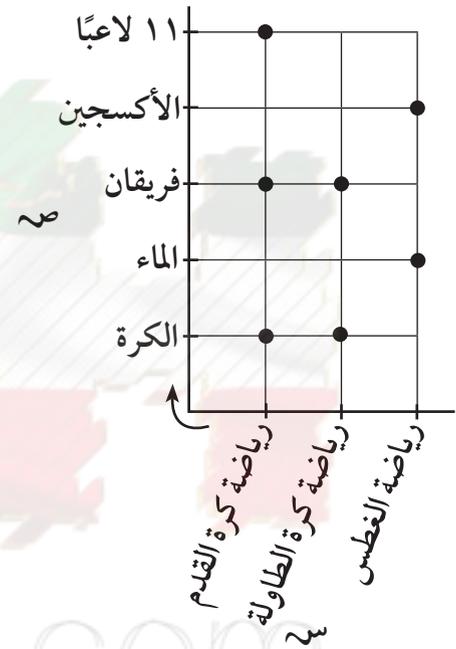
التقييم المستمر

تأكد من إجابة الطلاب في الخطوة الثالثة بأنهم يستنتجون أن $E \subseteq S \times S$.

وأن عدد عناصر E أصغر من أو يساوي عدد عناصر $S \times S$.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

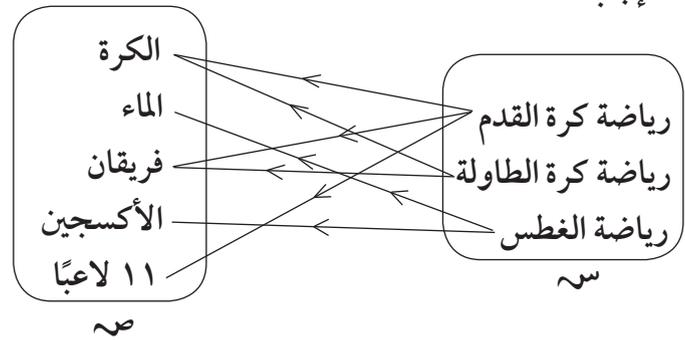
اطلب إلى الطلاب الذين ينهون عملهم مبكرًا أن يمثلوا العلاقة الواردة في فقرة «استكشف» بمخطط بياني.



إجابات «استكشف»

1 قد تختلف الإجابات.

إجابة ممكنة:



مثال (٣)
 معلومة مفيدة
 عندما نقول إن E علاقة مربع يعني أن في كل زوج مرتب المسقط الأول هو مربع المسقط الثاني.
 لتأخذ: $S = \{١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٩\}$
 (أ) اكتب E علاقة مربع من S إلى S بذكر العناصر.
 (ب) مثل E بمخطط سهمي ومخطط بياني.
 الحل:
 (أ) حيث إن ١ مربع العدد ٤، ١ مربع العدد ٩، ٢ مربع العدد ٣ فتكون $E = \{(١, ٤), (١, ٩), (٢, ٣)\}$
 (ب) مخطط سهمي:
 مخطط بياني:
 حاول أن تحل
 لتأخذ $S = \{\text{محمد، عبدالله، مروان، أحمد، عصام، جاسم}\}$
 (أ) اكتب E علاقة «الحرف الأول هو نفسه» من S إلى S بذكر العناصر.
 (ب) مثل E بمخطط سهمي ومخطط بياني.

مثال (٤)
 لنكن: $S = \{١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩\}$ ، E علاقة معرفة على S كما يلي: $E = \{(١, ٤), (٢, ٣), (٣, ١), (٤, ٥), (٥, ٢), (٦, ٧), (٧, ٦), (٨, ٩), (٩, ٨)\}$
 (أ) اكتب E من S إلى S بذكر العناصر.
 (ب) مثل E بمخطط سهمي ومخطط بياني.
 الحل:
 (أ) $E = \{(١, ٤), (٢, ٣), (٣, ١), (٤, ٥), (٥, ٢), (٦, ٧), (٧, ٦), (٨, ٩), (٩, ٨)\}$
 (ب) مخطط سهمي:
 مخطط بياني:
 حاول أن تحل
 لنكن $S = \{١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ١٠\}$
 E علاقة معرفة على S كما يلي: $E = \{(١, ٢), (٢, ٣), (٣, ٤), (٤, ٥), (٥, ٦), (٦, ٧), (٧, ٨), (٨, ٩), (٩, ١٠), (١٠, ١)\}$
 (أ) اكتب E من S إلى S بذكر العناصر.
 (ب) مثل E بمخطط سهمي ومخطط بياني.

تقوّن
٢-٦

مفهوم العلاقة The Concept of Relation

تدرّب وتطبّق

(١) ابدأ إذا كانت $S = \{٢, ١\}$ ، $S = \{٤, ٢\}$ ، $E = \{(٢, ١), (١, ٢)\}$ ، $E = \{(٢, ٤), (٤, ٢)\}$.
 (أ) اكتب $S \times S$ بذكر العناصر.

(ب) أكمل الجمل التالية باستخدام \exists أو \forall أو \neq أو $=$.

(٢، ١) _____ $S \times S$ ، (٤، ٢) _____ $S \times S$ ، $E = \{(٢, ٤), (٤, ٢)\}$ _____ $S \times S$.

(ج) هل تمثل E ، العلاقة من S إلى S ؟

(د) لماذا لا تمثل E ، العلاقة من S إلى S ؟

(٢) اكتب كلاً من العلاقات التالية على $S = \{١, ٢, ٣, ٤, ٥\}$ بذكر عناصرها.

(أ) $R = \{(١, ٢), (٢, ٣), (٣, ٤), (٤, ٥)\}$.

(ب) $R = \{(١, ٢), (٢, ٣), (٣, ٤), (٤, ٥)\}$.

(ج) $R = \{(١, ٢), (٢, ٣), (٣, ٤), (٤, ٥)\}$.

(د) $R = \{(١, ٢), (٢, ٣), (٣, ٤), (٤, ٥)\}$.

٢ ع = {رياضة كرة القدم، الكرة)، (رياضة كرة القدم، فريقان)، (رياضة كرة الطاولة، الكرة)، (رياضة كرة الطاولة، فريقان)، (رياضة الغطس، الماء)، (رياضة الغطس، الأكسجين).

٣ ع \subseteq سه \times صه.

٤ تحقق من عمل الطلاب.

٢- التعليم

تعلم

إدراك مفهوم العلاقة حيث إن العلاقة من مجموعة إلى أخرى تكون محتواة في حاصل الضرب الديكارتي.

أمثلة بديلة

١ لتأخذ المجموعتين:

$$سه = \{-1, 0, 1, 2\}$$

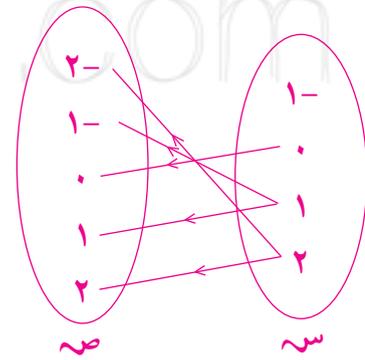
$$صه = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

(أ) حدد عناصر ع علاقة «القيمة المطلقة» من سه إلى صه.

ع علاقة «القيمة المطلقة»، فتكون عناصر ع هي:

$$(-2, 2), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 2).$$

(ب) مثل ع بمخطط سهمي.



٢ لتأخذ المجموعة: سه = {أ: أ \geq ك، أ > ١٠}، حيث ك مجموعة الأعداد الكلية.

(أ) اكتب سه بذكر العناصر.

$$سه = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

مثال (٥)

اكتب العلاقة ع على المجموعة سه التي يمثلها المخطط السهمي المقابل.

الحل:

من المخطط السهمي: ٤ مرتبط بـ ١، ١ مرتبط بـ ١، ١ مرتبط بـ ٢، ٣ مرتبط بـ ٥، ٥ مرتبط بـ ٣.

$$ع = \{(3, 5), (5, 3), (2, 1), (1, 1), (1, 2)\}$$

حاول أن تحل

اكتب العلاقة ع على المجموعة سه التي يمثلها المخطط السهمي.

تحقق من فهمك

١ هل يمثل الحاصل الديكارتي سه \times صه علاقة من سه إلى سه؟

٢ هل يمكن تحديد أكثر من علاقة من مجموعة إلى أخرى؟

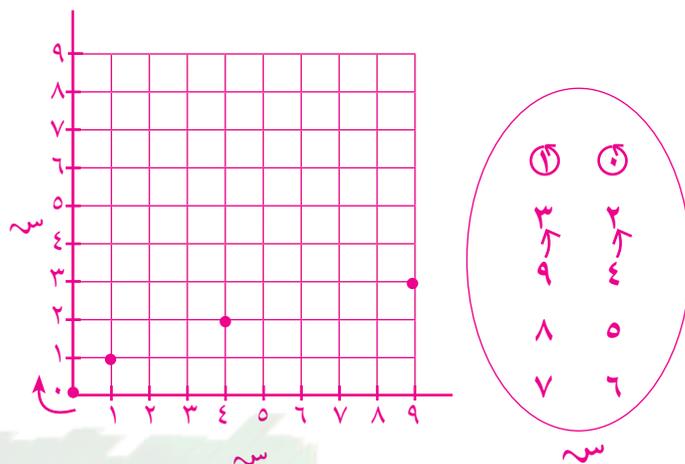
٢٣

KuwaitMath.com

(ب) حدد عناصر E علاقة «مربع» من S إلى S .

E علاقة «مربع» فتكون عناصر E هي $(0,0)$ ، $(1,1)$ ، $(2,4)$ ، $(3,9)$.

(ج) مثل E بمخطط سهمي ومخطط بياني.

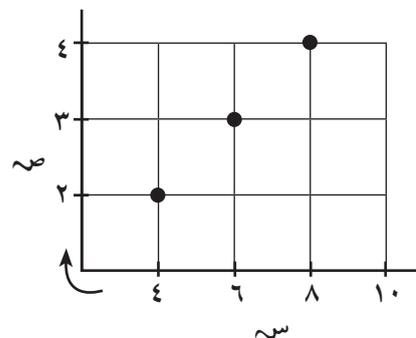
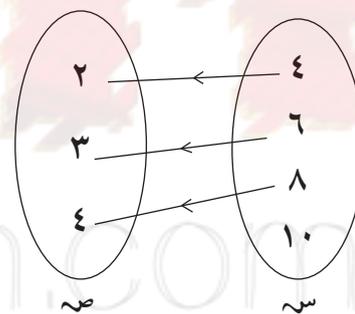


إجابات «حاول أن تحل»

① (أ) E علاقة «ضعف» من S إلى S فتكون

$$E = \{(4,8), (3,6), (2,4)\}$$

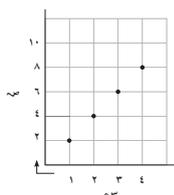
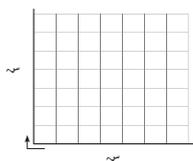
(ب)



② $E = \{(6,4), (5,3), (4,2), (3,1)\}$

(٣) إذا كانت $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ، E علاقة على S حيث $A \in B$ تعني $A + B$ من مضاعفات العدد ٣.
(أ) اكتب E بذكر العناصر.

(ب) ارسم مخططاً بيانياً لهذه العلاقة.



(٤) يمثل المخطط البياني التالي علاقة E من S إلى S .
أجب بـ «ص» أم خطأ «خ» عن كل من العبارات التالية:

- (أ) $E \subseteq S \times S$.
(ب) $(2,1) \in E$.
(ج) $(2,4) \notin E$.
(د) $E = \{(4,8), (3,6), (2,4), (1,2)\}$.
(هـ) $E = \{(a,b), (b,a), \exists s \in S, b = \frac{1}{s}\}$.
(و) $E = \{(a,b), (b,a), \exists s \in S, b = \frac{1}{s}\}$.
(ز) عدد عناصر $E \geq$ عدد عناصر $S \times S$ دائماً.

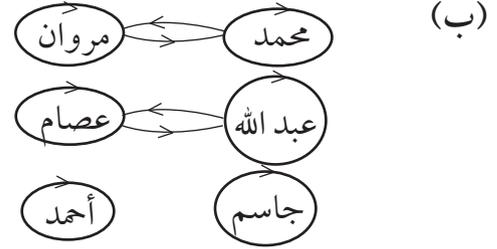
٣ (أ) ع علاقة «الحرف الأول هو نفسه» من سه إلى سه

فتكون ع = { (محمد، محمد)، (محمد، مروان)،

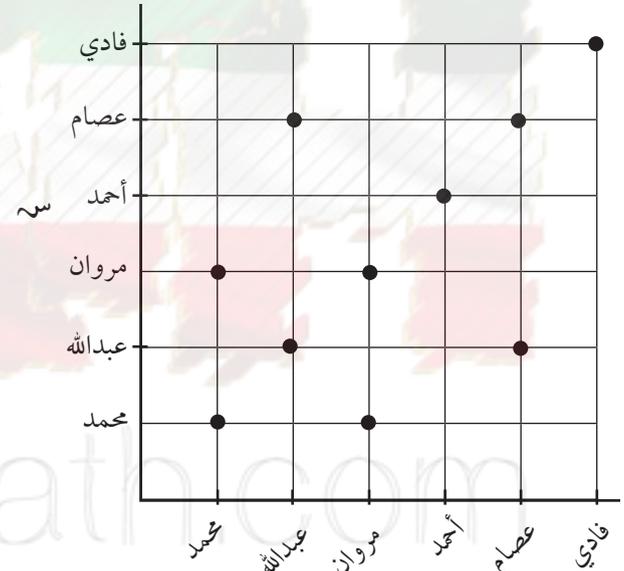
(مروان، محمد)، (مروان، مروان)، (عبد الله، عبد الله)،

(عبد الله، عصام)، (عصام، عبد الله)، (عصام، عصام)،

(جاسم، جاسم)، (أحمد، أحمد) }

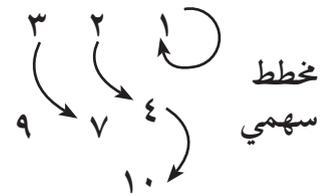


سه



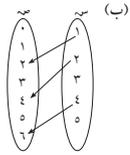
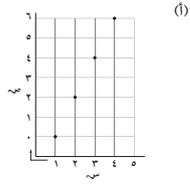
٤ (أ) ع = { (١٠، ٤)، (٧، ٣)، (٤، ٢)، (١، ١) }

(ب)



(٥) التحضير للاختيار: إذا كانت سه = {٥، ٤، ٣، ٢، ١}، سه = {٦، ٥، ٤، ٣، ٢، ١، ٠}.

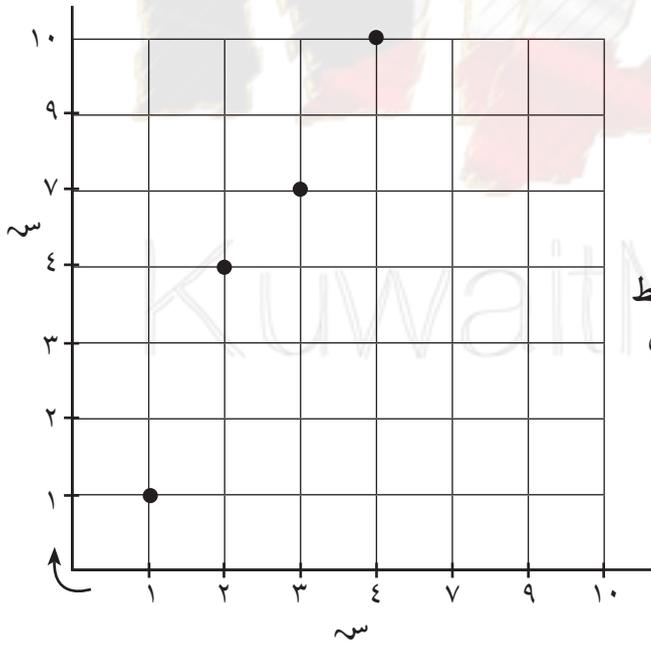
فإن العلاقة المختلفة عن بقية العلاقات هي: _____



(ج) ع = { (١، ٠)، (٢، ٢)، (٤، ٣)، (٦، ٤) }

(د) ع = { (أ، ب)، (ب، ب)، (ب، ج)، (ب، د)، (ب، هـ) } = ٢ - ١٢

١٥



خطط بياني

٥ ع = { (٦، ٨)، (٤، ٨)، (٦، ٤)، (٦، ٣)، (٤، ٤) }

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

إجابات «تحقق من فهمك»

- ١ نعم.
- ٢ نعم.

