الوحدة الرابعة

وصف البيانات

Describing Data

مشروع الوحدة: الأجهزة الخلوية.

١ **مقدمة المشروع**: أصبحت الأجهزة الخلوية تشكل عنصرًا هامًا في استخداماتنا اليومية لما توفّره من خدمات سريعة نحصل عليها في أي زمن وفي أي مكان نتواجد فيه.

٢ **الهدف**: معرفة المدة المستغرقة في استخدام الأجهزة الخلوية لبعض فئات المجتمع.

٣ **اللوازم**: آلة حاسبة.

٤ **أسئلة حول التطبيق**:

أ كيف ستحدد الفئات التي سوف يشملها الاستطلاع؟

ب ما هي فئات المجتمع المستهدفة؟ (أطباء، محامون، مهندسون، معلمون، رجال أعمال، ضباط، طلاب، ...)

جـ اختر عينات متساوية العدد من كل فئة.

د احسب المتوسط الحسابي لكل فئة بالساعات.

أكمل الجدول التالي لإيجاد مدة استخدام الجهاز في يوم واحد:

الفئات المستهدفة	أطباء	محامون	مهندسون	معلمون	رجال أعمال	ضباط	طلاب
التكرار							
متوسط المدة (ساعات)							

استخدم هذا الجدول لإيجاد المتوسط الحسابي للمدة المستغرقة لفرد واحد.

٥ **التقرير**: اكتب تقريرًا مفصلًا تبيّن فيه النتائج التي حصلت عليها وذلك من خلال الجدول.

اعرض اقتراحاتك حول الأرقام التي حصلت عليها.

دروس الوحدة

٤-١ الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى ومخطط الصندوق ذو العارضتين	٤-٢ الالتواء	٤-٣ مقاييس التشتت وتطبيقاتها	٤-٤ تطبيقات إحصائية
(٤-١-أ) الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى من جدول تكراري	(٤-٢-أ) الالتواء وعلاقته بمقاييس النزعة المركزية	(٤-٣-أ) مقاييس التشتت	(٤-٤-أ) مقاييس النزعة المركزية
(٤-١-ب) الوسيط، الربيع الأدنى والربيع الأعلى لمجموعة من البيانات موزعة على فئات	(٤-٢-ب) العلاقة بين الالتواء ومخطط الصندوق ذي العارضتين	(٤-٣-ب) التوزيع الطبيعي	(٤-٤-ب) الوسيط
		(٤-٣-جـ) القيمة المعيارية	

أين أنت الآن (المعارف السابقة المكتسبة)

- تعرّفت الحصر الشامل.
- تعرّفت المعاينة.
- تعرّفت تصنيف البيانات.
- تعرّفت طرق جمع البيانات وتنظيمها.
- تعرّفت أنواع العينات العشوائية.
- تعرّفت التكرار النسبي والنسبة المئوية للتكرار.
- تعرّفت التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.
- تعرّفت المنحنيات التكرارية المتجمعة.
- تعرّفت التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية.
- تعرّفت المدرج والمنحنى والمضلع التكراري والخط المنكسر.

ماذا سوف تتعلم؟

- إيجاد الربيع الأدنى والربيع الأعلى من قيم البيانات.
- استخدام مخطط الصندوق ذي العارضتين لتمثيل البيانات.
- تمييز أنواع الالتواء.
- الربط بين الالتواء ومخطط الصندوق ومقاييس النزعة المركزية.
- إيجاد المدى ونصف المدى الربيعي والتباين والانحراف المعياري.
- استخدام القاعدة التجريبية والقيمة المعيارية في اتخاذ قرارات مناسبة.
- استخدام الحاسوب لإيجاد مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت.

المصطلحات الأساسية

الربيع الأدنى - الربيع الأعلى - مخطط الصندوق ذي العارضتين - الالتواء - التماثل - الالتواء الموجب - الالتواء السالب - نصف المدى الربيعي - التباين - الانحراف المعياري - القاعدة التجريبية - القيمة المعيارية.

أضف إلى معلوماتك

في عصر العولمة الذي نعيش فيه تحت راية الإنجازات الإلكترونية يتصدر الهاتف المحمول قائمة هذه التقنيات، حيث أصبح من الأساسيات في حياتنا اليومية وذلك في مجال الاتصالات، وهو يعتمد على الاتصال اللاسلكي بواسطة شبكة من أبراج البث موزّعة ضمن مساحة محددة. ولقد أصبحت أجهزة الهاتف المحمول أكثر من مجرد وسيلة للاتصال الصوتي بل هي تستخدم أيضًا كأجهزة حاسوب وآلات تصوير وجهاز إرسال للرسائل النصية واستقبالها.

يعتبر الأمريكي مارتن كوبر الذي يعمل كباحث في شركة موتورولا للاتصالات صاحب أول إنجاز في هذا المجال، إذ أجرى أول مكالمة من هاتف محمول يوم ٣ إبريل من عام ١٩٧٣.

ولكن إلى جانب الخدمات المهمة التي يقدمها الهاتف المحمول لا بد من الإشارة إلى أن عدة دراسات أجريت على الحقل المغناطيسي الذي يولده هذا الجهاز أظهرت أن وضع الهاتف المحمول إلى جانب القلب قد يلحق به ضررًا.

٤–١

الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى ومخطط الصندوق ذو العارضتين

Median, Lower and Upper Quartile–Box and Whisker Plot

سوف تتعلم

- الوسيط ($ر_{٢}$).
- الربيع الأدنى ($ر_{١}$).
- الربيع الأعلى ($ر_{٣}$).
- الصندوق ذو العارضتين.
- تطبيقات على بيانات موزعة فئات.

عمل تعاوني

تمثّل البيانات التالية رواتب شهرية لبعض العاملين في إحدى المؤسسات بالدينار الكويتي:

٧٠٠، ٧٥٠، ١١٥٠، ٧٠٠، ١١٠٠، ٩٥٠، ٨٠٠، ٨٠٠، ٧٥٠، ١٠٠٠، ٧٥٠، ٨٠٠، ٨٥٠،
٩٠٠، ٧٠٠، ٧٠٠، ١٠٥٠، ٧٥٠، ٨٥٠، ٩٥٠، ٧٠٠، ٧٥٠، ٨٥٠، ٨٠٠، ٨٠٠، ٩٠٠،
٨٥٠، ٧٠٠، ٧٥٠، ٧٠٠، ٧٥٠، ٨٥٠، ٧٠٠، ٧٠٠، ٧٥٠، ٨٥٠، ٧٥٠، ٧٠٠، ٧٠٠.

أ) أوجد الوسيط ($ر_{٢}$) لهذه الرواتب بعد ترتيبها تصاعديًّا.

(لاحظ أنّ الوسيط يقسم هذه البيانات إلى مجموعتين متساويتين في العدد).

ب) أوجد وسيط المجموعة الأولى أي الربيع الأدنى ($ر_{١}$).

جـ) أوجد وسيط المجموعة الثانية أي الربيع الأعلى ($ر_{٣}$).

(٤–١–أ) الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى من جدول تكراري

Median, Lower and Upper Quartile from Frequency Table

- **الوسيط**

الوسيط لعدد ن من قيم البيانات المرتبة تصاعديًا هو القيمة التي ترتيبها $\frac{ن + ١}{٢}$ من هذه القيم إذا كان العدد ن فرديًّا. والمتوسط الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{ن}{٢}$، $\frac{ن}{٢} + ١$ من هذه القيم إذا كان العدد ن زوجيًّا.

يقسم الوسيط مجموعة القيم في البيانات إلى مجموعتين متساويتين من حيث عدد القيم ويرمز له بالرمز $ر_{٢}$.

- **الربيع الأدنى والربيع الأعلى لمجموعة من قيم البيانات مرتبة تصاعديًّا.**

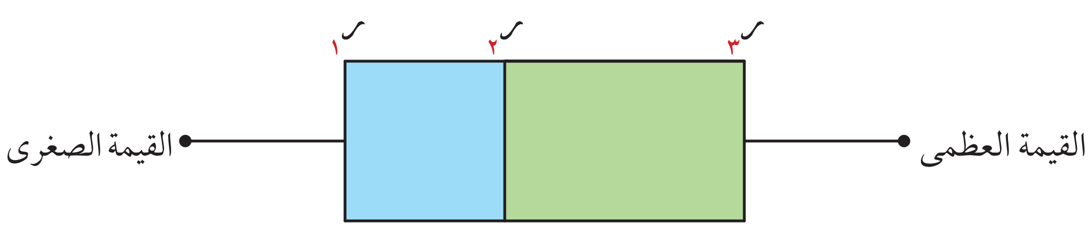
– الربيع الأدنى هو وسيط النصف الأدنى من قيم البيانات ويرمز له بالرمز $ر_{١}$.

– الربيع الأعلى هو وسيط النصف الأعلى من قيم البيانات ويرمز له بالرمز $ر_{٣}$.

- **مخطط الصندوق ذي العارضتين**

يبين الشكل التالي مخطط الصندوق ذي العارضتين، ممثل عليه مجمل الأعداد الخمسة وهي:

القيمة الصغرى، الربيع الأدنى، الوسيط، الربيع الأعلى، القيمة العظمى



مثال (١)

يبيّن الجدول التكراري التالي عدد البطاقات المباعة خلال الأسبوع الأول من عرض أحد الأفلام في إحدى عشر صالة عرض.

عدد البطاقات	٢٠٠	٣٠٠	٣٥٠	٤٠٠	٥٠٠	المجموع
التكرار (عدد الصالات)	٢	٢	٣	٢	٢	١١

أ رتِّب هذه البيانات بحسب القيم تصاعديًا.

ب أوجد الوسيط ($ر_{٢}$).

جـ أوجد الربيع الأدنى ($ر_{١}$)، والربيع الأعلى ($ر_{٣}$).

د مثل هذه القيم بمخطط الصندوق ذي العارضتين.

الحل:

أ البيانات مرتبة تصاعديًّا: ٢٠٠ ، ٢٠٠ ، ٣٠٠ ، ٣٠٠ ، ٣٥٠ ، ٣٥٠ ، ٣٥٠ ، ٤٠٠ ، ٤٠٠ ، ٥٠٠ ، ٥٠٠

ب عدد المفردات = ١١ (فردي)

ترتيب الوسيط = $\frac{ن + ١}{٢} = \frac{١١ + ١}{٢} = ٦$

الوسيط ($ر_{٢}$) = ٣٥٠

جـ الربيع الأدنى ($ر_{١}$) هو وسيط نصف مجموعة البيانات الأدنى وعددها = ٥

ترتيب الربيع الأدنى = $\frac{٥ + ١}{٢} = ٣$

∴ الربيع الأدنى ($ر_{١}$) = ٣٠٠

بالمثل الربيع الأعلى ($ر_{٣}$) هو وسيط نصف مجموعة البيانات الأعلى وعددها = ٥

ترتيب الربيع الأعلى = $\frac{٥ + ١}{٢} = ٣$

∴ الربيع الأعلى ($ر_{٣}$)= ٤٠٠

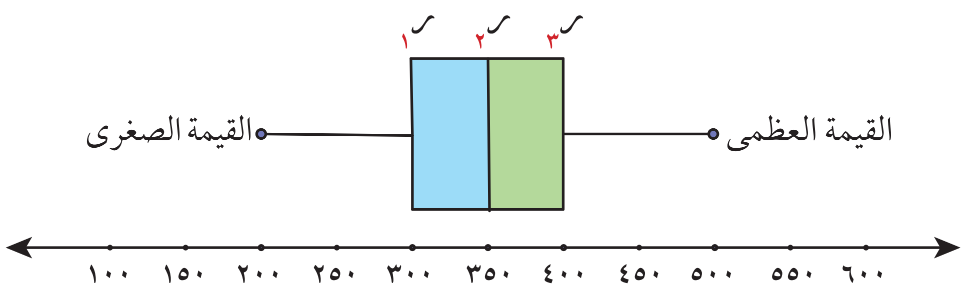
٢٠٠ ، ٢٠٠ ، ٣٠٠ ، ٣٠٠ ، ٣٥٠ ، ٣٥٠ ، ٣٥٠ ، ٤٠٠ ، ٤٠٠ ، ٥٠٠ ، ٥٠٠

القيمة الصغرى (٢٠٠) ، الربيع الأدنى (٣٠٠) ، الوسيط (٣٥٠) ، الربيع الأعلى (٤٠٠) ، القيمة العظمى (٥٠٠)

د يتضمّن مخطط الصندوق ذي العارضتين القيم الخمس التالية:

القيمة الصغرى = ٢٠٠ ، القيمة العظمى = ٥٠٠

القيمة الصغرى ، الربيع الأدنى ، الوسيط ، الربيع الأعلى ، القيمة العظمى



حاول أن تحل

١ يمثّل الجدول التكراري التالي معدل أجر الموظفين بالدينار الكويتي مقابل كل ساعة عمل في بعض الشركات.

معدل الأجر	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	المجموع
التكرار	٢	٢	٢	٣	٢	٢	١٣

أجب عن الأسئلة الواردة في مثال (١).

