

أساليب عرض البيانات

Ways to Display Data

مشروع الوحدة: دراسة جودة التعبئة

١ مقدمة المشروع: تحتاج شركات تعبئة المياه الصالحة للشرب، أو شركات تعبئة عبوات العصير المعدة سلفاً... إلى أجهزة وآلات لتقوم بهذه المهمات. ولكن المستهلك يلاحظ دائماً أن عبوات المياه الموجودة في الأسواق تختلف من حيث الكمية التي تحويها.

٢ الهدف: في هذا المشروع، سوف تختار عينة عشوائية من عبوات المياه فئة ٥٠ مليلترًا الموجودة في الأسواق لتقيس كمية المياه الموجودة في كل عبوة بعد أن تحدد سلفاً شروط الجودة للجهاز الذي قام بتعبئة هذه العبوات.

٣ اللوازم: آلة حاسبة - ورق رسم بياني.

٤ أسئلة حول التطبيق:

أ ما هو المجمع التجاري الذي سوف تقوم بزيارته؟

ب ما اسم شركة المياه التي قامت بتعبئة هذه العبوات؟

ج كم عبوة من فئة ٥٠ مليلترًا سوف تختار لدراسة كمية المياه الموجودة فيها؟

د ما هي الشروط التي وضعتها للتحقق من جودة التعبئة؟

ه نظم بياناتك في قائمة.

و هل ستستخدم المتوسط الحسابي، أم الوسيط لاتخاذ القرار المناسب؟

٥ التقرير: اكتب تقريرًا مفصلاً عن النتائج التي توصلت إليها. اعرض اقتراحاتك على زملائك، ناقش معهم النتائج التي توصلوا إليها. أعد النظر بأي نقطة غير واضحة. قدم اقتراحات مشتركة مع زملائك إلى شركات التعبئة إذا قررت ذلك.

دروس الوحدة

| ٢-٣ تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب | ١-٣ عرض وتمثيل البيانات |
|--------------------------------------|--|
| | (٢-١-٣) الجدول التكراري النسبي والمئوي |
| | (١-٣-ب) التمثيل البياني للبيانات |
| | (١-٣-ب-١) تمثيل البيانات الكيفية باستخدام القطاعات الدائرية |
| | (٢-١-٣-ب) المدرج التكراري والمنحنى التكراري والمضلع التكراري |
| | (٣-١-٣-ب) المضلع التكراري المتجمع الصاعد والمضلع التكراري المتجمع النازل |
| | (٤-١-٣-ب) الخط المنكسر |

أضف إلى معلوماتك

تعتبر مشكلة توفير المياه من أهم المشاكل التي تواجه الدول في عصرنا الحاضر. ولقد تزايد الضغط في أيامنا على مياه الشرب بصفة خاصة. فلقد تكاثرت شركات التعبئة مما أوجد تنافساً في سوق الاستهلاك. ولكن المشكلة الكبرى هي عدم الدقة في التعبئة أو عدم الجودة في نوعية المياه المعبأة.

وليكن معلوماً أنه عند إنشاء مصنع مياه للشرب، يجب أن تتوفر الشروط التالية: الموقع المناسب للموضع - محطة لتحلية المياه (إذا كانت ضرورية) - نظام تعقيم بالأوزون - جهاز لنفخ العبوات من جميع الأحجام - جهاز لطباعة تاريخ التعبئة وانتهاء صلاحية الاستعمال - جهاز للقفل الدائري حول فوهة العبوة - ماكينة لتغليف العبوات - خطوط سير العبوات - خزانات للمياه - مختبر للتحليل.

أين أنت الآن (المعارف السابقة المكتسبة)

- تعلمت التمثيلات البيانية.
- تعلمت التكرار المتجمع الصاعد.
- تعلمت التكرار المتجمع النازل.
- تعلمت إيجاد الوسيط بيانياً.

ماذا سوف تتعلم؟

- عرض وتنظيم البيانات في جداول تكرارية.
- إيجاد التكرار النسبي والنسبة المئوية للتكرار.
- استخدام التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.
- استخدام المنحنيات التكرارية المتجمعة لعرض البيانات.
- استخدام التمثيل البياني بالدائرة لعرض البيانات الكيفية.
- استخدام الخط المنكسر والمدرج التكراري والمضلع والمنحنى التكراري لعرض البيانات.
- استخدام الحاسوب في تطبيقات إحصائية.

المصطلحات الأساسية

البيانات الكيفية - البيانات الكمية - التكرار النسبي - النسبة المئوية للتكرار - المنحنى التكراري - التكرار المتجمع الصاعد - التكرار المتجمع النازل - المنحنيات التكرارية المتجمعة - المضلع التكراري - المضلعات التكرارية المتجمعة - التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية - الخط المنكسر.

عرض وتمثيل البيانات

Display and Data Representation

سوف تتعلم

- التكرار النسبي والنسبة المئوية للتكرار.
- تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية.
- تمثيل البيانات بالمدرج التكراري والمنحني التكراري والمضلع التكراري والخط المنكسر.
- تنظيم البيانات في جداول باستخدام التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.

عمل تعاوني

سجلت إحدى الشركات عدد أشهر عمل الآلات الكهربائية التي تنتجها، فكانت كما يلي:

٥٥ - ٥٧ - ٤٣ - ٣٨ - ٧٤ - ٦٢ - ٥٩ - ٥١ - ٥١ - ٤١ - ٧٣ - ٣٩ - ٦٣ - ٥٢ -
٦٢ - ٥٢ - ٥٩ - ٤٧ - ٣٥ - ٧٤ - ٦٠ - ٥٨ - ٥٦ - ٤٨ - ٧٠ - ٥٥ - ٦٤ - ٥٥ -
٥٤ - ٥٣ - ٤٤ - ٦٨ - ٧١ - ٥٩ - ٦٦ - ٤٥ - ٦٨ - ٥٥ - ٦٦ - ٧٩ - ٥٨ - ٥٥ -
٦٦ - ٧٥ - ٥٨ - ٥٥ - ٤٧ - ٧٠ - ٥٦ - ٤٥ - ٦٧ - ٥٥ - ٤٢ - ٧٥ - ٦٥ - ٦٢ -
٤٩ - ٦٦ - ٦٢ - ٥٠ -

تعاون أنت وزملائك في إكمال الجدول:

| الفئة | -٧٥ | -٧٠ | -٦٥ | -٦٠ | -٥٥ | -٥٠ | -٤٥ | -٤٠ | -٣٥ |
|------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| علامات التكرار | | | | | | | | | |
| التكرار | | | | | | | | | |
| التكرار المتجمع الصاعد | | | | | | | | | |
| التكرار المتجمع النازل | | | | | | | | | |
| نسبة التكرار إلى العدد الكلي | | | | | | | | | |
| النسبة المئوية لكل تكرار | | | | | | | | | |

تستخدم علامات التكرار لتبيان كل قيمة في البيانات عند فرزها.

التكرار النسبي يساوي ناتج قسمة تكرار كل قيمة على مجموع تكرارات قيم البيانات.

النسبة المئوية للتكرار تساوي ناتج ضرب التكرار النسبي في ١٠٠٪.

Frequency Table

(٣-١-٢) الجدول التكراري النسبي والمئوي

يمكن عرض البيانات باستخدام جدول التكرار النسبي والمئوي.

مثال (١)

تراوحت رواتب ٣٥ عاملاً في إحدى المؤسسات بالدينار الكويتي كما يلي:

٢٩٨ - ٣٥٥ - ٣٧٦ - ٣٨٤ - ٤٠٢ - ٣١٧ - ٣٦١ - ٣٧٨ - ٣٨٤ - ٣٣١ - ٣٦٤ - ٣٨٠ - ٣٤٠ - ٣٦٥ -
٣٤٢ - ٣٤٩ - ٣٧٦ - ٣٨٣ - ٣٩٦ - ٤٢٠ - ٣٧٠ - ٣٨٢ - ٣٩٠ - ٤١٢ - ٤٩٨ - ٣٨١ - ٣٨٦ - ٤٠٩ - ٤٧٠ -
٣٨٥ - ٤٠٨ - ٤٣٧ - ٤٠٤ - ٤٢٧ - ٤٤٣ .

- أ أوجد المدى لهذه البيانات.
ب إذا أردت توزيع هذه البيانات إلى ١٠ فئات متساوية في الطول، فما هو طول كل فئة؟
ج كوّن جدولاً تبين عليه: الفئات - علامات التكرار - التكرار النسبي - النسبة المئوية للتكرار.

الحل:

- أ القيمة الصغرى = ٢٩٨، القيمة العظمى = ٤٩٨ .
ب فيكون المدى: $٤٩٨ - ٢٩٨ = ٢٠٠$.
ب لإيجاد طول كل فئة، نوجد ناتج قسمة المدى على عدد الفئات متساوية الطول: $٢٠ = ١٠ \div ٢٠٠$.
ب فيكون طول كل فئة يمثل ٢٠ ديناراً.
ج الجدول:

| الفئة | -٢٩٨ | -٣١٨ | -٣٣٨ | -٣٥٨ | -٣٧٨ | -٣٩٨ | -٤١٨ | -٤٣٨ | -٤٥٨ | -٤٧٨ | المجموع |
|------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---------------------|
| علامات التكرار | /// | //// | //// | //// | //// | //// | //// | //// | //// | //// | |
| التكرار | ٢ | ١ | ٤ | ٦ | ١١ | ٥ | ٣ | ١ | ١ | ١ | ٣٥ |
| التكرار النسبي | $\frac{٢}{٣٥}$ | $\frac{١}{٣٥}$ | $\frac{٤}{٣٥}$ | $\frac{٦}{٣٥}$ | $\frac{١١}{٣٥}$ | $\frac{٥}{٣٥}$ | $\frac{٣}{٣٥}$ | $\frac{١}{٣٥}$ | $\frac{١}{٣٥}$ | $\frac{١}{٣٥}$ | $١ = \frac{٣٥}{٣٥}$ |
| النسبة المئوية للتكرار | ٥,٧١% | ٢,٨٦% | ١١,٤٣% | ١٧,١٤% | ٣١,٤٣% | ١٤,٢٨% | ٨,٥٧% | ٢,٨٦% | ٢,٨٦% | ٢,٨٦% | ١٠٠% |

ملاحظة: مجموع التكرارات النسبية لمجموعة من القيم يساوي ١

مجموع النسب المئوية للتكرار يساوي ١٠٠%

حاول أن تحل

- ١ إذا كان طول الفئة في المثال (١) يمثل ٢٥ ديناراً، فما هو عدد الفئات؟
ب كون جدولاً تبين عليه: الفئات الجديدة - علامات التكرار - التكرار - التكرار النسبي - النسبة المئوية للتكرار.

(٣-١-ب-٢) تمثيل البيانات باستخدام المدرج التكراري - المنحنى التكراري - المضلع التكراري

Representing Data Using Histogram, Frequency Curve and Frequency Polygon

يمكن تمثيل البيانات بالمدرج التكراري - المنحنى التكراري - المضلع التكراري.

مثال (٣)

يبين الجدول التالي نتائج التحليل لتركيز مادة النترات في ٥٠ وحدة ماء للخدمة المشتركة في المنازل، وذلك خلال شهر واحد (ملجم/ليتر).

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ٤٩ | ٥١ | ٢٨ | ٤٦ | ١٧ | ٣٧ | ٤٥ | ٤٤ | ٥٣ | ١٥ |
| ٣٠ | ٤٠ | ٣٥ | ١٦ | ٢٥ | ٤٦ | ١٩ | ٥١ | ٥١ | ٤٧ |
| ٢٤ | ٢٣ | ١٦ | ٢١ | ٣٣ | ٥٥ | ٤١ | ٣٨ | ٢٨ | ١٩ |
| ٣٩ | ٢٩ | ٣١ | ١٧ | ١٩ | ٤٤ | ٢٢ | ٤٩ | ٣٠ | ٢٤ |
| ٤٣ | ٤٨ | ٣٢ | ٢٩ | ٢٧ | ٣٤ | ٣٢ | ٣٦ | ٥٠ | ٤٠ |

- أ أوجد المدى لهذه البيانات.
 ب إذا أردنا استخدام فئات متساوية، طول كل فئة ٥ ملجم، فما هو عدد الفئات؟
 ج كون جدولاً تبين عليه: علامات التكرار - التكرار - مركز الفئة.
 د ارسم المدرج التكراري - المنحنى التكراري - المضلع التكراري لهذه الفئات.

الحل:

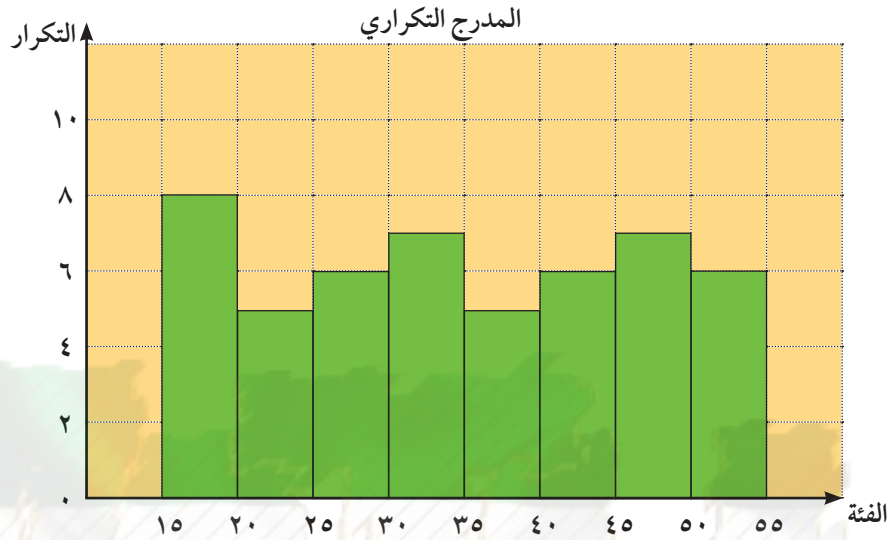
- أ القيمة الصغرى = ١٥، القيمة العظمى = ٥٥
 المدى = ٥٥ - ١٥ = ٤٠.
 ب عدد الفئات = ٤٠ ÷ ٥ = ٨ عدد الفئات = ٨.
 ج الجدول:

| الفئة | -١٥ | -٢٠ | -٢٥ | -٣٠ | -٣٥ | -٤٠ | -٤٥ | -٥٠ | المجموع |
|----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|---------|
| علامات التكرار | /// | /// | /// | /// | /// | /// | /// | /// | |
| التكرار | ٨ | ٥ | ٦ | ٧ | ٥ | ٦ | ٧ | ٦ | ٥٠ |
| مركز الفئة | ١٧,٥ | ٢٢,٥ | ٢٧,٥ | ٣٢,٥ | ٣٧,٥ | ٤٢,٥ | ٤٧,٥ | ٥٢,٥ | |

تذكر:

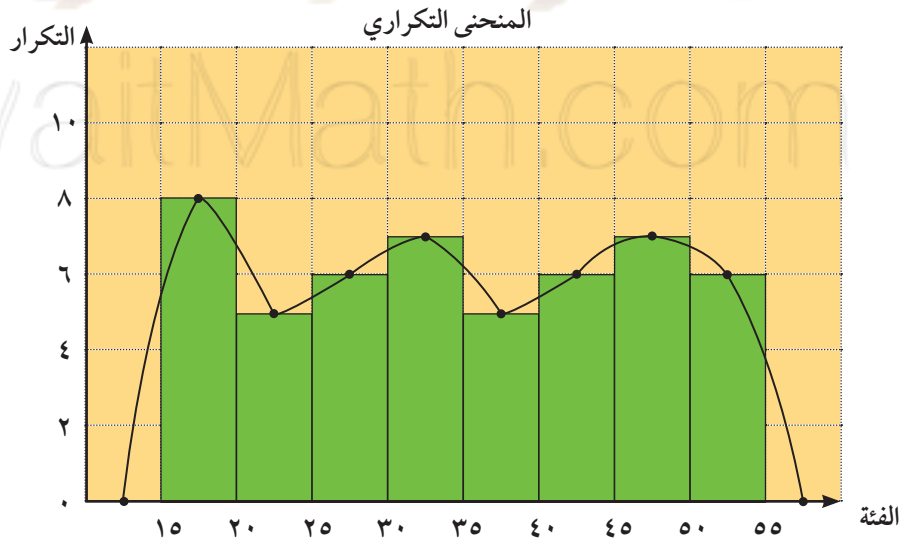
- الفئة ١٥ - تمثلها (٢٠, ١٥]
- مركز الفئة = $\frac{٢٠ + ١٥}{٢} = ١٧,٥$