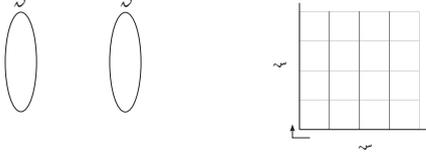
تقييم بديل

المجلة: اطلب إلى الطلاب كتابة ثلاث علاقات مختلفة من $S = \{1, 2, 3\}$ إلى $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ بصفة مميزة وبذكر العناصر.

مراجعة الوحدة السادسة (٢)

- (أ) إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ أعداد فردية أصغر من ٦، حيث P مجموعة الأعداد الطبيعية،
 $R = \{b : \exists a \in S, a > 2b\}$ ، حيث S مجموعة الأعداد الصحيحة.
 (أ) اكتب كلاً من S و R بذكر العناصر.
 (ب) اكتب كلاً من $S \times R$ و $R \times S$ بذكر العناصر.

(ج) مثل $S \times S$ بمخطط بياني. (د) مثل $R \times R$ بمخطط سهمي.



- (٢) إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ، $R = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ، $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
 (أ) اكتب $R \times S$ بذكر العناصر.
 (ب) مثل $R \times S$ بمخطط بياني.



(ج) اكتب العلاقة R في المخطط السهمي التالي بذكر العناصر والصفة المميزة.

(د) هل $R = S$ ؟

اختبار سريع

١ إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، $V = \{4, 6, 8\}$

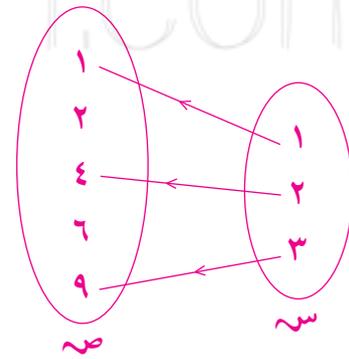
وعناصر علاقة R من S إلى V هي $(2, 4)$ ،
 $(3, 6)$. صف العلاقة R .

R هي علاقة «نصف» من مجموعة S إلى مجموعة V .

٢ إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، $R = \{1, 2, 4, 6, 9\}$ ،

R علاقة جذر تربيعي من S إلى V . حدد عناصر R ، ثم مثلها بمخطط سهمي.

عناصر R هي $(1, 1)$ ، $(2, 4)$ ، $(3, 9)$.



إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

حل المسائل والتفكير المنطقي

١ إذا كان كل من $ع$ ، $ب$ ، $ج$ ، $س$ علاقة على $س = \{٦، ٥، ٤، ٣\}$ ، فمثل كلًا منها بمخطط بياني.
 (أ) $ع = \{(٥، ٥)، (٤، ٤)، (٣، ٣)، (٦، ٦)\}$.
 (ب) $ع = \{(أ، ب) : أ \exists س، ب \exists س، أ < ب\}$.
 (ج) $ع = \{(٦، ٥)، (٤، ٣)، (٤، ٤)، (٣، ٣)\}$.

٢ إذا كانت $س = \{أ، ب، ج\}$ ، $س = \{٣، ٢، ١\}$ فأي المجموعات الآتية يمثل علاقة من $س$ إلى $س$ ؟ ارمس مخططاً بيانياً لها.
 (أ) $ع = \{(٣، أ)، (١، أ)، (٣، ب)\}$
 (ب) $ع = \{(٣، أ)، (٢، أ)، (١، ب)، (٢، ب)، (١، ج)، (٢، ج)، (٣، ج)\}$
 (ج) $ع = \{(٣، ب)، (٢، ب)، (٣، أ)\}$

٣ في ما يلي مجموعة من العلاقات المعرّفة على:
 $س = \{١٥، ١٢، ٩، ٦، ٣\}$

اكتب كل علاقة بذكر عناصرها:

(أ) $ع = \{(أ، ب) : أ \exists س، ب \exists س، ب = أ + ٦\}$

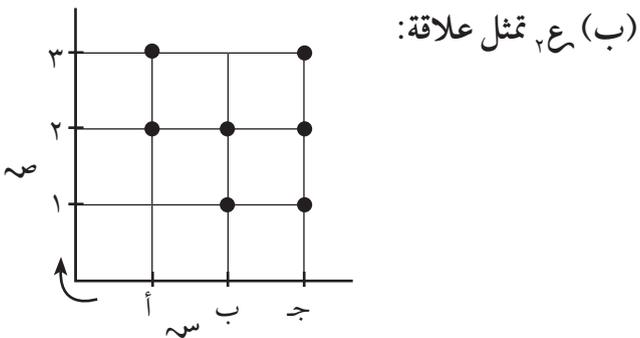
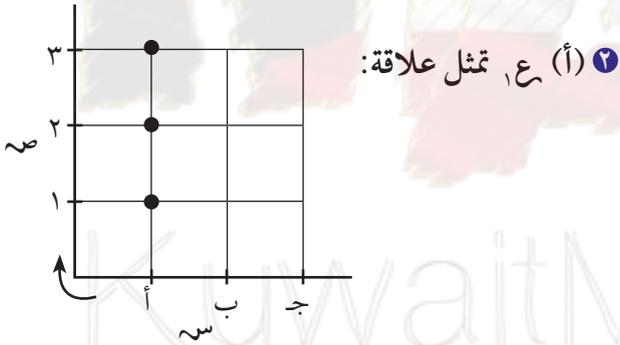
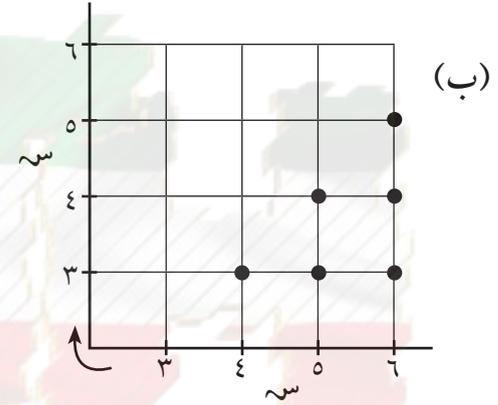
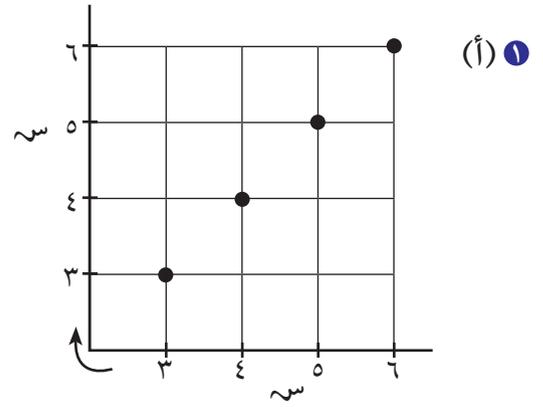
(ب) $ع = \{(أ، ب) : أ \exists س، ب \exists س، ب = \frac{أ}{٣}\}$

(ج) $ع = \{(أ، ب) : أ \exists س، ب \exists س، ب = ١\}$

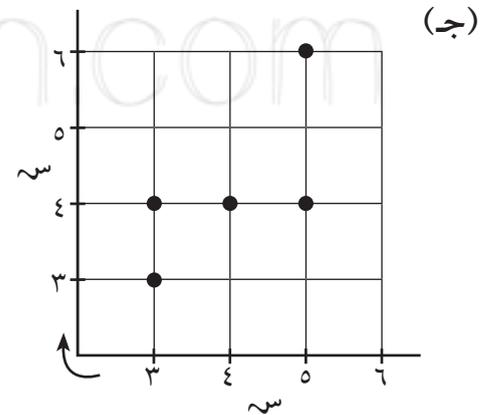
إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولاً.
- خن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارمس تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

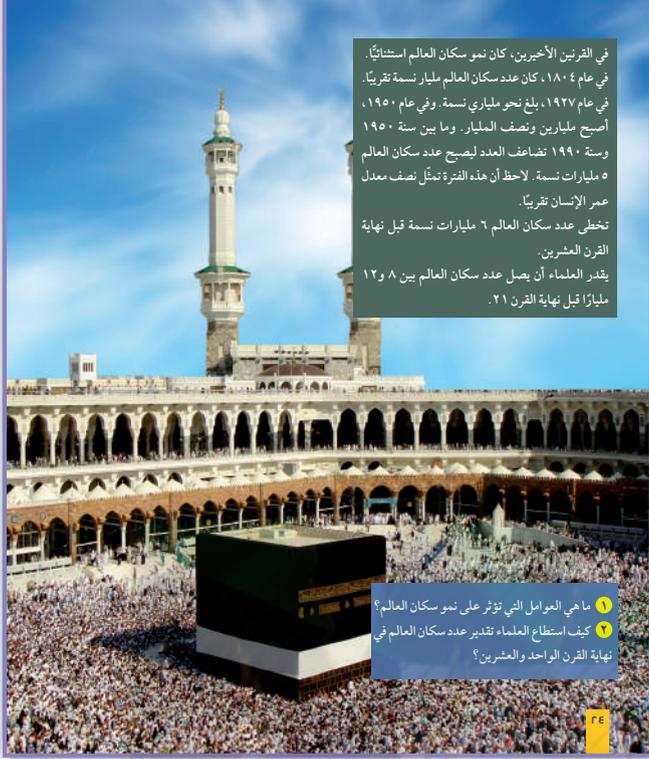
٣٣



(ج) لا تمثل علاقة



٣ (أ) $ع = \{(١٥، ٩)، (١٢، ٦)، (٩، ٣)\}$
 (ب) $ع = \{(٣، ٩)\}$
 (ج) $ع = \{(٩، ٣)\}$



كيفية التعامل مع هذه الصفحة

تقدم هذه الصفحة، موضوع هذا الجزء، التطبيق، وفي شكل خاص نمو سكان العالم.

اسأل...

- ما عدد سكان دولة الكويت؟
٣ ٦٣٢ ٠٠٩ في تاريخ ٣٠/٦/٢٠١١.
- المصدر: الهيئة العامة للمعلومات المدنية.
- ما عدد سكان العالم؟
حسب تقديرات العام ٢٠١١ حوالي ٧ مليارات.

إجابات الأسئلة

- ١ نسبة الولادات ونسبة الوفيات.
- ٢ باستخدام المعلومات المتوفرة عن نمو السكان في القرون الماضية لإيجاد اتجاه معين، مع الأخذ بعين الاعتبار عوامل أخرى اجتماعية.

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:

- يدرك مفهوم التطبيق.
- يعين التطبيق من بين عدة علاقات.
- يعبر عن التطبيق بالرمز.

المصطلحات الأساسية

- تطبيق، قاعدة الاقتران، مجال، مجال مقابل.

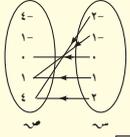
التطبيق
Mapping

٣-٦

◀ صلة الدرس درست حاصل الضرب الديكارتى، ودرست العلاقة التي هي مجموعة جزئية من الحاصل الديكارتى، وكيفية تمثيل كل منها بالمخطط السهمي والمخطط البياني. والتطبيق هو نوع خاص من العلاقات له أهمية بالغة في دراسة الرياضيات والعلوم الأخرى، وكذلك في التطبيقات الحياتية اليومية. ▶

سوف تتعلم
■ مفهوم التطبيق.
■ تعيين التطبيق من بين عدة علاقات.
■ كيفية التعبير الرمزي عن التطبيق.

استكشف العلاقات بين العناصر



يمثل المخطط السهمي العلاقة بين عناصر من S وعناصر من T .

1 أكمل الجدول التالي :-

✓ إذا كان هناك علاقة بين العنصرين.

✗ إذا لم يكن هناك علاقة بين العنصرين.

ع	٢	١	٠	١-	٢-	ع
ع						
٢-						
١-						
٠						
١						
٤						

المصطلحات الأساسية
تطبيق

Mapping

قاعدة الاقتران

Mapping Rule

مجال

Domain

مجال مقابل

Corresponding Domain

2 هل جميع عناصر S مرتبطة بعناصر من T ؟

3 هل جميع عناصر T مرتبطة بعناصر من S ؟

4 بكم عنصرًا من S ارتبط كل عنصر من عناصر T ؟

5 املأ الفراغات بالأعداد المناسبة.

2- $\square = \square$

1- $\square = \square$

0 $\square = \square$

1 $\square = \square$

2 $\square = \square$

6 حدد القاعدة التي تربط (تقرن) عناصر S مع عناصر T في السؤال رقم 5

مراجعة

أكمل الفراغات بالعمليات أو الأعداد المناسبة.

2

+ , ×

0 , +

× , +

$$16 = \square(4-)$$

$$9 = 3 \square 3 \square 2$$

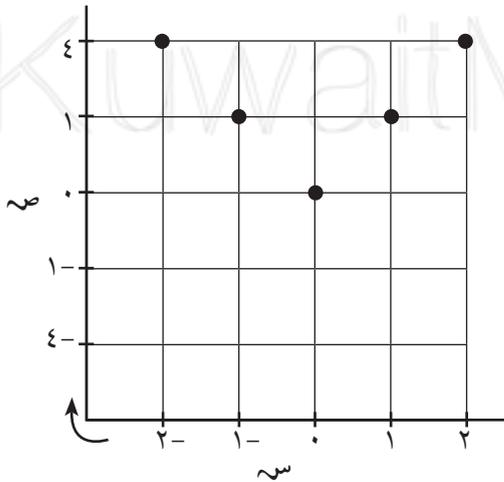
$$18 = \square \times 4 \square 2-$$

$$8 = 1 \square 2 \square 6$$

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

اطلب إلى المجموعات التي تنهي عملها مبكرًا أن تمثل

العلاقة في فقرة «استكشف» على مخطط بياني.



◀ صلة الدرس في السابق درست العلاقات، وفي

هذا الدرس سوف تتعلم أن التطبيق هو نوع خاص من

العلاقات.

١- التمهيد

استكشف

الغاية

استكشاف الخصائص التي يتميز بها التطبيق.

التقييم المستمر

تأكد من عمل الطلاب في الخطوة رقم (5) والمرحلة التي

يلاحظ فيها الطلاب قاعدة العلاقة.

ناقش معهم الخصائص المبيّنة في الخطوات (2)، (3)، (4)

والتي تجعل العلاقة تطبيقًا.

إجابات «استكشف»

1

س	س	س	س	س	س
س	س	س	س	س	س
س	س	س	س	س	س
س	س	س	س	س	س
س	س	س	س	س	س
س	س	س	س	س	س
س	س	س	س	س	س
س	س	س	س	س	س
س	س	س	س	س	س
س	س	س	س	س	س

٢. كلا. ٣. نعم.

٤. عنصر واحد. ٥. ٤، ٢، ١، ٢، ٠، ٠، ١، ١، ٠، ٤، ٢.

٦. س ← س

٢- التعليم

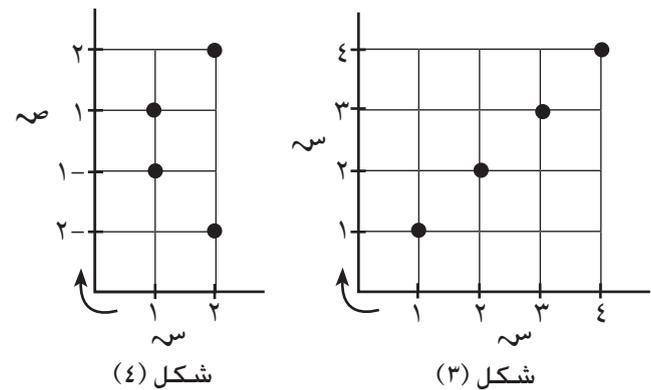
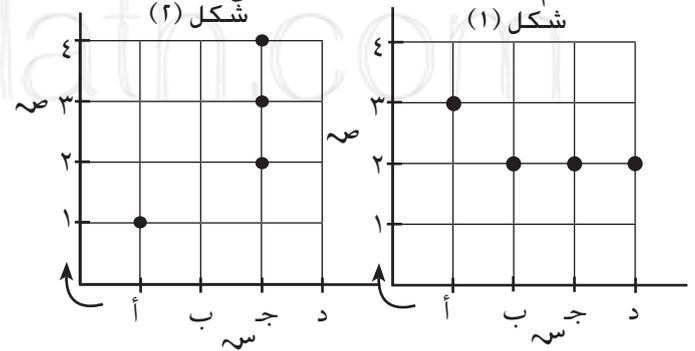
تعلم

يدرك الطلاب مفهوم التطبيق ويميزون بين العلاقة التي تكون تطبيقاً والعلاقة التي لا تكون تطبيقاً.