مثال (٢)

يمثل الجدول التكراري التالي الارتفاع بالأمتار لبعض ألعاب القطار في عدة مدن من العالم

الارتفاع بالمتر	١٠	١٢	١٣	١٨	٢١	٢٣	٢٤	٢٥	٣٠	المجموع
التكرار	١	٣	١	٢	٢	٣	٢	٢	٢	١٨

أ رتّب هذه البيانات بحسب القيم تصاعديًّا.

ب أوجد الوسيط لهذه البيانات ($ر_٢$).

جـ أوجد الربيع الأدنى ($ر_١$) والربيع الأعلى ($ر_٣$).

د مثّل هذه البيانات بمخطط الصندوق ذي العارضتين.

الحل:

أ البيانات مرتبة تصاعديًّا:

١٠ ، ١٢ ، ١٢ ، ١٢ ، ١٣ ، ١٨ ، ١٨ ، ٢١ ، ٢١ ، ٢٣ ، ٢٣ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٥ ، ٣٠ ، ٣٠

ب عدد القيم = ١٨ (زوجي)

الوسيط هو المتوسط الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{ن}{٢} = \frac{١٨}{٢} = ٩$ ، $\frac{ن}{٢} + ١ = ٩ + ١ = ١٠$

الوسيط ($ر_٢$) = $\frac{٢١ + ٢٣}{٢} = ٢٢$

جـ الربيع الأدنى ($ر_١$) هو وسيط نصف مجموعة البيانات الأدنى وعددها = ٩ (فردي)

ترتيب الربيع الأدنى: $\frac{٩ + ١}{٢} = ٥$

∴ الربيع الأدنى ($س_{١}$) = ١٣

بالمثل الربيع الأعلى ($س_{٣}$) هو وسيط نصف مجموعة البيانات الأعلى وعددها = ٩ (فردي).

ترتيب الربيع الأعلى: $\frac{٩ + ١}{٢} = ٥$

∴ الربيع الأعلى ($س_{٣}$) = ٢٤

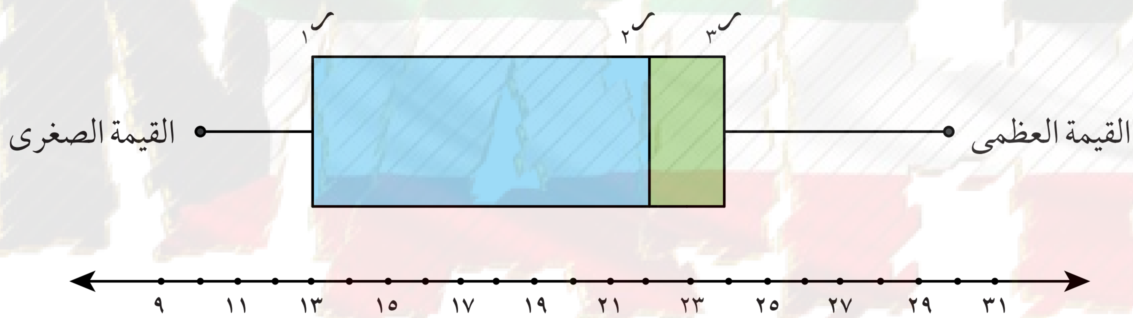
د يتضمن مخطط الصندوق ذي العارضتين القيم الخمس التالية:

القيمة الصغرى ، الربيع الأدنى ، الوسيط ، الربيع الأعلى ، القيمة العظمى.

القيمة العظمى = ٣٠ ، القيمة الصغرى = ١٠ .

١٠ ، ١٢ ، ١٢ ، ١٢ ، ١٣ ، ١٨ ، ١٨ ، ٢١ ، ٢١ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٣ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٥ ، ٣٠ ، ٣٠

القيمة الصغرى ـ الربيع الأدنى ـ الوسيط ـ الربيع الأعلى ـ القيمة العظمى



حاول أن تحل

٢ يمثل الجدول التكراري التالي مبيعات أحد المتاجر في أحد الأيام لأنواع مختلفة من ساعات اليد بالدينار الكويتي.

سعر الساعة	٥٠	٦٥	٧١	٩٥	١٢٠	المجموع
التكرار	٤	٢	٣	٥	٢	١٦

أجب عن الأسئلة الواردة في المثال (٢).

(٤ ـ ١ ـ ب) الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى لمجموعة من البيانات موزعة على فئات

Median, Lower and Upper Quartile for Interval Data

تعلّمنا كيفية إيجاد الوسيط ($س_{٢}$) والربيع الأدنى ($س_{١}$) والربيع الأعلى ($س_{٣}$) من جدول تكراري حيث القيم في البيانات متقطعة.
سوف نتعلّم الآن كيفية إيجاد هذه المقاييس من جدول تكراري ذو فئات حيث القيم في البيانات مستمرّة.

يمكن إيجاد هذه المقاييس الثلاثة من توزيع تكراري ذو فئات باستخدام جدول التكرار المتجمع الصاعد أو جدول التكرار المتجمع النازل (سوف تقتصر دراستنا على جدول التكرار المتجمع الصاعد).

حساب الوسيط للفئات:

الوسيط (ر_2) = الحد الأدنى لفئة الوسيط + $\dfrac{\frac{\text{ن}}{2} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الوسيط}}$ × طول الفئة

الربيع الأدنى (ر_1) = الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى + $\dfrac{\frac{\text{ن}}{4} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأدنى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأدنى}}$ × طول الفئة

الربيع الأعلى (ر_3) = الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى + $\dfrac{\frac{3\text{ن}}{4} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأعلى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى}}$ × طول الفئة

حيث ن مجموع التكرارات

مثال (٣)

يمثل الجدول التالي أعمار سكان أحد الأبنية بالسنوات:

الفئة	٠–	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	٥٠–	المجموع
التكرار	٣	٣	٥	٢	٥	٢	٢٠

أ) كوّن جدول التكرار المتجمع الصاعد.

ب) أوجد الوسيط حسابيًّا.

الحل:

الفئة	التكرار	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
٠–	٣	أقل من ١٠	٣
١٠–	٣	أقل من ٢٠	٦
٢٠–	٥	أقل من ٣٠	١١
٣٠–	٢	أقل من ٤٠	١٣
٤٠–	٥	أقل من ٥٠	١٨
٥٠–	٢	أقل من ٦٠	٢٠
المجموع	٢٠		

مجموع التكرارات ن = ٢٠

ترتيب الوسيط = $\frac{ن}{٢}$ = $\frac{٢٠}{٢}$ = ١٠

فئة الوسيط: هي الفئة المقابلة للتكرار المتجمع الصاعد (الذي قيمته أكبر من أو يساوي ترتيب الوسيط مباشرة

أي أكبر من أو يساوي ١٠ مباشرة وبالتالي فئة الوسيط هي [٢٠، ٣٠)

$$\text{الوسيط } (\text{و}_٢) = \text{الحد الأدنى لفئة الوسيط} + \frac{\frac{ن}{٢} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الوسيط}} \times \text{طول الفئة}$$

التكرار الأصلي لفئة الوسيط = ٥ ، طول الفئة = ١٠

الحد الأدنى لفئة الوسيط = ٢٠ ، التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط = ٦

$\text{و}_٢ = ٢٠ + \frac{١٠ - ٦}{٥} \times ١٠$

$\text{و}_٢ = ٢٨$

حاول أن تحل

٣ يمثل الجدول التالي أعمار سكان أحد الأبنية بالسنوات

الفئة	٠–	١٥–	٣٠–	٤٥–	المجموع
التكرار	٤	٧	٦	٣	٢٠

أ كوّن جدول التكرار المتجمع الصاعد.

ب أوجد الوسيط حسابيًّا.

مثال (٤)

يمثل الجدول التالي درجات ٢٤ طالبًا في مادة الرياضيات في أحد فصول الصف الحادي عشر الأدبي، علمًا بأن الدرجة النهائية هي ٣٠ درجة.

الفئة	٥–	١٠–	١٥–	٢٠–	٢٥–	المجموع
التكرار	١	٤	٧	٩	٣	٢٤

والمطلوب إيجاد كلًا من:

أ جدول التكرار المتجمع الصاعد

ب الربيع الأدنى والربيع الأعلى.

الحل:

مجموع التكرارات ن = ٢٤

ترتيب ($ر_1$) = $\frac{٢٤}{٤}$ = ٦

الفئة	التكرار	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
٥-	١	أقل من ١٠	١
١٠-	٤	أقل من ١٥	٥
١٥-	٧	أقل من ٢٠	١٢
٢٠-	٩	أقل من ٢٥	٢١
٢٥-	٣	أقل من ٣٠	٢٤
المجموع	٢٤		

ومنه تكون فئة الربيع الأدنى هي الفئة المقابلة للتكرار المتجمع الصاعد (الذي قيمته أكبر من أو يساوي ترتيب الربيع الأدنى مباشرة). وبالتالي فئة الربيع الأدنى هي [١٥، ٢٠)

التكرار الأصلي لفئة الربيع الأدنى = ٧ ، طول الفئة = ٥

الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى = ١٥ ، التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة ($ر_1$) = ٥

$ر_1$ = ١٥ + $\frac{٦ - ٥}{٧}$ × ٥ = ١٥$\frac{٥}{٧}$

ترتيب $ر_3$ = $\frac{٣ ن}{٤}$ = ١٨

ومنه تكون فئة الربيع الأعلى هي الفئة المقابلة للتكرار المتجمع (الذي قيمته أكبر من أو يساوي ترتيب الربيع الأعلى مباشرة). وبالتالي فئة الربيع الأعلى هي: [٢٠، ٢٥)

التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى = ٩ ، طول الفئة = ٥

الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى = ٢٠ ، التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة ($ر_3$) = ١٢

∴ $ر_3$ = ٢٠ + $\frac{١٨ - ١٢}{٩}$ × ٥

= ٢٣ $\frac{١}{٣}$

حاول أن تحل

٤ يمثل الجدول التكراري التالي درجات ٣٢ طالب في مادة الرياضيات في أحد فصول الصف الحادي عشر حيث النهاية العظمى ٣٠ درجة.

الفئة	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	المجموع
التكرار	٩	٦	٨	٥	٤	٣٢

المطلوب إيجاد كلًّا من:

أ جدول التكرار المتجمع الصاعد.

ب الربيع الأدنى والربيع الأعلى.

الالتواء

Skewness

عمل تعاوني

من الجدول التالي:

الفئة	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	المجموع
التكرار	٥	١٠	٢٠	١٠	٥	٥٠

أ) مثّل هذه البيانات بالمدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.

ب) أوجد كل من المتوسط الحسابي، المنوال، الوسيط، وقارنها.

ج) أوجد الربيع الأدنى والربيع الأعلى وارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين.

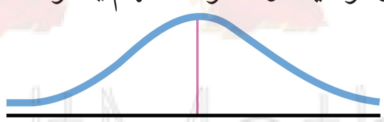
سوف تتعلم

- أنواع الالتواء
- الربط بين الالتواء ومقاييس النزعة المركزية: الوسيط، المتوسط الحسابي، المنوال.
- الربط بين الالتواء ومخطط الصندوق ذي العارضتين.

(٤-٢-أ) الالتواء وعلاقته بمقاييس النزعة المركزية

Skewness and Relation with Central Tendancy measures

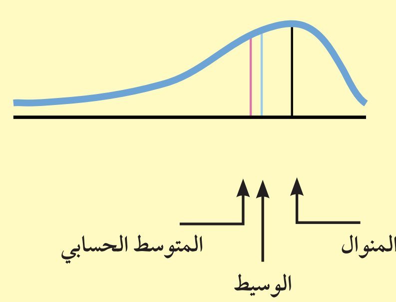
عند تمثيل بيانات لظاهرة ما على المنحنى التكراري فإنه يأخذ أشكالًا مختلفة. قد يكون هذا المنحنى متماثل أي له قمة في المنتصف، فإذا اسقطنا عمودًا من قمته على المحور الأفقي عندها يشطره إلى نصفين متماثلين كما هو مبيّن في الشكل أدناه في مثل هذه الحالة يكون المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال كلهم يقعون على نقطة واحدة.



ولكن في كثير من الحالات يمكن أن تتضمن البيانات قيم كبيرة تجذب إليها المتوسط الحسابي مما يعني أن المنحنى التكراري سوف يكون له ذيل لجهة اليمين وهذا يشير إلى وجود التواء لجهة اليمين من ناحية ثانية إذا تضمنت البيانات قيم صغيرة تجذب إليها المتوسط الحسابي عندها سوف يكون للمنحنى التكراري ذيلًا لجهة اليسار وهذا يشير إلى وجود التواء لجهة اليسار.