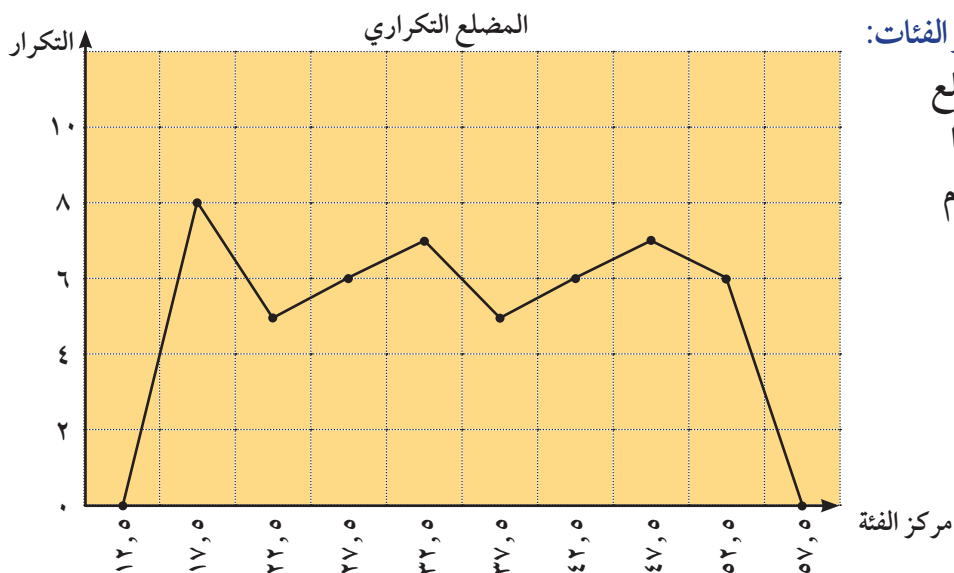
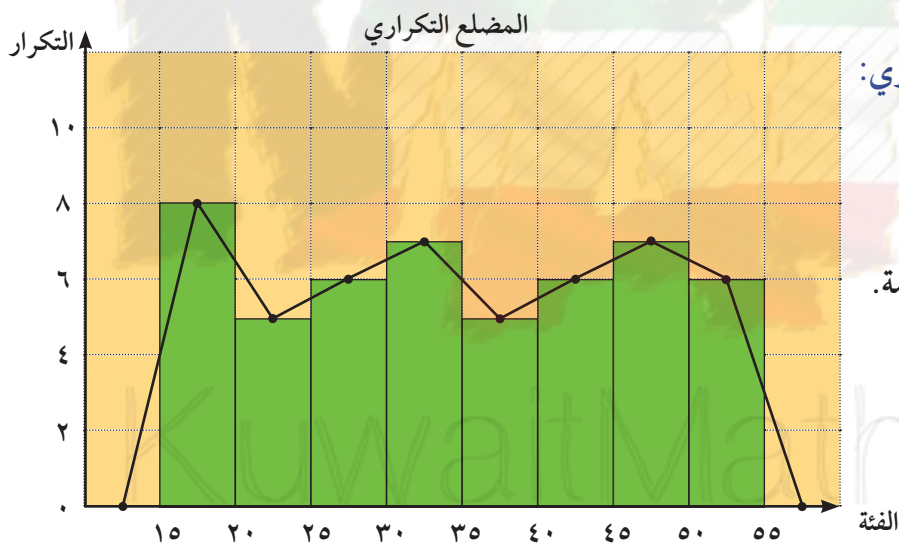
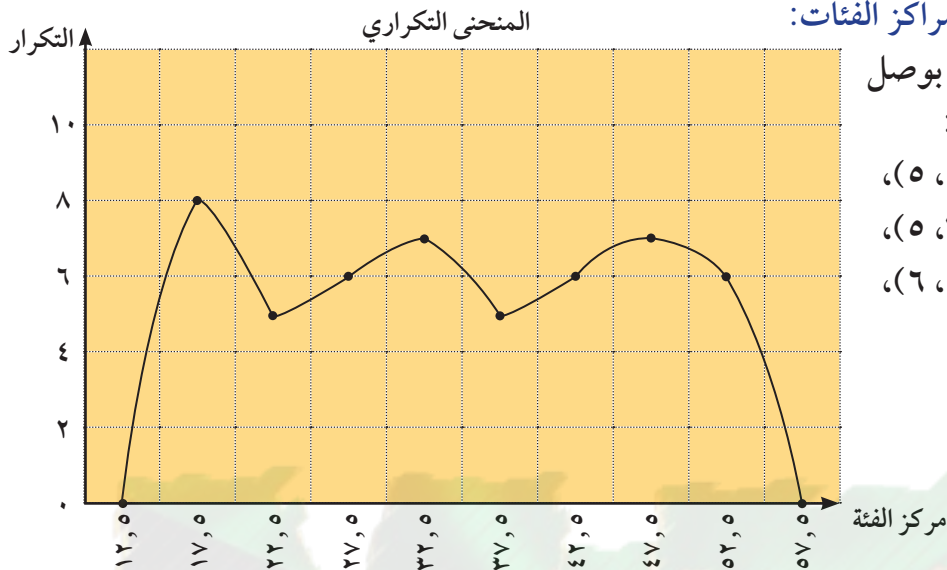
د المدرج التكراري - المنحني التكراري - المضلع التكراري.



رسم المنحني التكراري من المدرج التكراري:

لرسم المنحني التكراري من المدرج التكراري، نأخذ مركز الفئة في كل مستطيل، ومنه نأخذ منتصف القطعة المستقيمة المقابلة في كل مستطيل، ثم نصل هذه المنتصفات لنحصل على المنحني التكراري ونغلقه من طرفيه بإضافة فئة قبل الأولى وفئة ثانية بعد الأخيرة على أن يكون تكرار كل فئة مضافة يساوي صفرًا. (كما في الشكل التالي)





حاول أن تحل

- ٣ أ كون جدولاً مماثلاً، للجدول الوارد في حل المثال (٣)، على أن يكون طول الفئة يساوي ٨ ملجم مبيّنًا علامات التكرار والتكرار ومركز الفئة.
- ب ارسم المدرج التكراري - المنحني التكراري - المضلع التكراري لهذه الفئات.

(٣-١-ب-٣) المضلع التكراري المتجمع الصاعد - المضلع التكراري المتجمع النازل

Increasing Cumulative Polygon and Decreasing Cumulative Polygon

يمكن تمثيل البيانات بالمضلع التكراري المتجمع الصاعد - المضلع التكراري المتجمع النازل.

مثال (٤)

يبين الجدول التالي حركة الاتصالات الهاتفية التي يتلقاها أحد مكاتب الخدمات حيث العمل من الساعة الثامنة صباحًا إلى الساعة السادسة مساءً.

| فترة تسجيل الاتصالات | -٨:٠٠ | -١٠:٠٠ | -١٢:٠٠ | -١٤:٠٠ | -١٦:٠٠ |
|---------------------------------|-------|--------|--------|--------|--------|
| عدد الاتصالات المسجلة (التكرار) | ١٥ | ٤١ | ٧٥ | ٦٠ | ٣٤ |

- أ أكمل الجدول بإضافة التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.
- ب ارسم المنحني التكراري المتجمع الصاعد والمنحني التكراري المتجمع النازل.
- ج ارسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد والمضلع التكراري المتجمع النازل.
- د استنتج قيمة تقريبية لوسيط هذه البيانات.

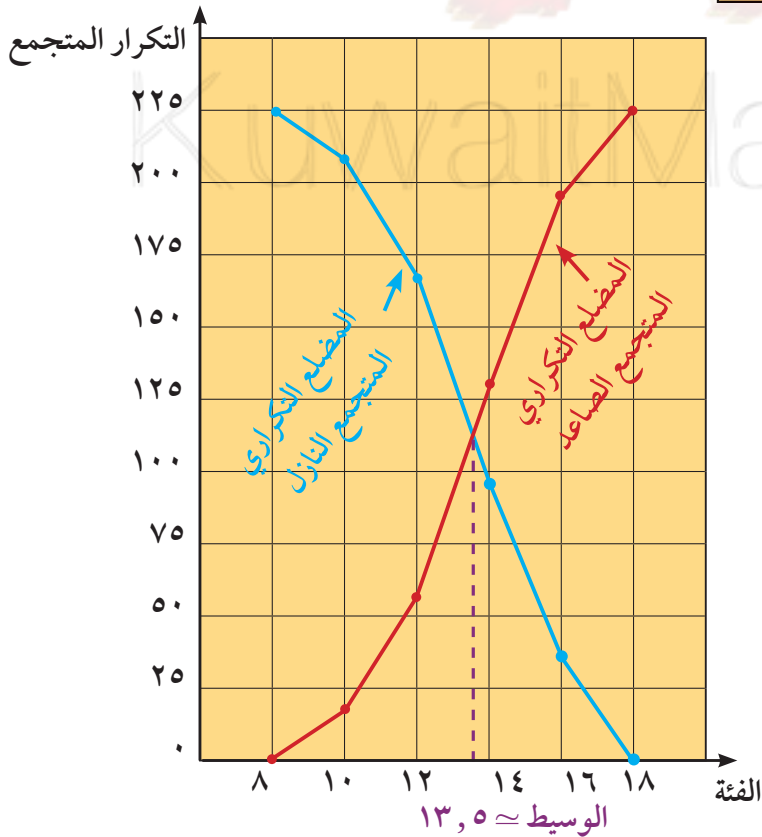
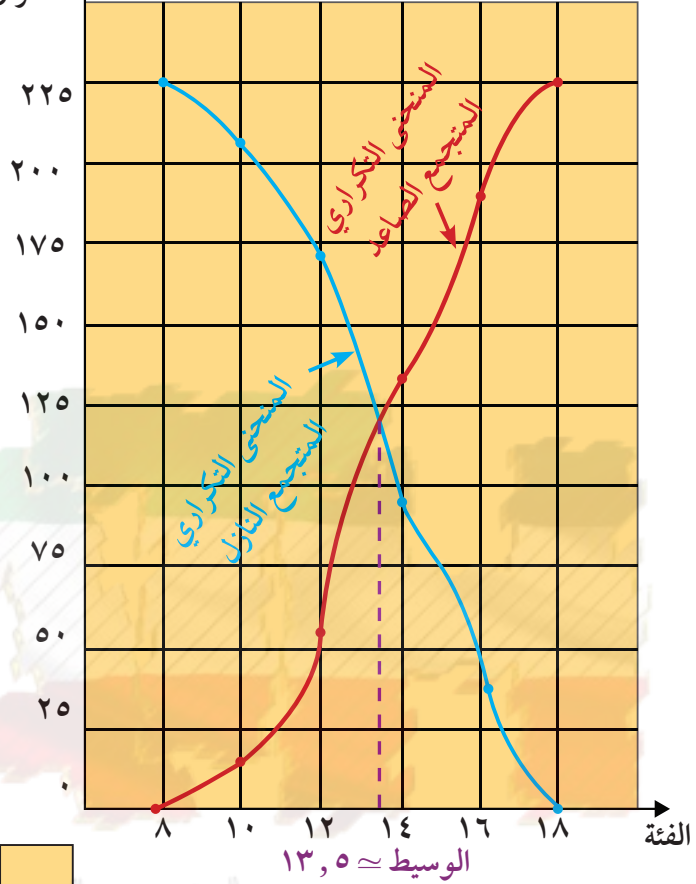
الحل:

| فترة تسجيل الاتصالات | -٨:٠٠ | -١٠:٠٠ | -١٢:٠٠ | -١٤:٠٠ | -١٦:٠٠ |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| عدد الاتصالات المسجلة (التكرار) | ١٥ | ٤١ | ٧٥ | ٦٠ | ٣٤ |
| أقل من الحد الأعلى للفئة | أقل من ١٠ | أقل من ١٢ | أقل من ١٤ | أقل من ١٦ | أقل من ١٨ |
| التكرار المتجمع الصاعد | ١٥ | ٥٦ | ١٣١ | ١٩١ | ٢٢٥ |
| الحد الأدنى للفئة فأكثر | ٨ فأكثر | ١٠ فأكثر | ١٢ فأكثر | ١٤ فأكثر | ١٦ فأكثر |
| التكرار المتجمع النازل | ٢٢٥ | ٢١٠ | ١٦٩ | ٩٤ | ٣٤ |

يمكن تمثيل البيانات باستخدام المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والمنحنى التكراري المتجمع النازل كما في الشكل .

التكرار المتجمع

ب



ج يمكن تمثيل البيانات باستخدام المضلع التكراري المتجمع الصاعد والمضلع التكراري المتجمع النازل بحيث تتبع الخطوات نفسها عند رسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والمنحنى التكراري المتجمع النازل ولكن نصل النقاط بقطع مستقيمة .

د نأخذ من نقطة تقاطع الرسمين البيانيين خطاً مستقيماً عمودياً على الخط الأفقي، فنجد أن قيمة الوسيط هي عند الساعة ١٣:٣٠ تقريباً .

حاول أن تحل

- ٤ معدل الدرجات السنوية في مادة الرياضيات لـ ٢٠ طالبًا من الصف الحادي عشر حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي: ١١، ٩، ١٢، ١١، ١٤، ١٠، ١٢، ١٠، ٩، ١٠، ١٣، ١١، ١٠، ١٠، ١٤، ١٠، ١٢، ١٠، ١٣، ١١، ١٠، ١١.
- أ كوّن جدولاً تكررًا ذات فئات مبيّنًا: علامات التكرار - التكرار - التكرار المتجمع الصاعد - التكرار المتجمع النازل.
- ب ارسم بيانيًا المضلع التكراري المتجمع الصاعد والمضلع التكراري المتجمع النازل.
- ج استنتج قيمة تقريبية لوسيط هذه البيانات.

(٣-١-ب-٤) تمثيل البيانات باستخدام الخط المنكسر

Representing Data Using Line Graph

يمكن تمثيل البيانات بالخط المنكسر لدراسة مسار ظاهرة معينة خلال فترة زمنية محددة وتوقع نتائج يبني عليها قرارات.

مثال (٥)

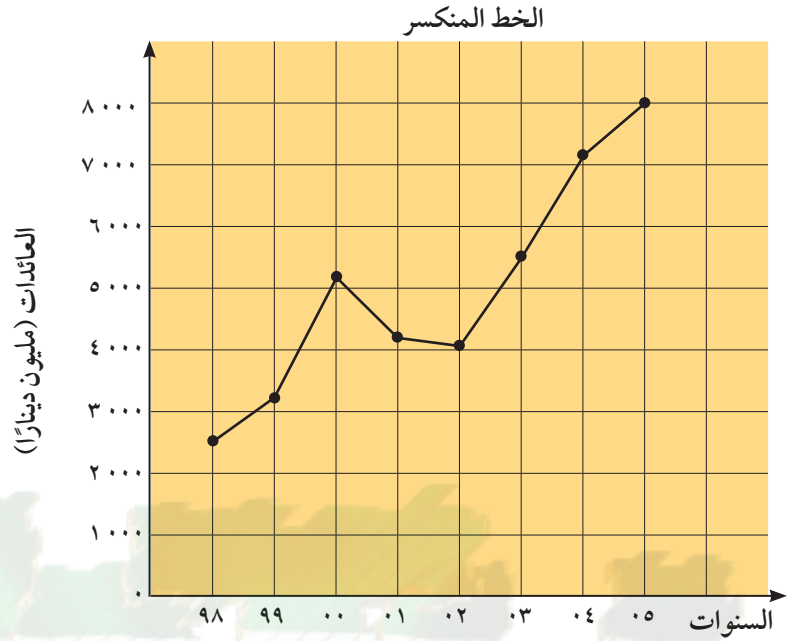
يبين الجدول التالي عائدات دولة ما بالمليون دينار خلال الفترة ١٩٩٨ - ٢٠٠٥ م.

| السنة | ١٩٩٨ | ١٩٩٩ | ٢٠٠٠ | ٢٠٠١ | ٢٠٠٢ | ٢٠٠٣ | ٢٠٠٤ | ٢٠٠٥ |
|---------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| العائدات (بالمليون دينار) | ٢٥٠٠ | ٣٢٠٠ | ٥٣٠٠ | ٤٣٠٠ | ٤٠٠٠ | ٥٥٠٠ | ٧١٠٠ | ٨٠٠٠ |

مثّل هذه البيانات باستخدام الخط المنكسر. ماذا تتوقع؟

الحل:

نأخذ على الخط الأفقي فترات متساوية للسنوات، وعلى الخط الرأسي فترات متساوية من ملايين الدنانير. ونضع النقاط التي تمثل كل زوج مرتب (سنة، عائدات).



نلاحظ أن عائدات هذه الدولة انخفضت خلال السنتين ٢٠٠١م و٢٠٠٢م، ثم عادت إلى الارتفاع في السنوات التالية. ومن المتوقع أن هذه العائدات سوف تستمر بالارتفاع.