أمثلة بديلة

1 أي من المخططات البيانية التالية يمثل تطبيقاً؟ اذكر

السبب، ثم عين المجال، والمجال المقابل، والمدى للتطبيق.



تعلم التطبيق

التطبيق: علاقة تربط كل عنصر في مجموعة ولكن به عنصر واحد فقط في مجموعة أخرى ولكن به. نسمي «س» المجال.

ونسمي «ص» «المجال المقابل».

ونسمي مجموعة صور عناصر المجال «مدى التطبيق».

الدالة: تكون علاقة بين مجموعتين من الأعداد حيث كل عنصر في المجموعة الأولى (المجال) يرتبط بعنصر واحد فقط في المجموعة الثانية (المجال المقابل).

وبالتالي كل دالة تعتبر تطبيقاً والمكس غير صحيح أي ليس كل تطبيق دالة.

يفرض أن علاقة ما تمثل تطبيقاً من «س» إلى «ص»، فترمز لهذا التطبيق بأحد الرموز مثل: ت، هـ، د، ل، ق، ... ويكتب هذا التطبيق بالصورة التالية: ت: س ← ص حيث ت (س) هي قاعدة الاقتران للتطبيق.

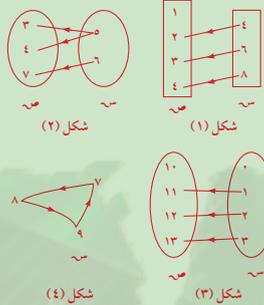
عندما يتساوى المجال «س» مع المجال المقابل «ص» فيكون التطبيق من «س» إلى «س».

في أي علاقة من «س» إلى «ص» عندما يرتبط عنصر في «س» بأكثر من عنصر في «ص» أو عندما نجد عنصرًا في «س» لا يرتبط بأحد عناصر «ص» فهذه العلاقة ليست تطبيقاً.

نمثل التطبيق بمخطط سهمي أو بياني كما في العلاقة.

مثال (١)

أي العلاقات التالية تمثل تطبيقاً؟ اذكر السبب، ثم حدّد المجال والمجال المقابل والمدى للتطبيق.



المخطط البياني شكل (١) يمثل تطبيقاً من «س» إلى «ص». مجاله = {أ، ب، ج، د}، مجاله المقابل = {١، ٢، ٣، ٤}، مداه = {٢، ٣}.

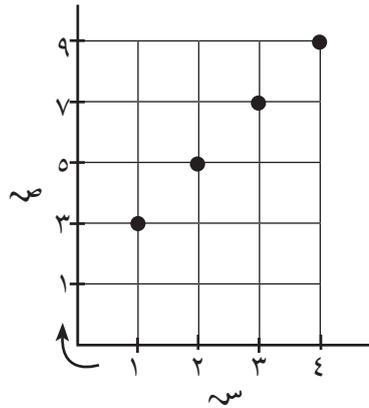
المخطط البياني شكل (٢) لا يمثل تطبيقاً من «س» إلى «ص». وذلك لأن العنصر ج ارتبط بثلاثة عناصر من «ص» هي ٢، ٣، ٤، أو لأن العنصرين ب، د لم يرتبطا بأي عنصر من عناصر «ص».

المخطط البياني شكل (٣) يمثل تطبيقاً من «س» إلى «ص». مجاله = مجاله المقابل = مداه = {١، ٢، ٣، ٤}.

المخطط البياني شكل (٤) لا يمثل تطبيقاً من «س» إلى «ص»، وذلك لأن كلا من العنصرين ١، ٢ من «س» ارتبطا بأكثر من عنصر واحد من «ص».

٢ ل: س ← ص مخططة البياني مبين أدناه:

اكتب قاعدة الاقتران لهذا التطبيق.



$$3 = 1 + 1 \times 2 \leftarrow 1$$

$$5 = 1 + 2 \times 2 \leftarrow 2$$

$$7 = 1 + 3 \times 2 \leftarrow 3$$

$$9 = 1 + 4 \times 2 \leftarrow 4$$

$$س \leftarrow 2 \times س + 1$$

$$أول(س) = 2س + 1$$

إجابات «حاول أن تحل»

١ شكل (٢)

٢ ي (س) = $\sqrt{س}$.

٢ الأعداد هي: ٢، ٣، ٦، ٧

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

إجابات «تحقق من فهمك»

١ العلاقة من س إلى ص لا تكون تطبيقاً عندما يرتبط عنصر من س بأكثر من عنصر من ص، أو عندما نجد عنصراً في س لا يرتبط بأحد عناصر ص.

٢ إذا ارتبط كل عنصر في المجموعة الأولى بعنصر واحد فقط في المجموعة الثانية.

تقييم بديل

المجلة: ادع الطلاب إلى كتابة قاعدة الاقتران تطبيقاً من س = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠}، ثم تمثيلها بمخطط سهمي.

اختبار سريع

د: س ← ص تطبيق، حيث س = {١، ٢، ٣}

ص = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠}

١ إذا كانت د(س) = $س^2 + ١$ ، فأوجد المدى.

المدى = {٢، ٥، ١٠}

٢ إذا كان المدى = {١، ٥، ٩}، فاكتب قاعدة العلاقة لهذا التطبيق.

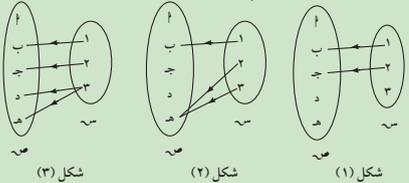
د(س) = $٤س - ٣$

الحل:

شكل (١) يمثل تطبيقاً من س إلى ص لأن كل عنصر في س يرتبط بعنصر واحد فقط من ص. مجاله = {٤، ٦، ٨}، مجاله المقابل = {١، ٣، ٥}. المدى = {٤، ٦، ٨}.
شكل (٢) لا يمثل تطبيقاً، وذلك لأن العنصر ٥ من س يرتبط بعنصرين من ص هما ٣، ٤.
شكل (٣) لا يمثل تطبيقاً، لأن العنصر صفر في س لم يرتبط بأي عنصر من ص.
شكل (٤) يمثل تطبيقاً من س إلى ص، لأن كل عنصر من س يرتبط بعنصر واحد فقط من ص. مجاله = {٧، ٨، ٩}، مجاله المقابل = مداه.

حاول أن تحل

١ أي من العلاقات التالية يمثل تطبيقاً من س إلى ص، حيث س = {١، ٣، ٧}، ص = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}؟



مثال (٢)

لكن ل: س ← ص تطبيق مخططة سهمي مبين في الشكل المقابل. اكتب قاعدة الاقتران لهذا التطبيق.

الحل:

يربط التطبيق كل عدد في س بعدد في ص يزيد عنه بمقدار ٣.
 $٢ \leftarrow ٥ = ٣ + ٢$
 $٣ \leftarrow ٦ = ٣ + ٣$
 $٤ \leftarrow ٧ = ٣ + ٤$
 $٥ \leftarrow ٨ = ٣ + ٥$

أي أن قاعدة الاقتران هي:

$$س \leftarrow ٣ + س$$

أو بصورة أخرى: ل(س) = $س + ٣$ لكل س ∈ س.

حاول أن تحل

٢ لكن ي: س ← ص تطبيق مخططة سهمي كما في الشكل المقابل. اكتب قاعدة الاقتران لهذا التطبيق.

٣٧

تمرّن
٣-٦

التاريخ الهجري: التاريخ الميلادي:

التطبيق
Mapping

تدرّب وتطبق

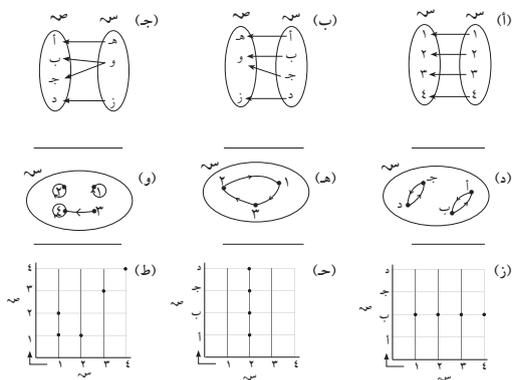
(١) أكتب إذا كانت س ← ص تطبيقاً، حيث س = {١، ٢، ٣، ٤، ٥}، ص = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}، ع = {١، ٢، ٣، ٤، ٥}، ب = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}.

(أ) اكتب ع بذكر العناصر.

(ب) بكم عنصر من ص يرتبط كل عنصر من عناصر س؟

(ج) هل تمثل العلاقة ع تطبيقاً؟

(٢) أي من المخططات التالية يمثل تطبيقاً؟



١٧

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

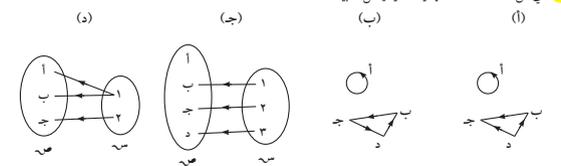
١ المخطط (ب)، المخطط (ج).

٢ المخطط (أ).

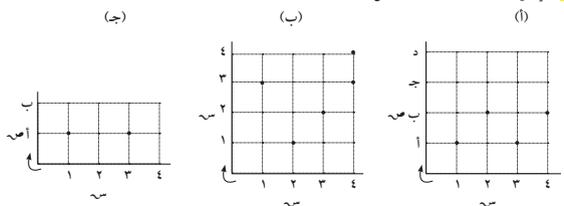
٣ د(س) = ٢س.

حل المسائل والتفكير المنطقي

١ أي من المخططات السهمية التالية يمثل تطبيقًا؟



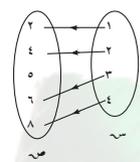
٢ أي من المخططات البيانية التالية يمثل تطبيقًا؟



٣ ليكن د: س ← م مخططة السهمي كما في الشكل أدناه. اكتب قاعدة الاقتران لهذا التطبيق.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولاً.
- خن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.



٢٩

مثال (٣)

إذا كان التطبيق د: ط ← م حيث ط مجموعة الأعداد الطبيعية، د(س) = س + ٢ فما الأعداد التي صورها ٤، ٨، ١٥؟

الحل:

يربط التطبيق «د» كل عدد س في ط بالعدد س + ٢ في ط ، د(س) = س + ٢
إذا كان س ← م = س + ٢ فإن ٤ = ٢ + ٢ لأن ٢ = ٢ + ٢ + ٢ = ٤
كذلك س ← م = س + ٢ ، ٨ = ٢ + ٦ لأن ٦ = ٢ + ٢ + ٢ = ٦
س ← م = س + ٢ ، ١٥ = ٢ + ١٣ لأن ١٣ = ٢ + ٢ + ٢ + ٢ + ٢ = ١٣
∴ الأعداد التي صورها ٤، ٨، ١٥ هي ٢، ٦، ١٣ على الترتيب.

حاول أن تحل

٣ إذا كان التطبيق د: ط ← م ، د(س) = ٣س فما الأعداد التي صورها ٦، ٩، ١٨، ٢١؟

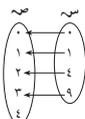
تحقق من فهمك

- هل العلاقة تمثل دائماً تطبيقًا؟ فسر.
- كيف نستنتج أن المخططات السهمية والبيانية تمثل تطبيقًا أم لا؟ فسر.

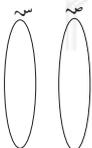
٢٨

(٣) المخطط السهمي التالي يعبر عن تطبيق د: س ← م. أكمل:

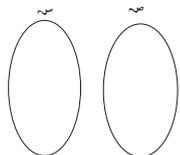
(أ) د(٠) = _____
(ب) د(١) = _____
(ج) د(٤) = _____
(د) د(٩) = _____
(هـ) د(س) = _____



(٤) إذا كانت س ← م = {١، ٢، ٣، ٤}، م ← س = {١، ٠، ٢، ٣، ٤}، ع علاقة من س ← م إلى م ← س، حيث ع = { (أ، ب)، (ب، أ)، (ب، م)، (م، ب)، (ب، ١) }.



(أ) اكتب العلاقة بذكر العناصر.
(ب) مثل العلاقة بمخطط سهمي.
(ج) هل هذه العلاقة تمثل تطبيقًا؟ فسر.



(٥) مثل العلاقة التالية ع = { (كويت، الخليج)، (لبنان، الشرق الأوسط)، (السعودية، الخليج)، (اليابان، آسيا)، (فرنسا، أوروبا) }، من س ← م = {كويت، فرنسا، السعودية، الصين، لبنان، اليابان} إلى م ← س = {الخليج، الشرق الأوسط، آسيا، أفريقيا، أوروبا} بمخطط سهمي. هل هذه العلاقة تمثل تطبيقًا؟ لماذا؟

(٦) التحضير للاختبار: العلاقة التي لا تمثل تطبيقًا من س إلى م، حيث س ← م = {٣، ٢، ١، ٠}، م ← س = {٠، ١، ٢، ٣}، وحيث م ← س هي مجموعة الأعداد الصحيحة هي:

(أ) د = { (أ، ب): أ ∈ م، ب ∈ م، ب = ١ }
(ب) د = { (أ، ب): أ ∈ م، ب ∈ م، ب = ٢ }
(ج) د = { (أ، ب): أ ∈ م، ب ∈ م، ب = ٣ }
(د) د = { (أ، ب): أ ∈ م، ب ∈ م، ب = ٠ }

١٨

منظم الدرس

أهداف الدرس

في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:
يجد أنواع التطبيقات المختلفة.

المصطلحات الأساسية

• تطبيق شامل، تطبيق متباين، تطبيق تقابل، دالة.

أنواع التطبيق (الدالة)
Kinds of Mapping (Function)

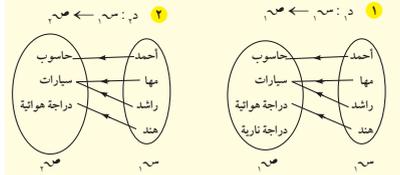
٤-٦

صلة الدرس في الدرس السابق تعرفت التطبيق. في هذا الدرس سوف تعرف أنواع التطبيق.

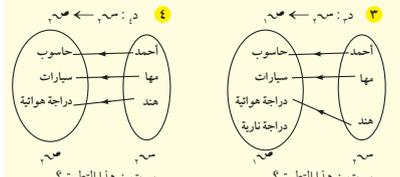
سوف تتعلم
تحديد أنواع التطبيق
المختلفة.

استكشف

لنأخذ التطبيقات التالية:



بم يتميز المجال المقابل في ٢ عنه في ١؟



بم يتميز هذا التطبيق؟

بم يتميز هذا التطبيق؟



المصطلحات الأساسية
تطبيق شامل
Surjective
تطبيق متباين
Injective
تطبيق تقابل
Bijjective
دالة
Function

تعلم

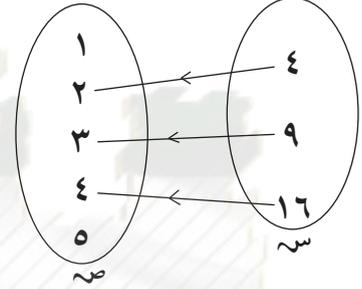
التطبيق الذي يتساوى فيه المدى والمجال المقابل يسمى **تطبيقًا شاملًا**.

التطبيق الذي لا يرتبط فيه أي عنصرين مختلفين من المجال بالعنصر نفسه في المجال المقابل يسمى **تطبيقًا متباينًا**.

التطبيق الشامل والمتباين يسمى **تقابلًا**.

مراجعة

هل المخطط السهمي التالي يمثل تطبيقًا؟ ولماذا؟



نعم، لأن كل عنصر في س يرتبط بعنصر واحد في ص.

للمجموعات التي تنهي عملها مبكرًا

اسأل الطلاب ماذا يلاحظون في المخطط السهمي في التطبيق د.

إجابة ممكنة: عدد العناصر في المجال = عدد العناصر في المجال المقابل = عدد الأسهم المرسومة من المجال إلى المجال المقابل.

صلة الدرس في الدرس السابق تعرفت التطبيق،

وفي هذا الدرس سوف تتعرف أنواع التطبيقات المختلفة.