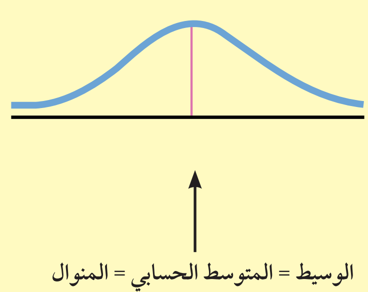
الربط بين مقاييس النزعة المركزية والالتواء

- المنوال > الوسيط > المتوسط الحسابي



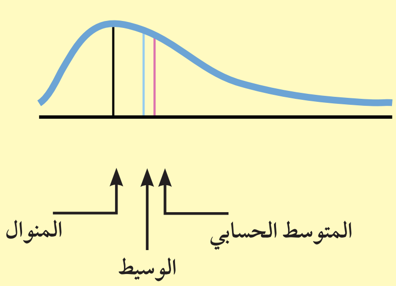
الالتواء إلى اليسار (الالتواء السالب)

- المنوال = الوسيط = المتوسط الحسابي



التماثل (لا وجود للالتواء)

- المنوال < الوسيط < المتوسط الحسابي



الالتواء إلى اليمين (الالتواء الموجب)

مثال (١)

يبيّن الجدول أدناه التوزيع التكراري لدرجات ٣٠ طالبًا في أحد الاختبارات حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة.

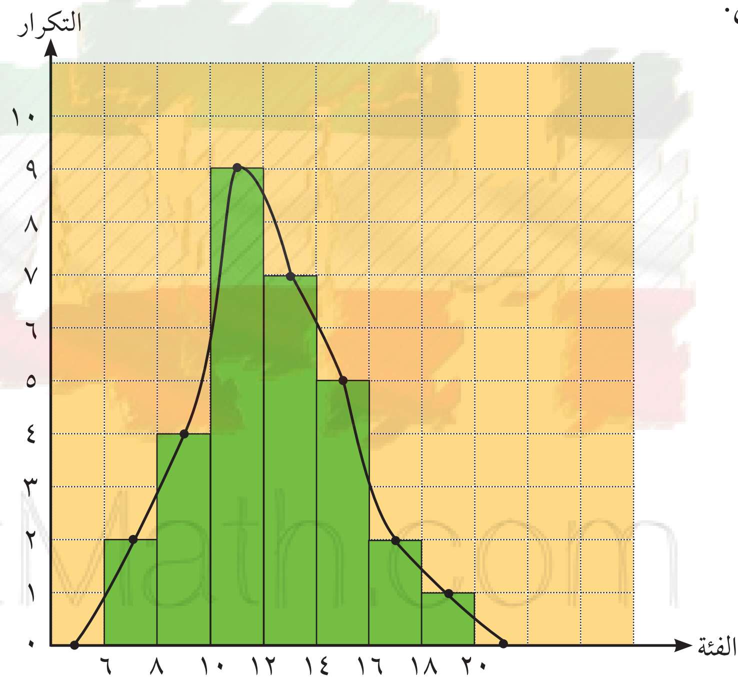
الفئة	٦−	٨−	١٠−	١٢−	١٤−	١٦−	١٨−	المجموع
التكرار	٢	٤	٩	٧	٥	٢	١	٣٠

أ مثّل هذه البيانات بالمدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.

ب هل يوجد التواء؟ حدّد نوعه إن وجد.

الحل:

أ



ب يتضح من شكل المنحنى التكراري ان الالتواء لجهة اليمين (التواء موجب).

حاول أن تحل

١ يبيّن الجدول أدناه أوزان ٣٠ طالبًا بالكيلوجرام.

الفئة	٥٥−	٦٠−	٦٥−	٧٠−	٧٥−	٨٠−	المجموع
التكرار	٢	٥	٧	١٠	٥	١	٣٠

أ مثّل هذه البيانات بالمدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.

ب هل يوجد التواء؟ حدّد نوعه إن وجد.

مثال (٢)

تمثّل البيانات التالية درجات الحرارة في بعض مدن العالم: ٢٤°، ٢٠°، ٢٢°، ٣٥°، ٣٧°، ٣٤°، ٤٠°، ٣٧°، ٣٠°

أ احسب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لهذه البيانات.

ب هل يوجد التواء؟ حدّد نوعه إن وجد.

> **تذكر**
>
> المنوال هو القيمة الأكثر تكرارًا في البيانات.

الحل:

أ المتوسط الحسابي $= \dfrac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}} = \dfrac{٢٧٩}{٩} =$ ٣١°

القيم مرتبة تصاعديًّا: ٢٠° ، ٢٢° ، ٢٤° ، ٣٠° ، ٣٤° ، ٣٥° ، ٣٧° ، ٣٧° ، ٤٠°

∵ عدد القيم = ٩ (فردي)

∴ الوسيط = ٣٤°

المنوال = ٣٧°

ب ∵ المنوال > الوسيط > المتوسط الحسابي

∴ يوجد التواء

نوع الالتواء سالب

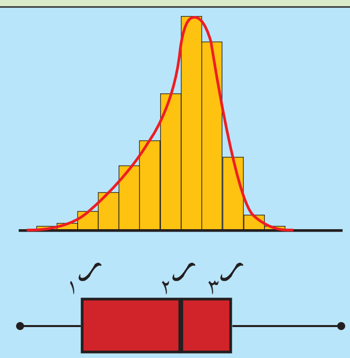
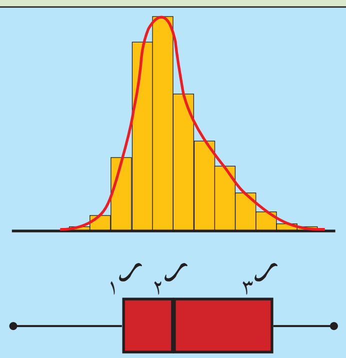
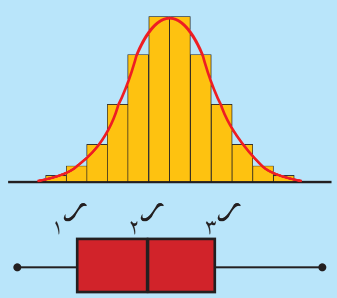
حاول أن تحل

٢ تمثل البيانات التالية أطوال مجموعة من التلاميذ في إحدى المدارس (مقاسه بالسنتيمتر):

١٣٩، ١٢٤، ١٣٨، ١٣٠، ١١٩، ١٢٤، ١٣٦، ١٣٤، ١٣٥ . أجب عن الأسئلة الواردة في مثال (٢).

(٤ــ٢ــ ب) العلاقة بين الالتواء ومخطط الصندوق ذي العارضتين

Relation between Skewness and Box and Whisker Plot

الالتواء إلى اليسار (الالتواء السالب)	الالتواء إلى اليمين (الالتواء موجب)	متماثل
		
يوضّح مخطط الصندوق ذي العارضتين أن الوسيط أقرب إلى الربيع الأعلى منه إلى الربيع الأدنى.	يوضّح مخطط الصندوق ذي العارضتين أن الوسيط أقرب إلى الربيع الأدنى منه إلى الربيع الأعلى.	يوضّح مخطط الصندوق ذي العارضتين أن الوسيط يقع في المنتصف بين الربيع الأدنى والربيع الأعلى.

مثال (٣)

تمثّل البيانات التالية المصروف اليومي لعدة عائلات في الكويت بالدينار الكويتي (مرتبة تصاعديًّا):

٢٧ ، ٢٨ ، ٣٠ ، ٣٢ ، ٣٤ ، ٣٨ ، ٤١ ، ٤٢ ، ٤٣، ٤٤ ، ٤٦ ، ٥٣ ، ٥٦ ، ٦٠

أ) احسب الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى.

ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين.

جـ) هل البيانات تبيّن تماثلًا أم التواء إلى اليمين أو التواء إلى اليسار؟

الحل:

أ) عدد القيم = ١٤ (عدد زوجي)

الوسيط هو متوسط حسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{ن}{٢}$ = ٧ ، $\frac{ن}{٢}$ + ١ = ٨

∴ الوسيط ($س_٢$) = $\frac{٤١ + ٤٢}{٢}$ = ٤١,٥

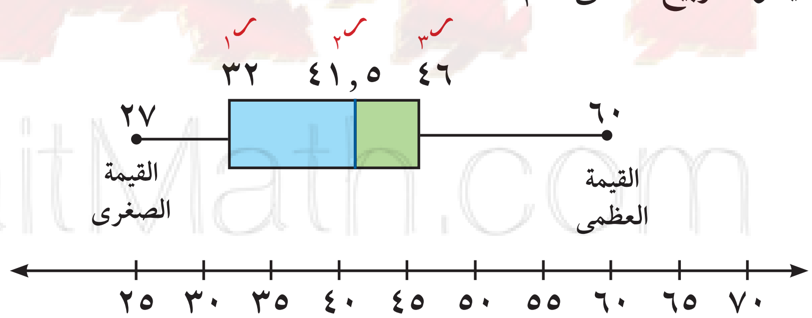
الربيع الأدنى ($س_١$) هو وسيط نصف مجموعة البيانات الأدنى وعددها = ٧ (فردي)

فيكون الربيع الأدنى ($س_١$) = ٣٢

الربيع الأعلى ($س_٣$) هو وسيط نصف مجموعة البيانات الأعلى وعددها = ٧ (فردي)

فيكون الربيع الأعلى ($س_٣$) = ٤٦

ب)



جـ) من شكل الصندوق يتضح أن الوسيط أقرب إلى الربيع الأعلى منه إلى الربيع الأدنى لذايوجد التواء لجهة اليسار (التواء سالب).

حاول أن تحل

٣) في البيانات التالية: ٤٥ ، ٤٨ ، ٥٢ ، ٥٩ ، ٦٤ ، ٦٦ ، ٧٢ ، ٧٦ ، ٧٩ ، ٨٠ ، ٨٦ ، ٩٠ ، ٩٦ ، ٩٨ ، ١٠٥ ، ١٠٩ ، ١١٣ ، ١١٧ ، ١٢٢

أ) احسب الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى.

ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين.

جـ) هل البيانات تبيّن تماثلًا أم التواء إلى اليمين أو التواء إلى اليسار؟

٤ – ٣

مقاييس التشتت وتطبيقاتها

Measures of Dispersion and its Applications

عمل تعاوني

في نهاية الفصل الدراسي الأول كانت درجات احد الطلاب حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي:

المادة	الدرجة					المتوسط الحسابي
تاريخ	٩	١٠	١١	١٢	١١	
جغرافيا	١٣	٧	١٠	٨	١٦	
فلسفة	٥	٥	١٥	١٥	١٥	
رياضيات	١١	١٠	١١	١٢	١١	

أ هل يمكن التعرف على المادة الأفضل في تحصيل الطالب دون إجراء عمليات حسابية، أو بايجاد المتوسط الحسابي لدرجات كل مادة ومقارنتها؟

ب أوجد المتوسط الحسابي لدرجات كل مادة عند هذا الطالب ماذا تلاحظ؟

جـ اوجد الانحراف المعياري لدرجات كل مادة. ماذا تلاحظ؟

المادة	الانحراف المعياري
تاريخ	
جغرافيا	
فلسفة	
رياضيات	

سوف تتعلم

- المدى ونصف المدى الربيعي.
- التباين والانحراف المعياري.
- القاعدة التجريبية.
- القيمة المعيارية.
- تطبيقات على مقاييس التشتت.

(٤ – ٣ – أ) مقاييس التشتت Measures of Dispersion

المدى = القيمة العظمى – القيمة الصغرى

نصف المدى الربيعي = $\frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{٢}$

التباين $ع^٢ = \frac{\sum (س - \bar{س})^٢}{ن}$

الانحراف المعياري $ع = \sqrt{\frac{\sum (س - \bar{س})^٢}{ن}}$

حيث س = المتغير، $\bar{س}$ = المتوسط الحسابي، ن = عدد القيم.

إذا كان يوجد تكرار للقيم في البيانات يكون لدينا:

$$ع^٢ = \frac{\sum_{ر=١}^{م} (س_ر - \bar{س})^٢ ت_ر}{\sum_{ر=١}^{م} ت_ر} \quad ; \quad ع = \sqrt{\frac{\sum_{ر=١}^{م} (س_ر - \bar{س})^٢ ت_ر}{\sum_{ر=١}^{م} ت_ر}}$$

حيث $ت_ر$ = عدد تكرار المتغيّر س

ملاحظة

في حالة التوزيع التكراري ذي الفئات $س_ر$ تمثل مراكز الفئات، ونستخدم القوانين السابقة نفسها.

مثال (١)

لنأخذ البيانات: ٢، ٤، ٥، ٦، ٦، ٧، ٧، ٧، ٨، ٨.

أ أوجد المدى، الوسيط، الربيع الأدنى، الربيع الأعلى لهذه البيانات.

ب أوجد نصف المدى الربيعي.

جـ أوجد التباين والانحراف المعياري لهذه البيانات.

الحل:

البيانات: ٢، ٤ ، ٥ ، ٦، ٦ ، ٧، ٧، ٧، ٨ ، ٨.