حاول أن تحل

٥ يبين الجدول التالي بيانات إفتراضية عن الإنتاج السنوي للنفط لإحدى الدول من الفترة ٢٠٠٠م إلى ٢٠٠٥م (بالمليون برميل).

| السنة | ٢٠٠٠ | ٢٠٠١ | ٢٠٠٢ | ٢٠٠٣ | ٢٠٠٤ | ٢٠٠٥ |
|-----------------------|------|------|------|------|------|------|
| الإنتاج (مليون برميل) | ١٥٠ | ٢٠٠ | ٣٠٠ | ٣٠٠ | ٣٥٠ | ٤٠٠ |

مثّل هذه البيانات بالخط المنكسر. ماذا تتوقع؟

مثال (٦)

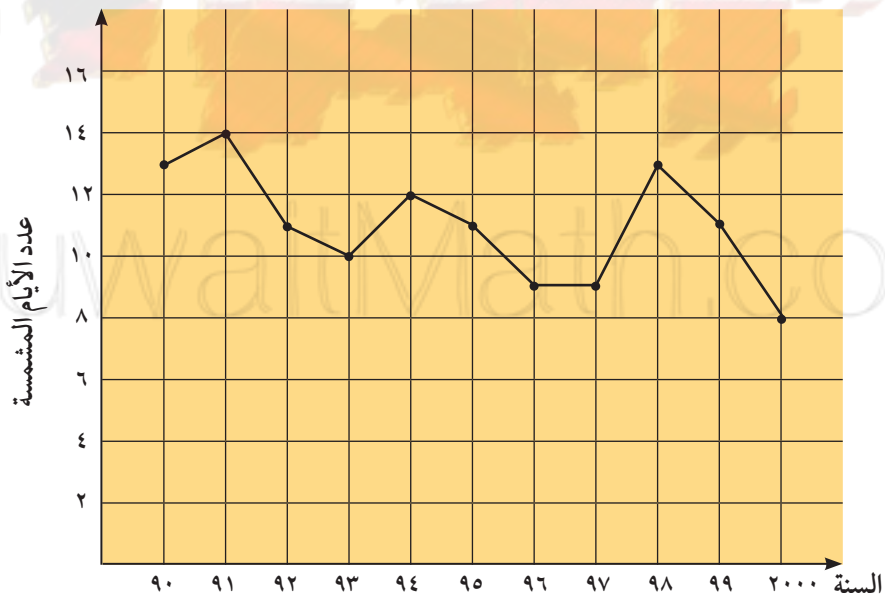
يبين الجدول التالي عدد الأيام المشمسة خلال شهر يوليو في إحدى المدن الباردة لعدة سنوات.

| السنة | ١٩٩٠ | ١٩٩١ | ١٩٩٢ | ١٩٩٣ | ١٩٩٤ | ١٩٩٥ | ١٩٩٦ | ١٩٩٧ | ١٩٩٨ | ١٩٩٩ | ٢٠٠٠ |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| عدد الأيام المشمسة | ١٣ | ١٤ | ١١ | ١٠ | ١٢ | ١١ | ٩ | ٩ | ١٣ | ١١ | ٨ |

مثل هذه البيانات باستخدام الخط المنكسر. ماذا تلاحظ؟

الحل:

نأخذ على المحور الأفقي فترات متساوية للسنوات، وعلى المحور الرأسي فترات متساوية لعدد الأيام المشمسة. ونضع النقاط التي تمثل كل زوج مرتب (سنة، أيام).



نلاحظ أن عدد الأيام المشمسة يميل إلى التناقص على مر السنين.

حاول أن تحل

٦ بين الجدول التالي كمية المطر (بالمليمتر) المسجلة في إحدى العواصم الأوروبية خلال أشهر سنة.

| الشهر | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ | ١٢ |
|--------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| الكمية | ٥٤ | ٤٣ | ٣٢ | ٣٨ | ٥٢ | ٥٠ | ٥٥ | ٦٢ | ٥١ | ٤٩ | ٥٠ | ٤٩ |

مثل هذه البيانات باستخدام الخط المنكسر. ماذا تلاحظ؟



KuwaitMath.com

تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب

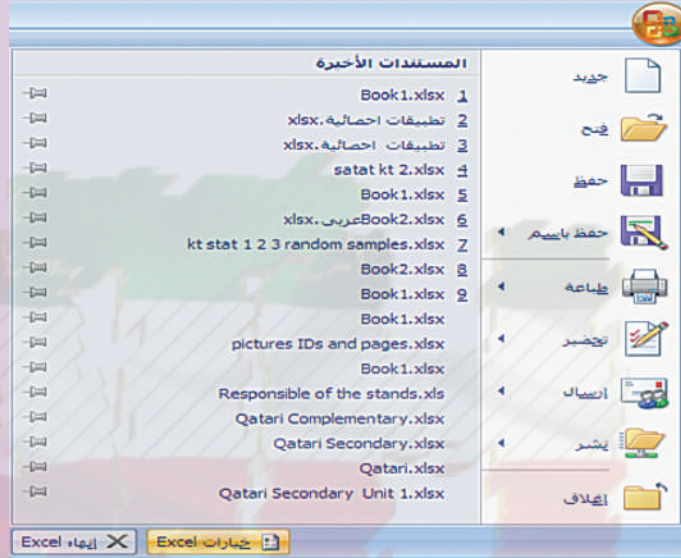
Statistical Applications Using Computer

عمل تعاوني

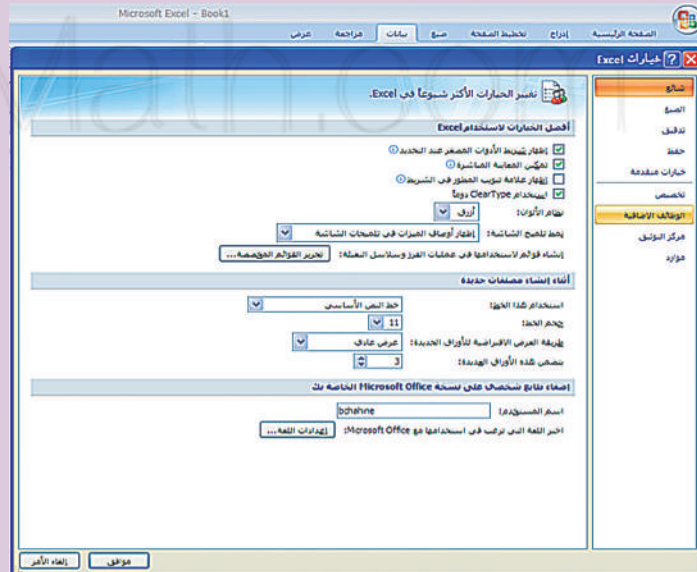
سوف تتعلم

- استخدام الحاسوب في تمثيل البيانات:
- بالقطاعات الدائرية.
- بالأعمدة.
- بالخط المنكسر.
- بالمدرج التكراري.

تحضير برنامج «Excel» للتمكن من رسم بعض الأشكال البيانية. نضغط على زر Office في أعلى الجهة اليمنى تظهر النافذة التالية، نختار «خيارات excel» فتظهر نافذة «خيارات excel».



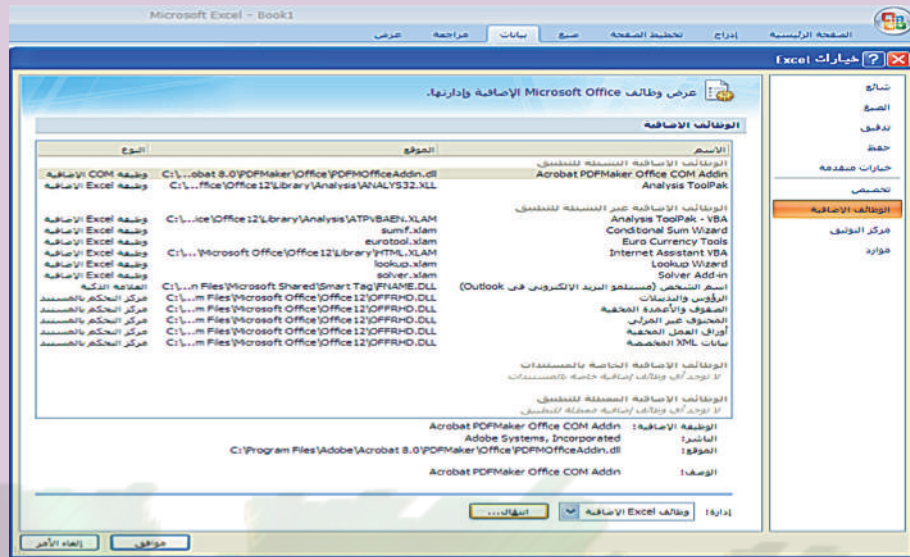
في نافذة «الخيارات excel» نختار «الوظائف الإضافية»، نضغط على خانة انتقال فتظهر نافذة «الوظائف الإضافية».



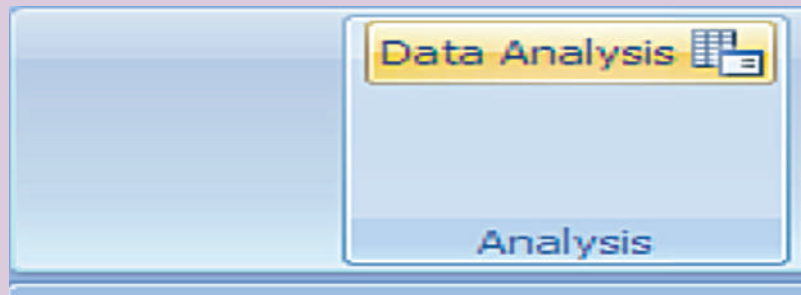
تستخدم علامات التكرار لتبيان كل قيمة في البيانات عند فرزها.

التكرار النسبي يساوي ناتج قسمة تكرار كل قيمة على مجموع تكرارات قيم البيانات.

النسبة المئوية للتكرار تساوي ناتج ضرب التكرار النسبي في ١٠٠.



من ثم نضغط على موافق فيظهر في القائمة الرئيسية لـ «بيانات» خيار جديد «Data Analysis» يستخدم في رسم المدرج التكراري.



Qualitative Data Presentation

Bar—Charts for Tabulated Data

أولاً: عرض البيانات الكيفية
الأعمدة المفردة لبيانات مجمعة

مثال (١)

يمثل جدول البيانات التالي مبيعات أحد محال الهواتف الذكية لمدة شهر، وهي موزعة على خمس فئات أو أصناف. مثل هذه البيانات باستخدام الأعمدة البيانية عن طريق استخدام برنامج إحصائي على الحاسوب.

| النوع | I phone | Samsung | Nokia | HTC | أصناف أخرى |
|--------------|---------|---------|-------|-----|------------|
| عدد المبيعات | ١٠٥ | ١٨٠ | ٩٠ | ٧٥ | ١٥٠ |

الحل:

| B | A | |
|--------------|------------|---|
| عدد المبيعات | النوع | 1 |
| 105 | Iphone | 2 |
| 180 | Samsung | 3 |
| 90 | Nokia | 4 |
| 75 | HTC | 5 |
| 150 | أنواع أخرى | 6 |

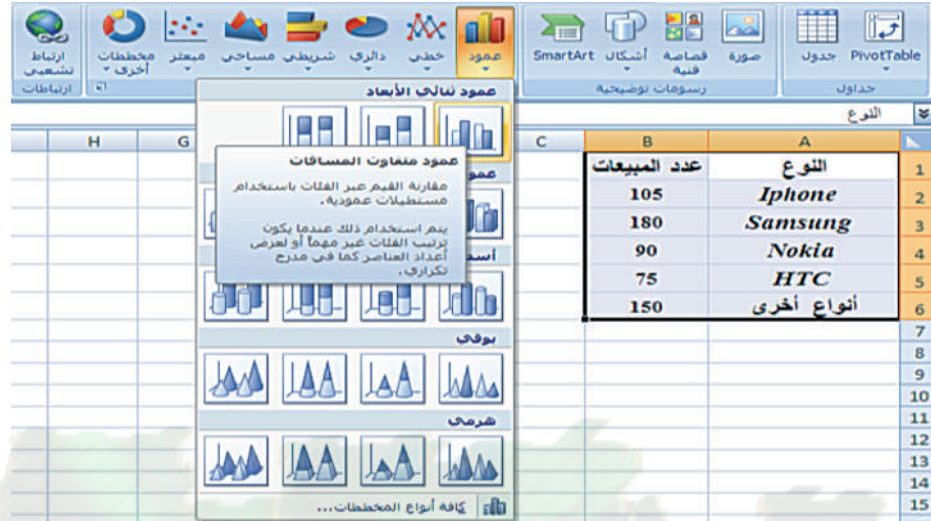
شكل (١)

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- عنون العمود A «النوع» في الخلية A1. ثم أدخل البيانات المتعلقة بنوع الهاتف ابتداء من الخلية A2.
- عنون العمود B «عدد المبيعات» في الخلية B1. ثم أدخل البيانات المتعلقة بالمبيعات ابتداء من الخلية B2.
- انظر الشكل (١).
- نحدد بالفأرة على العمودين A و B من الخلية A1 إلى الخلية B6 من القائمة المنسدلة إدراج ← عمود. شكل (٢)



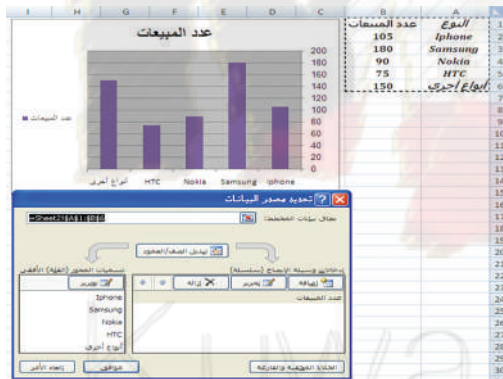
شكل (٢)

- تظهر نافذة الاختيار، اختر «عمود ثنائي الأبعاد»:



شكل (٣)

- حدد بالفأرة على العمودين A و B من الخلية A1 إلى الخلية B6.



شكل (٥)

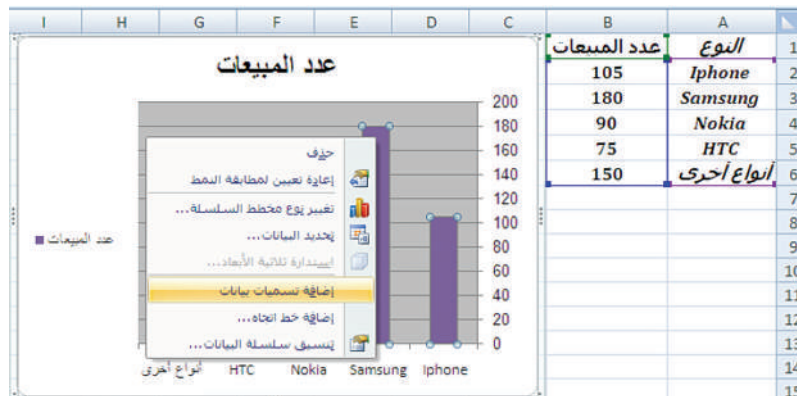


شكل (٤)

- اضغط الزر الأيمن للفأرة من أي نقطة على الرسم البياني فتظهر نافذة «تحديد مصدر البيانات»، اضغط «موافق».

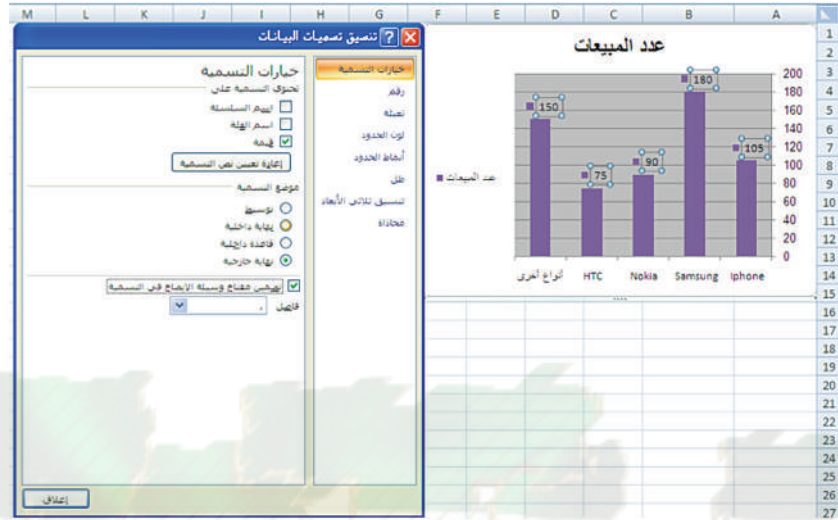
- اضغط الزر الأيمن للفأرة من أي نقطة على الرسم البياني فتظهر نافذة الاختيار، اختر «تحديد البيانات».