١- التمهيد

استكشف

الغاية

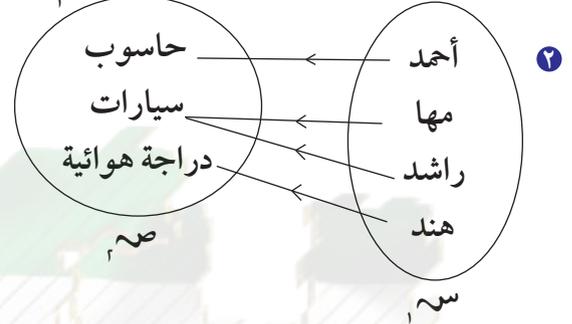
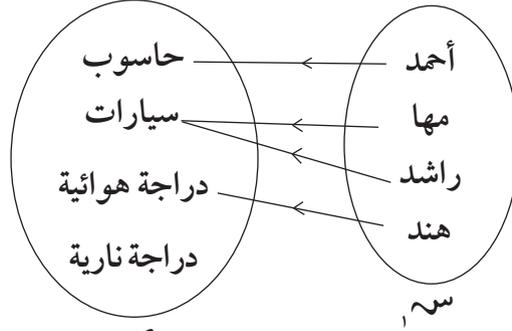
استكشاف مميزات لأنواع التطبيقات المختلفة.

التقييم المستمر

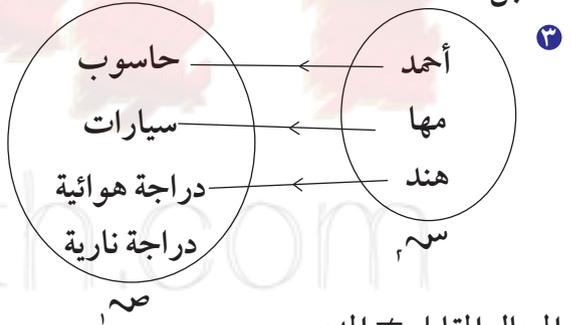
تأكد من عمل الطلاب في الخطوات الثلاث الأخيرة، وتأكد من أنهم يلاحظون مميزات التطبيق في كل خطوة. ناقش معهم الخصائص التي لاحظوها في الخطوات (٢)، (٣)، (٤) بين الأنواع المختلفة للتطبيق.

إجابات «استكشف»

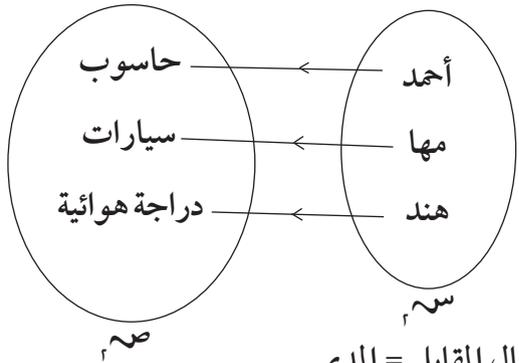
١ المجال المقابل \neq المدى
يوجد عنصران في المجال لهما الصورة نفسها في المجال المقابل.



المجال المقابل = المدى
يوجد عنصران في المجال لهما الصورة نفسها في المجال المقابل.



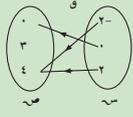
المجال المقابل \neq المدى
لا يوجد عنصران مختلفان في المجال لهما الصورة نفسها في المجال المقابل.



المجال المقابل = المدى
لا يوجد عنصران مختلفان في المجال لهما الصورة نفسها في المجال المقابل.

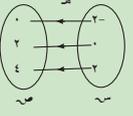
أمثلة

١ ليكن $s = \{2, 0, 2\}$ ، $v = \{4, 2, 0\}$ وليكن لدينا التطبيق:
(أ) $q: s \rightarrow v$ حيث $q(2) = 4$ ، $q(0) = 2$ ، $q(2) = 0$
(ب) $h: s \rightarrow v$ حيث $h(2) = 4$ ، $h(0) = 2$ ، $h(2) = 0$
اكتب q ، h كمجموعة من الأزواج المرتبة، ثم مثلها بمخطط سهمي.
هل q ، h شامل، متباين، تقابل؟ ولماذا؟



الحل:
(أ) $q = \{(2, 4), (0, 2), (2, 0)\}$
المخطط السهمي للتطبيق q :

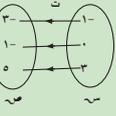
كلا q ، h ليس شاملاً لأن المجال المقابل لا يساوي المدى.
كذلك q ليس متبايناً لأن 2 و 0 يرتبطان بـ 4 ، وبالتالي q ليس تقابلاً.



(ب) $h = \{(2, 4), (0, 2), (2, 0)\}$
المخطط السهمي للتطبيق h :

التطبيق h هو تقابل لأنه تطبيق شامل حيث المدى يساوي المجال المقابل، وهو أيضاً متباين لأن كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر مختلف في المجال المقابل.

٢ ليكن $s = \{3, 0, 1\}$ ، $v = \{5, 1, -3\}$
التطبيق $t: s \rightarrow v$ حيث $t(3) = 5$ ، $t(0) = 1$ ، $t(1) = -3$
اكتب t كمجموعة من الأزواج المرتبة، ثم مثلها بمخطط سهمي.
هل t شامل، متباين، تقابل؟ ولماذا؟

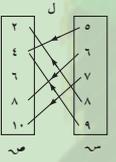


الحل:
ت $= \{(3, 5), (0, 1), (1, -3)\}$
ت $(0) = 5 - 1 = 4$
ت $(3) = 5 - 1 = 4$
ت $(1) = 5 - 1 = 4$
ت $(0) = 5 - 1 = 4$
ت $(3) = 5 - 1 = 4$
ت $(1) = 5 - 1 = 4$
المدى $= \{5, 1, -3\}$

ت شامل لأن المجال المقابل يساوي مع المدى.
ت متباين لأن $t(3) = 5$ ، $t(0) = 1$ ، $t(1) = -3$ وبالتالي t تقابل.

سأول أن تحل

٣ ليكن $l: s \rightarrow v$ حيث $l(2) = 5$ ، $l(4) = 6$ ، $l(6) = 7$ ، $l(8) = 8$ ، $l(10) = 9$
(أ) هل l شامل؟ ولماذا؟
(ب) هل l متباين؟ ولماذا؟



٢- التعليم

تعلم

يتعرف الطلاب أنواع التطبيق المختلفة.

أمثلة بديلة

إذا كانت $s = \{1, 0, 1\}$ ، $v = \{1, 0\}$ ، $h = \{(1, 0), (0, 1), (1, 0)\}$

د: $s \rightarrow v$ حيث $h(1) = 0$ ، $h(0) = 1$ ، $h(1) = 0$

١ هل h شامل؟ ولماذا؟

مدى التطبيق h هو $\{1, 0\}$ = المجال المقابل

وبالتالي التطبيق h هو شامل.

٢ هل h متباين؟ ولماذا؟

في التطبيق h يوجد عنصران في المجال $1, 1$ لهما

الصورة نفسها في المجال المقابل، وبالتالي التطبيق h ليس

متبايناً.

٣ هل h تقابل؟ ولماذا؟

د ليس تقابلاً لأنه ليس متبايناً.

إجابات «حاول أن تحل»

١ (أ) مدى التطبيق ل هو $\{2, 4, 8, 10\} \neq$ المجال المقابل والذي هو $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ وبالتالي التطبيق ل هو غير شامل.

(ب) في التطبيق ل يوجد عنصران في المجال ٥، ٩ لهما الصورة نفسها في المجال المقابل وهي ٤، وبالتالي التطبيق ل هو غير متباين.

٢ كلا، لأنه غير شامل حيث إن:

المجال المقابل = صه \neq المدى = ك (ك مجموعة الأعداد الكلية)، وغير متباين لأن كلا من العنصرين على -٢، ٢ في المجال لهما الصورة نفسها في المجال المقابل.

$$\text{ط} (٢) = ٢ + ٢ \times ٣ = ٨$$

$$\text{ط} (٣) = ٢ + ٣ \times ٣ = ١١$$

$$\text{ط} (٤) = ٢ + ٤ \times ٣ = ١٤$$

$$\text{ط} (٥) = ٢ + ٥ \times ٣ = ١٨$$

التطبيق متباين ولكن المدى = $\{8, 11, 14, 17\} \neq$

$\{8, 11, 14, 17, 20\}$ بالتالي التطبيق ليس شاملاً. :
التطبيق ليس تقابلاً

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

إجابات «تحقق من فهمك»

١ ليس بالضرورة. فمثلاً: التطبيق د: س \leftarrow ص،

حيث س = $\{1, 2\}$ ، ص = $\{1, 2, 3, 4\}$ ،

د(س) = س^٢

تطبيق غير شامل ولكن متباين.

٢ كلا، لأن الصفر في المجال ليس له صورة في ح.

تقييم بديل

المجلة: ادع الطلاب إلى كتابة تطبيق يكون شاملاً وغير

متباين.

مثال (٣)

إذا كان ل: س \leftarrow صه حيث س = $\{2, 3, 4, 5\}$ ، صه = $\{8, 10, 12, 14\}$ وكان ل(س) = ٣، فيتن أن ل هو تطبيق شامل ومتباين (تقابل)

الحل:

$$\text{ل} (١) = ٣ = ١$$

$$\text{ل} (٢) = ٣ = ٢$$

$$\text{ل} (٣) = ٣ = ٣$$

$$\text{ل} (٤) = ٣ = ٤$$

لذا المدى = $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ = المجال المقابل، فتكون ل تطبيق شامل وحيث إن ل(١) \neq ل(٢) \neq ل(٣) \neq ل(٤)، أي أنه لم يرتبط أي عنصرين مختلفين بالمجال بالعنصر نفسه بالمجال المقابل، فالتطبيق ل تطبيق متباين.

إذاً التطبيق ل يسمى تقابلاً.

حاول أن تحل

٢ إذا كان ل: س \leftarrow صه حيث ل(س) = ٣، صه هي مجموعة الأعداد الصحيحة. هل هذا التطبيق يسمى تقابلاً؟ فسر.

مثال (٤)

إذا كان ط: س \leftarrow صه حيث: س = $\{-2, -1, 2, 3\}$ ، صه = $\{0, 3, 8\}$ وكان ط(١) = ١، فيتن أن ط هو تطبيق شامل ولكن ليس تقابلاً.

الحل:

$$\text{ط} (-٢) = ١ - ٤ = ١ - ٢(٢) = ٣$$

$$\text{ط} (-١) = ١ - ١ = ١ - ٢(١) = ٠$$

$$\text{ط} (٢) = ٣ - ١ = ٣ - ٢(٢) = ٣$$

$$\text{ط} (٣) = ٣ - ٩ = ٣ - ٢(٣) = ٨$$

المدى = $\{0, 3, 8\}$ = صه. : هو تطبيق شامل.

: ط (-٢) = ط (٢) = ٣. : ط ليس تبايناً

وبالتالي ط هي تطبيق شامل ولكن ليس تقابلاً.

حاول أن تحل

٣ إذا كان ط: س \leftarrow صه حيث: س = $\{2, 3, 4, 5\}$ ، صه = $\{8, 11, 14, 17, 20\}$ وكان ط(١) = ٣ + ٢، فيتن أن ط هو تطبيق متباين ولكن ليس تقابلاً.

تحقق من فهمك

١ هل التطبيق المتباين هو تطبيق شامل؟

٢ هل العلاقة ص = $\frac{1}{س}$ من ح إلى ح تعتبر تطبيقاً حيث ح مجموعة الأعداد الحقيقية؟

٣٣

تَمَرُّن
٤-٦

التاريخ الهجري: التاريخ الميلادي:

أنواع التطبيق (الدالة) Kinds of Mapping (Function)

تدرّب وتطبّق

(١) ابدأ إذا كانت د: س \leftarrow صه، حيث س = $\{1, 2\}$ ، صه = $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ د(س) = ٣ - س،

تطبيق:

(أ) ما هو المجال؟

(ب) ما هو المجال المقابل؟

(ج) أوجد د(١)، د(٢).

(د) ما هو المدى؟

(٢) إذا كانت صه = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ، صه = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ د: س \leftarrow صه، حيث د(س) = ٧ - س.

(أ) أوجد مدى التطبيق د.

(ب) يتن ما إذا كان د شاملاً مع ذكر السبب.

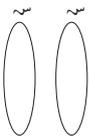
(ج) يتن ما إذا كان د متبايناً مع ذكر السبب.

(٣) إذا كانت صه = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ، د: س \leftarrow صه حيث د = $\{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 8), (8, 9), (9, 10)\}$.

(أ) مثل د بمخطط سهمي.

(ب) اكتب مدى التطبيق د.

(ج) يتن نوع التطبيق د (شامل، متباين، تقابل).



١٩

اختبار سريع

حدّد نوع كلٍّ من التطبيقات التالية من سه إلى صه:

① سه = {أ: أ ⊃ ك}، حيث ك مجموعة الأعداد الكلية

صه = {ب: ب ⊃ ك، ب عدد فردي}

ق(س) = 2س + 1

تقابل

② سه = مجموعة الأعداد الكلية

صه = مجموعة الأعداد الصحيحة

د(س) = -س

ليس شامل، متباين، ليس تقابل

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

① (أ) ليست تطبيقاً.

(ب) تطبيق تقابل.

(ج) تطبيق، ليس شامل، ليس متباين، ليس تقابل.

(د) تطبيق شامل، ليس متباين وليس تقابل.

(هـ) تطبيق متباين، ليس شامل وليس تقابل.

(و) ليست تطبيقاً.

② (ب)

③ (ج)

④ (أ) ل = {(1, 2), (2, 5), (3, 10)}

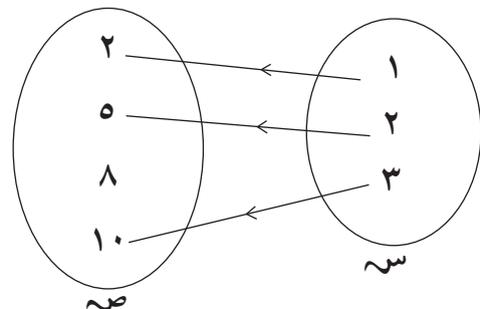
(ب) ل غير شامل لأن المدى = {2, 5, 10} ≠ المجال المقابل

ل متباين، لأنه لا يرتبط فيه عنصران من المجال بالعنصر

نفسه من المجال المقابل.

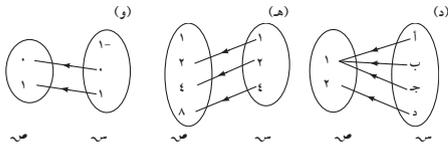
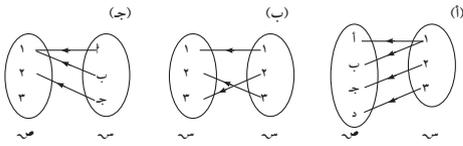
ل غير تقابل لأنه غير شامل.

(ج)



حل المسائل والتفكير المنطقي

① هل العلاقات التالية تمثّل تطبيقاً؟ ما خواص هذا التطبيق في حالة وجوده؟



② إذا كانت سه = {2, 1}، فأَي من التطبيقات التالية من سه إلى سه هو تقابل؟

(أ) {(1, 2), (1, 1)} (ب) {(1, 1), (1, 2), (2, 2)} (ج) {(2, 1), (2, 2)}

③ لكن (صه هي مجموعة الأعداد الصحيحة)، التطبيق ي: سه ← سه حيث ي(س) = س ليس شاملاً لأن: (أ) المدى = سه (ب) المجال = المجال المقابل (ج) المدى ≠ سه (د) المدى ≠ سه

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولاً.
- خن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

④ إذا كانت سه = {1, 2, 3, 4, 5, 8, 10} والتطبيق ل: سه ← سه،

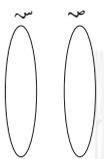
ل(س) = س + 1

(أ) اكتب ل كمجموعة أزواج مرتبة.

(ب) بين خواص التطبيق ل من حيث كونه شاملاً، متبايناً، تقابلاً، واذكر السبب.

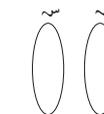
(ج) ارسم المخطط السهمي للتطبيق.

(4) إذا كانت سه = {-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}، د: سه ← سه حيث د(س) = س + 1.



(ب) بين نوع التطبيق د (شامل، متباين، تقابل).

(5) إذا كانت سه = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}، هل التطبيق التالي د: سه ← سه،



(6) أي من العبارات التالية صحيحة؟

(أ) التطبيق د: سه ← سه، حيث سه مجموعة الأعداد الصحيحة، ك مجموعة الأعداد الكلية، د(س) = س + 1 هو تطبيق شامل وليس متبايناً.

(ب) إذا كان د: سه ← سه، ك، د(س) = 3، فإن د(س) = 3.