أ المدى = القيمة العظمى − القيمة الصغرى = ٨ − ٢ = ٦

الوسيط = $\frac{٦ + ٧}{٢}$ = ٦,٥ ، الربيع الأدنى = ٥ ، الربيع الأعلى = ٧

ب نصف المدى الربيعي = $\frac{٧ - ٥}{٢}$ = ١

جـ لإيجاد التباين والانحراف المعياري لهذه البيانات يجب أولًا إيجاد المتوسط الحسابي:

$\overline{س} = \frac{٢ + ٤ + ٥ + ٦ + ٦ + ٧ + ٧ + ٧ + ٨ + ٨}{١٠}$

$= \frac{٦٠}{١٠} = ٦$

نكوّن الجدول التالي:

س	س − $\overline{س}$	(س − $\overline{س}$)^٢
٢	−٤	١٦
٤	−٢	٤
٥	−١	١
٦	٠	٠
٦	٠	٠
٧	١	١
٧	١	١
٧	١	١
٨	٢	٤
٨	٢	٤
		المجموع ٣٢

التباين ع^٢ = $\frac{٣٢}{١٠}$ = ٣,٢

الانحراف المعياري ع = $\sqrt{٣,٢} \simeq ١,٧٨٨$

ملاحظة

إذا كان الانحراف المعياري قريبًا من الصفر، تكون قيم البيانات قريبة من المتوسط الحسابي.

حاول أن تحل

١ لنأخذ البيانات: ١٧، ١٦، ٨، ١٥، ٩، ١١، ١٢، ١٣، ٧.

أ أوجد المدى، الوسيط، الربيع الأدنى، الربيع الأعلى، نصف المدى الربيعي لهذه البيانات.

ب أوجد المتوسط الحسابي، التباين، الانحراف المعياري.

مثال (٢)

في استطلاع أجري في عيادة أحد الأطباء عن الوقت المستغرق لمعاينة ١٢٠ مريضًا، جاءت النتائج كما يلي:

الوقت المستغرق بالدقائق	١٠–	١٥–	٢٠–	٢٥–	٣٠–	٣٥–	٤٠–	٤٥–	٥٠–	المجموع
عدد المرضى	١١	٢١	٢٣	١٤	١٦	١٨	١٢	٣	٢	١٢٠

أ أكمل الجدول بإيجاد مركز كل فئة، ثم أوجد المتوسط الحسابي.

ب أوجد التباين والانحراف المعياري.

الحل:

أ

الوقت المستغرق بالدقائق	١٠–	١٥–	٢٠–	٢٥–	٣٠–	٣٥–	٤٠–	٤٥–	٥٠–	المجموع
عدد المرضى	١١	٢١	٢٣	١٤	١٦	١٨	١٢	٣	٢	١٢٠
مركز الفئة	١٢,٥	١٧,٥	٢٢,٥	٢٧,٥	٣٢,٥	٣٧,٥	٤٢,٥	٤٧,٥	٥٢,٥	

$$\bar{\text{س}} = \frac{\sum \text{س}_\text{ر}\,\text{ت}_\text{ر}}{\sum \text{ت}_\text{ر}}$$

$$\bar{\text{س}} = \frac{(\text{١١} \times \text{١٢,٥}) + (\text{٢١} \times \text{١٧,٥}) + (\text{٢٣} \times \text{٢٢,٥}) + \dots + (\text{١٢} \times \text{٤٢,٥}) + (\text{٣} \times \text{٤٧,٥}) + (\text{٢} \times \text{٥٢,٥})}{\text{١٢٠}}$$

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{٣٣٦٠}}{\text{١٢٠}} = \text{٢٨}$$

ب لإيجاد التباين والانحراف المعياري نكوّن الجدول التالي:

مركز الفئة $س_ر$	التكرار $(ت_ر)$	$س_ر - \overline{س}$	$(س_ر - \overline{س})^٢$	$ت_ر(س_ر - \overline{س})^٢$
١٢,٥	١١	١٢,٥ − ٢٨ = −١٥,٥	٢٤٠,٢٥	٢٦٤٢,٧٥
١٧,٥	٢١	١٧,٥ − ٢٨ = −١٠,٥	١١٠,٢٥	٢٣١٥,٢٥
٢٢,٥	٢٣	٢٢,٥ − ٢٨ = −٥,٥	٣٠,٢٥	٦٩٥,٧٥
٢٧,٥	١٤	٢٧,٥ − ٢٨ = −٠,٥	٠,٢٥	٣,٥
٣٢,٥	١٦	٣٢,٥ − ٢٨ = ٤,٥	٢٠,٢٥	٣٢٤
٣٧,٥	١٨	٣٧,٥ − ٢٨ = ٩,٥	٩٠,٢٥	١٦٢٤,٥
٤٢,٥	١٢	٤٢,٥ − ٢٨ = ١٤,٥	٢١٠,٢٥	٢٥٢٣
٤٧,٥	٣	٤٧,٥ − ٢٨ = ١٩,٥	٣٨٠,٢٥	١١٤٠,٧٥
٥٢,٥	٢	٥٢,٥ − ٢٨ = ٢٤,٥	٦٠٠,٢٥	١٢٠٠,٥
				المجموع = ١٢ ٤٧٠

التباين: $ع^٢ = \dfrac{\sum_{ر=١}^{م} (س_ر - \overline{س})^٢ \times ت_ر}{\sum_{ر=١}^{م} ت_ر}$

$= \dfrac{١٢\,٤٧٠}{١٢٠} \approx ١٠٣,٩١٦$

الانحراف المعياري: $ع \approx \sqrt{١٠٣,٩١٦}$

$\approx ١٠,٢$

حاول أن تحل

٢ لاحظ صاحب صيدلية أن مبيع الأدوية بحسب أسعارها بالدينار الكويتي كما يلي:

الفئة (بالدينار)	٠−	٥−	١٠−	١٥−	٢٠−	٢٥−	المجموع
التكرار	١٩	٣٠	٤٧	٢٨	٢٠	١٦	١٦٠

أ أكمل الجدول بإيجاد مركز كل فئة، ثم أوجد المتوسط الحسابي.

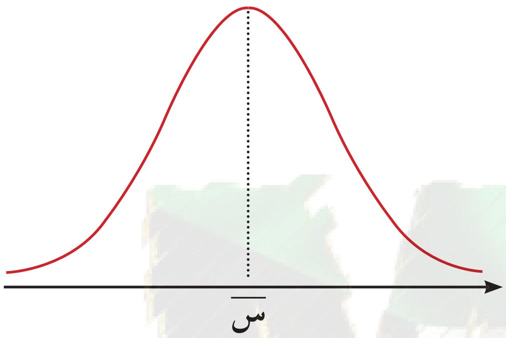
ب أوجد التباين والانحراف المعياري لأسعار الأدوية.

أوجد الإحصائيون قواعد أخرى لدراسة تشتت قيم البيانات عندما تتوزع بطريقة معينة تعرف بالتوزيع الطبيعي وذلك من خلال استخدام القاعدة التجريبية التي سنوضحها في هذا البند.

(٤–٣–ب) التوزيع الطبيعي Normal Distribution

تعلمت سابقًا توزيع قيم البيانات بحسب قيم المتوسط الحسابي والوسيط مقارنة مع قيمة المنوال.

والتوزيع الطبيعي هو توزيع البيانات بشكل متماثل حول المتوسط الحسابي والمنحنى التكراري الذي يمثل هذه البيانات يأخذ شكل الجرس كما في الشكل التالي.



من خواص منحنى التوزيع الطبيعي:

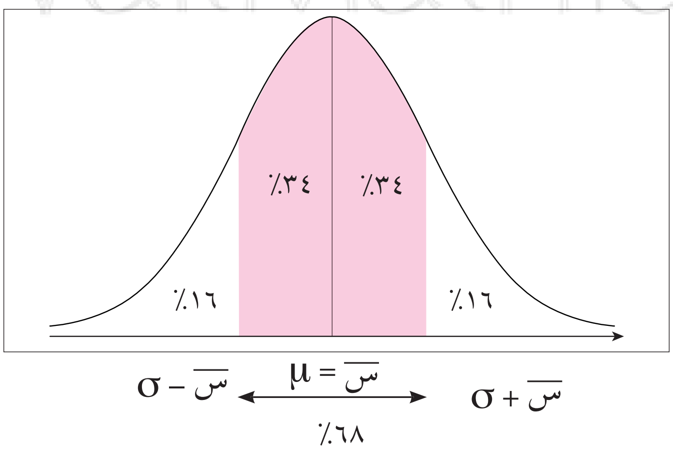
- أن يكون على شكل ناقوس (جرس) متماثل حول المتوسط الحسابي.
- أن تتساوى فيه قيم المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.
- أن ينحدر طرفاه تدريجيًّا ويمتدان إلى ما لانهاية ولا يلتقيان مع المحور الأفقي أبدًا.

القاعدة التجريبية Empirical Rule

تستخدم القاعدة التجريبية لدراسة الجودة في مواقف إحصائية متعددة لعينات ذات قيم مفردة عددها ن(ن > ٣٠) ويمكن اتخاذ القرارات المناسبة على ضوء هذه الدراسة. سوف نرمز للتباين ع^{٢} بالرمز σ^2 والانحراف المعياري ع بالرمز σ والمتوسط الحسابي $\bar{س}$ بالرمز μ.

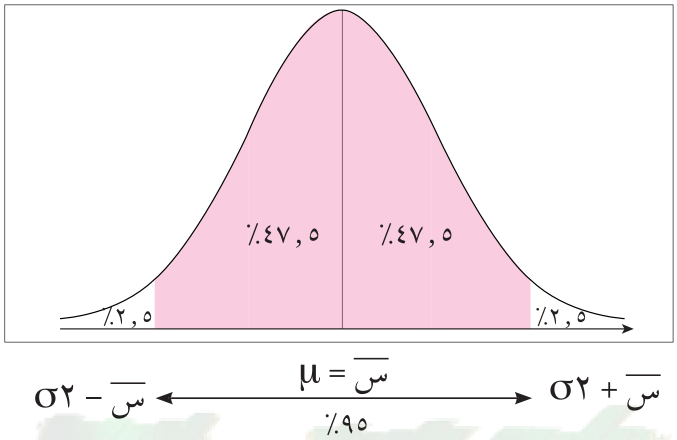
على افتراض أن لدينا مجموعة بيانات كمية ووجدنا المتوسط الحسابي $\bar{س}$ والانحراف المعياري σ لقيم هذه البيانات وتبين أن المنحنى التكراري هو على شكل الجرس يمكن عندها تطبيق القاعدة التجريبية التي تنص على ما يلي:

- حوالى ٦٨٪ من قيم هذه البيانات تقع على الفترة [$\bar{س} - \sigma$ ، $\bar{س} + \sigma$].



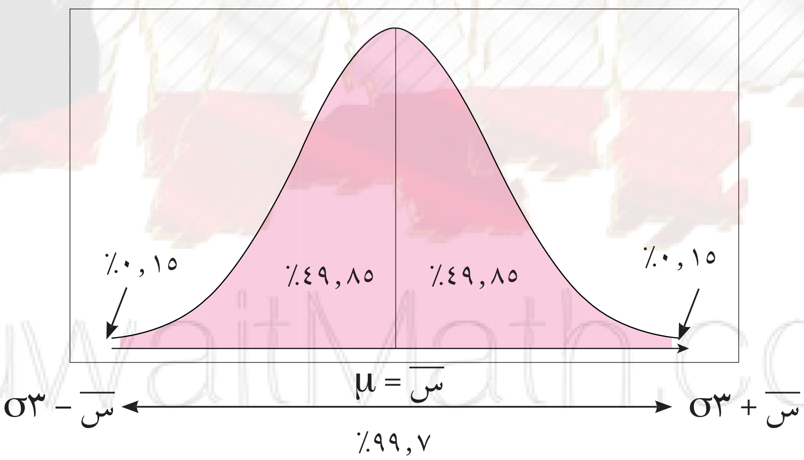
٦٨٪ من البيانات تقع على الفترة [$\bar{س} - \sigma$ ، $\bar{س} + \sigma$]

■ حوالى ٩٥٪ من قيم هذه البيانات تقع على الفترة [$\overline{س}$ − ٢σ ، $\overline{س}$ + ٢σ]



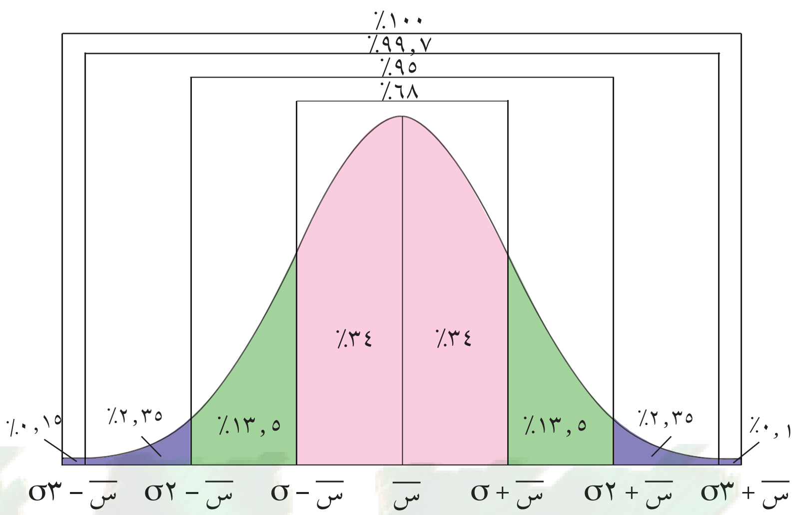
٩٥٪ من البيانات تقع على الفترة [$\overline{س}$ − ٢σ ، $\overline{س}$ + ٢σ]

■ حوالى ٩٩,٧٪ من قيم هذه البيانات تقع على الفترة [$\overline{س}$ − ٣σ ، $\overline{س}$ + ٣σ]



٩٩,٧٪ من البيانات تقع على الفترة [$\overline{س}$ − ٣σ ، $\overline{س}$ + ٣σ]

يبيّن الشكل أدناه التوزيعات للفترات الثلاث ونسبها المئوية.