- اضغط بواسطة الزر الأيسر للفأرة على أحد الأعمدة لتحديدها.
- اضغط على الزر الأيمن للفأرة فتظهر النافذة الموضحة في الشكل (٦):



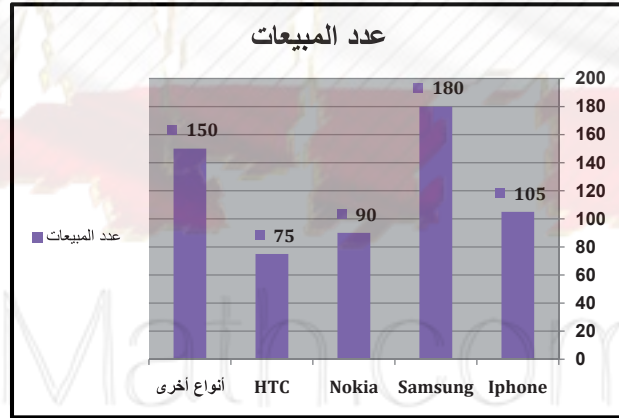
شكل (٦)

- اختر إضافة تسميات بيانات فتظهر نافذة تنسيق تسميات البيانات. اضغط على مربع القيمة، نهاية خارجية ومربع تضمين مفتاح وسيلة الإيضاح في التسمية. شكل (٧)



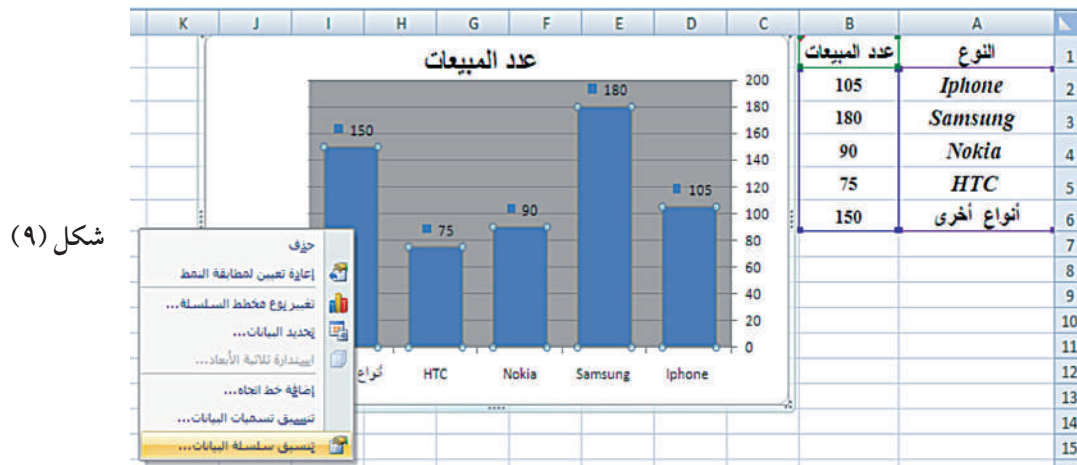
شكل (٧)

- اضغط على إغلاق فيظهر الشكل (٨):



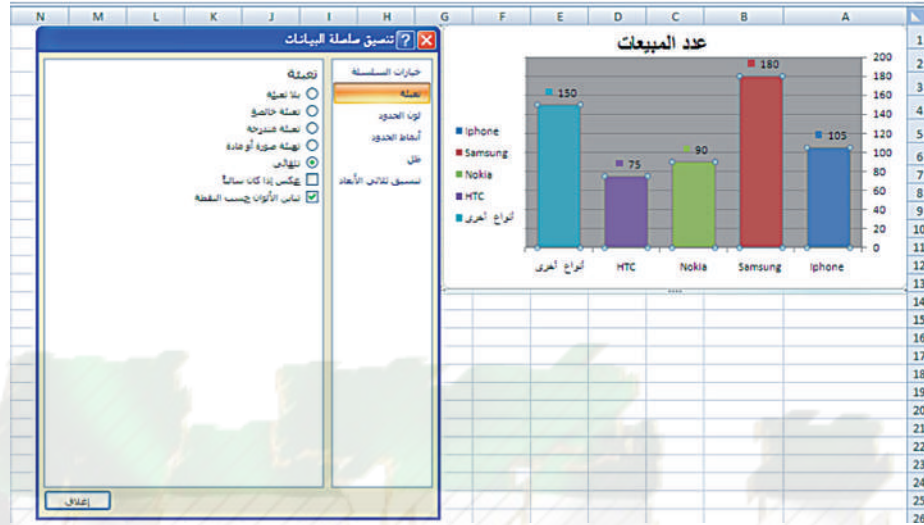
شكل (٨)

- اضغط على أي عمود بالرسم بالزر الأيسر للفأرة مرة واحدة، ثم بعد ذلك اضغط بالزر الأيمن للفأرة فنحصل على النافذة الموضحة في الشكل (٩):



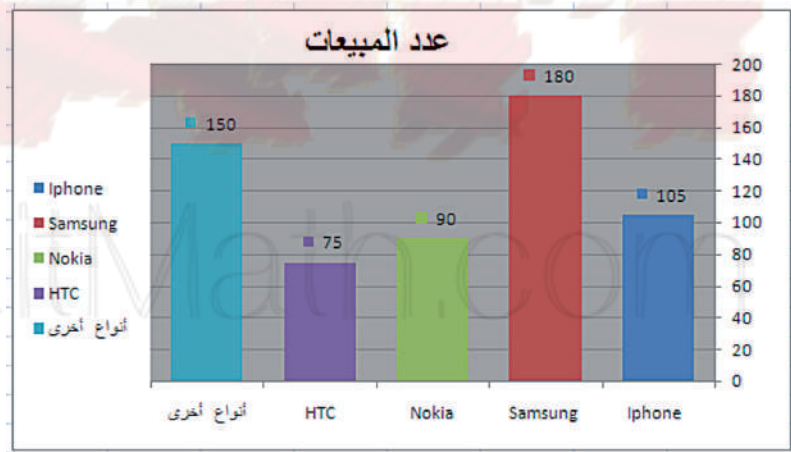
شكل (٩)

- اختر تنسيق سلسلة البيانات فنحصل على الشاشة الموضحة في الشكل (١٠)، اختر تعبئة من لائحة خيارات السلسلة، اضغط بالفأرة على المربع تباين الألوان حسب النقطة، ثم اضغط على إغلاق.



شكل (١٠)

- تحصل في النهاية على الشكل (١١):



شكل (١١)

حاول أن تحل

- 1 تمثل البيانات في الجدول التالي مبيعات الحواسيب اللوحية لأربعة أنواع مختلفة وذلك لمدة شهر.

| النوع | HP | Apple | Samsung | Acer |
|--------------|----|-------|---------|------|
| عدد المبيعات | ١٥ | ٧٥ | ٦٠ | ٢٠ |

استخدم برنامجًا إحصائيًا على الحاسوب لتمثيل هذه البيانات باستخدام الأعمدة البيانية.

Qualitative Data Presentation

Frequency Table for Discrete Data

ثانياً: عرض البيانات الكمية

الجدول التكراري المفرد لبيانات متقطعة

مثال (٢)

| B | A | |
|---------------------------------|---|----|
| عدد الهواتف المحمولة في كل منزل | | 1 |
| 1 | 4 | 2 |
| 2 | 3 | 3 |
| 3 | 1 | 4 |
| 4 | 2 | 5 |
| 5 | 3 | 6 |
| 6 | 4 | 7 |
| 7 | 2 | 8 |
| 8 | 5 | 9 |
| | 6 | 10 |
| | 3 | 11 |
| | 8 | 12 |
| | 5 | 13 |
| | 2 | 14 |
| | 3 | 15 |
| | 4 | 16 |
| | 3 | 17 |
| | 7 | 18 |
| | 5 | 19 |
| | 6 | 20 |
| | 4 | 21 |
| | 4 | 22 |
| | 3 | 23 |
| | 2 | 24 |
| | 4 | 25 |

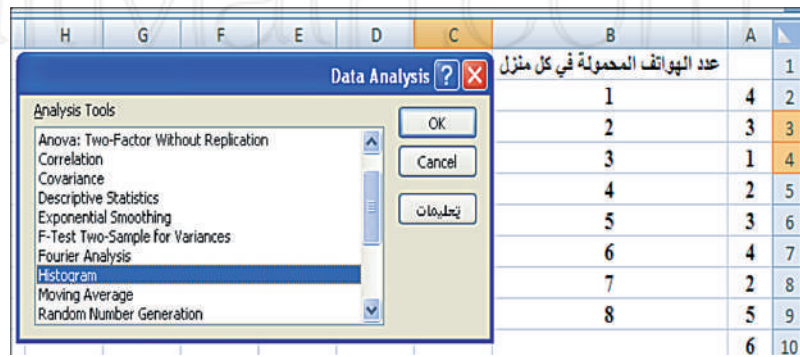
البيانات التالية توضح عدد الهواتف المحمولة من قبل أسر مجموعة من الطلاب:

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٢ | ٤ | ٦ | ٧ | ٤ | ٢ | ٨ | ٦ | ٢ | ٣ | ١ | ٤ |
| ٤ | ٣ | ٤ | ٥ | ٣ | ٣ | ٥ | ٣ | ٥ | ٤ | ٢ | ٣ |

والمطلوب تكوين جدول تكراري لهذه البيانات باستخدام برنامج إحصائي على الحاسوب

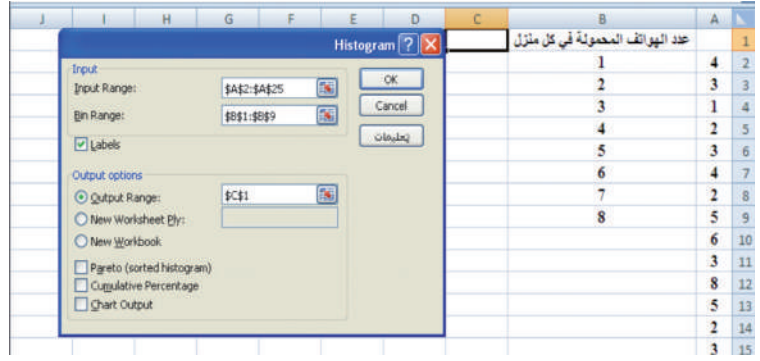
الحل:

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- قم بإدخال عدد الهواتف المحمولة في العمود A ابتداء من الخلية A2 حتى الخلية A25.
- عنون العمود B «عدد الهواتف المحمولة في كل منزل» في الخلية B1، ثم قم بإدخال الأعداد المناظرة لعدد الهواتف المحمولة فيه ابتداء من الخلية B2. فتحصل على الشكل (١٢).
- قم الآن بحساب عدد التكرارات لكل قيمة من القائمة الرئيسية، اختر «بيانات»، ومن ثم اختر شكل (١٢) «Data Analysis» ومن النافذة المعنونة «Data Analysis» اختر «Histogram».



شكل (١٣)

- ثم اضغط على OK فتظهر النافذة المعنونة «Histogram».
- حدد بالفأرة على العمود A من الخلية A1 إلى الخلية A25 فتظهر في خانة Input Range.
- اضغط على مفتاح Tab فنتقل إلى خانة Bin Range ونحدد بالفأرة على العمود B من الخلية B1 إلى الخلية B9 فتظهر في خانة Bin Range.
- اضغط بالفأرة على Labels، ثم على Output Range ونحدد بالفأرة على الخلية C1 فنحصل على الشكل (١٣).



شكل (١٤)

وأخيراً اضغط على **OK** لتحصل على النتائج كما في الشكل (١٤):

| E | D | C | B | A |
|---|-----------|--------------------------------|--------------------------------|----|
| | Frequency | عدد الهواتف المحمولة في المنزل | عدد الهواتف المحمولة في المنزل | |
| | 1 | 1 | 1 | 4 |
| | 4 | 2 | 2 | 3 |
| | 6 | 3 | 3 | 1 |
| | 6 | 4 | 4 | 2 |
| | 3 | 5 | 5 | 3 |
| | 2 | 6 | 6 | 4 |
| | 1 | 7 | 7 | 2 |
| | 1 | 8 | 8 | 5 |
| | 0 More | | | 6 |
| | | | | 10 |
| | | | | 3 |
| | | | | 11 |

شكل (١٥)

- احذف الخلايا **C10**، **D10** وذلك بالضغط بالفأرة عليها ثم اختيار: **تحريير** ← **حذف** ← **الكل**.
- استبدل كلمة **«Frequency»** بكلمة «التكرار» فيكون شكل المستند كما يلي:

| التكرار | عدد الهواتف المحمولة في المنزل |
|---------|--------------------------------|
| ١ | ١ |
| ٤ | ٢ |
| ٦ | ٣ |
| ٦ | ٤ |
| ٣ | ٥ |
| ٢ | ٦ |
| ١ | ٧ |
| ١ | ٨ |

حاول أن تحل

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٢ | ٣ | ٦ | ٥ | ٤ | ١ | ٤ | ٢ | ٣ | ١ |
| ١ | ٤ | ٣ | ٤ | ٣ | ٤ | ٦ | ٣ | ٤ | ٦ |
| ٥ | ٢ | ١ | ٣ | ٢ | ٣ | ٥ | ٤ | ٥ | ٢ |

٢ جدول البيانات التالي يوضح عدد السيارات في الأسرة الواحدة.

اصنع جدولاً تكرارياً لهذه البيانات مستخدماً برنامجاً إحصائياً على الحاسوب.

الجدول التكراري والقطاعات الدائرية لبيانات خام

Tabulation and Pie-Chart for Raw Data

مثال (٣)

تم رصد ألوان عيون ٢٤ طالبًا في إحدى الجامعات، فأنت النتائج على الشكل التالي:

| | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|-----|------|------|------|------|------|-----|
| أسود | أزرق | بني | أسود | عسلي | بني | أسود | بني | أخضر | أسود | عسلي | بني |
| أخضر | بني | أسود | عسلي | أسود | بني | أزرق | أسود | بني | أزرق | عسلي | بني |

أ اصنع الجدول التكراري المفرد لهذه البيانات.

ب مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية مستخدمًا برنامجًا إحصائيًا على الحاسوب.

الحل:

أ قم باستخدام برنامج إكسل Excel.

- عنون العمود A «لون العينين» في الخلية A1. ثم أدخل البيانات المتعلقة بلون العينين ابتداءً من الخلية A2 حتى الخلية A25.
- حوّل المتغير الاسمي (لون العينين) إلى أرقام من أجل أن تسهل التعامل مع التطبيق، وذلك بإعطاء رقم لكل لون.

«أسود = ١» و«بني = ٢» و«عسلي = ٣» و«أزرق = ٤» و«أخضر = ٥».

- أدخل الأعداد المناظرة للون العينين في

العمود B

ابتداءً من الخلية B2.

أدخل لون العينين في العمود C والأعداد

المناظرة في العمود D ابتداءً من الخلية C2

و D2 على الترتيب التالي:

أولاً: حساب عدد التكرارات لكل لون:

اختر البيانات من القائمة ومن النافذة المعنونة Data Analysis اختر Histogram ثم اضغط على OK:

| D | C | B | A | لون العينين |
|---|------|---|------|-------------|
| | | | | 1 |
| 1 | اسود | 1 | اسود | 2 |
| 2 | بني | 5 | اخضر | 3 |
| 3 | عسلي | 4 | ازرق | 4 |
| 4 | ازرق | 2 | بني | 5 |
| 5 | اخضر | 2 | بني | 6 |
| | | 1 | اسود | 7 |
| | | 1 | اسود | 8 |

شكل (١٦)

| J | I | H | G | F | E | D | C | B | A | لون العينين |
|---|---|---|---|---|---|---|------|---|------|-------------|
| | | | | | | | | | | 1 |
| | | | | | | 1 | اسود | 1 | اسود | 2 |
| | | | | | | 2 | بني | 5 | اخضر | 3 |
| | | | | | | 3 | عسلي | 4 | ازرق | 4 |
| | | | | | | 4 | ازرق | 2 | بني | 5 |
| | | | | | | 5 | اخضر | 2 | بني | 6 |
| | | | | | | | | 1 | اسود | 7 |
| | | | | | | | | 1 | اسود | 8 |
| | | | | | | | | 3 | عسلي | 9 |
| | | | | | | | | 3 | عسلي | 10 |

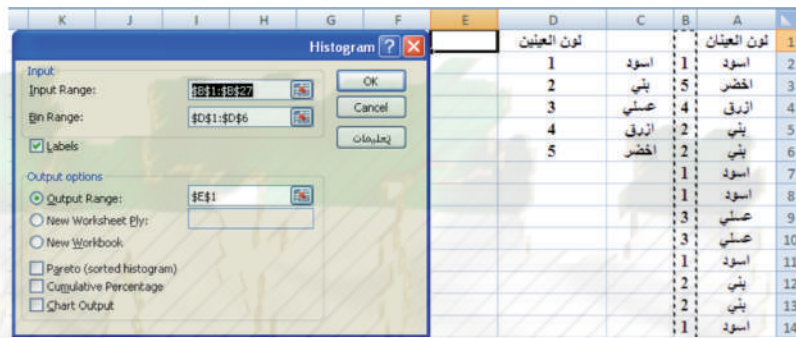
شكل (١٧)

فتظهر النافذة المعنونة **Histogram**:

تأكد من وجود المؤشر داخل مستطيل **Input Range** وبالتالي حدد بالفأرة العمود **B** من الخلية **B1** إلى الخلية **B25** فتظهر في خانة.