(ج) التطبيق د: سه ← سه، د(س) = |س| تطبيق متباين.

(د) مدى التطبيق د: سه ← سه، ك، د(س) = س + 1 هو ك.

(هـ) إذا كان د(س) = |س| + س، فإن د(س) = د(-س).

(7) التحضير للاختبار: إذا كانت سه = {1, 2, 3} فإن تطبيق التقابل المعرف على سه ما يلي هو:

(أ) {(1, 1), (1, 2), (1, 3)}

(ب) {(1, 1), (2, 2), (3, 3)}

(ج) {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (3, 2)}

(د) {(1, 1), (2, 2), (3, 3)}

منظم الدرس

أهداف الدرس

- في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:
- يمثل الدوال باستخدام الجداول والتمثيل البياني والمعادلات والرسم.

المصطلحات الأساسية

- متغير تابع، متغير مستقل، دالة خطية.

الأدوات المستخدمة

- آلة حاسبة بيانية

الدالة الخطية (التطبيق الخطي) Linear Function

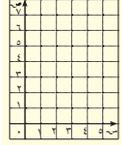
٥-٦

صلة الدرس: تعلمت أن علاقات خاصة تسمى تطبيقًا أو دالة، ستتعلم في هذا الدرس كيفية تمثيل الدوال بطرق مختلفة.

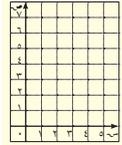
سوف تتعلم
تمثيل الدوال باستخدام
الجداول والتمثيل البياني
والمعادلات والرسم.

استكشف

الأدوات المستخدمة: أوراق رسم بياني، مسطرة



لنأخذ $s = -5$ ، $t = 1, 2, 3, 4, 5$ ، $m = \{3, 4, 5, 6, 7\}$
 ١ اكتب s ، العلاقة من s إلى m حيث
 $s = (t, m)$: $t = 1$ ، $m = 3$ ؛ $t = 2$ ، $m = 4$ ؛ $t = 3$ ، $m = 5$ ؛ $t = 4$ ، $m = 6$ ؛ $t = 5$ ، $m = 7$.
 (ب) مثل s بمخطط بياني.
 (ج) هل يمكن وصل هذه النقاط بخط مستقيم؟



لنأخذ $s = -5$ ، $t = 1, 2, 3, 4, 5$ ، $m = \{0, 1, 2, 3, 4, 8\}$
 كرر الخطوات في ١ من (أ) إلى (ج) إذا كانت $t = 1 - 1$.

من الاستخدامات
تستخدم المطابع الدوال
الخطية لتحديد تكاليف
أعمال الطباعة الضخمة.

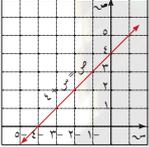


تعلم

التطبيق (الدالة) $s \leftarrow t$ حيث $s = t + 4$ ، يمكن كتابة قاعدة الاقتران على الصورة $s = t + 4$.

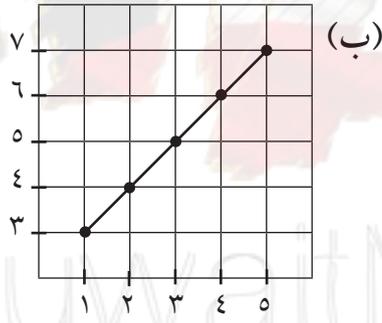
عندما ترتبط قيمة s بقيمة t يكون s دالة في t ويسمى s **المتغير التابع** ويسمى t **المتغير المستقل**.

في التمثيل البياني نستخدم المحور الأفقي (محور السينات) للمتغير المستقل، والمحور الرأسي (محور الصادات) للمتغير التابع.



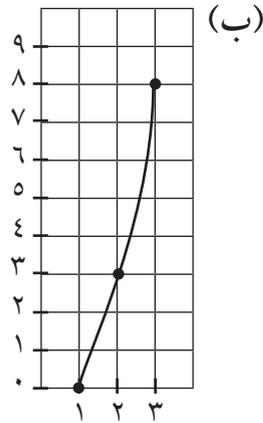
المصطلحات الأساسية
 متغير تابع
 Dependent Variable
 متغير مستقل
 Independent Variable
 دالة خطية
 Linear Function

٣٤



(ب) نعم

١ (أ) $s = t + 4$ ، $\{(1, 3), (2, 4), (3, 5)\}$



(ب) لا. خط منحنى.

مراجعة

أوجد ثلاث قيم لـ s ، t تحقق المعادلة:

١ $s = 3t - 1$

إجابة محتملة: $(1, 2)$ ، $(2, 5)$ ، $(3, 8)$

٢ $s = 4t - 5$

إجابة محتملة: $(1, -1)$ ، $(2, 3)$ ، $(3, 7)$

٣ $s = 2t - 6$

إجابة محتملة: $(3, 0)$ ، $(4, 2)$ ، $(5, 4)$

١- التمهيد

استكشف

الغاية

يستخدم الطلاب الرسم البياني، لتمثيل مستقيمتين بيانيًا وملاحظة أن كل قيمة لـ s تعطي بالضبط قيمة واحدة لـ t .

التقييم المستمر

تحقق من نتائج الطلاب بعد الخطوة رقم (٣)، الجزء الثاني من السؤال يسأل يسلط الضوء على «استكشف».

إجابات «استكشف»

١ (أ) $s = t + 4$ ، $\{(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (5, 7)\}$

للمجموعات التي تنتهي عملها مبكراً
 كرر الخطوة رقم (٤) لمرتين أو ثلاث مرات، هل الإجابة تكون دائماً هي نفسها؟ نعم
 اطلب إليهم صياغة فقرة عامة عن معادلة تكون دالة.
 إجابة ممكنة: لا يمكنك بالنسبة إلى معادلة تمثل دالة أن تجد قيمتين مختلفتين لـ ص، من أجل قيمة معطاة لـ س.

٢- التعليم

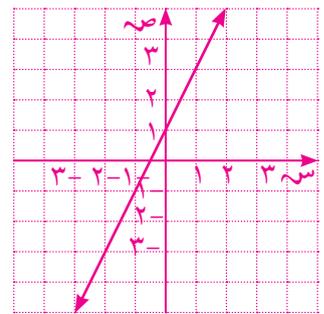
تعلم

كل قيمة نحددها للمتغير المستقل من دالة ما، تحدد قيمة واحدة وواحدة فقط للمتغير التابع. وبدلالة الرسم البياني للدالة، فإن هذا يعني أن أي خط رأسي يقطع الرسم البياني في نقطة واحدة بالضبط.

أمثلة بديلة

١ مثل المعادلة $ص = ٢س + ١$ بيانياً، هل تمثل دالة؟ هل هي دالة خطية؟
 كوّن جدولاً لقيم كل من المتغير المستقل والمتغير التابع.

المتغير التابع	قاعدة الدالة	المتغير المستقل
ص	$٢س + ١$	س
١-	$١ + (١-) \times ٢$	١-
١	$١ + (٠) \times ٢$	٠
٣	$١ + (١) \times ٢$	١



المعادلة هي دالة، لأن كل قيمة متغير مستقل (س) لها قيمة واحدة فقط (ص) وهي دالة خطية؛ لأن الرسم البياني خط مستقيم.

الدالة دالة خطية (ح حيث د(س) = اس + ب أو ص = اس + ب، ا، ب حيث تسمى دالة خطية بيانياً خط مستقيم.
 ملاحظة: عندما $٠ = ب$ تكون الدالة ثابتة وبيانياً خطاً مستقيماً أفقياً.

أمثلة

١ مثل بيانياً العلاقة على ح حيث $ص = ٣س + ٢$. هل تمثل دالة؟ هل هي دالة خطية؟

الحل:
 تكون جدولاً لقيم المتغير المستقل والمتغير التابع:

المتغير التابع	قاعدة الاقتران	المتغير المستقل
ص	$٣س + ٢$	س
١-	$٢ + (١-) \times ٣$	١-
٢	$٢ + (٠) \times ٣$	٠
٥	$٢ + (١) \times ٣$	١

هذه العلاقة تمثل دالة لأن كل قيمة في المتغير المستقل (س) لها قيمة وحيدة للمتغير التابع (ص). وهي دالة خطية لأن التمثيل البياني خط مستقيم.

عند حل بعض مسائل الحياة اليومية يمكننا استخدام بيانات الدوال الخطية في تمثيلها مع ملاحظة أن بعض القيم غير منطقية بالنسبة إلى المسألة. لذلك فالرسم البياني للمسألة ليس بالضرورة أن يكون خطاً مستقيماً، ولكن جميع القيم التي تحقق المسألة تقع على خط مستقيم واحد.

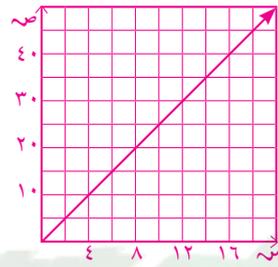
٢ باع القمصان الرياضي ببيع ٤ دنانير. اكتب وتمثل بيانياً القاعدة التي تربط بين المبالغ المكتسبة وعدد القمصان المباعة. إذا حصل عبدالله على ٣٦ ديناراً، فكم قميصاً باع؟ هل تصف هذه القاعدة دالة؟ فسر إجابتك.

الحل:
 القاعدة التي تربط المبالغ المكتسبة بعدد القمصان المباعة هي: $ص = ٤س$.

س	١	٠
ص	٤	٠
٨	٤	٠

إذا حصل عبدالله على ٣٦ ديناراً، فيكون عدد القمصان المباعة ٩ قمصان.
 نعم، تبعاً لعدد القمصان المباعة نحدد المبالغ المكتسبة.

- ٢) تباع مجموعة من الطلاب، في أحد المدارس، صناديق من الفاكهة المجففة، لجمع مبلغ من المال لتنظيم رحلة مدرسية. سعر الصندوق الواحد منها ٢,٥٠٠ دينار. (أ) اكتب ومثل بيانياً القاعدة التي تربط بين النقود التي جمعت، وعدد صناديق الفاكهة المجففة إذا كانوا قد جمعوا ٣٠ ديناراً فكم صندوقاً تم بيعه؟

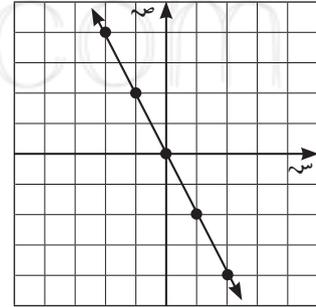


لتكن $ص =$ كمية النقود التي جمعت، $س =$ عدد صناديق الفاكهة المجففة التي بيعت، فتكون القاعدة $ص = ٢,٥٠٠ س$ ؛ حدد موضع المتغير التابع أو القيمة التابعة ٣٠ على محور الصادات، أو جد قيمة $س$ المناظرة: ١٢ صندوقاً.

(ب) هل تمثل القاعدة دالة؟ فسّر إجابتك. تمثل القاعدة دالة؛ لأن لكل قيمة متغير مستقل توجد للمخرج قيمة متغير تابع واحدة فقط.

إجابات «حاول أن تحل»

- ١) (أ) نعم، الرسم البياني هو خط مستقيم ليس رأسي.



نعم هي دالة خطية

٣) تمثل المسافة التي يقطعها الحوت الأزرق دالة في الوقت، فإذا كانت سرعته في السباحة تساوي ٢٦ كم/ساعة تقريباً. (أ) اكتب معادلة توضح العلاقة بين المسافة $ف$ والوقت $ن$ ، ثم مثلها بيانياً. (ب) استخدم المعادلة لإيجاد المسافة التي يقطعها الحوت الأزرق في كل من الأوقات التالية: ساعتان، ٥ ساعات، ٨ ساعات.

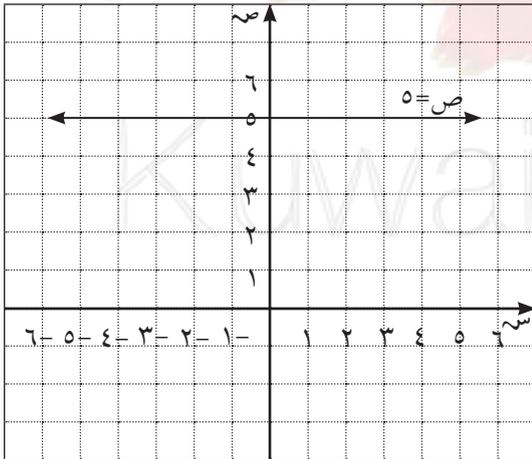
الحل:
(أ) إن المسافة التي يقطعها الحوت الأزرق هي دالة في الوقت بحيث كل ساعة يقطع مسافة ٢٦ كم
المسافة = السرعة \times الزمن
 $ف = ٢٦ ن$
(ب) هذا الجدول يعطينا إمكانية إيجاد الزمن إذا علمنا المسافة المقطوعة

ن/ساعة	١	٢	٥	٨
ف/كم	٢٦	٥٢	١٣٠	٢٠٨

وذلك عن طريق تطبيق المعادلة التالية $ف = ٢٦ ن$
يقطع الحوت الأزرق ٥٢ كم في ساعتين
١٣٠ كم في ٥ ساعات
٢٠٨ كم في ٨ ساعات

حاول أن تحل
١) مثل بيانياً الدالة $ص = ٢ - س$ ، هل هي دالة خطية؟ فسّر إجابتك.
(ب) مثل بيانياً الدالة $ص = ٥ - ٢ س$ هل تمثل دالة خطية؟

٣١



(ب)

«ما رأيك؟»

اسأل الطلاب عما إذا كانت هناك طريقة ثالثة لحل المسألة. إجابة ممكنة: حل المعادلة: $120 - 120 = 2,5$ ، $0 =$ ستكون قيمة s هي عدد الثواني التي يستغرقها قلم الرصاص للاصطدام بالأرضية حيث $s = 48$ أي يلزم القلم 48 ثانية كي يصطدم بالأرضية.

إجابات «ما رأيك؟»

إجابة محتملة: سأستخدم طريقة عبد الله لأنه يمكنني جعل الآلة الحاسبة تمثلها بيانياً، وأن أحدد أيضاً التقاطع مع محور السينات.

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

اسأل من يرغب من الطلاب عن تعميم صورة الدالة الخطية: هل كل المستقيمات دوال خطية؟
ص = م س + و. كلا، الخطوط الرأسية ليست دوالاً خطية.

إجابات «تحقق من فهمك»

- لم نستخدم القيم السالبة في المثال (٣) لأن المتغير المستقل هو الوقت المستغرق وهو قيمة موجبة.
- إذا كانت الدالة الخطية، فحدد موضع النقطة على المستقيم؛ حيث الإحداثي الصادي يساوي قيمة المتغير التابع؛ ثم اقرأ المتغير المستقل من الإحداثي السيني.
- إذا أعطى قيمة واحدة لـ s من أجل كل قيمة لـ s .
- نعم، الرسم البياني خط مستقيم غير رأسي.

تتعدم الأوزان خارج المحطات الفضائية ومن ثم يمكن نمذجة ارتفاع قلم رصاص بعد رميه بدالة خطية في الزمن وذلك من لحظة رميه. علمًا أن القلم رمي من ارتفاع 120 سم ويهبط $2,5$ سم كل ثانية. كَوِّن جدولًا لقيم المتغير التابع للدالة $s = -2,5t + 120$.

ما رأيك؟

عبدالله يفكر...
يمكنني إيجاد قيم المتغير التابع باستخدام الجداول في الآلة الحاسبة. إذا أدخلت 120 من $2,5$ - على أنها الدالة Y ونظرت إلى الجدول الناتج، فيمكنني إيجاد قيم المتغير التابع، وهي: $120, 117,5, 115, 112,5, 110, 107,5$ وهكذا.



فهد يفكر...
ألاحظ أن 120 قيمة الدالة عندما $s = 0$ ، فيمكنني أن أطرح $2,5$ فقط لكل زيادة قدرها 1 في قيم s :

س	٠	١	٢	٣	٤	٥
ص	120	117,5	115	112,5	110	107,5

٢,٥- ٢,٥- ٢,٥- ٢,٥- ٢,٥- ٢,٥-

ما الطريقة التي ستستخدمها إذا أردت معرفة الفترة الزمنية اللازمة حتى يصطدم قلم الرصاص بالأرضية؟ لماذا؟

تحقق من فهمك

- لماذا لم نستخدم القيم السالبة في مثال ٣؟
- كيف يمكنك استخدام الرسم البياني لدالة كي توجد قيمة المتغير المستقل من أجل قيمة معطاة للمتغير التابع؟
- باستخدام جدول معطى، كيف يمكنك معرفة أن العلاقة دالة؟
- هل الرسم البياني للتطبيق $s = -\frac{1}{3}t + 5$ يمثل دالة خطية؟ وضح إجابتك.