مثال (٣)

إذا كان المتوسط الحسابي لأرباح إحدى الشركات الصغيرة ٣٥٠ دينارًا والانحراف المعياري ١١٥ والمنحنى التكراري لأرباح هذه الشركة هو على شكل الجرس (توزيع طبيعي).

أ طبّق القاعدة التجريبية.

ب هل وصلت أرباح الشركة إلى ٦٩٠ دينارًا؟ فسّر ذلك.

الحل:

أ $\overline{س} = ٣٥٠$، $\sigma = ١١٠$

باستخدام القاعدة التجريبية نحصل على ما يلي:

(١) حوالى ٦٨٪ من الأرباح تقع على الفترة: $[\overline{س} - \sigma ، \overline{س} + \sigma] = [٣٥٠ - ١١٠ ، ٣٥٠ + ١١٠] = [٢٤٠ ، ٤٦٠]$

(٢) حوالى ٩٥٪ من الأرباح تقع على الفترة: $[\overline{س} - ٢\sigma ، \overline{س} + ٢\sigma] = [٣٥٠ - ٢٢٠ ، ٣٥٠ + ٢٢٠] = [١٣٠ ، ٥٧٠]$

(٣) حوالى ٩٩٫٧٪ من الأرباح تقع على الفترة: $[\overline{س} - ٣\sigma ، \overline{س} + ٣\sigma] = [٣٥٠ - ٣٣٠ ، ٣٥٠ + ٣٣٠] = [٢٠ ، ٦٨٠]$

ب نلاحظ أن المبلغ ٦٩٠ دينارًا يقع خارج الفترة الأخيرة [٢٠، ٦٨٠] والتي تناظر ٩٩٫٧٪ من الأرباح لذلك من غير المتوقع أن تكون أرباح هذه الشركة قد وصلت إلى المبلغ ٦٩٠ دينارًا.

حاول أن تحل

٣ لاحظت شركة تجارية أن المتوسط الحسابي لأرباحها ٤٧٥ دينارًا بانحراف معياري ١١٥ دينارًا.

أ طبّق القاعدة التجريبية.

ب هل وصلت أرباح هذه الشركة إلى ٧٥٠ دينارًا؟ فسّر ذلك.

مثال (٤)

يعلن مصنع لإنتاج البطاريات المستخدمة في السيارات أن متوسط عمر البطارية من النوع (أ) هو ٦٠ شهرًا بانحراف معياري ١٠ أشهر.

على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر البطاريات يقترب كثيرًا من التوزيع الطبيعي.

(أ) طبّق القاعدة التجريبية.

(ب) أوجد النسبة المئوية للبطاريات من النوع (أ) التي يزيد عمرها عن ٥٠ شهرًا بفرض أن ما يعلنه المصنع صحيحًا.

(جـ) أوجد النسبة المئوية للبطاريات من النوع (أ) التي يقل عمرها عن ٤٠ شهرًا بفرض أن ما يعلنه المصنع صحيحًا.

الحل:

(أ) (١) حوالى ٦٨٪ من البطاريات المصنعة عمرها يقع على الفترة:

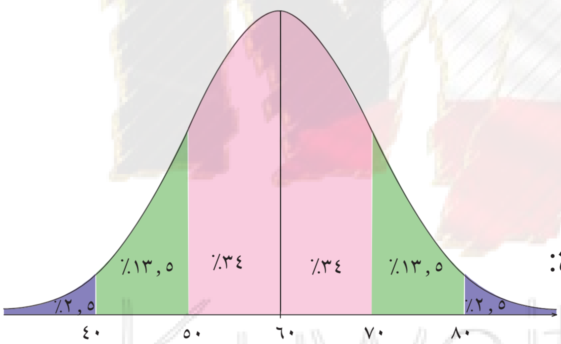
$[\overline{س} - \sigma ، \overline{س} + \sigma] = [٦٠ - ١٠ ، ٦٠ + ١٠] = [٥٠ ، ٧٠]$

(٢) حوالى ٩٥٪ من البطاريات المصنعة عمرها يقع على الفترة:

$[\overline{س} - ٢\sigma ، \overline{س} + ٢\sigma] = [٦٠ - ٢٠ ، ٦٠ + ٢٠] = [٤٠ ، ٨٠]$

(٣) حوالى ٩٩,٧٪ من البطاريات المصنعة عمرها يقع على الفترة:

$[\overline{س} - ٣\sigma ، \overline{س} + ٣\sigma] = [٦٠ - ٣٠ ، ٦٠ + ٣٠] = [٣٠ ، ٩٠]$



(ب) بما أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر البطاريات يقترب كثيرًا من التوزيع الطبيعي لذا من الرسم أعلاه نستنتج:

٣٤٪ + ٣٤٪ + ١٣,٥٪ + ٢,٥٪ = ٨٤٪

أي أن ٨٤٪ من هذه البطاريات يزيد عمرها عن ٥٠ شهرًا بفرض أن ما تعلنه هذه الشركة صحيحًا.

(جـ) يبيّن المنحنى الممثل لعمر البطاريات أن ٢,٥٪ من هذه البطاريات يقل عمرها عن ٤٠ شهرًا وذلك بفرض أن ما تعلنه الشركة صحيحًا.

حاول أن تحل

(٤) يعلن مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية أن متوسط عمر المصباح الكهربائي من النوع (أ) هو ٧٠٠ ساعة بانحراف معياري ١٠٠ ساعة على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر المصابيح الكهربائية يقترب كثيرًا من التوزيع الطبيعي.

(أ) طبّق القاعدة التجريبية.

(ب) أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (أ) التي يزيد عمرها عن ٥٠٠ ساعة.

(جـ) أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (أ) التي يقل عمرها عن ٤٠٠ ساعة.

(٤–٣– جـ) القيمة المعيارية Standarized Value

هي مؤشر يدل على انحراف قيمة مفردة من بيانات عن المتوسط الحسابي وذلك باستخدام الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات. إذا كان المطلوب مقارنة قيمتين لمفردتين مختلفتين تنتمي كل منهما إلى مجموعة محددة فإنه لا يكفي إحصائيًّا مقارنة قيم هذه المفردات ببعضها بعضًا بل يجب الأخذ بعين الاعتبار المتوسط الحسابي لكل مجموعة من البيانات وانحرافها المعياري. ويتطلب منا هذا الأمر تحويل القيم المقاسة بوحدات قياس عادية إلى قيم معيارية مناظرة بعدد من الانحرافات المعيارية، وذلك باستخدام القاعدة:

$$\text{القيمة المعيارية } (ى) = \frac{\text{قيمة المفردة} - \text{المتوسط الحسابي}}{\text{الانحراف المعياري}} = \frac{س - \overline{س}}{\sigma}$$

مثال (٥)

في أحد الاختبارات نال أحد الطلاب درجة ١٦ من ٢٠ في مادة الرياضيات حيث المتوسط الحسابي ١٣ والانحراف المعياري ٥ ونال أيضًا ١٦ من ٢٠ في مادة الكيمياء حيث المتوسط الحسابي ١٤ والانحراف المعياري ٤.

ما القيمة المعيارية للدرجة ١٦ مقارنة مع درجات كل مادة؟ أيهما أفضل؟

الحل:

القيمة المعيارية للدرجة ١٦ في مادة الرياضيات: $ى_1 = \frac{س_1 - \overline{س}}{\sigma_1} = \frac{16 - 13}{5} = 0,6$

القيمة المعيارية للدرجة ١٦ في مادة الكيمياء: $ى_2 = \frac{س_2 - \overline{س}}{\sigma_2} = \frac{16 - 14}{4} = 0,5$

$0,6 > 0,5$

∴ القيمة المعيارية للدرجة ١٦ في مادة الرياضيات أكبر من القيمة المعيارية للدرجة ١٦ في مادة الكيمياء.

وبالتالي الدرجة ١٦ في مادة الرياضيات أفضل من الدرجة ١٦ في مادة الكيمياء.

حاول أن تحل

٥ جاءت إحدى درجات طالب في مادة الفيزياء ١٥ حيث المتوسط الحسابي ١٤ والانحراف المعياري ٣,٨ وفي مادة الكيمياء ١٥ حيث المتوسط الحسابي ١٣ والانحراف المعياري ٧,٨

ما القيمة المعيارية للدرجة ١٥ مقارنة مع درجات كل مادة؟ أيهما أفضل؟

مثال (٦)

في نتيجة نهاية العام الدراسي حصلت الطالبة موضي على ٦٤ درجة في مادة اللغة العربية حيث المتوسط الحسابي ٦٩ والانحراف المعياري ٨. وحصلت على ٤٨ درجة في مادة الجغرافيا حيث المتوسط الحسابي ٥٦ والانحراف المعياري ١٠.

في أي من المادتين كانت موضي أفضل؟

الحل:

لتحديد المادة التي كانت فيها موضي أكثر تحصيلًا نحول الدرجات الفعلية إلى قيم معيارية:

القيمة المعيارية للدرجة ٦٤ في مادة اللغة العربية: $ع_{١} = \frac{س_{١} - \bar{س}}{\sigma_{١}} = \frac{٦٤ - ٦٩}{٨} = -٠,٦٢٥$

القيمة المعيارية للدرجة ٤٨ في مادة الجغرافيا: $ع_{٢} = \frac{س_{٢} - \bar{س}}{\sigma_{٢}} = \frac{٤٨ - ٥٦}{١٠} = -٠,٨$

$-٠,٦٢٥ > -٠,٨$

∴ القيمة المعيارية للطالبة في مادة اللغة العربية أكبر من القيمة المعيارية في مادة الجغرافيا.

∴ أداء الطالبة موضي في مادة اللغة العربية أفضل من أدائها في مادة الجغرافيا.

حاول أن تحل

٦ يسكن خالد في المدينة (أ) حيث إن طول قامته ١٨٠ سم والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة ١٧٤ سم مع انحراف معياري ١٢ سم. أما صالح فيسكن في المدينة ب حيث إن طول قامته ١٧٢ سم والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة ١٦٥ سم مع انحراف معياري ١٥.

أي منهما طول قامته أفضل من الآخر مقارنة مع أطوال الرجال في كل مدينة؟

تطبيقات إحصائية

Statistical Applications

دعنا نفكر ونتناقش

ليس من الضروري أن يحتاج المرء إلى البرمجيات الإحصائية الخاصة لأداء التحليلات الإحصائية. يمكن استخدام برنامج Microsoft Office Excel لتشغيل الإجراءات الإحصائية.

فكما قد سبق أن استخدمنا هذا البرنامج في دروس سابقة لحساب كافة أنواع العينات العشوائية وتحديدها، نجد أنه يتضمن عدة تطبيقات تسهل علينا حساب وإيجاد كل من المتوسط الحسابي، الوسيط، التباين، الانحراف المعياري لمجموعة من البيانات وذلك عن طريق اتباع خطوات محددة والالتزام بها للوصول إلى النتائج المطلوبة والصحيحة.

سوف تتعلم

- استخدام برنامج Excel عن طريق تطبيق الدوال التالية لحساب: المتوسط الحسابي Average، الوسيط Median، التباين VARP، الانحراف المعياري STDEVP.

(٤-٤-أ) مقاييس النزعة المركزية Measures of Central Tendency

مثال (١)

عند إجراء الدراسة التالية على الفصل الحادي عشر في إحدى المدارس، تمّ تسجيل النتائج الواردة في الجدول المقابل حول الأوزان، الأطوال، عدد الإخوة والأخوات.

أوجد المتوسط الحسابي لكل من الأوزان، الأطوال، عدد الإخوة والأخوات.

الأوزان	الأطوال	عدد الإخوة والأخوات
٧٠	١٦٥	١
٨٤	١٧٢	٣
٩٠	١٨١	٢
٧٨	١٧٥	٥
٨٠	١٨٤	٤
٦٥	١٦٣	٢
٧٢	١٧١	٠
٧٨	١٧٤	١
٨٥	١٧٨	٤
٨٢	١٧٢	٧
٦٩	١٦٨	٣
٦٤	١٥٦	٤
٧٩	١٧٧	٣
٧١	١٦٩	١
٧٦	١٧١	٥
٨٥	١٧٨	٤
٦٠	١٥٩	٣
٨٧	١٧٩	٢

الحل:

قم بتشغيل برنامج «EXCEL».