• اضغط على مفتاح **Tab** فينتقل المؤشر إلى خانة **Bin Range**. حدد بالفأرة العمود **D** من الخلية **D1** إلى الخلية **D6** فتظهر في خانة **Bin Range**.

• اضغط بالفأرة على كلمة **Labels**، ثم على كلمة **Output Range** فنتقل إلى المربع **Output Range**. حدد بالفأرة على الخلية **E1** فتحصل على الشكل (١٩):



شكل (١٨)

| F | E | D | C | B | A | |
|-------------|-------------|-------------|------|-------------|-------------|---|
| لون العينين | لون العينين | لون العينين | | لون العينين | لون العينين | 1 |
| 8 | 1 | 1 | اسود | 1 | اسود | 2 |
| 8 | 2 | 2 | بنّي | 5 | اخضر | 3 |
| 5 | 3 | 3 | عسلي | 4 | ازرق | 4 |
| 3 | 4 | 4 | ازرق | 2 | بنّي | 5 |
| 2 | 5 | 5 | اخضر | 2 | بنّي | 6 |
| 0 | More | | | 1 | اسود | 7 |

شكل (١٩)

• اضغط على **OK** تظهر النتائج كما في الشكل (١٩):

• احذف الخلايا **E7**، **F7** (التي تتضمن **More** و **0**)

• استبدل كلمة **Frequency** بكلمة التكرار.

• استبدل الخلايا **E2**:**E6** بالخلايا **C2**:**C6** حيث تصبح ألوان العيون مكان رموزها الرقمية، فيتحول شكل المستند كما في الشكل (٢٠):

| F | E | D | C | B | A | |
|---------|-------------|-------------|------|-------------|-------------|---|
| التكرار | لون العينين | لون العينين | | لون العينين | لون العينين | 1 |
| 8 | اسود | 1 | اسود | 1 | اسود | 2 |
| 8 | بنّي | 2 | بنّي | 5 | اخضر | 3 |
| 5 | عسلي | 3 | عسلي | 4 | ازرق | 4 |
| 3 | ازرق | 4 | ازرق | 2 | بنّي | 5 |
| 2 | اخضر | 5 | اخضر | 2 | بنّي | 6 |

شكل (٢٠)

ب) ثانيًا: تمثيل بيانات ألوان العيون بالقطاعات الدائرية:

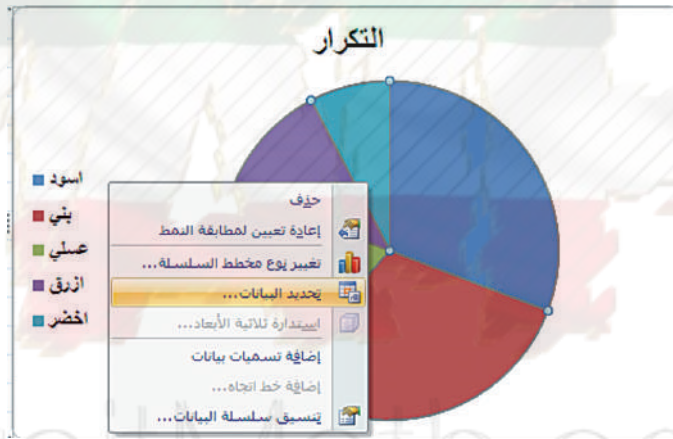
• حدد العمودين **E** و **F** من الخلية **E1** إلى الخلية **F6**.

• اختر من القائمة إدراج ← دائري، كما في الشكل (٢١).



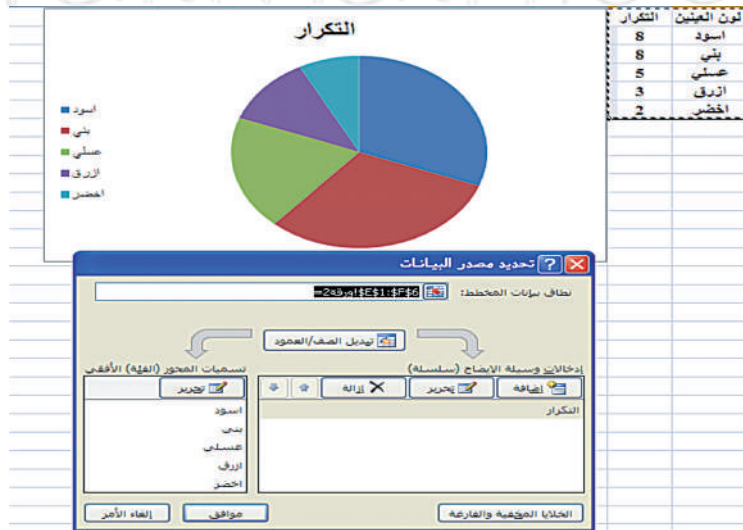
شكل (٢١)

- ضع مؤشر الفأرة على التمثيل الدائري واضغط على الزر الأيمن للفأرة، فتظهر قائمة الاختيار، اختر **تحديد البيانات**، فتظهر النافذة الموضحة في الشكل (٢٢):



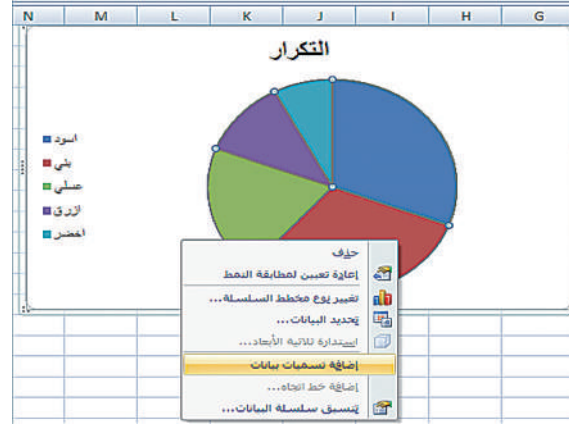
شكل (٢٢)

- اضغط على موافق لتحديد مصدر البيانات وتطبيقها.



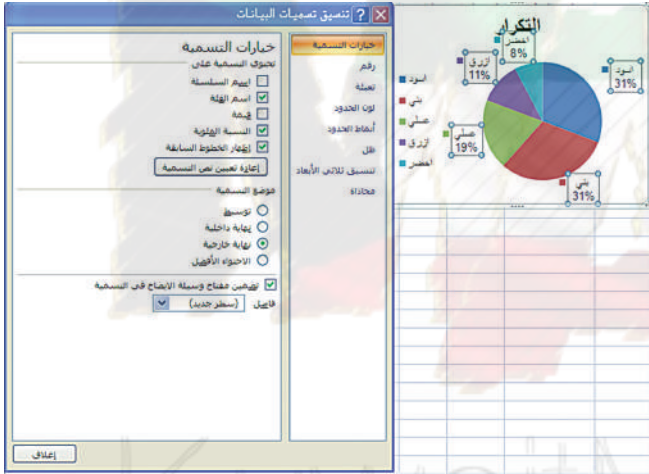
شكل (٢٣)

- اضغط بالفأرة على التمثيل الدائري لتحديده، ومن ثم اضغط على الزر الأيمن للفأرة، فتظهر القائمة كما في الشكل (٢٤). اختر **إضافة تسميات بيانات**.



شكل (٢٤)

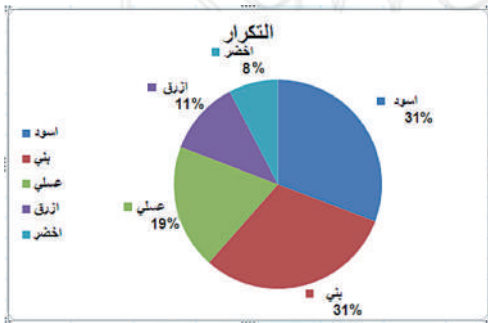
- اضغط على **إضافة تسميات بيانات** تظهر الأرقام على القطاعات الدائرية. تحدها بالضغط عليها بالفأرة ثم بالضغط على الزر الأيمن للفأرة فتظهر القائمة التالية. اختر **تنسيق تسميات البيانات** فتحصل على الشكل (٢٦).



شكل (٢٦)



شكل (٢٥)



شكل (٢٧)

- في قائمة خيارات التسمية اضغط على اسم الفئة، النسبة المئوية، إظهار الخطوط السابقة.
- في موضوع التسمية اضغط على نهاية خارجية.
- اضغط على تضمين مفتاح وسيلة الإيضاح في التسمية ومن ثم على إغلاق فيظهر التمثيل البياني الدائري النهائي، شكل (٢٧).

حاول أن تحل

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | A | F | D | B | C | B | A | B | A |
| F | D | B | C | A | B | F | B | C | D |
| B | A | B | F | D | A | D | B | A | B |
| B | C | A | B | B | C | B | D | C | F |

- ٣ تم تصنيف نتائج ٤٠ طالبًا في الصفوف F، D، C، B، A في إحدى الجامعات كما ورد في الجدول التالي:

- أ اصنع جدولًا تكراريًا مفردًا لهذه البيانات مستخدمًا برنامجًا إحصائيًا على الحاسوب.
- ب مثل هذه البيانات تمثيلًا بيانيًا دائريًا مستخدمًا برنامجًا إحصائيًا على الحاسوب.

مثال (٤)

يمثل الجدول التالي معدل إنتاج النفط اليومي في الكويت من العام ٢٠٠١ إلى العام ٢٠١١ بملايين براميل النفط.

| السنة | ٢٠٠١ | ٢٠٠٢ | ٢٠٠٣ | ٢٠٠٤ | ٢٠٠٥ | ٢٠٠٦ | ٢٠٠٧ | ٢٠٠٨ | ٢٠٠٩ | ٢٠١٠ | ٢٠١١ |
|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|
| إنتاج النفط بملايين البراميل يوميًا | ١,٩٩٨ | ١,٨٩٤ | ٢,١٣٦ | ٢,٣٧٦ | ٢,٥٢٩ | ٢,٥٢٤ | ٢,٤٦٤ | ٢,٥٨٦ | ٢,٣٥ | ٢,٣ | ٢,٥٣ |

مثل هذه البيانات الزمنية بالخط المنكسر مستخدمًا برنامجًا إحصائيًا على الحاسوب.

الحل:

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- أدخل في العمود A السنوات من الخلية A2 إلى الخلية A12، علمًا أنه لا يوجد عنوان لهذا العمود.
- عنون العمود B «الإنتاج اليومي» في الخلية B1.
- ثم أدخل بيانات الإنتاج اليومي من الخلية B2 إلى الخلية B12.
- حدد بالفأرة العمودين A وB من الخلية A1 إلى الخلية B12.
- اختر إدراج من القائمة ثم خطي كما في الشكل (٢٩).

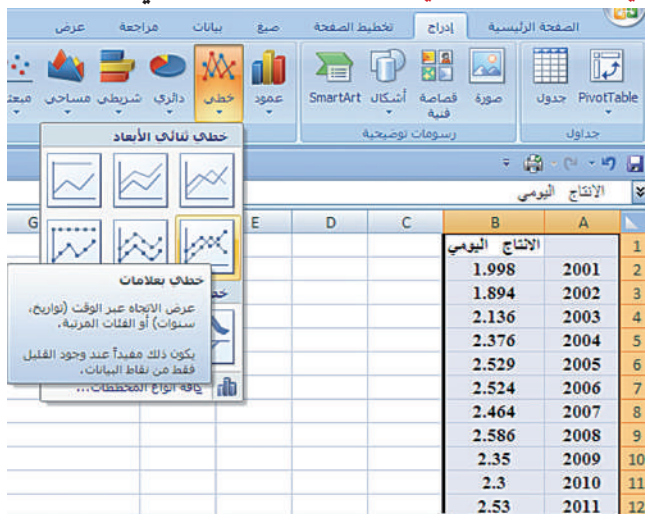
| B | A | |
|----------------|------|----|
| الإنتاج اليومي | | 1 |
| 1.998 | 2001 | 2 |
| 1.894 | 2002 | 3 |
| 2.136 | 2003 | 4 |
| 2.376 | 2004 | 5 |
| 2.529 | 2005 | 6 |
| 2.524 | 2006 | 7 |
| 2.464 | 2007 | 8 |
| 2.586 | 2008 | 9 |
| 2.35 | 2009 | 10 |
| 2.3 | 2010 | 11 |
| 2.53 | 2011 | 12 |

شكل (٢٨)



شكل (٢٩)

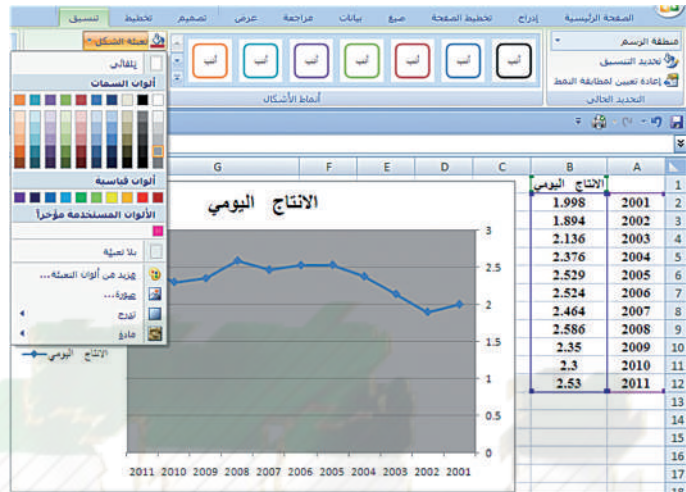
- بعد الضغط على خطي تظهر نافذة معنونة خطي ثنائي الأبعاد، اختر خطي بعلامات كما هو مبين في الشكل (٣٠):



شكل (٣٠)

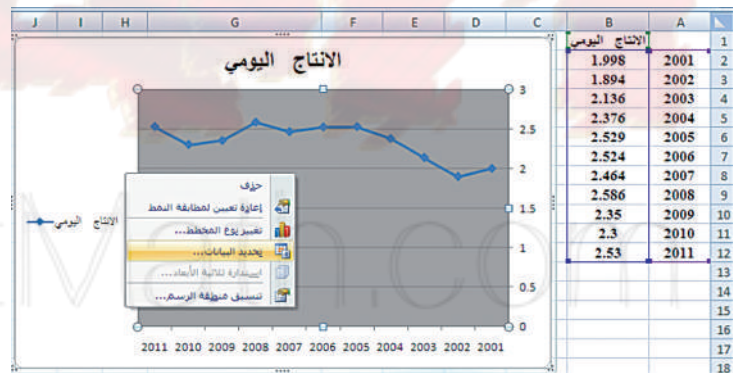
- بعد الضغط على **خطي بعلامات** يظهر التمثيل البياني بالخط المنكسر. حدده بالضغط على الفأرة واختر **تنسيق** من القائمة واضغط على **تعبئة الشكل** لتحديد لون خلفية التمثيل البياني كما هو مبين في الشكل (٣١). اختر اللون بواسطة الفأرة واضغط عليه لتغيير لون خلفية التمثيل البياني.

شكل (٣١)



- حدد التمثيل البياني واضغط على الزر الأيمن للفأرة فتظهر قائمة الاختيار كما هو مبين في الشكل (٣٢). اختر **تحديد البيانات**.

شكل (٣٢)



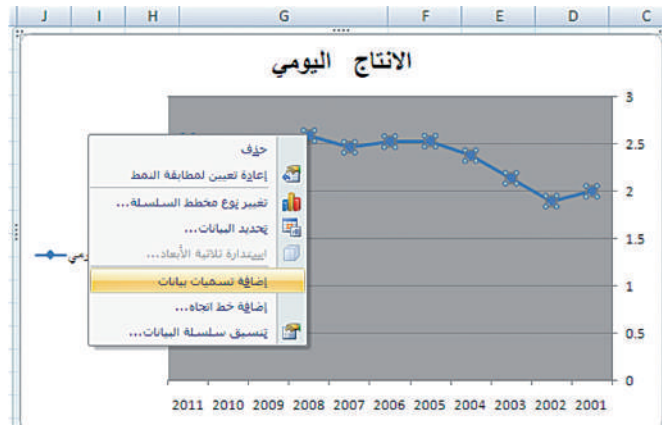
- وعند الضغط على **تحديد البيانات** تظهر نافذة تحديد مصدر البيانات كما في الشكل (٣٢) اضغط على **موافق** لتحديد مصدر كل تلك البيانات.