٣٧

تقريباً
٥-٦

التاريخ الهجري: التاريخ الميلادي:

الدالة الخطية (التطبيق الخطي)
Linear Functions

تدرّب وتطبّق

(١) البناء إذا أعطيت الدالة الخطية $s = 3 +$:

(أ) ما المتغير التابع؟ (ب) ما المتغير المستقل؟

(ج) أوجد قيم s عند: $s = 0$ ، $s = 5$.

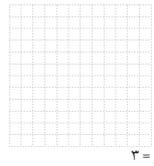
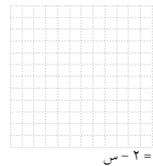
في ما يلي بعض الدوال الخطية أكمل كل جدول:

(٢) $s = 2t - 6$		(٣) $s = 10 +$		(٤) $s = 3 - 5$	
س	ص	س	ص	س	ص
١-		١-		١-	
١		٠		٠	
٢		٢		٢	
٣		٣		٤	

ارسم بيانياً كل من الدوال الخطية التالية:

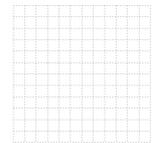
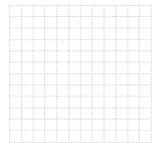
(٦) $s = 2t - 1$

(٥) $s = 8 +$



(٨) $s = 2 -$

(٧) $s = 3$



٢١

تقييم بديل

ادع الطلاب إلى إظهار تقدمهم في فهم الدوال الخطية، وتحديد المتغيرات المستقلة والتابعة، واطلب إليهم أن يجددوا الأجزاء التي ما زالوا لا يفهمونها.

اختبار سريع

استخدم المعادلة: $ص = ٢س - ٣$

- ١ ما المتغير التابع؟ **ص**
- ٢ ما المتغير التابع إذا كانت المتغيرات المستقلة ٢، ٧، ١٥؟ **٢٧، ١١، ١**
- ٣ ما المتغير المستقل إذا كان المتغير التابع ٢١؟ **١٢**
- ٤ هل تمثل المعادلة دالة خطية؟ **فسر إجابتك.**
نعم، الرسم البياني هو مستقيم غير رأسي.

إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

- ١ (أ) كلا، من الممكن دفع أسعار مختلفة للمسافة نفسها.
- (ب) مدة صلاحية التذكرة، تاريخ شراء التذكرة، الدرجة السياحية أو درجة رجال الأعمال.
- ٢ قد تختلف الإجابات. تحقق من عمل الطلاب.

حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التفكير الناقد: تسأل محمد عما إذا كانت شركات الطيران تحدد تكلفة تذكرة السفر استناداً إلى مسافة الرحلة. لقد أوجد متوسط المسافات بالكيلومتر بين بعض المدن وتكاليف تذكرة السفر ذهاباً وإياباً.

المسافة بالكيلومتر	السعر بالدينار
١٠٨٦	٨٥
١٦٧٠	١٢٥
١٠٨٦	٥٥
١٠٨٦	١٢٤
١٦٧٠	٢٥٠
١٦٧٠	١٥٥

(أ) هل يمثل سعر التذكرة دالة في المسافة؟ وضح إجابتك.

(ب) ما العوامل الأخرى التي تؤثر في تكلفة تذكرة السفر؟

٢ المجلة: اكتب مثلاً من الحياة اليومية لدالة. وضح الأسباب التي تجعل المعادلة دالة وعرف كلاً من المتغيرين، التابع والمستقل.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولاً.
- خن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

٣٨

(٩) المستهلك: تقدم بعض شركات الطيران فرصة إجراء مكالمات هاتفية أثناء الطيران، يبلغ إجمالي تكلفة استخدام الهاتف في الطائرة أثناء الطيران في إحدى الشركات ٢ دينار + $\frac{1}{4}$ دينار للدقيقة.

(أ) اكتب قاعدة وأكمل جدول قيم تكلفة إجراء ٦ مكالمات مختلفة المدة.

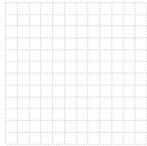
عدد الدقائق	٦	٥	٤	٣	٢	١
التكلفة بالدينار						

(ب) هل هذه العلاقة تمثل دالة؟

(ج) هل تتوقف التكلفة الإجمالية على عدد الدقائق المتبقية في المكالمات؟

(١٠) نشرت هناك إعلاناً في جريدة الإعلانات المبوبة لبيع لوح التزلج على الجليد، الذي تمتلكه، كانت تكلفة الإعلان ٥ دناتير يضاف إليها ٢ دينار لكل سطر:

(أ) اكتب معادلة تربط بين تكلفة الإعلان (ك) في جريدة الإعلانات المبوبة، وعدد أسطر الإعلان (ن).



(ب) ارسم رسماً بيانياً يربط بين هذه القيم.

(ج) هل تكلفة الإعلان دالة في عدد سطوره؟

(١١) التحضير للاختبار: قيمة س للدالة $ص = ٥س - ١$ لتكون قيمة $ص = ٢$ هي:

- (أ) ١- (ب) ٤ (ج) ١ (د) $\frac{1}{3}$

منظم الدرس

أهداف الدرس

- في نهاية الدرس يكون الطالب قادرًا على أن:
- يمثل الدوال التربيعية على شكل رسوم بيانية وجداول ومعادلات.

المصطلحات الأساسية

- دالة غير خطية، دالة تربيعية، قطع مكافئ.

الأدوات المستخدمة

- آلة حاسبة بيانية

الدالة التربيعية
Quadratic Functions

٦-٦

◀ صلة الدرس ▶ درست الدوال الخطية، وفي هذا الدرس ستوسع في الأفكار التي تعلمتها عن الدوال الخطية وستتعرف نوعًا آخر من الدوال.

سوف تتعلم
• تمثيل الدوال التربيعية على شكل رسوم بيانية وجداول ومعادلات.

استكشف الدوال التربيعية

صمودًا أو نزولًا
١ يمثل الشكل المقابل بيان: ص = س^٢. هل يمثل الرسم البياني هذا دالة؟ وضح إجابتك.



٢ أين تزداد قيم ص؟ وأين تتناقص؟
٣ اتبع مسار الرسم البياني (أو احسب) لإيجاد قيمة ص عندما تكون س = ٤، وعندما تكون س = -٤.

٤ استخدم الرسم البياني لإيجاد قيمة سالبة ل ص. كيف تساعدك معادلة الدالة على توضيح إجابتك؟



٥ غير الدالة إلى ص = س^٢ - ٤ (يمثل الشكل المقابل بيانها). هل يغير ذلك إجابتك عن السؤال رقم ٤؟ وضح ذلك.

من الاستخدامات
• يمكن تمثيل حركة المقذوفات وحركة الألعاب النارية في حفل استعراضي باستخدام المعادلات التربيعية.

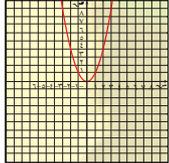


تعلم

الدوال التربيعية

الدالة التربيعية هي دالة فيها القوة الأعلى للمتغير المستقل تساوي ٢. يكون الرسم البياني لدالة خطية-خطًا مستقيمًا لأن التغيرات المتساوية في قيمة س تنتج تغيرات متساوية في قيمة ص. (تذكر أن التغير في قيمة ص مقسومًا على التغير في قيمة س يمثل الميل). يكون الرسم البياني لدالة تربيعية منحنى على شكل لـ أو منحنى على شكل ك، ويسمى قطعًا مكافئًا. في الدوال التربيعية، لا تؤدي التغيرات المتساوية في قيمة س إلى تغيرات متساوية في قيمة ص.

مثال (١)



كُون جدولًا ومثل بيانيًا ص = س^٢

س	٣-	٢-	١-	٠	١	٢	٣
ص	٩	٤	١	٠	١	٤	٩

هذا التمثيل البياني للدالة ص = س^٢

المصطلحات الأساسية
• دالة غير خطية
• Non-linear Function
• دالة تربيعية
• Quadratic Function
• قطع مكافئ
• Parabola

هل

في كرة السلة الأولمبية،
تلقى كرة الرمية الثلاثة من
مسافة ٦ أمتار و١٥ سم.

مراجعة

احسب كل تعبير، حيث ن = ٢، ٢، ٥.

- ١ ن^٢ + ن - ١
 - ٢ ن^٢ - ٣
 - ٣ ن^٢ - ٢ ن + ١
- ٢٩، ٥، ١
٤٧، ٥، ٥
١٦، ١، ٩

◀ صلة الدرس ▶ تعلمت الدوال الخطية وكيفية رسمها بيانيًا، والآن سوف تتعرف بعض الدوال التربيعية وشكل القطع المكافئ.

١ - التمهيد

استكشف

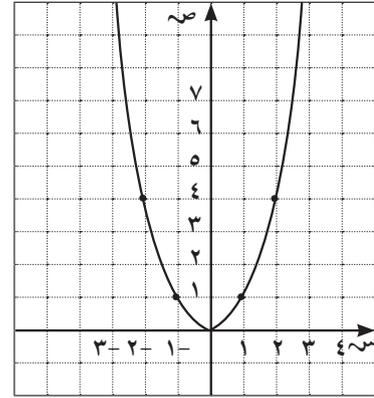
الغاية

يستكشف الطلاب قيم المتغير التابع لدالة تربيعية.

التقييم المستمر

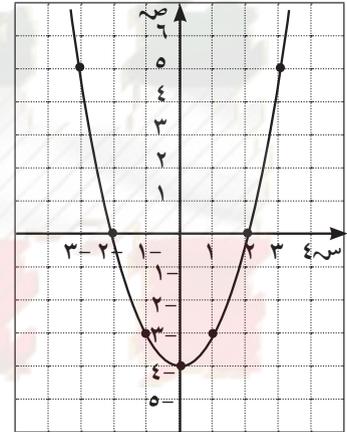
تحقق من نتائج الطلاب بعد الخطوة رقم (٤)، يقدم هذا فكرة عن أن المدى (قيم ص الممكنة) قد لا يكون جميع الأعداد الحقيقية، مثلًا هو الحال مع معظم الدوال الخطية. للمجموعات التي تنتهي عملها مبكرًا كيف يمكنك تغيير المعادلة ص = س^٢ بحيث يكون الرسم البياني للمعادلة الجديدة قطعًا مكافئًا مفتوحًا إلى الأسفل؟ استخدم معاملًا سالبًا ل س^٢.

1



- نعم، يوجد قيمة واحدة لـ ص من أجل كل قيمة لـ س.
- 1 تتزايد قيم ص عندما تتزايد قيم س الموجبة وتتناقص قيم ص عندما تتزايد قيم س السالبة.
- 2 ص = 16 حيث س = 4، س = -4.
- 3 لا يوجد. العدد المربع دائماً موجب.

5



نعم، فمثلاً: د(0) = -4

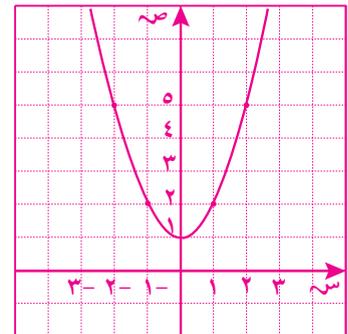
2- التعليم

تعلم

أمثلة بديلة

- 1 كون جدولاً ومثل بيانياً ص = س² + 1، استخدم قيماً سالبة وقيماً موجبة لـ س، ماذا يحدث لقيم ص عندما تزداد قيم س؟

س	ص
5	26
2	5
1	2
0	1
1	2
2	5
5	26



عندما تزداد قيم س تتناقص قيم ص حتى س = 0، ثم تبدأ في الازدياد.

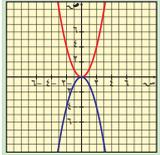
الصورة العامة للدالة التربيعية هي:
ص = $اس^2 + بس + ج$ حيث $ا \neq 0$ ، ب، ج أعداد حقيقية.
حد من الدرجة حد من الدرجة حد ثابت
الثاني الأولي

يمكن الحصول على أي تمثيل بياني لبعض الدوال التربيعية بتطبيق بعض التحويلات على التمثيل البياني للدالة التربيعية هي ص = س²: الإزاحة لأعلى أو لأسفل أو لليمين أو لليسار أو الانعكاس في محور السينات.

1 مثل بيانياً الدالة ص = -س² مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية ص = س².

الحل:

يمكن رسم التمثيل البياني للدالة ص = -س² باستخدام الانعكاس في محور السينات على التمثيل البياني للدالة التربيعية ص = س².



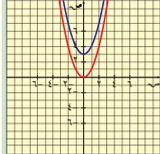
الخطوات

↓

2 مثل بيانياً الدالة ص = س² + 3 مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية ص = س².

الحل:

يمكن رسم التمثيل البياني للدالة ص = س² + 3 باستخدام الإزاحة الرأسية 3 وحدات إلى الأعلى على التمثيل البياني للدالة التربيعية ص = س².



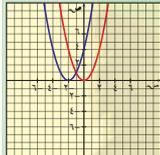
الخطوات

↑

3 مثل بيانياً الدالة ص = (س + 2)² مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية ص = س².

الحل:

يمكن رسم التمثيل البياني للدالة ص = (س + 2)² باستخدام الإزاحة الأفقية وحدتين (2) إلى اليسار على التمثيل البياني للدالة التربيعية ص = س².



الخطوات

←

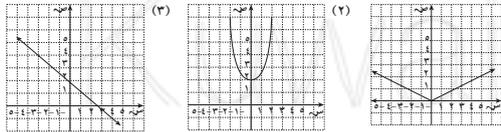
4

تمرّن
6-6

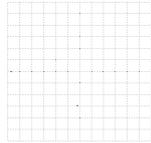
التاريخ الهجري: التاريخ الميلادي:
الدالة التربيعية
Quadratic Function

تدرّب وطبّق

أبدأ أي مما يلي رسم بياني لدالة خطية؟ وأيه لدالة تربيعية؟ وأيه ليس رسماً بيانياً لدالة خطية أو تربيعية؟

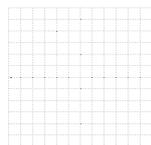
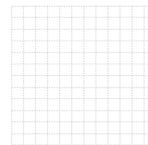


ارسم بيانياً كل مجموعة دوال مما يلي، وصف أوجه التشابه وأوجه الاختلاف في مجموعة الرسوم البيانية ككل:
(4) ص = س²، ص = س² - 3، ص = س² + 3
(5) ص = س²، ص = 2س²، ص = 4س²

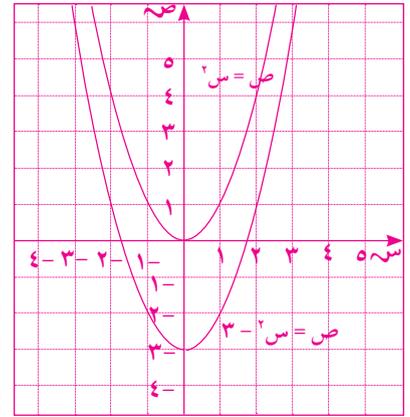


(6) ص = س²، ص = س² - 3، ص = س² + 3

(7) ص = س²، ص = 2س²، ص = 4س²

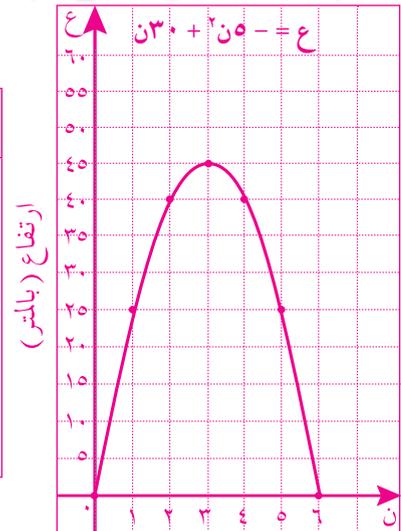


٢ مثل بيانياً $ص = س^2$ ، $ص = س^2 - ٣$. فيم يتشابه الرسمان البيانيان؟ وفيم يختلفان؟



كل من الرسمين البيانيين هو قطع مكافئ، مفتوح إلى الأعلى ومتماثل حول محور الصادات، والتقاطع مع محور الصادات لمنحنى الدالة $ص = س^2$ هو $ص = ٠$ ، بينما التقاطع مع محور الصادات لمنحنى الدالة $ص = س^2 - ٣$ هو $ص = -٣$ ، كل نقطة من الرسم البياني الثاني تنخفض ٣ وحدات أسفل النقطة المناظرة من الرسم البياني الأول؛ لذلك فشكل المنحنيين هو نفسه.