- في الخلية A_1 نكتب الأوزان، في الخلية B_1 نكتب الأطوال، في الخلية C_1 نكتب عدد الإخوة والأخوات ونقوم بإدخال المعطيات التي تمّ جمعها من الطلاب في الأعمدة المخصصة لها كما يظهر الشكل (١).

	A	B	C
1	الأوزان	الأطوال	عدد الإخوة والأخوات
2	70	165	1
3	84	172	3
4	90	181	2
5	78	175	5
6	80	184	4
7	65	163	2
8	72	171	0
9	78	174	1
10	85	178	4
11	82	172	7
12	69	168	3
13	64	156	4
14	79	177	3
15	71	169	1
16	76	171	5
17	85	178	4
18	60	159	3
19	87	179	2

شكل (١)

- نكتب في الخلية D_1 «متوسط الأوزان»، في الخلية E_1 «متوسط الأطوال»، وفي الخلية F_1 «متوسط عدد الإخوة والأخوات»، ومن ثم نحدد الخلية D_2.
- نضغط بواسطة الفأرة على *fx* كما يبيّن الشكل (٢).

fx

D	E	F
متوسط الأوزان	متوسط الأطوال	متوسط عدد الإخوة والأخوات

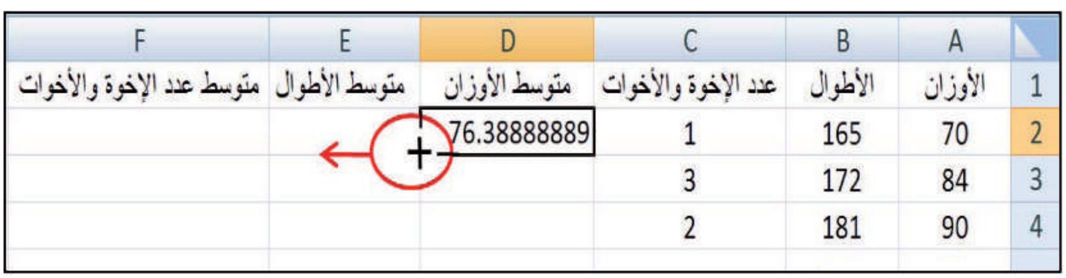
شكل (٢)

تظهر النافذة «**إدراج دالة**» كما يبيّن الشكل (٣) نقوم باختيار «**AVERAGE**» من قائمة «**تحديد دالة**».

شكل (٣)

- بعد الضغط على «**موافق**» تظهر نافذة «**وسيطات الدالة**» نضع مؤشر الفأرة على «**Number 1**» ونقوم بتحديد العمود **A** من الخلية A_2 إلى الخلية A_{19} كما يظهره الشكل (٤) ونضغط على خانة موافق.

شكل (٤)



شكل (٥)

• نضع مؤشر الفأرة عند مقبض الخلية (**Handel Cell**) في الزاوية السفلية اليسرى فيصبح مؤشر الفأرة + كما يظهر في الشكل (٥) ونسحب الفأرة باتجاه السهم وتكون ضاغطًا عليها لتصل إلى الخلية F_2 فيتم بذلك الحصول على متوسط الأطوال في الخلية E_2 ومتوسط عدد الإخوة والأخوات في الخلية F_2 كما تظهر في الشكل (٦) ويعود ذلك إلى مبدأ الخلايا التبادلية (**Relative Cell**) والذي يعني ارتباط التابع بمكان أصل المعلومة.

	A	B	C	D	E	F
1	الأوزان	الأطوال	عدد الإخوة والأخوات	متوسط الأوزان	متوسط الأطوال	متوسط عدد الإخوة والأخوات
2	70	165	1	76.38888889	171.777778	3
3	84	172	3			
4	90	181	2			

شكل (٦)

وبذلك يكون:

متوسط الأوزان = ٧٦,٤ كجم

متوسط الأطوال = ١٧١,٨ سم

متوسط عدد الإخوة والأخوات = ٣

حاول أن تحل

١ في الفصل نفسه تمّ تسجيل علامات الطلاب في مادتي الرياضيات والعلوم كما وردت في الجدول التالي:

الرياضيات	١١	١٨	٩	١٢	٢٠	١٣	١٤	١٦	١٧	١٥	١٠	٧	١٩	١٤	١٢	١٢	١٣	١٨
العلوم	١٢	١٤	٨	١٥	١٣	١٨	١٩	١٤	٦	١٣	١٧	١٤	١١	١٠	١٦	١٣	٧	١٧

أوجد المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب في مادتي الرياضيات والعلوم.

(٤-٤-ب) الوسيط Median

مثال (٢)

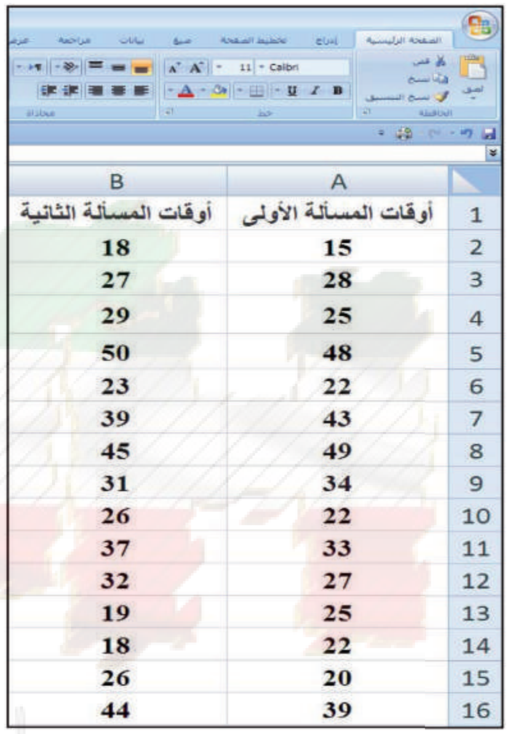
طلب معلم في مدرسة ثانوية خاصة من طلابه حل مسألتين عبر الشبكة العنكبوتية. بحيث يستخدم الطلاب كلمة مرور للوصول إلى المسائل، ويسجلون للمعلم وقت الدخول والخروج لكل مسألة تلقائيًّا. في نهاية الأسبوع، يدرس المعلم مقدار الوقت الذي يستغرقه كل طالب في العمل على حل المسائل. يبيّن الجدول التالي أوقات الطلاب بالدقائق:

أوقات المسألة الأولى	١٥	٢٨	٢٥	٤٨	٢٢	٤٣	٤٩	٣٤	٢٢	٣٣	٢٧	٢٥	٢٢	٢٠	٣٩
أوقات المسألة الثانية	١٨	٢٧	٢٩	٥٠	٢٣	٣٩	٤٥	٣١	٢٦	٣٧	٣٢	١٩	١٨	٢٦	٤٤

أوجد الوسيط لكل من أوقات المسألة الأولى والثانية.

الحل:

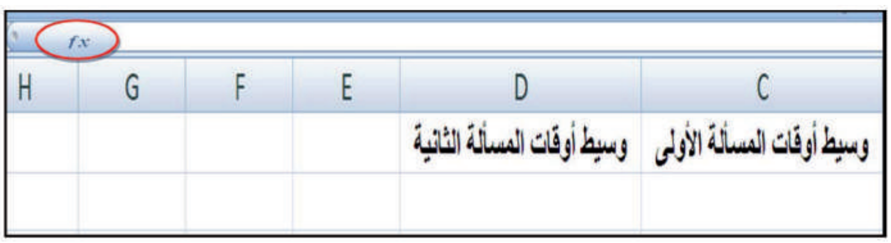
- قم بتشغيل برنامج «EXCEL».
- في الخلية A_1 نكتب «أوقات المسألة الأولى»، في الخلية B_1 نكتب «أوقات المسألة الثانية»، ونقوم بإدخال المعطيات التي تمّ جمعها من الطلاب في الأعمدة المخصصة لها كما يظهر الشكل (٧).



	A	B
1	أوقات المسألة الأولى	أوقات المسألة الثانية
2	15	18
3	28	27
4	25	29
5	48	50
6	22	23
7	43	39
8	49	45
9	34	31
10	22	26
11	33	37
12	27	32
13	25	19
14	22	18
15	20	26
16	39	44

شكل (٧)

- نكتب في الخلية C_1 «وسيط أوقات المسألة الأولى»، في الخلية D_1 «وسيط أوقات المسألة الثانية» ومن ثم نحدد الخلية C_2.
- نضغط بواسطة الفأرة على fx كما يبيّن الشكل (٨).



C	D	E	F	G	H
وسيط أوقات المسألة الأولى	وسيط أوقات المسألة الثانية				

شكل (٨)

• تظهر النافذة «إدراج دالة» كما يبيّن الشكل (٩)، ثم نقوم باختيار «إحصاء» من قائمة «أو تحديد فئة».

شكل (٩)

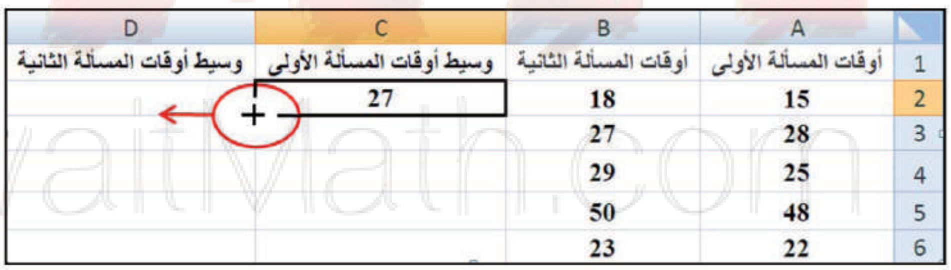
• ومن ثم نختار «MEDIAN» من قائمة «تحديد دالة» كما في الشكل (١٠).

شكل (١٠)

- بعد الضغط على «موافق» تظهر نافذة «وسيطات الدالة» نضع مؤشر الفأرة على «Number 1» ونقوم بتحديد العمود A من الخلية A_2 إلى الخلية A_{16} كما يظهره الشكل (١١).

شكل (١١)

- نضغط على «موافق» فيظهر «وسيط أوقات المسألة الأولى» في الخانة C_2 كما في الشكل (١٢).



شكل (١٢)

- نضع مؤشر الفأرة عند مقبض الخلية (Handel Cell) في الزاوية السفلية اليسرى فيصبح مؤشر الفأرة +، نسحب الفأرة باتجاه السهم ونطلب ضاغطين عليها لنصل إلى الخلية D_2 فيتم بذلك الحصول على «وسيط أوقات المسألة الثانية» في الخلية D_2 كما في الشكل (١٣)، ويعود ذلك إلى مبدأ الخلايا التبادلية (Relative Cell) الذي يعني ارتباط التابع بمكان أصل المعلومة.

	A	B	C	D
1	أوقات المسألة الأولى	أوقات المسألة الثانية	وسيط أوقات المسألة الأولى	وسيط أوقات المسألة الثانية
2	15	18	27	29
3	28	27		
4	25	29		
5	48	50		
6	22	23		

شكل (١٣)

وبذلك يكون:

وسيط أوقات المسألة الأولى = ٢٧ دقيقة.

وسيط أوقات المسألة الثانية = ٢٩ دقيقة.

حاول أن تحل

٢ قامت مجموعة متخصصة بتحديد جودة البرامج الحوارية ونوعيتها من خلال مراقبتها وإحصاء عدد الكلمات البذيئة والألفاظ النابية التي يجب حذفها وكذلك المشادات البدنية التي يمكن استخدامها مع المعنيين لعدم ملاءمتها العرض، وخصوصًا في النهار وجاءت نتائج مراقبة تلك البرامج لمدة أسبوعين كما يلي:

٣٤٢	٢٦٧	٣٢١	١٥٧	٣٣	٣٤٩	٢٥٤	١٦٦	١٣٢	٢٨٩

أوجد مستخدمًا برنامجًا إحصائيًّا الوسيط لعدد الكلمات البذيئة والمشادات البدنية في البرنامج الحواري التي يجب حذفها أو عدم عرضها.

مثال (٣)

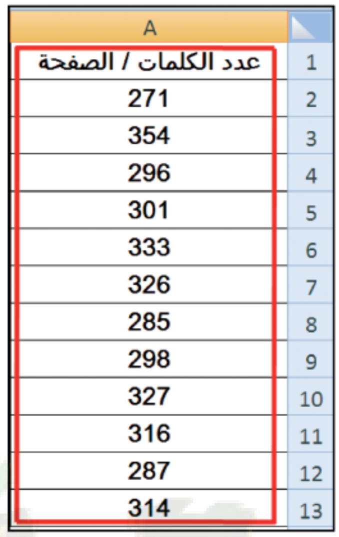
لدينا كتيب مؤلف من ١٢ صفحة يحتوي على أعداد الكلمات التالية:

٢٧١	٣٥٤	٢٩٦	٣٠١	٣٣٣	٣٢٦	٢٨٥	٢٩٨	٣٢٧	٣١٦	٢٨٧	٣١٤

احسب كلًّا من التباين والانحراف المعياري لبيانات أعداد الكلمات في صفحات الكتيب الـ ١٢.