شكل (٣٣)



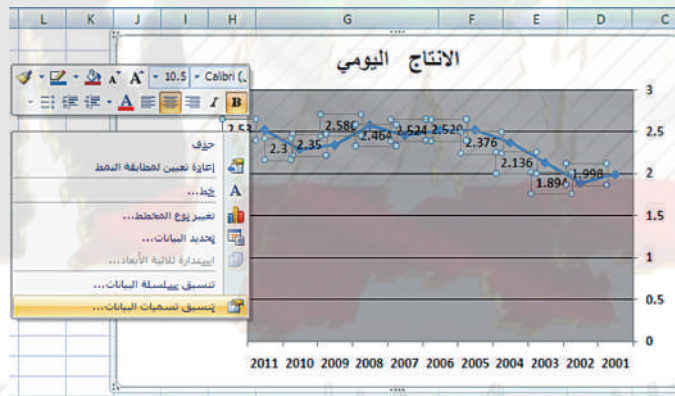
- حدد بواسطة الفأرة إحدى النقاط ومن ثم اضغط على الزر الأيمن للفأرة فتظهر قائمة كما في الشكل (٣٤) اختر **إضافة تسميات** بيانات.

شكل (٣٤)



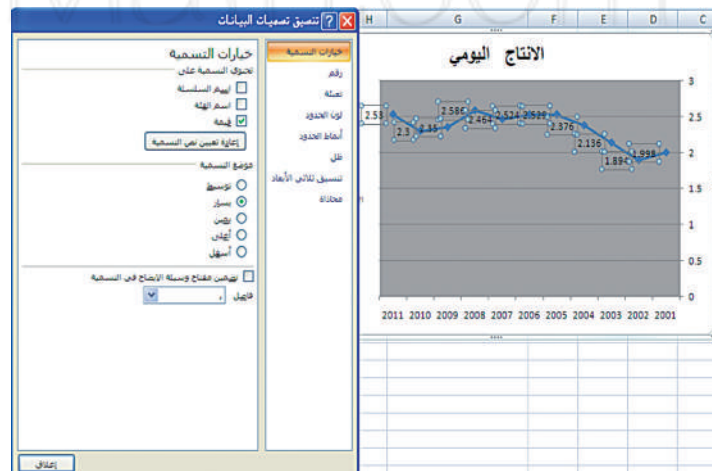
- اضغط على **إضافة تسميات بيانات** تظهر التسميات، من ثم حدد القيم من خلال الضغط على إحداها بواسطة الفأرة واضغط على الزر الأيمن للفأرة، فتظهر القائمة كما في الشكل (٣٥). اختر **تنسيق تسميات البيانات**.

شكل (٣٥)

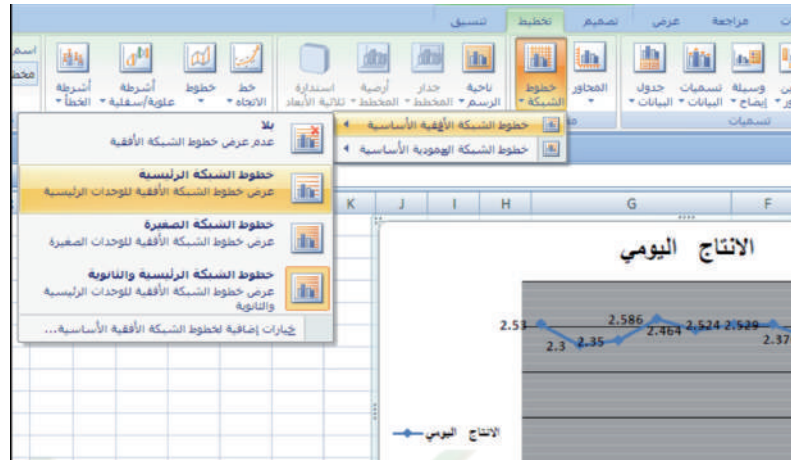


- تظهر النافذة الموضحة في الشكل (٣٦)، اضغط على **قيمة** ثم اضغط في **موضع التسمية** على يسار ثم إغلاق.

شكل (٣٦)

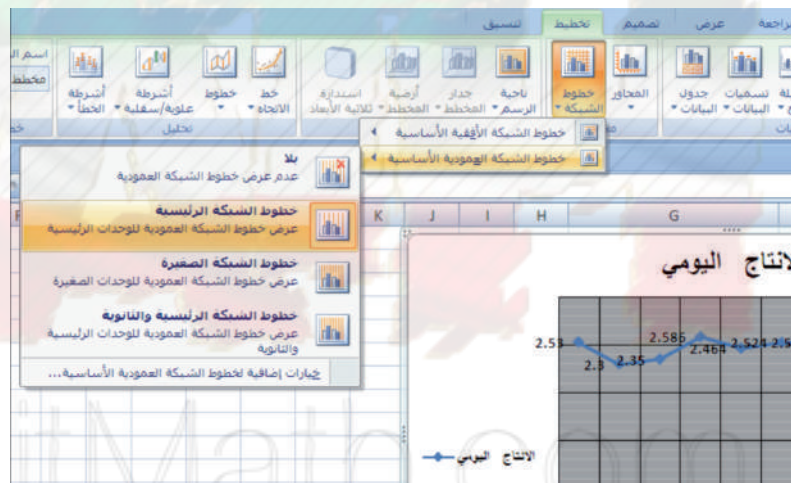


- لتحديد التخطيط العمودي والأفقي في التمثيل البياني، اختر من القائمة **تخطيط** ومن ثم **خطوط الشبكة**. اضغط بواسطة الفأرة على **خطوط الشبكة الأفقية الأساسية**. اختر **خطوط الشبكة الرئيسية**، فتحصل على الشكل (٣٧).



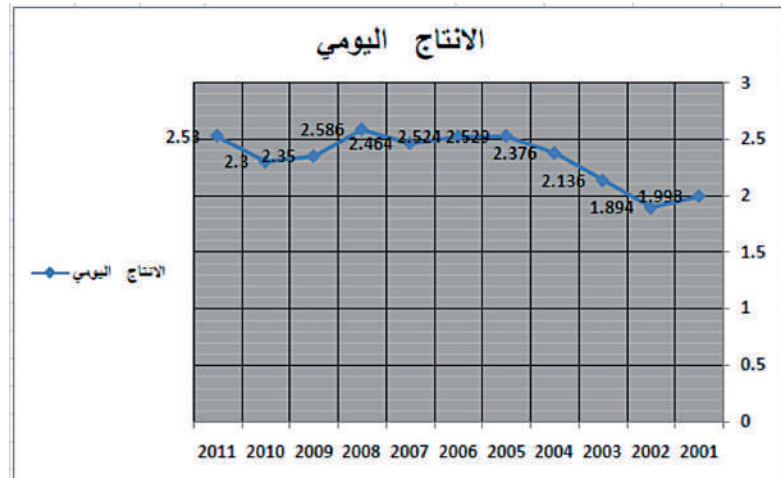
شكل (٣٧)

- اختر بواسطة الفأرة خطوط الشبكة العمودية الأساسية، اضغط على خطوط الشبكة الرئيسية فتحصل على الشكل (٣٨).



شكل (٣٨)

- الشكل (٣٩) يوضح الشكل النهائي الذي ستحصل عليه:



شكل (٣٩)

حاول أن تحل

٤ يبين الجدول التالي معدلات إنتاج القمح في العالم خلال آخر عشر سنوات بملايين الأطنان وهي على الشكل التالي:

| السنة | ٢٠٠١ | ٢٠٠٢ | ٢٠٠٣ | ٢٠٠٤ | ٢٠٠٥ | ٢٠٠٦ | ٢٠٠٧ | ٢٠٠٨ | ٢٠٠٩ | ٢٠١٠ |
|-----------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| إنتاج عالمي للقمح بملايين الأطنان | ٥٩٠ | ٥٧٥ | ٥٦٠ | ٦٣٣ | ٦٢٩ | ٦٠٦ | ٦٠٧ | ٦٨٣ | ٦٨٦ | ٦٥١ |

مثّل هذه البيانات بالخط المنكسر مستخدماً برنامجاً إحصائياً على الحاسوب.

Frequency Histogram

تمثيل البيانات الكمية باستخدام المدرج التكراري

مثال (٥)

الجدول التالي يمثل أطوال مجموعة من ٢٤ طالباً في إحدى المدارس. كون جدولاً تكرارياً ذا فئات وارسم المدرج التكراري التابع له مستخدماً برنامجاً إحصائياً على الحاسوب.

| | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| ١٦٦ | ١٧٤ | ١٩٢ | ١٦٧ | ١٦٦ | ١٥٦ | ١٥٩ | ١٦١ |
| ١٧٨ | ١٧٩ | ١٧١ | ١٧٥ | ١٦٢ | ١٨٢ | ١٦٥ | ١٦٤ |
| ١٨٠ | ١٨٢ | ١٧٨ | ١٧٢ | ١٨٥ | ١٧٣ | ١٧٦ | ١٧٩ |

الحل:

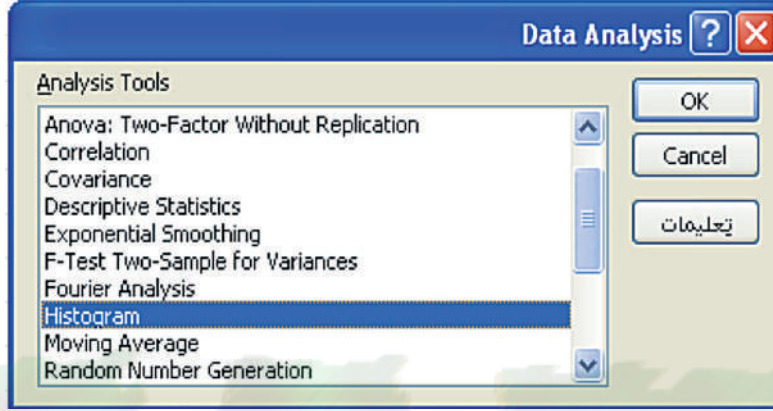
- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- عنون العمود A «أطوال الطلاب» في الخلية A1.
- ثم أدخل أطوال الطلاب من الخلية A2 إلى الخلية A11.
- عنون العمود B «فئات الطول» في الخلية B1.
- وأدخل فئات توزيع أطوال الطلاب (١٥٥ - ١٥٩)، (١٦٠ - ١٦٤)، ...
- (١٩٤ - ١٩٠) ابتداء من الخلية B2.
- عنون العمود C «الأطوال» في الخلية C1.
- وأدخل الحدود العليا للفئات ١٥٩ - ١٦٤ - ١٦٩ - ١٧٤ - ١٧٩ - ١٨٤ - ١٨٩ - ١٩٤ ابتداء من الخلية C1. شكل (٤٠)

| C | B | A | |
|---------|------------|--------------|----|
| الأطوال | فئات الطول | أطوال الطلاب | 1 |
| 159 | 155-159 | 161 | 2 |
| 164 | 160-164 | 164 | 3 |
| 169 | 165-169 | 179 | 4 |
| 174 | 170-174 | 159 | 5 |
| 179 | 175-179 | 165 | 6 |
| 184 | 180-184 | 176 | 7 |
| 189 | 185-189 | 156 | 8 |
| 194 | 190-194 | 182 | 9 |
| | | 173 | 10 |
| | | 166 | 11 |

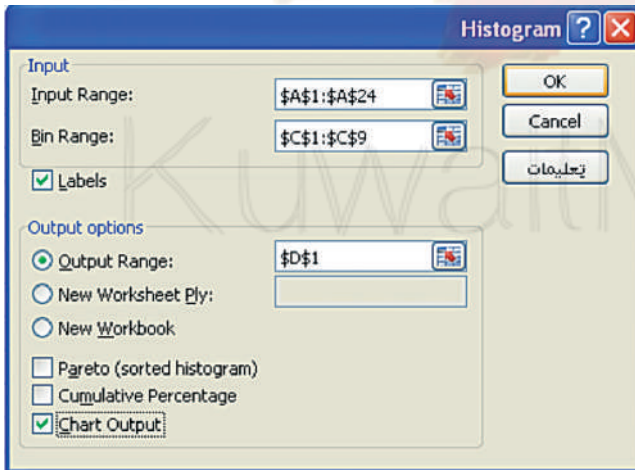
شكل (٤٠)

اختر البيانات من القائمة ومن النافذة المعنونة **Data Analysis**، اختر **Histogram** ثم اضغط على **OK**،
شكل (٤١).

شكل (٤١)

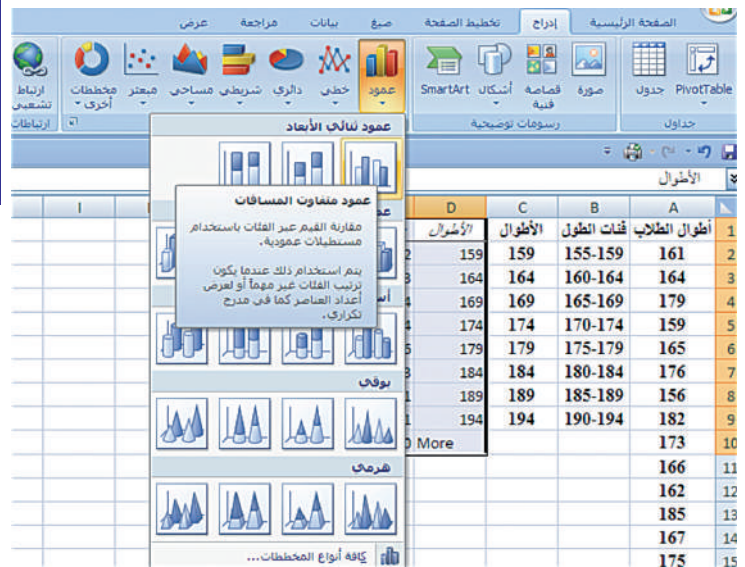


- فتظهر النافذة المعنونة **Histogram**: تأكد من وجود المؤشر داخل مستطيل **Input Range** وبالتالي حدد بالفأرة العمود **A** من الخلية **A7** إلى الخلية **A25**.
- اضغط على مفتاح **Tab** فينتقل المؤشر إلى خانة **Bin Range**. حدد بالفأرة العمود **C** من الخلية **C1** إلى الخلية **C9** فتظهر في خانة **Bin Range**.
- اضغط بالفأرة على كلمة **Labels**، ثم على كلمة **Output Range** فنتقل إلى المربع **Output Range**. حدد بالفأرة على الخلية **D1**.

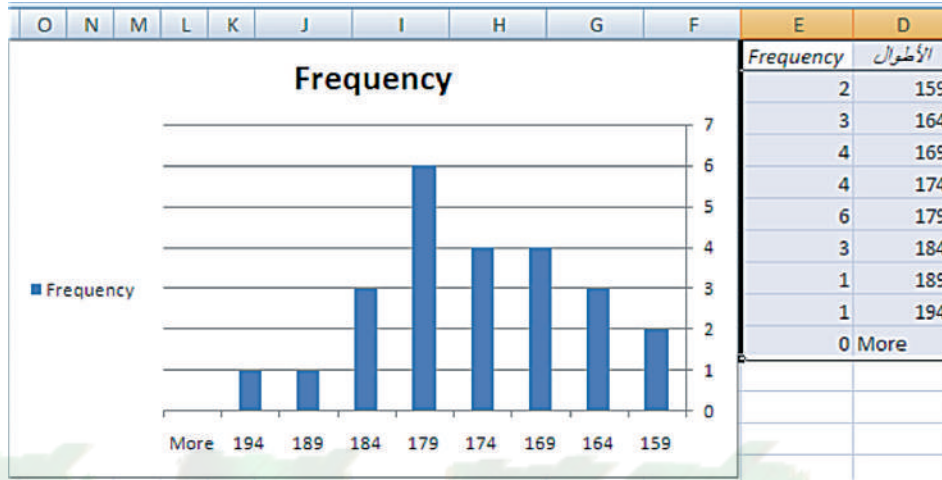


شكل (٤٢)

- اضغط بالفأرة على كلمة **Chart Output**. شكل (٤٢)
- اضغط على **OK** ومن ثم اختر من القائمة إدراج ومن ثم عمود.
- اضغط على عمود ثنائي الأبعاد فنحصل على الشكل (٤٣) ثم (٤٤).