٢ قذفت كرة رأسياً بسرعة ابتدائية ٣٠ متراً/ ثانية ينمذج الارتفاع (ع متر) الذي تصل إليه الكرة فوق موضع القذف، (ن ثانية) بالدالة: $ع = -٥ن^٢ + ٣٠ن$. كَوِّن جدولاً وارسم بيانياً الدالة مستخدماً $ن = ٠$ إلى $ن = ٦$ ثوانٍ. هل يمكنك استخدام قيم $ن$ أكبر من ٦؟ لماذا نعم أو لماذا لا؟

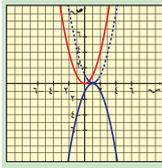


ص	س
٠	٠
٢٥	١
٤٠	٢
٤٥	٣
٤٠	٤
٢٥	٥
٠	٦

وقت (بالثواني)

يمكنك استخدام قيم $ن$ أكبر من ٦ لكنها لا تفيد في المسألة؛ لأنها تنتج قيماً سالبة للارتفاع.

حاول أن تحل
١ مثل بيانياً الدالة $ص = س^٢ - ٤$ مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^٢$.
(ب) مثل بيانياً $ص = (س - ٤)^٢$ ، مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^٢$.
٢ مثل بيانياً الدالة $ص = -١(س - ١)^٢$ مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^٢$.



الحل:
يمكن رسم التمثيل البياني للدالة $ص = (س - ١)^٢$ بواسطة تطبيق الإزاحة الأفقية لوحدة واحدة (١ وحدة) إلى اليمين على التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^٢$ ومن ثم الانعكاس في محور السينات.

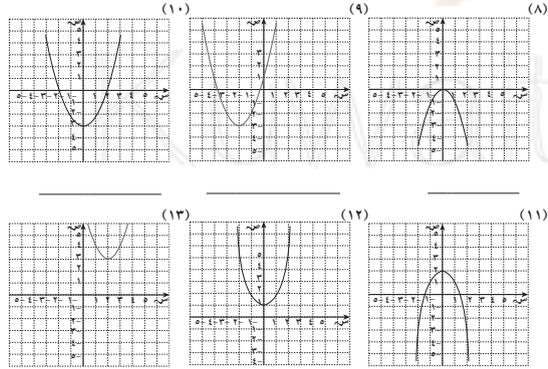


الحل:
يمكن رسم التمثيل البياني للدالة $ص = -١(س - ١)^٢ + ٥$ عن طريق تطبيق الإزاحة الأفقية وحدتين (٢ وحدة) إلى اليمين على التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^٢$ ، ومن ثم الانعكاس في محور السينات، والإزاحة الرأسية ٥ وحدات إلى الأعلى.

الدالة التربيعية	التحويلات المطبقة على التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^٢$
$ص = -س^٢$	الانعكاس في محور السينات.
$ص = س^٢ + د$	الإزاحة د وحدة إلى الأعلى إذا كانت د موجبة وأد وحدة إلى الأسفل إذا كانت د سالبة.
$ص = (س + هـ)^٢$	الإزاحة أفقياً هـ وحدة إلى اليسار إذا كانت هـ موجبة وأهـ وحدة إلى اليمين إذا كانت هـ سالبة.
$ص = -١(س + هـ)^٢$	الإزاحة أفقياً هـ وحدة إلى اليسار إذا كانت هـ موجبة وأهـ وحدة إلى اليمين إذا كانت هـ سالبة ومن ثم الانعكاس في محور السينات.
$ص = (س + هـ)^٢ + د$	الإزاحة أفقياً هـ وحدة إلى اليسار إذا كانت هـ موجبة وأهـ وحدة إلى اليمين إذا كانت هـ سالبة ومن ثم الإزاحة د وحدة إلى الأعلى إذا كانت د موجبة وأد وحدة إلى الأسفل إذا كانت د سالبة.

٤١

اكتب رمز العبارة التي تصف الرسم البياني لكل دالة بعد تطبيق إزاحة أو انعكاس لمنحنى الدالة $ص = س^٢$ لكل مما يلي:



(أ) إزاحة رأسية ١ وحدة إلى الأعلى (ب) إزاحة أفقية وحدتين إلى اليمين (ج) إزاحة رأسية ٣ وحدات وإزاحة رأسية ٣ وحدات إلى الأعلى (د) انعكاس في محور السينات وإزاحة رأسية وحدتين إلى الأعلى (هـ) إزاحة أفقية وحدتين إلى اليسار (و) انعكاس في محور السينات وإزاحة رأسية ٣ وحدات إلى الأسفل

(١٤) التحضير للاختبار: يمكن نمذجة مساحة مربع، بدالة تربيعية، قاعدة الدالة التي تمثل مساحة مربع هي

(أ) $ص = ٤س$ (ب) $ص = س.س.س.س$
(ج) $ص = س^٢$ (د) $ص = ٤س^٢$

٢٤

إجابات «حاول أن تحل»

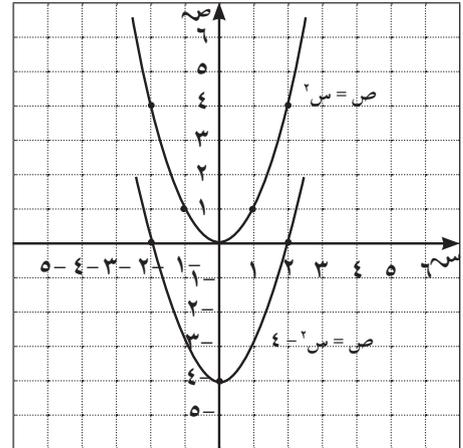
(أ) ①

عند حلّ مسائل من الحياة اليومية، تكون بعض القيم غير منطقية بالنسبة إلى المسألة. يمكن ألا يشبه جزء من الرسم البياني الذي يحل المسألة قطعاً مكافئاً كاملاً.

الرابط بالعلوم

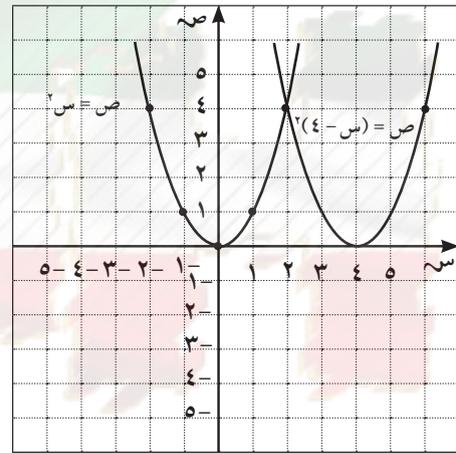
يتسارع الجسم الساقط بفعل قوة جاذبية الأرض. يسقط الجسم بسرعة أكبر إذا كانت الأرض أكبر حجماً مما هي عليه، وبسرعة أقل كما لو كانت الأرض أصغر حجماً مما هي عليه.

ص	س
٤	٢-
٢-	١-
٤-	٠
٢-	١
٤	٢



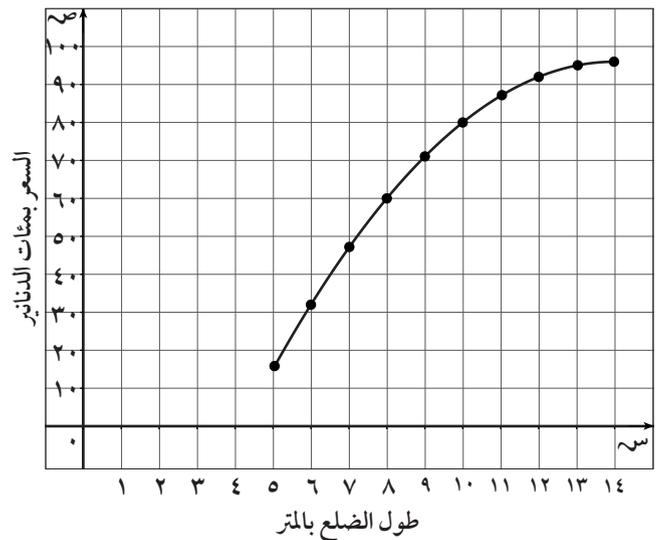
نرسم $ص = س^2 - ٤$ من $ص = س^2$ بالانتقال ٤ وحدات على محور الصادات إلى الأسفل.

(ب)



نرسم $ص = (س - ٤)²$ من $ص = س^2$ بالانتقال ٤ وحدات على محور السينات إلى اليمين.

②



س	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤
ص	١٥	٣٢	٤٧	٦٠	٧١	٨٠	٨٧	٩٢	٩٥	٩٦

الجدول

مثال (٧)

تبيع إحدى الشركات أربعة مربعة الشكل للمراكب الشراعية. تتمتع المعادلة $ص = س^2 + ٣٤س - ٢٠٠$ ربع الشركة حيث $س$ طول ضلع الشراع بالمتر و $ص$ الربح ببنات الدنانير من بيع الشراع الواحد. اعمل جدولاً، وضع تمثيلاً بيانياً مستخدماً $س = ٨$ إلى $س = ١٦$. هل يمكنك استخدام قيم سالبة ل $س$ أو $ص$ ؟ ولماذا لم يكن الرسم البياني قطعاً مكافئاً كاملاً؟

الحل:

يمكنك استخدام قيم سالبة للمتغيرين $س$ ، $ص$ ، لكن سيكون من غير المنطقي بالنسبة إلى المسألة أن تستخدم قيمًا سالبة لطول ضلع الشراع. ولكن يمكن استخدام قيم سالبة ل $ص$ حيث الربح سالب (أي أن الشركة لا تحقق أرباحاً بل خسارة). وبما أن القيم السالبة لم تستخدم، فالرسم البياني ليس قطعاً مكافئاً.

طول الضلع	سعر البيع
٨	٨
٩	٢٥
١٠	٤٠
١١	٥٣
١٢	٦٤
١٣	٧٣
١٤	٨٠
١٥	٨٥
١٦	٨٨



حاول أن تحل

٢ تبيع شركة ثانية أربعة مربعة الشكل للمراكب الشراعية وتتمتع أرباحها بالمعادلة $ص = س^2 + ٢٨س - ١٠٠$ (حيث $س$ بالمتر و $ص$ ببنات الدنانير). اعمل جدولاً، وضع تمثيلاً بيانياً مستخدماً $س = ٥$ إلى $س = ١٤$.

مراجعة الوحدة السادسة (ب)

(١) إذا كان $د: صمه ← ر$ ، حيث $صمه = \{٣ ≥ أ ≥ ٣\}$ ، $ر = \{ب: ب ≥ ١٠\}$

(صمه مجموعة الأعداد الصحيحة، $ط$ مجموعة الأعداد الطبيعية)، $د(س) = س + ١$.

(أ) أوجد المدى.

(ب) بين نوع التطبيق (شامل، متباين، تقابل) مع ذكر السبب.

(ج) مثل بمخطط سهمي التطبيق $د: صمه ← ر$ ، حيث $صمه = \{٣، ٢، ١، ٠\}$ ، $ر = \{١٠، ٥، ٢، ١\}$ ، حيث $د(س) = س + ١$ بين أنه تطبيق تقابل.

(٢) أوجد مدى كل دالة عندما يكون المجال $\{٣، ٠، ٢\}$. والمجال المقابل $صمه$ (صمه مجموعة الأعداد الصحيحة)

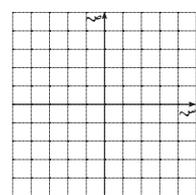
(أ) $د(س) = ٥$ (ب) $د(س) = ٥ + س$

(ج) $د(س) = ٥$ (د) $د(س) = ٥ + س$

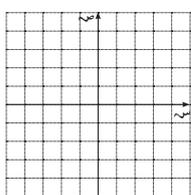
(٣) إذا كان $د: ط ←$ حيث $ط$ مجموعة الأعداد الطبيعية، $د(س) = ٣س$ ، فإ الأعداد التي صورها ٦، ٩، ١٢، ١٥

(٤) مثل بيانياً كلًّا من الدوال التالية:

(ب) $د(س) = ٢ - س$



(أ) $د(س) = ٣ - س$



٢٥

٣- التدريب والتقييم

تحقق من فهمك

إجابات «تحقق من فهمك»

- ١ للدالة التربيعية حد في s^2 ، رسمها البياني على شكل حرف U بدلاً من الخط المستقيم.
- ٢ الرسم البياني مفتوح إلى الأسفل بدلاً من الأعلى \cap .
- ٣ لكل منها تقاطع مع محور الصادات -٢، ومتزايدتان عندما $s < ٠$ ، لكنها مختلفتان: $s^2 - ٢$ منحنية، $s - ٢$ خط مستقيم $s^2 - ٢$ متناقصة عند $s > ٠$ ولكن $s - ٢$ متزايدة عند $s > ٠$.
- ٤ عندما تمثل علاقة s ، s موقفاً لا تكون قيم s السالبة فيه ذات معنى، تمثل قيمة s السالبة موقفاً لا يمكن حدوثه.

تقييم بديل

التقييم الذاتي: دع الطلاب يعملون ضمن مجموعات من اثنين. يكتب أحد الطلاب دالة تربيعية ودالة خطية، ويطلب إلى زميله رسمها بيانياً. يتناقشان في الحل، ثم يتبادلان الأدوار.

اختبار سريع

اذكر ما إذا كانت كل دالة، في ما يلي تربيعية، أو خطية أو ليست أيّاً منهما:

١ $s^2 - ١$ ص **تربيعية**

٢ $s^2 = ٣$ ص **خطية**

أطلق صاروخ لعبة رأسياً إلى الأعلى بسرعة ابتدائية قدرها ٢٥ مترًا/ثانية. وتنمذج هذا الموقف،

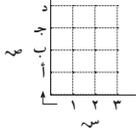
الدالة: $e = -٥s^2 + ٢٥s$ ، حيث e تمثل ارتفاع

الصاروخ بالأمتار و s تمثل عدد الثواني للمدة الزمنية التي يبقى فيها الصاروخ في الهواء.

٣ ما أقصى ارتفاع يصل إليه الصاروخ؟ **٣١, ٢٥ مترًا**

٤ متى يرتطم الصاروخ بالأرض؟ **بعد ٥ ثوانٍ**

مراجعة الوحدة السادسة



(١) إذا كانت $s = \{٣, ٢, ١\}$ ، $s = \{١, ٢, ٣, ٤\}$ ،
(أ) اكتب عناصر $s \times s$ ومثلها بمخطط بياني.

(ب) اكتب عناصر $s \times s$ ، ثم اكتب علاقة من s إلى s ومثلها بمخطط سهبي.

(٢) إذا كانت $s = \{١, ٣, ٥\}$ ، $s = \{١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦\}$ ، حيث s مجموعة الأعداد الصحيحة. أوجد عدد عناصر s ، $s \times s$ ، $s \times s \times s$.

(٣) هل علاقة نصف من $s = \{٣, ٢, ١\}$ إلى $s = \{٤, ٢, ٠\}$ تمثل تطبيقاً؟ لماذا؟

(٤) إذا كانت $s = \{٤, ٣, ٢, ١\}$ فبيّن أي العلاقات التالية تمثل تطبيقاً على s .

(أ) $e = \{(٤, ٤), (٣, ٣), (٢, ٢), (١, ١)\}$

(ب) $e = \{(١, ٤), (١, ٣), (١, ٢), (١, ١)\}$

(ج) $e = \{(١, ٤), (٣, ٣), (٢, ١), (١, ١)\}$

(د) $e = \{(٤, ٤), (٣, ١), (٢, ١), (١, ١)\}$

(٥) هل يمثل التطبيق التالي تقابلاً؟ فسر إجابتك.

د: $s \rightarrow s$ ، حيث $s = \{٨, ٦, ٤, ٢\}$ ، $s = \{٣٢, ١٨, ٨, ٢\}$ ، د(س) = $\frac{١}{٣}س$.