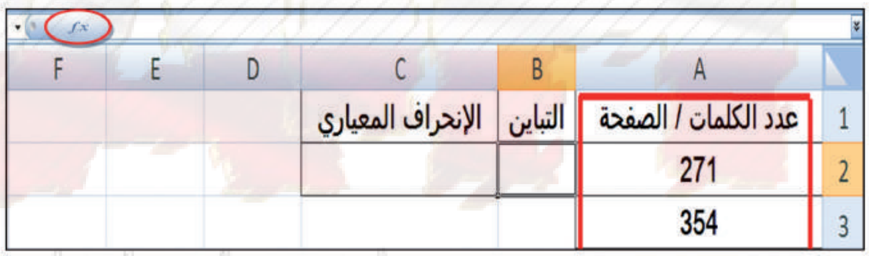
الحل:

- قم بتشغيل برنامج «EXCEL».
- في الخلية A_1 نكتب عدد الكلمات/ الصفحة، ونقوم بإدخال أعداد الكلمات في الصفحات الـ ١٢ للكتيب كما يظهر الشكل (١٤).



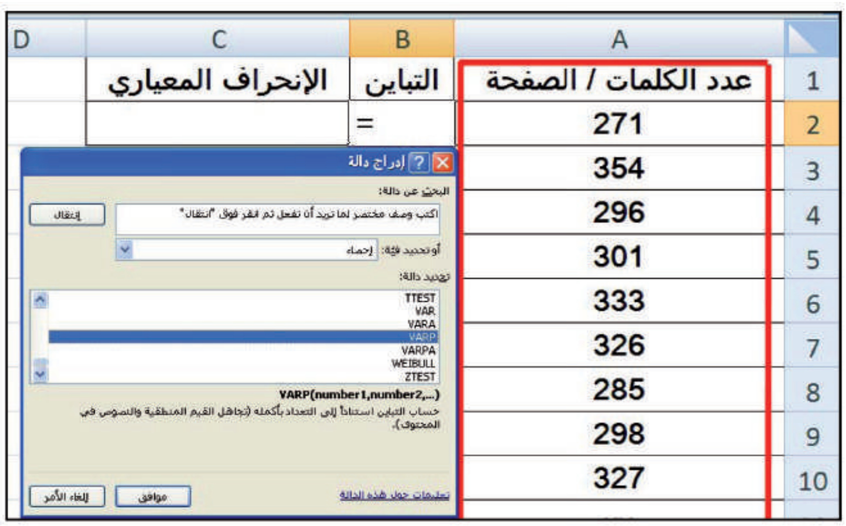
شكل (١٤)

- نقوم بإدخال التباين في الخلية B_1، والانحراف المعياري في الخلية C_1.
- نحدد الخلية B_2، ثم نضغط بواسطة الفأرة على fx كما يظهر الشكل (١٥).



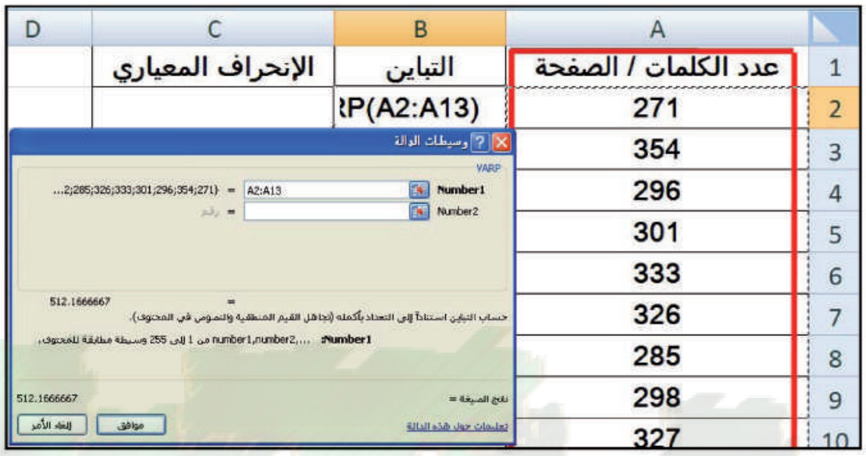
شكل (١٥)

- تظهر النافذة «إدراج دالة» كما في الشكل (١٦). فنقوم باختيار «إحصاء» من قائمة «أو تحديد فئة»، ثم نختار من قائمة «تحديد دالة» دالة تباين المجتمع «VARP».



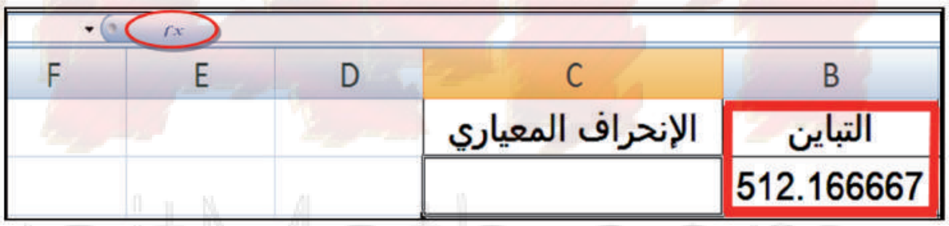
شكل (١٦)

- بعد الضغط على «موافق» تظهر نافذة «وسيطات الدالة» فنضع مؤشر الفأرة على «Number 1» ونقوم بتحديد العمود A من الخلية A_2 إلى الخلية A_{13} كما يظهره الشكل (١٧).



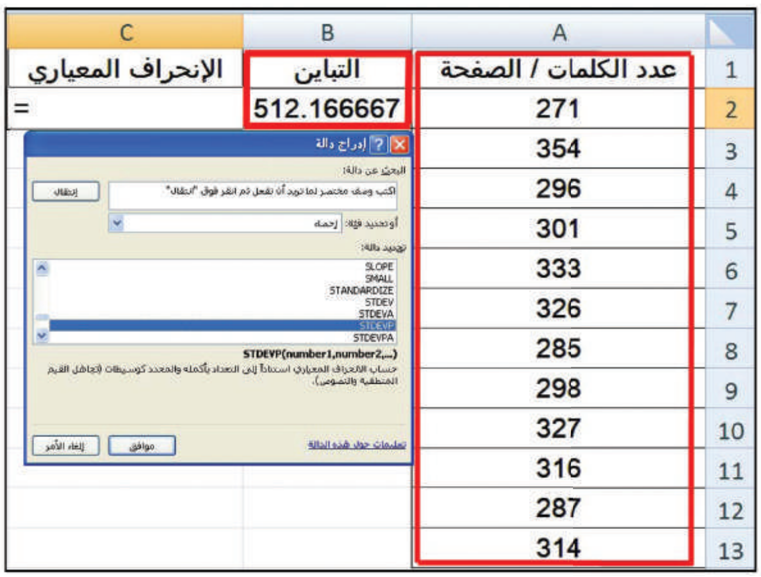
شكل (١٧)

- نضغط على «موافق» فيظهر التباين في المجتمع المؤلف من عدد الكلمات في صفحات الكتيب الـ ١٢ في الخانة B_2 كما في الشكل (١٨).
- نحدد الخلية C_2، ثم نضغط بواسطة الفأرة على *fx* كما يظهر الشكل (١٨).



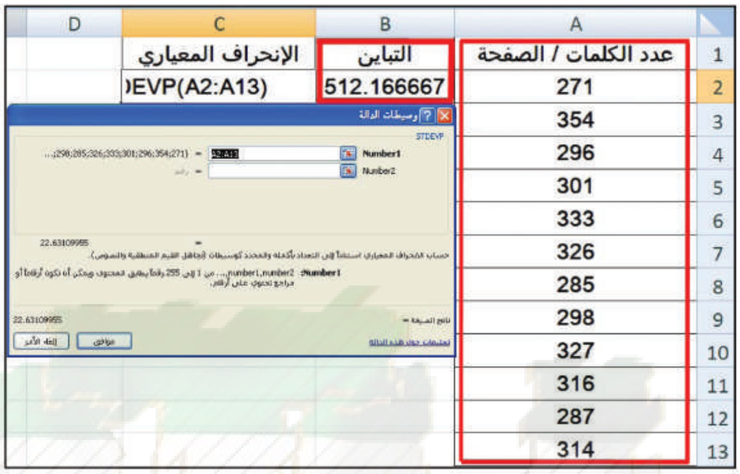
شكل (١٨)

- تظهر النافذة «إدراج دالة» كما يبيّن الشكل (١٩) نقوم باختيار «إحصاء» من قائمة «أو تحديد فئة». ثم نختار من قائمة «تحديد دالة» دالة الانحراف المعياري «STDEVP».



شكل (١٩)

• نضغط على «موافق» فتظهر نافذة «وسيطات الدالة»، نضع مؤشر الفأرة على «Number 1» ونقوم بتحديد العمود **A** من الخلية A_2 إلى الخلية A_{13} كما يظهره الشكل (٢٠).



شكل (٢٠)

• نضغط على «موافق» فيظهر الانحراف المعياري في المجتمع المؤلف من عدد الكلمات في صفحات الكتيب الـ ١٢ في الخانة C_2 كما في الشكل (٢١).

	C	B	A
1	الإنحراف المعياري	التباين	عدد الكلمات / الصفحة
2	22.63109955	512.166667	271
3			354
4			296
5			301
6			333
7			326
8			285
9			298
10			327
11			316
12			287
13			314

شكل (٢١)

وبالتالي يكون:

١ التباين في عدد كلمات المجتمع المؤلف من صفحات الكتيب الـ ١٢ : $\overline{١٦}$, ٥١٢.

٢ الانحراف المعياري في عدد كلمات المجتمع المؤلف من صفحات الكتيب الـ ١٢ : ٦٣ , ٢٢.

حاول أن تحل

٣ أوجد التباين والانحراف المعياري لأول عشرة أعداد كلية من ١ إلى ١٠ مستخدمًا برنامجًا إحصائيًّا.

المرشد لحل المسائل

تنتج إحدى المؤسسات أكياسًا صغيرة معبأة بالسكر للاستهلاك الشخصي، وقد استخدمت لذلك آلتين على أن يحتوي الكيس الواحد على ٢٦٥ جرامًا فقط.

أخذت عينة عشوائية من ٤٠ كيسًا معبأة من الآلة الأولى وكانت تحوي الكميات التالية:

٢٥٧، ٢٦٠، ٢٦١، ٢٦١، ٢٦٢، ٢٦٢، ٢٦٢، ٢٦٢، ٢٦٣، ٢٦٣، ٢٦٣، ٢٦٣، ٢٦٤، ٢٦٤، ٢٦٤، ٢٦٥، ٢٦٥، ٢٦٥، ٢٦٥، ٢٦٥، ٢٦٦، ٢٦٦، ٢٦٦، ٢٦٦، ٢٦٦، ٢٦٦، ٢٦٧، ٢٦٧، ٢٦٧، ٢٦٧، ٢٦٧، ٢٦٧، ٢٦٧، ٢٦٨، ٢٦٨، ٢٦٨، ٢٦٩، ٢٦٩، ٢٦٩، ٢٧٠.

ثم أخذت عينة عشوائية من ٤٠ كيسًا معبأة من الآلة الثانية وكانت تحوي الكميات التالية:

٢٦١، ٢٦١، ٢٦٢، ٢٦٢، ٢٦٣، ٢٦٤، ٢٦٤، ٢٦٤، ٢٦٤، ٢٦٥، ٢٦٥، ٢٦٥، ٢٦٥، ٢٦٥، ٢٦٥، ٢٦٦، ٢٦٦، ٢٦٦، ٢٦٦، ٢٦٦، ٢٦٧، ٢٦٧، ٢٦٧، ٢٦٧، ٢٦٧، ٢٦٨، ٢٦٨، ٢٦٨، ٢٦٨، ٢٦٨، ٢٦٩، ٢٦٩، ٢٦٩، ٢٦٩، ٢٧٠، ٢٧٠، ٢٧٠، ٢٧٠، ٢٧١، ٢٧١.

كيف يمكن لهذه المؤسسة أن تتأكد من جودة عمل كل من آلتي التعبئة؟

صالح فكّر

نوجد المتوسط الحسابي لمحتوى الأكياس المعبأة من كل آلة.

بالنسبة إلى الآلة الأولى: $\overline{س} = \frac{١٠٦٠٤}{٤٠} = ٢٦٥,١$.

أي أن المتوسط الحسابي لمحتويات الأكياس هو: $\overline{س} = ٢٦٥,١$ جرامًا.

ومن ثم نوجد المتوسط الحسابي لمحتوى الأكياس المعبأة من الآلة الثانية: $\overline{ص} = \frac{١٠٦٥٨}{٤٠} = ٢٦٦,٤٥$.

أي أن المتوسط الحسابي لمحتويات الأكياس من الآلة الثانية هو: $\overline{ص} = ٢٦٦,٤٥$ جرامًا.