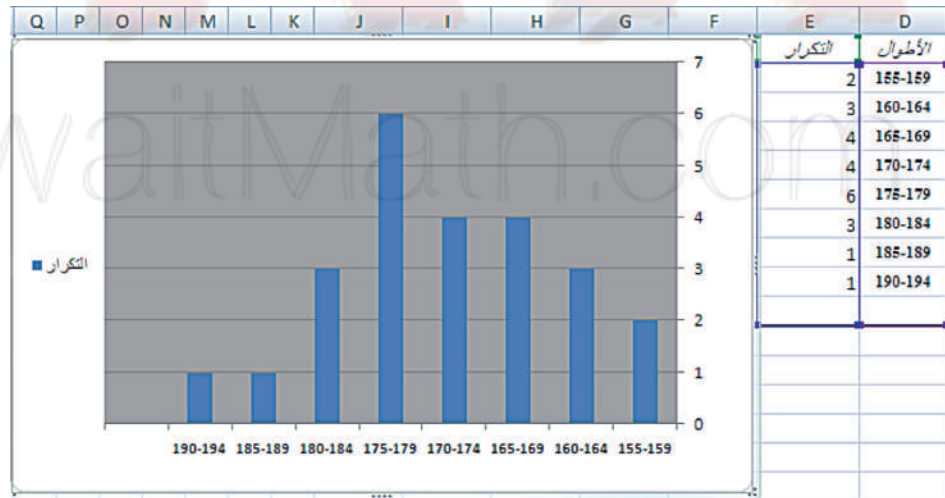


شكل (٤٣)



شكل (٤٤)

- استبدال كلمة **Frequency** بكلمة التكرار.
- استبدال الخلايا **D9:D2** بالخلايا **B9:B2**.
- احذف الخليتين **D9** و **E10** واحذف كلمة **Frequency** الموجودة في أعلى الرسم وكلمة **Frequency** الموجودة إلى يسار الرسم فتحصل على النتائج كما في الشكل (٤٥):



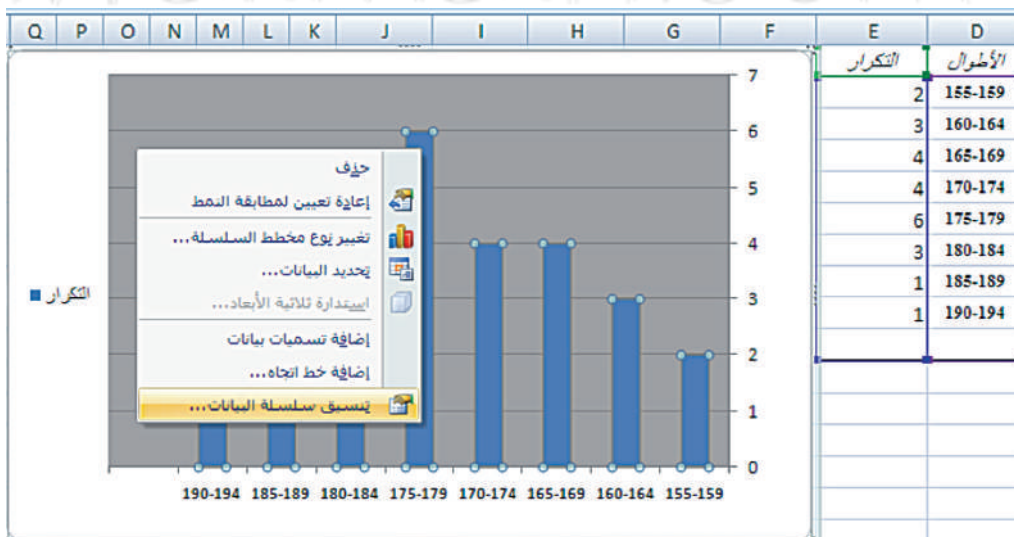
شكل (٤٥)

- اضغط بواسطة الفأرة على أحد الأعمدة لتحديدها ومن ثم بواسطة الزر الأيمن للفأرة واختر **تنسيق سلسلة البيانات** من القائمة. كما هو مبين في الشكل (٤٦):



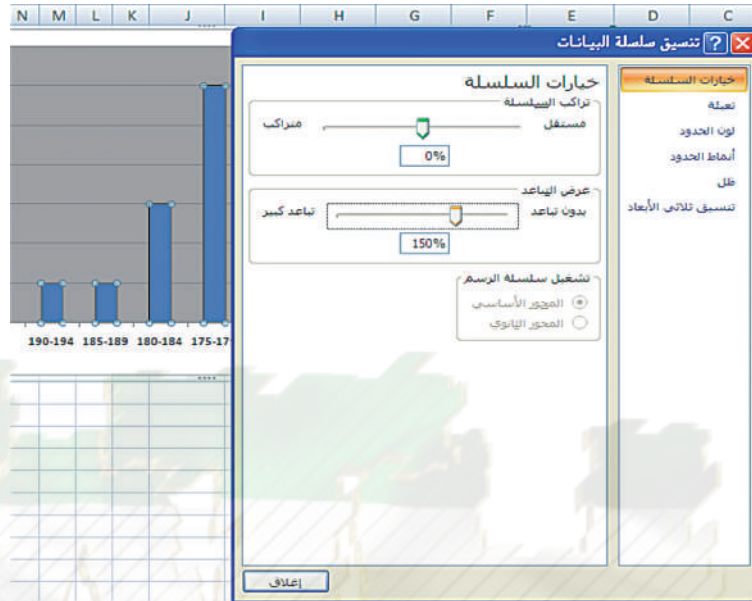
شكل (٤٦)

حدد الأعمدة واختر **تنسيق سلسلة البيانات**.



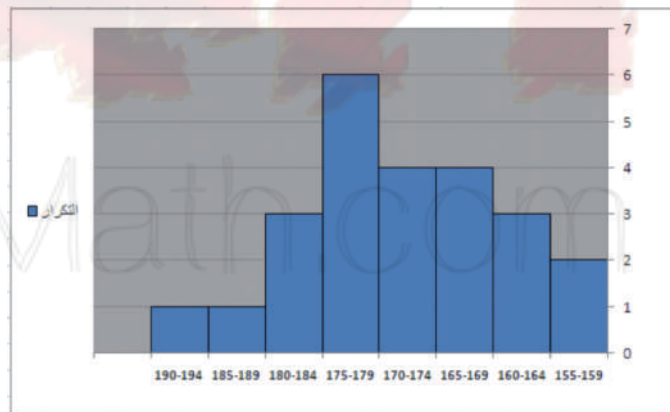
شكل (٤٧)

اضغط على **تنسيق سلسلة البيانات** بواسطة الفأرة، الشكل (٤٧) فتحصل على النافذة التالية: تنسيق سلسلة البيانات. اضغط على خيارات السلسلة، من ثم قم بإزاحة مؤشر **عرض التباعد** ليصبح ٠٪ واضغط على **إغلاق**، الشكل (٤٨).



شكل (٤٨)

فتحصل في النهاية على الصورة النهائية للمدرج التكراري كما في الشكل (٤٩).



شكل (٤٩)

حاول أن تحل

يمثل الجدول التالي بيانات أوزان ٣٦ طالبًا في الصف الحادي عشر أدبي في إحدى المدارس الخاصة المختلطة:

| | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ٨٥ | ٧٤ | ٨٣ | ٥٣ | ٧٢ | ٦٥ | ٦٠ | ٤٧ | ٥٠ |
| ٧٦ | ٦٨ | ٦٥ | ٩٢ | ٦٣ | ٥٨ | ٤٩ | ٦٦ | ٨٥ |
| ٥٨ | ٦٢ | ٧٨ | ٨٧ | ٥٥ | ٨٩ | ٧١ | ٨٦ | ٥٤ |
| ٨٠ | ٧٥ | ٦٧ | ٧٠ | ٦٧ | ٦٨ | ٨٢ | ٦٤ | ٧٣ |

كون جدولًا تكراريًا ذا فئات ومن ثم ارسم المدرج التكراري التابع له مستخدمًا برنامجًا إحصائيًا على الحاسوب.

المرشد لحل المسائل

يبين الجدول التالي المدة الزمنية بالساعات لعمر ٥٠٠ مصباح كهربائي.

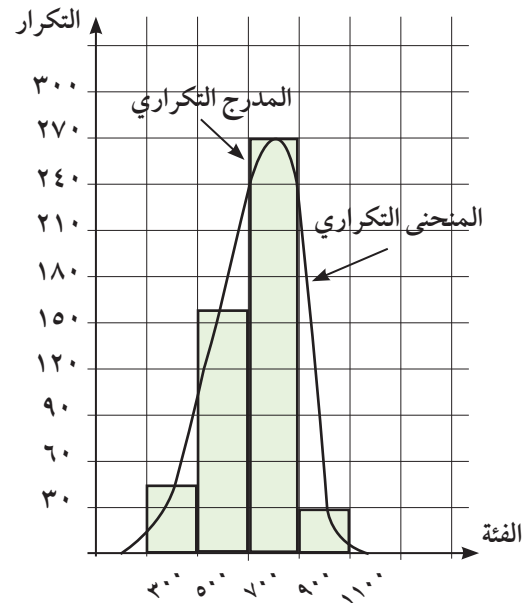
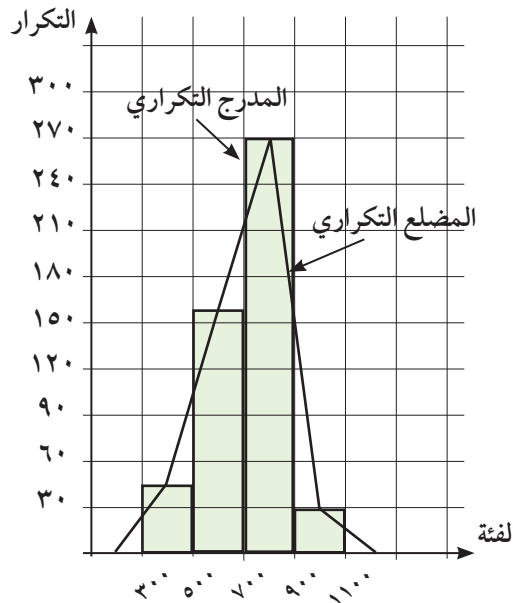
| العمر (بالساعات) | -٣٠٠ | -٥٠٠ | -٧٠٠ | -٩٠٠ |
|------------------|------|------|------|------|
| التكرار | ٤٥ | ١٥٥ | ٢٧٠ | ٣٠ |

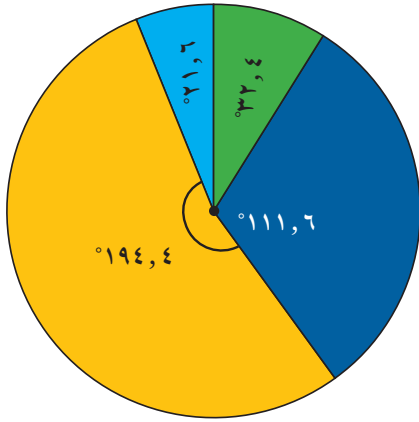
- أ أكمل هذا الجدول بإضافة التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل والتكرار النسبي والنسبة المئوية للتكرار.
- ب مثل هذه البيانات بالمدرج التكراري - المنحنى التكراري - المضلع التكراري.
- ج مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

الحل:

| العمر (بالساعات) | -٣٠٠ | -٥٠٠ | -٧٠٠ | -٩٠٠ |
|------------------------|----------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|
| التكرار | ٤٥ | ١٥٥ | ٢٧٠ | ٣٠ |
| التكرار المتجمع الصاعد | ٤٥ | ٢٠٠ | ٤٧٠ | ٥٠٠ |
| التكرار المتجمع النازل | ٥٠٠ | ٤٥٥ | ٣٠٠ | ٣٠ |
| التكرار النسبي | $\frac{٩}{١٠٠} = \frac{٤٥}{٥٠٠}$ | $\frac{٣١}{١٠٠} = \frac{١٥٥}{٥٠٠}$ | $\frac{٢٧}{٥٠} = \frac{٢٧٠}{٥٠٠}$ | $\frac{٣}{٥٠} = \frac{٣٠}{٥٠٠}$ |
| النسبة المئوية للتكرار | %٩ | %٣١ | %٥٤ | %٦ |

ب التمثيل بالمدرج التكراري - المنحنى التكراري - المضلع التكراري.





جـ التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية.

$$32,4 = \frac{126}{5} = 360 \times \frac{9}{100}$$

$$111,6 = \frac{558}{5} = 360 \times \frac{31}{100}$$

$$194,4 = \frac{972}{5} = 360 \times \frac{27}{50}$$

$$21,6 = \frac{108}{5} = 360 \times \frac{3}{50}$$

مسألة إضافية

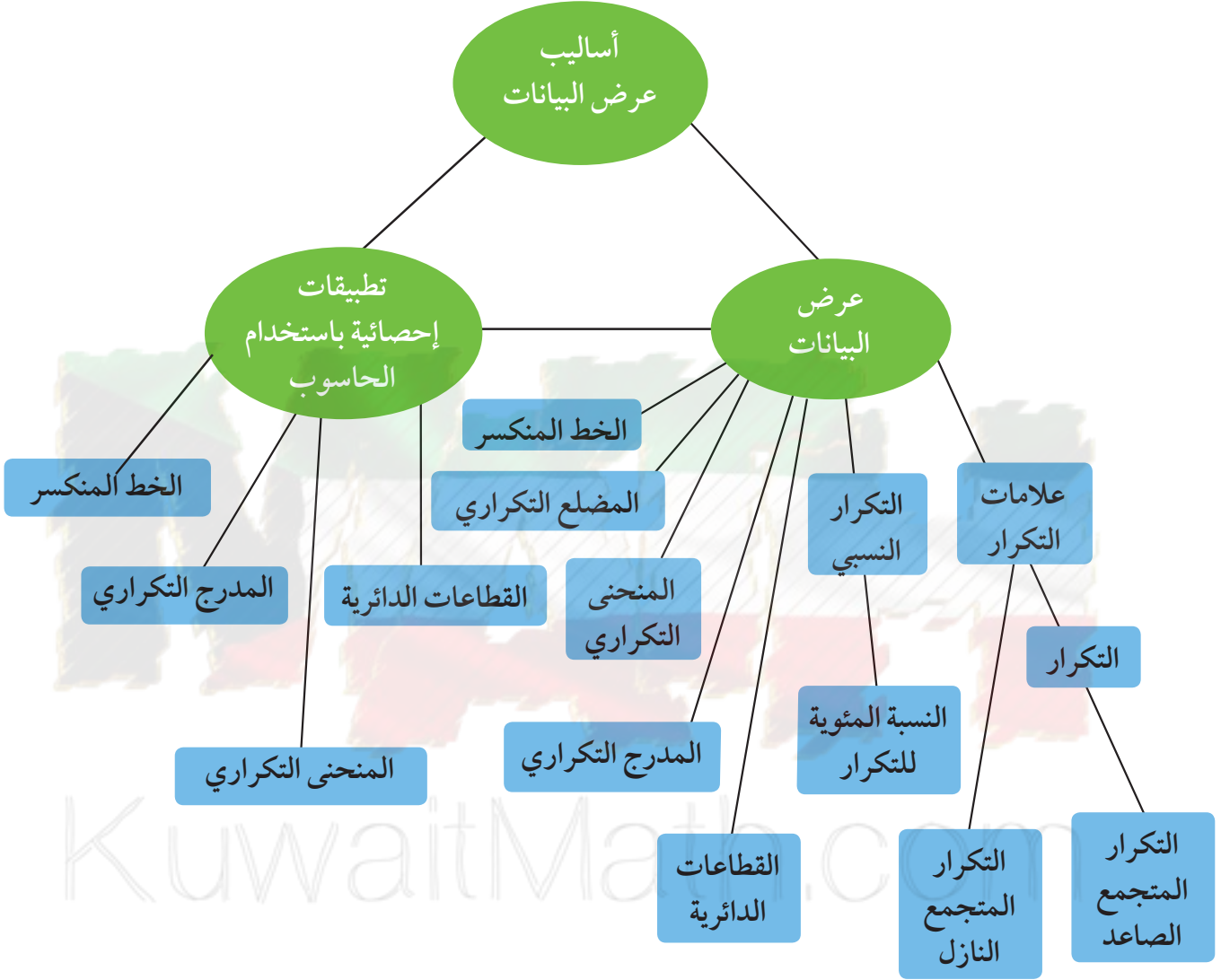
في إحصاء لألوان شعر الرأس عند ٢٥ طالبًا، تبين ما يلي:

أسود، بني، أسود، كستنائي، أسود، أسود، بني، أشقر، أسود، أشقر، كستنائي، بني، أسود، بني، كستنائي، أسود، أسود، بني، أسود، أسود، بني، أشقر، أسود، كستنائي، بني.

أ كون جدولاً تبين عليه علامات التكرار، التكرار النسبي، النسبة المئوية للتكرار.

ب مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية .

مخطط تنظيمي للوحدة الثالثة



ملخص

- تستخدم علامات التكرار لبيان كل قيمة في البيانات.
- التكرار النسبي هو كسر يمثل ناتج قسمة تكرار كل قيمة على مجموع تكرارات القيم.
- النسبة المئوية لكل تكرار تساوي ناتج ضرب التكرار النسبي في ١٠٠.
- كل قطاع دائري له زاوية مركزية قياسها يساوي النسبة المئوية للتكرار $\times 360^\circ$.
- يستخدم المدرج التكراري في تمثيل الفئات من بيانات.
- لرسم المنحني التكراري نأخذ مركز الفئة في كل مستطيل ومنه نأخذ منتصف القطعة المستقيمة المقابلة في كل مستطيل، ثم نصل هذه المنتصفات لنحصل على المنحني التكراري ونغلقه من طرفيه بإضافة فئة قبل الأولى وفئة ثانية بعد الأخيرة على أن يكون تكرار كل فئة مضافة يساوي صفرًا.
- الخط المنكسر يربط نقاطاً بعضها مع بعض بواسطة قطع مستقيمة، وإحداثيات هذه النقاط تمثل متغيرين في البيانات.