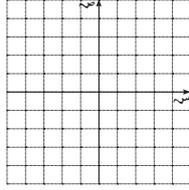
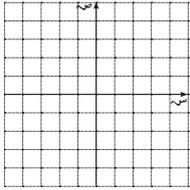
(٦) أوجد قيم s للدوال التالية لتكون قيمة $s = ٤$ لكل مما يلي:

(أ) $s = ٢س + ٣$ ، (ب) $s = ٣س + ١$

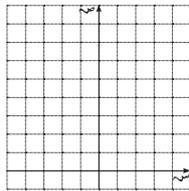
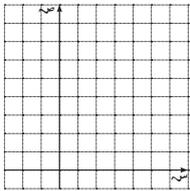
(ج) $s = \frac{١}{٣}س - ١$

(٧) مثل بيانياً كلًّا من الدوال التالية:

(أ) $s = -٢س + ٣س + ٣$ ، (ب) $s = ٣س - ١س + ٣$

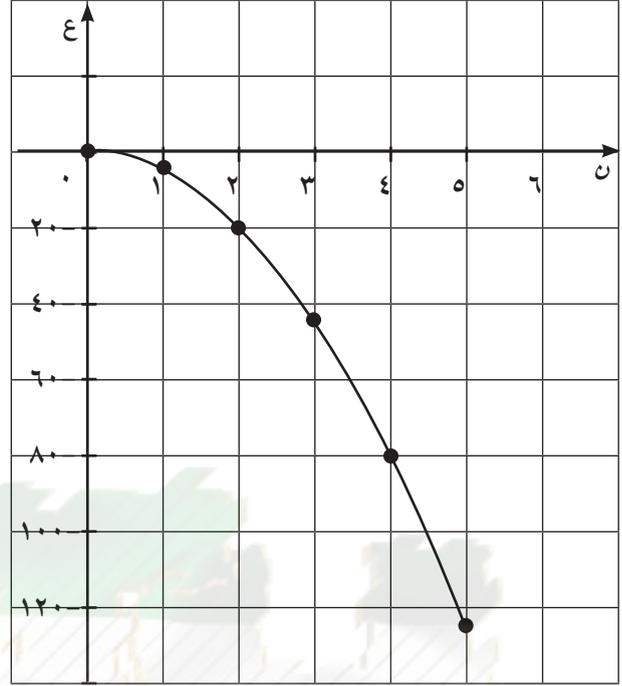


(ج) $s = ٢س + ١س + ٣$ ، (د) $s = -٢س + ١س + ٢$



إجابات «حل المسائل والتفكير المنطقي»

١ - ١٢٥ متراً، لأن الدالة تقيس العمق.



٢ (أ) (١) و (٣) لأن معامل s^2 موجب فيكون توجه الرسم البياني إلى أعلى.

(ب) (١) و (٢) و (٤) لأنه لا توجد قيمة ثابتة في s .

(ج) كل الرسوم، لأن أي s ومعكوسها الجمعي لذيها القيمة نفسها في s .

٣ قد تختلف الإجابات. إجابة محتملة: إذا كانت دالة تربيعية (من الدرجة الثانية).

٤ (أ) عند الثانية الأولى وعند الثانية الرابعة، يرتفع الجسم

٢٠ متراً ثم يعود إلى الأسفل.

(ب) يكون الجسم عند أعلى نقطة يصل إليها.

تحقق من فهمك

- ١ ما أوجه الاختلاف بين الدالة التربيعية والدالة الخطية؟
- ٢ كيف يؤثر ضرب s^2 في -1 على الرسم البياني لدالة تربيعية؟
- ٣ قارن بين الرسمين البيانيين للدالتين $s = 2 - s^2$ ، $s = 2$ ، ما أوجه الشبه والاختلاف بينهما؟
- ٤ متى يمكنك إسقاط قيم s السالبة؟ ولماذا؟

EF

حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التواصل: رمى حمد حجراً في الوادي، فسمع صوت ارتطامه بالأرض بعد مرور ٥ ثوان. تمثل الدالة: $s = 5 - 5n^2$ هذا الحدث. يمثل n الزمن بالتواني، s الارتفاع بالأمتار. مثل هذه الدالة بيانية، وأوجد عمق الوادي ذاكرةً سبب حصولك على قيمة سالبة.

٢ التفكير الناقد: أجب عن الأسئلة المتعلقة بكل دالة.

(١) $s = 4 = s^2$

(٢) $s = 4 - s^2$

(٣) $s = s^2 + 2$

(٤) $s = s^2 - 2$

(أ) أي من الرسوم البيانية للدوال السابقة يتجه إلى أعلى؟ وضح إجابتك.

(ب) أي من الرسوم البيانية يعبر بالنقطة $(0, 0)$ ؟ وضح إجابتك.

(ج) أي من الرسوم البيانية متمائل حول محور الصادات؟

٣ المجلة: كيف يمكنك استخدام قاعدة الاقتران لمعرفة أن رسمها البياني هو قطع مكافئ؟

٤ أطلق جسم في الهواء. تمثل الدالة $s = 5 - 2.5n^2$ عملية الإطلاق، حيث يمثل s الارتفاع بالمتري، n الزمن بالتواني. (أ) متى يصبح الجسم على ارتفاع ٢٠ متراً في الهواء؟ وضح إجابتك.

(ب) ما الذي يحدث بعد $2\frac{1}{2}$ ثانية؟

EE

إجابات اختبار الوحدة السادسة

1 (أ) 4, 2, 8, 8, 16, 4.

(ب) $س = \{1, 3, 5, 7\} = ل, \{2, 2\} = ل$

$س \times ل = \{(2, 1), (2, 3), (2, 5), (2, 7)\}$

$\{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (2, 8)\}$

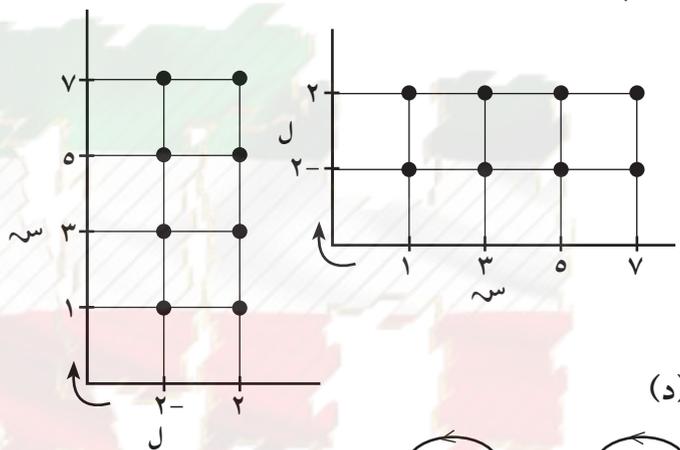
$ل \times س = \{(1, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$

$\{(2, 1), (2, 3), (2, 5), (2, 7)\}$

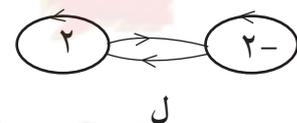
$س \times س = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (5, 1), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (7, 1), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$

$ل \times ل = \{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (2, 8), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (4, 8), (6, 2), (6, 4), (6, 6), (6, 8), (8, 2), (8, 4), (8, 6), (8, 8)\}$

(ج)



(د)



2 (أ) $ع = \{(1, 1), (1, 1), (1, 1), (1, 1)\} = ل$

$\{(1, 2), (2, 1), (2, 1), (2, 1), (2, 1)\}$

$\{(0, 1), (1, 0), (0, 0), (1, 2), (1, 2), (1, 2)\}$

$\{(0, 2), (2, 0), (0, 2), (2, 0), (0, 1), (1, 0)\}$

(ب) $ع = \{(0, 2), (0, 2), (2, 0), (2, 0)\}$

$\{(1, 1), (1, 1), (1, 1), (1, 1)\}$

(ج) $ع = \{(0, 0), (3, 1), (3, 1)\}$

اختبار الوحدة السادسة

1 إذا كانت $س = \{1, 3, 5, 7\}$ ، أعدد فردي، $ل = \{2, 4, 6, 8\}$ ، $ع = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ (حيث ل مجموعة الأعداد الكلية،

$س$ مجموعة الأعداد الصحيحة).

(أ) ما عدد عناصر $س$ ، ل، $س \times ل$ ، $ل \times س$ ، $س \times س$ ، $ل \times ل$ ؟

(ب) اكتب كلاً من المجموعات المذكورة في فقرة (أ) بذكر العناصر.

(ج) مثل كلاً من $س \times ل$ ، $ل \times س$ بمخطط بياني.

(د) مثل $ل \times ل$ بمخطط سهمي.

2 اكتب كلاً من العلاقات التالية على مجموعة $س = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$ (حيث $س$ مجموعة الأعداد

الصغيرة) بذكر العناصر.

(أ) $ع = \{x, y\}$ ، $س \ni x, س \ni y, x + 1 = y$

(ب) $ع = \{x, y\}$ ، $س \ni x, س \ni y, x + 1 = y$

(ج) $ع = \{x, y\}$ ، $س \ni x, س \ni y, x + 1 = y$

3 إذا كان د: $س \leftarrow س$ تطبيقاً حيث $س = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$ ، د(س) = 2 + 1.

(أ) أوجد د(1)، د(2)، د(3)، د(4)، د(5).

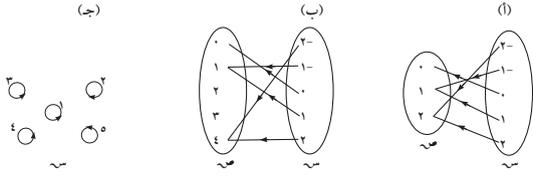
(ب) اكتب مدى التطبيق د.

(ج) مثل التطبيق د بمخطط سهمي.

(د) يبين نوع التطبيق د (شامل، متباين، تقابل).

اختبار الوحدة السادسة

٤ اكتب قاعدة الاقتران التي تمثلها كل من المخططات السهمية التالية:



٥ في ما يلي قواعد بعض الدوال. أكمل كلاً من الجداول.

(أ) $ص = \frac{1}{3}س + 2$ (ب) $ص = س - 4$ (ج) $ص = (س + 1) - 2$

ص	س	ص	س	ص	س
	٣-		٢-		٦-
	١-		١-		٠
١-			٠		١
	١		١		٣
	٢		٢		٣
	٤		٣		

٦ كوّن جدولاً ومثل بيانياً كلاً من الدوال التالية في الفترة $[-3, 3]$:

(أ) $ص = 2س - 1$ (ب) $ص = س^2 + 1$ (ج) $ص = 3$

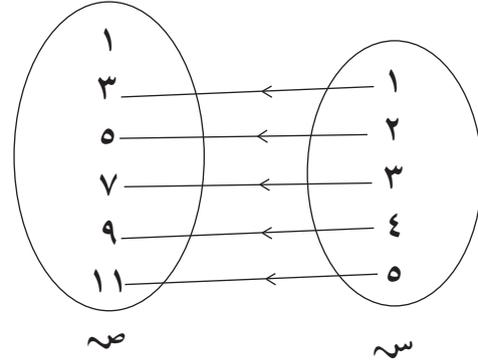
E1

٧ (أ) د (١) = ٣، د (٢) = ٥، د (٣) = ٧، د (٤) = ٩،

د (٥) = ١١

(ب) {٣، ٥، ٧، ٩، ١١}

(ج)



(د) د هو تطبيق متباين، ليس شامل وليس تقابل.

٤ (أ) $ص = |س|$

(ب) $ص = س^2$

(ج) $ص = س$

(ب)

ص	س
٠	٢-
٣-	١-
٤-	٠
٣-	١
٠	٢
٥	٣

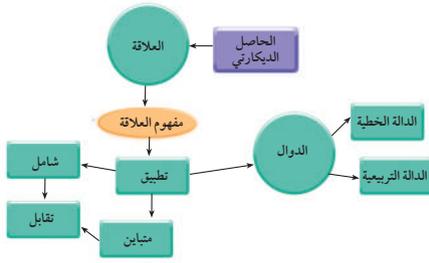
(أ) ٥

ص	س
١-	٦-
٠	٤-
٢	٠
٢، ٥	١
٣	٢
٣، ٥	٣

(ج)

ص	س
٢	٣-
٢-	١-
١-	٢- أو ٠
٢	١
٧	٢
٢٣	٤

مخطط تنظيمي للوحدة السادسة



ملخص الوحدة السادسة (أ): العلاقة

- إن المجموعة التي تتكوّن من جميع الأزواج المرتبة التي مسقطها الأول عنصر في المجموعة S ومسقطها الثاني عنصر في المجموعة T تسمى حاصل ضرب الديكارتى وتكتب $S \times T$.
- العلاقة (ع) هي مجموعة جزئية من حاصل ضرب الديكارتى $S \times T$ أي أن $E \subseteq S \times T$.
- العلاقة (ع) هي تطبيق عندما يظهر كل عنصر من عناصر S مرة واحدة في المسقط الأول في كل من الأزواج المرتبة المحددة لبيان العلاقة.
- لكل تطبيق أو دالة مجاله ومجاله المقابل والمدى.
- عندما يتساوى المدى والمجال المقابل يسمى التطبيق شاملاً.
- التطبيق الذي لا يرتبط أي عنصرين مختلفين من المجال بالعنصر نفسه في المجال المقابل يسمى تطبيقاً متبايناً.
- كل تطبيق شامل ومتباين يسمى تقابلاً.

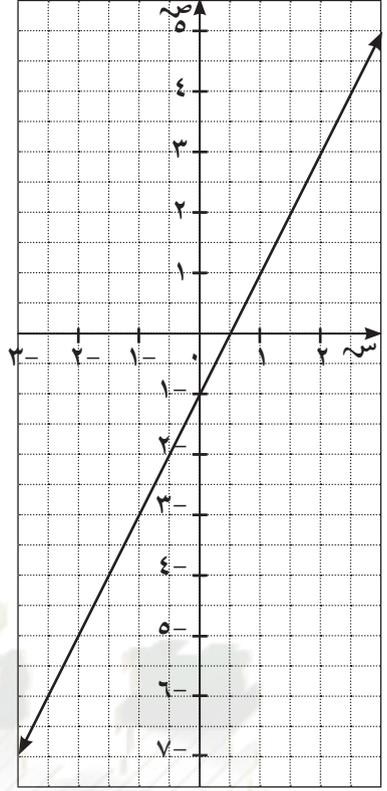
ملخص الوحدة السادسة (ب): الدوال

- الدالة هي علاقة تعطي قيمة المتغير التابع لكل قيمة متغير مستقل، ولا يمكن لأي قيمتي متغير تابع مختلفتين أن يكون لهما القيمة للمتغير المستقل نفسها.
- لتمثيل الدالة بيانياً يستخدم محور السينات للمتغير المستقل، ومحور الصادات للمتغير التابع.
- تكون الدالة دالة خطية إذا كان رسمها البياني خطاً مستقيماً، والدالة التربيعية هي دالة غير خطية حيث قيمة S فيها مربعة في نفسها (مربعة)، ورسمها البياني قطع مكافئ بالشكل \cup أو الشكل المقلوب \cap .

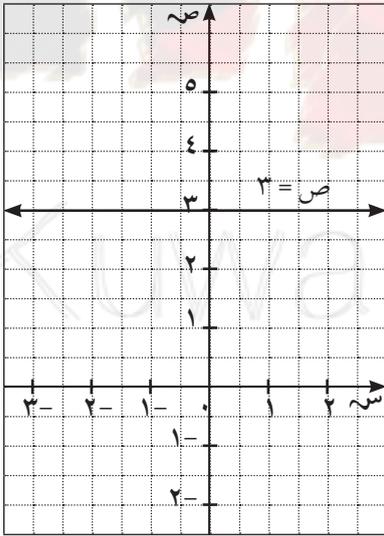
EV

ص = 2س - 1

ص	س
٧-	٤-
٥-	٢-
٣-	١-
١-	٠
١-	١
٣	٢
٥	٣

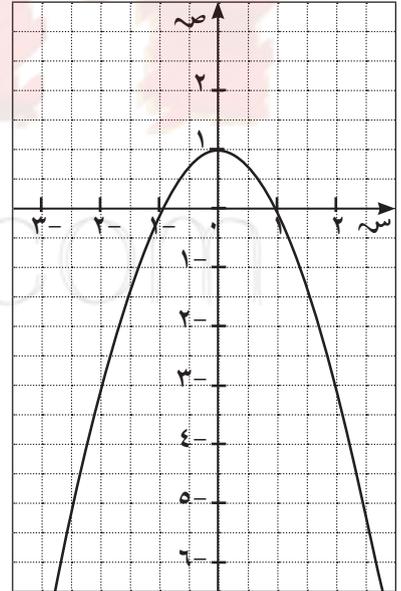


(ج)



ص = -س + 1

ص	س
٨-	٣-
٢-	٢-
٠	١-
١	٠
٠	١
٣-	٢
٨-	٣



لكل قيم س فإن ص = 3