وبالتالي يعتبر الجهاز الأول أفضل من الجهاز الثاني لأن المتوسط الحسابي ٢٦٥,١ جرامًا هو الأقرب إلى شرط التعبئة وهو ٢٦٥ جرامًا.

خالد فكّر

نوجد الوسيط للقيم في البيانات، ثم الربيع الأدنى، الربيع الأعلى، المدى الربيعي ونحسب النسبة المئوية لقيم البيانات في المدى الربيعي ونقارن بعد ذلك.

الآلة الأولى: الوسيط = ٢٦٦

الربيع الأدنى = ٢٦٣

الربيع الأعلى = ٢٦٧

المدى الربيعي = ٢٦٧ − ٢٦٦ = ١

الآلة الثانية: الوسيط = ٢٦٦,٥

الربيع الأدنى = ٢٦٥

الربيع الأعلى = ٢٦٨,٥

المدى الربيعي = ٢٦٨,٥ − ٢٦٥ = ٣,٥

فأستنتج أن الآلة الأولى أفضل من الآلة الثانية، لأن المدى الربيعي للقيم من الآلة الأولى أصغر من المدى الربيعي للقيم من الآلة الثانية. **جاسم فكّر**

نوجد الانحراف المعياري لقيم البيانات الناتجة من التعبئة في الآلتين، ثم نحسب النسبة المئوية للقيم على الفترة $[\overline{\text{س}} - \sigma_1 ، \overline{\text{س}} + \sigma_1]$ وعلى الفترة $[\overline{\text{ص}} - \sigma_2 ، \overline{\text{ص}} + \sigma_2]$ حيث $\overline{\text{س}}$، $\overline{\text{ص}}$ المتوسط الحسابي للقيم على الترتيب للآلة الأولى وللآلة الثانية، σ_1 ، σ_2 الانحراف المعياري للقيم على الترتيب للآلة الأولى وللآلة الثانية.

الآلة الأولى: $\overline{\text{س}}$ = ٢٦٥,١ ، σ_1 = ٢,٨

الفترة $[\overline{\text{س}} - \sigma_1 ، \overline{\text{س}} + \sigma_1]$ = [٢٦٢ ، ٢٦٨].

عدد القيم المعبأة من الآلة الأولى في الفترة [٢٦٢ ، ٢٦٨] هو ٣٢.

النسبة المئوية = $\frac{٣٢}{٤٠} \times$ ١٠٠٪ = ٨٠٪.

الآلة الثانية: $\overline{\text{ص}}$ = ٢٦٦,٤٥ ؛ σ_2 = ٢,٦٤٥

الفترة $[\overline{\text{ص}} - \sigma_2 ، \overline{\text{ص}} + \sigma_2]$ = [٢٦٤ ، ٢٦٩].

عدد القيم المعبأة من الآلة الثانية في الفترة [٢٦٤ ، ٢٦٩] هو ٢٩.

النسبة المئوية = $\frac{٢٩}{٤٠} \times$ ١٠٠٪ = ٧٢,٥٪

أي أن الآلة الأولى أفضل من الآلة الثانية، لأن النسبة ٨٠٪ هي أكبر من النسبة ٧٢,٥٪.

مسألة إضافية

تمت برمجة إحدى الآلات لتنتج كرات حيث طول قطر الكرة الواحدة ٥ سنتيمترات. ولكن لوحظ أنه يوجد تغيرات بسيطة على طول القطر لعدد كبير من الكرات المنتجة.

يبيّن الجدول أدناه طول القطر لعينة من ٤٠ كرة:

٥,١	٤,٦	٥,٢	٤,٩	٤,٦	٥,٢	٥	٤,٩
٤,٧	٤,٩	٥,٤	٤,٨	٥,١	٤,٨	٤,٧	٥
٤,٩	٥	٤,٩	٥,٤	٥,٣	٥,٢	٥	٤,٩
٤,٧	٥,٢	٥	٥,٢	٤,٨	٥,٤	٤,٩	٤,٧
٤,٦	٤,٨	٤,٨	٤,٧	٤,٨	٥	٥,١	٤,٨

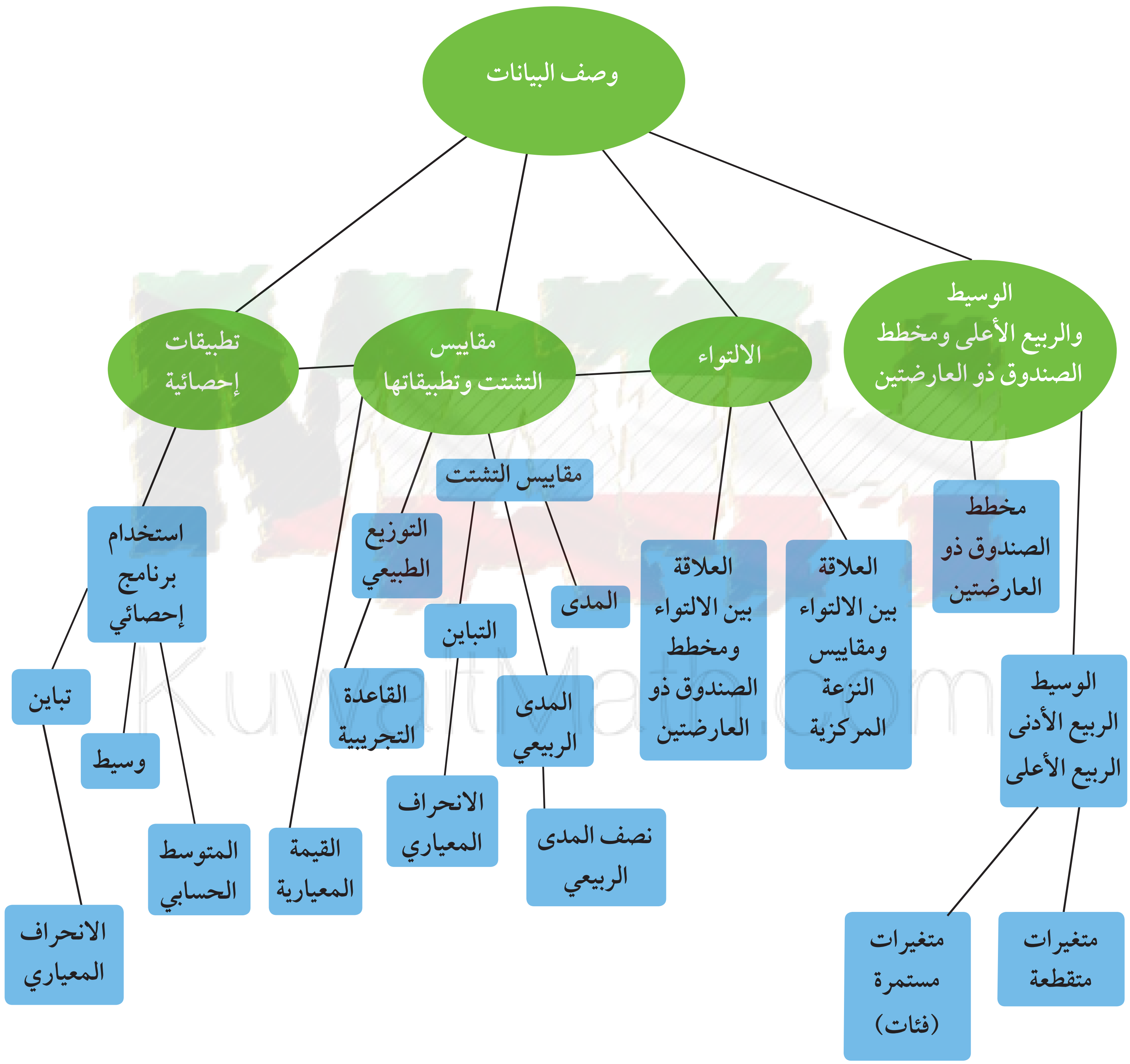
أ اعتبرت المؤسسة أن هذه الآلة بحالة جيدة وذا جودة مقبولة شرط أن يكون المتوسط الحسابي $\overline{س}$ لهذه القياسات أصغر من ٥,١٢ وأكبر من ٤,٨٨.

هل هذا الشرط متوفر على المتوسط الحسابي $\overline{س}$ لطول قطر ٤٠ قيمة وردت في جدول العينة العشوائية؟

ب فكرت المؤسسة أنه يمكن للمتوسط الحسابي $\overline{س}$، أن يحقق الشرط الموجود في السؤال أ، لذا أرادت وضع شرط جديد وهو أن يكون الانحراف المعياري لطول القطر أصغر من ٠,٢٥ وأكبر من ٠,١٣ وذلك من خلال قيم العينة العشوائية الواردة في الجدول. فهل هذا الشرط متوفر؟ اشرح.

جـ ما القرار الذي سوف تتخذه المؤسسة: تصليح الآلة أم الاستمرار بالإنتاج؟

مخطط تنظيمي للوحدة الرابعة



ملخص

- المتوسط الحسابي هو ناتج قسمة مجموع قيم البيانات على عدد هذه القيم.
- الوسيط هو القيمة التي تقسم مجموعة القيم إلى مجموعتين متساويتين من حيث عدد القيم ويرمز للوسيط بالرمز ($م_{٢}$).
- لإيجاد قيمة الوسيط.

أولًا: الوسيط من جدول التكراري

(أ) إذا كان ن (عدد القيم) فردي يكون ترتيب الوسيط على $\frac{ن + ١}{٢}$ بعد ترتيب البيانات تصاعديًّا.

(ب) إذا كان ن (عدد القيم) زوجي يكون ترتيب الوسيط هو المتوسط الحسابي للقيم التي ترتيبها تصاعديًّا $\frac{ن}{٢}$، $\frac{ن}{٢} + ١$

ثانيًا: الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى من جدول تكراري ذو فئات

(أ) الوسيط ($م_{٢}$) = الحد الأدنى لفئة الوسيط + $\frac{\frac{ن}{٢} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الوسيط}}$ × طول الفئة

(ب) الربيع الأدنى ($م_{١}$)

= الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى + $\frac{\frac{ن}{٤} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأدنى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأدنى}}$ × طول الفئة

(جـ) الربيع الأعلى ($م_{٣}$)

= الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى + $\frac{\frac{٣ن}{٤} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأعلى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى}}$ × طول الفئة

- فئة الوسيط هي الفئة المقابلة للتكرار المتجمع الصاعد الذي قيمته أكبر من أو يساوي ترتيب الوسيط مباشرة.
- فئة الربيع الأدنى هي الفئة المقابلة للتكرار المتجمع الصاعد الذي قيمته أكبر من أو يساوي ترتيب الربيع الأدنى مباشرة.
- فئة الربيع الأعلى هي الفئة المقابلة للتكرار المتجمع الصاعد الذي قيمته أكبر من أو يساوي ترتيب الربيع الأعلى مباشرة.
- يمكن استخدام برنامج إحصائي لإيجاد مقاييس التشتت (التباين والانحراف المعياري) ولإيجاد مقاييس النزعة المركزية (الوسيط والمتوسط الحسابي).

• المنوال هو القيمة الأكثر تكرارًا في البيانات.

• الربيع الأدنى هو وسيط البيانات للقيم ما دون قيمة الوسيط.

• الربيع الأعلى هو وسيط البيانات للقيم أعلى من قيمة الوسيط.

• الصندوق ذي العارضتين هو مخطط يتكون من مستطيل يمثل الربيع الأدنى والربيع الأعلى وبداخله قطعة مستقيمة تمثل الوسيط وله عارضتان يوضع عند نهايتهما القيمة الصغرى والقيمة العظمى.

• الربط بين مقاييس النزعة المركزية والالتواء.
  - إذا كان المنوال > الوسيط > المتوسط الحسابي فإن نوع الالتواء سالب.
  - إذا كان المنوال < الوسيط < المتوسط الحسابي فإن نوع الالتواء موجب.
  - إذا كان المنوال = الوسيط = المتوسط الحسابي فلا يوجد التواء.

• المدى = القيمة العظمى في البيانات − القيمة الصغرى لهذه البيانات.

• نصف المدى الربيعي = $\dfrac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{٢}$.

• التباين = $\dfrac{\sum_{ر=١}^{م} ت_ر (س_ر - \overline{س})^٢}{\sum_{ر=١}^{م} ت_ر}$

• الانحراف المعياري = $\sqrt{\dfrac{\sum_{ر=١}^{م} ت_ر (س_ر - \overline{س})^٢}{\sum_{ر=١}^{م} ت_ر}}$

• القاعدة التجريبية هي واحدة من الفترات التالية: $[\overline{س} - \sigma ، \overline{س} + \sigma]$ ، $[\overline{س} - ٢\sigma ، \overline{س} + ٢\sigma]$، $[\overline{س} - ٣\sigma ، \overline{س} + ٣\sigma]$ ، حيث $\overline{س}$ = المتوسط الحسابي لقيم البيانات، σ = الانحراف المعياري لقيم البيانات.

• القيمة المعيارية = $\dfrac{\text{القيمة} - \text{المتوسط الحسابي}}{\text{الانحراف المعياري}} = \dfrac{س - \overline{س}}{\sigma}$.