جدول الأعداد العشوائية

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 28138 | 28596 | 04819 | 50138 | 12598 | 96878 | 55684 | 01488 | 58963 | 25896 | 36987 | 47856 | 20150 | 18965 |
| 2 | 01055 | 53625 | 47739 | 51063 | 08445 | 33254 | 22542 | 50954 | 73949 | 11945 | 29947 | 86107 | 35420 | 77076 |
| 3 | 79603 | 31075 | 71532 | 38497 | 08236 | 78411 | 18237 | 48743 | 81472 | 31761 | 49582 | 70411 | 64708 | 59416 |
| 4 | 79261 | 96010 | 82558 | 15977 | 15827 | 55768 | 29668 | 73188 | 65198 | 24483 | 16219 | 63827 | 05092 | 47495 |
| 5 | 00005 | 37153 | 07206 | 78041 | 09457 | 97003 | 49739 | 75180 | 74018 | 90951 | 96161 | 31749 | 23314 | 55471 |
| 6 | 59282 | 86004 | 13259 | 59537 | 75702 | 66287 | 77941 | 27095 | 46176 | 67215 | 93007 | 84125 | 89302 | 92843 |
| 7 | 20119 | 41234 | 01600 | 61772 | 57765 | 43965 | 60952 | 86606 | 47653 | 71502 | 85121 | 56804 | 03494 | 98302 |
| 8 | 67205 | 41113 | 34514 | 03273 | 95516 | 68365 | 79855 | 50202 | 66262 | 31348 | 37260 | 56557 | 15116 | 38645 |
| 9 | 06244 | 02595 | 08941 | 24615 | 92256 | 43007 | 05022 | 48195 | 91554 | 42525 | 30499 | 92203 | 70717 | 92685 |
| 10 | 46210 | 35683 | 67486 | 77091 | 58196 | 08010 | 54826 | 97006 | 76740 | 76343 | 93982 | 66126 | 91164 | 53560 |
| 11 | 80851 | 80252 | 02993 | 92649 | 12421 | 00480 | 53258 | 45140 | 57226 | 10428 | 36478 | 24600 | 01401 | 29179 |
| 12 | 74684 | 98726 | 87312 | 70956 | 49731 | 45504 | 70689 | 57849 | 77383 | 53581 | 05100 | 07629 | 04450 | 54826 |
| 13 | 82136 | 32120 | 31733 | 10371 | 01132 | 25110 | 67123 | 59517 | 89996 | 58905 | 75260 | 21509 | 87839 | 68376 |
| 14 | 73419 | 88893 | 89748 | 44745 | 46390 | 54781 | 31307 | 62656 | 69777 | 24494 | 91659 | 29133 | 46122 | 75769 |
| 15 | 66082 | 76594 | 77480 | 38397 | 64521 | 18712 | 50625 | 39027 | 39168 | 07835 | 13446 | 17758 | 19166 | 86050 |
| 16 | 72300 | 93912 | 87548 | 69024 | 17509 | 52647 | 64335 | 84663 | 79524 | 34618 | 72718 | 51651 | 10486 | 81509 |
| 17 | 46805 | 82648 | 27550 | 65291 | 27181 | 92637 | 13539 | 87601 | 15442 | 70131 | 62278 | 99491 | 41647 | 11029 |
| 18 | 59068 | 93270 | 15829 | 34926 | 46252 | 90487 | 92734 | 04850 | 90175 | 84906 | 46435 | 91518 | 86972 | 25705 |
| 19 | 63089 | 93954 | 30250 | 80347 | 81506 | 53768 | 75611 | 62054 | 89867 | 16083 | 45585 | 39555 | 96236 | 37875 |
| 20 | 54384 | 64888 | 28929 | 46575 | 08301 | 86288 | 52656 | 19225 | 65019 | 74795 | 25915 | 71637 | 49063 | 17695 |
| 21 | 41219 | 63211 | 39429 | 15290 | 78067 | 66741 | 08485 | 64653 | 87698 | 04983 | 47255 | 72768 | 90770 | 82930 |
| 22 | 20939 | 02271 | 71831 | 53134 | 73002 | 86087 | 98213 | 24484 | 08574 | 34915 | 03881 | 26259 | 83583 | 55337 |
| 23 | 66587 | 02998 | 73357 | 00128 | 97188 | 71660 | 47602 | 52022 | 28157 | 21602 | 30212 | 53762 | 94149 | 66526 |
| 24 | 71255 | 04641 | 38419 | 79552 | 62599 | 76281 | 10226 | 60287 | 16627 | 85028 | 41218 | 20667 | 63917 | 49254 |
| 25 | 08584 | 91510 | 57892 | 75011 | 49221 | 69960 | 90413 | 62400 | 23239 | 76854 | 66983 | 15964 | 70808 | 41341 |
| 26 | 31552 | 70340 | 48274 | 81006 | 74831 | 19177 | 49160 | 50762 | 89666 | 93535 | 12381 | 29770 | 33895 | 90381 |
| 27 | 02779 | 92197 | 83606 | 60964 | 65448 | 64964 | 19444 | 31357 | 16774 | 68021 | 46076 | 43831 | 09372 | 71527 |
| 28 | 22739 | 38348 | 29275 | 50087 | 91312 | 68984 | 37018 | 03447 | 05352 | 00798 | 61243 | 86397 | 98949 | 07622 |
| 29 | 21255 | 64526 | 97920 | 04791 | 77315 | 49905 | 74232 | 67222 | 89562 | 14683 | 81533 | 60057 | 31164 | 21824 |
| 30 | 95796 | 88317 | 77167 | 07879 | 03499 | 00804 | 27377 | 18693 | 75652 | 32509 | 38279 | 28588 | 16753 | 86119 |
| 31 | 75902 | 33821 | 35579 | 75020 | 78575 | 43912 | 99570 | 79216 | 04682 | 53316 | 95976 | 11938 | 56490 | 43868 |
| 32 | 36028 | 73731 | 05339 | 82203 | 22856 | 72459 | 00237 | 17627 | 50326 | 98629 | 71967 | 48402 | 61549 | 83717 |
| 33 | 06836 | 03795 | 80497 | 34107 | 29215 | 17117 | 69538 | 63274 | 96690 | 78884 | 38149 | 84592 | 67096 | 84551 |
| 34 | 35984 | 71052 | 01657 | 19690 | 99783 | 13513 | 37517 | 96508 | 49098 | 86592 | 10874 | 18125 | 00876 | 14549 |
| 35 | 87635 | 49443 | 55077 | 18157 | 20552 | 27316 | 12591 | 68157 | 34316 | 20447 | 53989 | 40096 | 69123 | 74210 |
| 36 | 41484 | 58832 | 43633 | 92072 | 54522 | 60783 | 05639 | 78371 | 20340 | 90174 | 90549 | 60250 | 80858 | 97632 |
| 37 | 65736 | 34031 | 37846 | 47294 | 50168 | 96397 | 50329 | 17390 | 04554 | 96190 | 02594 | 44229 | 24198 | 03064 |
| 38 | 16118 | 88260 | 28975 | 20036 | 77353 | 96179 | 08143 | 29222 | 57871 | 01292 | 52420 | 07130 | 11896 | 94088 |
| 39 | 62064 | 36947 | 31193 | 72328 | 10262 | 75428 | 50450 | 31620 | 17855 | 27018 | 75910 | 60965 | 39988 | 73389 |
| 40 | 23472 | 61332 | 48829 | 99113 | 90538 | 74066 | 38628 | 09270 | 72856 | 71411 | 78860 | 50745 | 42966 | 27424 |
| 41 | 05654 | 41781 | 99888 | 60787 | 56313 | 83221 | 82631 | 91989 | 32577 | 68175 | 24897 | 23456 | 16419 | 41727 |
| 42 | 83428 | 17512 | 78322 | 01942 | 42061 | 60659 | 32746 | 95367 | 20551 | 99885 | 79334 | 03732 | 97058 | 80356 |
| 43 | 65126 | 87369 | 56266 | 48697 | 33094 | 07522 | 92724 | 05676 | 91022 | 64262 | 24239 | 60242 | 01049 | 42945 |
| 44 | 28042 | 84729 | 34846 | 05880 | 34188 | 27048 | 30623 | 23204 | 05034 | 93136 | 19192 | 91674 | 47022 | 48523 |
| 45 | 53148 | 70847 | 48117 | 16103 | 83773 | 13224 | 76143 | 39148 | 06742 | 08298 | 52014 | 61711 | 79466 | 78334 |

تابع جدول الأعداد العشوائية

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 46 | 13560 | 38973 | 76536 | 54464 | 57626 | 10247 | 67051 | 83850 | 93002 | 30930 | 83842 | 09990 | 39203 | 85693 |
| 47 | 74560 | 04842 | 75720 | 98173 | 35124 | 18019 | 70681 | 73624 | 86300 | 76894 | 55504 | 20022 | 27144 | 03239 |
| 48 | 27449 | 10887 | 55047 | 76702 | 62587 | 20131 | 63452 | 96127 | 15802 | 65271 | 74663 | 37237 | 95812 | 19427 |
| 49 | 44413 | 47571 | 63342 | 67062 | 19900 | 42511 | 71024 | 44364 | 02775 | 41081 | 33177 | 09580 | 71047 | 33820 |
| 50 | 64512 | 50481 | 41107 | 21553 | 86471 | 16380 | 45959 | 16065 | 75195 | 31120 | 33822 | 43200 | 82566 | 43078 |
| 51 | 00095 | 29635 | 33618 | 55201 | 12075 | 97285 | 80296 | 92250 | 92579 | 69296 | 68423 | 91353 | 35553 | 77036 |
| 52 | 09638 | 68500 | 84152 | 55279 | 29481 | 48723 | 87785 | 06304 | 53198 | 79425 | 41344 | 87395 | 54720 | 72911 |
| 53 | 08589 | 28972 | 20500 | 26761 | 61852 | 87387 | 17967 | 50345 | 20479 | 37841 | 16337 | 88163 | 38585 | 02798 |
| 54 | 54883 | 36854 | 75468 | 31821 | 08464 | 13393 | 24322 | 56872 | 39507 | 16845 | 92039 | 13209 | 47035 | 57686 |
| 55 | 15444 | 18858 | 69256 | 81949 | 85766 | 20284 | 15914 | 76382 | 25665 | 84484 | 36409 | 87271 | 14949 | 12069 |
| 56 | 71565 | 25235 | 48604 | 04697 | 60513 | 89675 | 34337 | 06619 | 67509 | 03365 | 67431 | 43725 | 60359 | 33823 |
| 57 | 92871 | 06972 | 97272 | 98081 | 58945 | 98039 | 47815 | 55173 | 93203 | 03385 | 58309 | 47970 | 27985 | 73782 |
| 58 | 68849 | 33525 | 22034 | 44200 | 90628 | 39212 | 75363 | 00247 | 96303 | 51838 | 99956 | 34321 | 85809 | 87275 |
| 59 | 98827 | 81751 | 86350 | 27162 | 56861 | 00566 | 32360 | 52560 | 05152 | 97370 | 29229 | 98503 | 44100 | 59854 |
| 60 | 66803 | 20412 | 23097 | 36884 | 14158 | 51578 | 82839 | 04323 | 01877 | 91180 | 22403 | 31175 | 67942 | 14508 |
| 61 | 41516 | 62122 | 37492 | 78385 | 08100 | 01107 | 49028 | 80607 | 92813 | 75169 | 25796 | 12643 | 75026 | 04170 |
| 62 | 12162 | 72695 | 70213 | 28844 | 94220 | 04677 | 63128 | 96254 | 60006 | 42148 | 63974 | 24739 | 46064 | 93416 |
| 63 | 13274 | 51517 | 40925 | 25926 | 47062 | 06867 | 80018 | 43394 | 68316 | 19197 | 74832 | 95805 | 26126 | 29623 |
| 64 | 52918 | 26336 | 17452 | 70092 | 22425 | 68294 | 14624 | 12683 | 60030 | 18091 | 76824 | 45533 | 29768 | 59678 |
| 65 | 30361 | 58894 | 77995 | 22650 | 20266 | 21791 | 25773 | 37748 | 38058 | 73835 | 57440 | 33610 | 24749 | 56691 |
| 66 | 46377 | 07121 | 20251 | 41301 | 07635 | 66029 | 80470 | 25523 | 16429 | 40640 | 40041 | 79302 | 98712 | 95368 |
| 67 | 27423 | 28968 | 39623 | 90457 | 26780 | 14540 | 15082 | 90327 | 56459 | 77107 | 60727 | 26328 | 59556 | 93557 |
| 68 | 73886 | 44934 | 65197 | 86001 | 51613 | 92940 | 24998 | 35378 | 35732 | 05469 | 05791 | 07309 | 23107 | 37543 |
| 69 | 70336 | 30279 | 09961 | 58625 | 11044 | 73699 | 32481 | 85490 | 58333 | 12277 | 98355 | 86413 | 87883 | 23945 |
| 70 | 97903 | 34498 | 31282 | 11249 | 13179 | 41489 | 87962 | 89071 | 61922 | 02704 | 83626 | 67269 | 26568 | 09110 |
| 71 | 86205 | 97851 | 61543 | 40666 | 78098 | 05621 | 86072 | 21202 | 84985 | 65253 | 09306 | 56791 | 86227 | 73343 |
| 72 | 70718 | 31353 | 96295 | 21718 | 03495 | 83149 | 48733 | 21496 | 68430 | 91459 | 18409 | 86552 | 53261 | 30280 |
| 73 | 79073 | 05288 | 57087 | 27201 | 29661 | 08888 | 42984 | 96272 | 93656 | 50805 | 32057 | 36231 | 03532 | 64408 |
| 74 | 37479 | 85240 | 68508 | 36333 | 90080 | 46063 | 78129 | 96854 | 65844 | 71369 | 15432 | 66145 | 29223 | 87139 |
| 75 | 56009 | 81470 | 06181 | 98341 | 92406 | 61704 | 57770 | 28984 | 92858 | 88178 | 80042 | 83674 | 23736 | 64497 |
| 76 | 97012 | 75201 | 16764 | 31720 | 59414 | 81005 | 63959 | 15445 | 12347 | 71939 | 23651 | 29846 | 20962 | 77463 |
| 77 | 89839 | 94534 | 78223 | 94989 | 54376 | 61163 | 21914 | 19430 | 86856 | 38116 | 83201 | 10117 | 77879 | 04504 |
| 78 | 81048 | 37891 | 24924 | 18757 | 54550 | 54788 | 72430 | 24611 | 18643 | 55647 | 11806 | 78567 | 76679 | 58222 |
| 79 | 96743 | 96838 | 50696 | 57648 | 15325 | 72557 | 77193 | 50894 | 33206 | 44420 | 37986 | 84257 | 02031 | 65384 |
| 80 | 87649 | 00751 | 47483 | 48564 | 13103 | 20941 | 49793 | 68972 | 27994 | 75845 | 84616 | 37040 | 97110 | 95953 |
| 81 | 18173 | 87553 | 45854 | 18750 | 16506 | 57202 | 60428 | 61710 | 35887 | 19879 | 49893 | 04512 | 62556 | 63742 |
| 82 | 27613 | 72032 | 94334 | 38239 | 00395 | 05486 | 96365 | 01758 | 99314 | 41866 | 25760 | 74573 | 72169 | 25744 |
| 83 | 67517 | 04195 | 89100 | 21434 | 52923 | 90818 | 09206 | 19493 | 00233 | 62413 | 39127 | 76457 | 39419 | 35023 |
| 84 | 23574 | 88907 | 08133 | 85126 | 84643 | 94128 | 89259 | 18791 | 71035 | 84179 | 82500 | 92193 | 31383 | 34150 |
| 85 | 98721 | 90145 | 05695 | 14882 | 11827 | 56881 | 14143 | 68069 | 88481 | 08328 | 58607 | 81737 | 11660 | 96892 |
| 86 | 85556 | 83652 | 92934 | 55451 | 94792 | 45056 | 50732 | 83305 | 46303 | 37510 | 15539 | 52534 | 47250 | 75231 |
| 87 | 63282 | 48334 | 46961 | 05993 | 16605 | 63422 | 23375 | 44298 | 16226 | 10617 | 96722 | 42776 | 53376 | 94366 |
| 88 | 34033 | 36344 | 41107 | 77495 | 73985 | 79352 | 14844 | 44334 | 30781 | 16339 | 38031 | 28104 | 60054 | 05725 |
| 89 | 75567 | 31423 | 72507 | 48162 | 30150 | 44912 | 76250 | 12017 | 12136 | 47687 | 90279 | 67127 | 83889 | 87957 |
| 90 | 45101 | 69475 | 96924 | 76548 | 57756 | 14741 | 26052 | 42807 | 52824 | 61981 | 87866 | 35512 | 23771 | 43130 |

