الوحدة الخامسة

المتباينات والبرمجة الخطية

Inequalities and Linear Programming

مشروع الوحدة: أفضل مردود من الحملة الإعلانية

١ مقدمة المشروع: تعتبر البرمجة الخطية من الوسائل المهمة لتحقيق أفضل النتائج عند استخدامها في مواقف حياتية واقعية، مثل كيفية الحصول على أكبر ربح عند مبيع أي منتج أو تخفيض كلفة إنتاج سلعة معينة. لذا دخلت البرمجة الخطية كوسيلة أساسية في مجالات العلوم، والصناعة، والتسويق، ...

٢ الهدف: إيجاد أكبر عدد من الأشخاص استمعوا إلى الإعلان أو شاهدوه وقد تناول الترويج لمبيع سلعة معينة عبر أجهزة الإعلام المسموعة (راديو) والمرئية (التلفاز).

٣ اللوازم: آلة حاسبة مبرمجة - ورق رسم بياني - مسطرة - حاسوب (اختياري).

٤ أسئلة حول التطبيق:

أطلقت إحدى المؤسسات التجارية حملة إعلانية لتسويق سلعة معينة وذلك عبر أجهزة الإعلام المسموعة (الراديو) والمرئية (التلفاز)، حيث توقعت هذه المؤسسة أن يشارك ٦٠ جهازًا مسموعًا ومرئيًّا على الأقل. على أن يكون عدد الأجهزة المسموعة المشاركة على الأقل مثلي عدد الأجهزة المرئية. إذا كانت كلفة الإعلان المسموع ٦ دنانير كويتية وكلفة الإعلان المرئي ٢٤ دينارًا كويتيًّا وقد وضعت المؤسسة ميزانية إجمالية للإعلان قيمتها ١٠٨٠ دينارًا كويتيًّا. وقدرت أن يكون عدد مستمعي كل جهاز مسموع ٢٠٠٠ مستمع وعدد مشاهدي كل جهاز مرئي ١٥٠٠ مشاهد.

فما عدد كل وسيلة إعلانية (مرئية ومسموعة) يتوجب اعتمادها للقيام بهذه المهمة وإيصال هذا الإعلان إلى أكبر عدد ممكن من المستهلكين؟

لنأخذ س عدد الأجهزة المسموعة (راديو) المشاركة في الإعلان، ص عدد الأجهزة المرئية (تلفاز) المشاركة في الإعلان.

أ اكتب متباينة خطية تبيّن توقعات الأجهزة المشاركة في الإعلان.

ب اكتب متباينة خطية تبيّن العلاقة المتوقعة لعدد بث الإعلانات بين الأجهزة المسموعة والمرئية.

جـ اكتب معادلة تبيّن العلاقة بين عدد المستمعين الإجمالي وعدد المشاهدين الإجمالي.

د اكتب نظام المتباينات والمعادلات التي حصلت عليها وأضف س ≥ ٠، ص ≥ ٠.

هـ مثّل على نظام إحداثي متعامد المتباينات التي حصلت عليها، ثم حدّد منطقة الحل.

و أوجد في منطقة الحل قيمة (س، ص) التي تحقق أكبر عدد من المستمعين والمشاهدين.

٥ التقرير: اكتب تقريرًا مفصلًا يعكس الجهد في عملك، وطريقة حصولك على الإجابة، ويتضمن الحسابات والرسم البياني.

دروس الوحدة

٥-١ المتباينات	٥-٢ البرمجة الخطية
(٥-١ - أ) منطقة الحل لمتباينة من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًّا	

الوحدة الخامسة

أين أنت الآن (المعارف السابقة المكتسبة)

- حل المعادلات.
- تحديد النقاط في المستوى الإحداثي.

ماذا سوف تتعلم؟

- حل المتباينات من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًّا.
- إيجاد منطقة الحل المشتركة لمتباينتين أو أكثر من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًّا.

المصطلحات الأساسية

المتباينات - منطقة الحل - متغير بياني - برمجة خطية - منطقة الحل المشترك - الشروط (القيود) - متغيرات القرار - دالة الهدف.

أضف إلى معلوماتك

إن أهمية حل المتباينات يكمن في حل المسائل وأنظمة البرمجة الخطيّة، وهي تعتبر مهمة في اتخاذ القرارات في العمليّات الاقتصادية، التجارية، الزراعية، الصناعية... بحيث يجب أن تحاكي عدة شروط لتحقيق أفضل النتائج الممكنة.

ففي الزراعة مثلًا، المطلوب زيادة الإنتاج، وخفض التكلفة بأقل مساحة. أما في الصناعة فالمطلوب زيادة الإنتاج، وخفض التكلفة، وتحقيق أعلى نسبة أرباح.

وفي التجارة، المطلوب إمكانية المفاضلة بين عرضين أو سلعتين من النوع نفسه بحيث يتمكن المستهلك من اختيار الأفضل.

٥ – ١

المتباينات

Inequalities

سوف تتعلم

- حل متباينات من الدرجة الأولى.
- إيجاد منطقة الحل المشترك لمتباينتين أو أكثر من الدرجة الأولى.

دعنا نفكر ونتناقش

تريد شراء سيارة ثمنها أقل من ٦٩٥ ٥ دينارًا كويتيًّا وذلك بعد إضافة ضريبة المبيعات بقيمة ٥٪ على ثمنها. وتريد أن تكون كلفة استهلاكها للوقود أقل من ٥٧٠ دينارًا كويتيًّا لمسافة الـ ٠٠٠ ٩٠ كيلومتر التي من المرتقب أن تقطعها السنة المقبلة.

تقدر أن يكون معدل كلفة الوقود ٠,٠٦٥ دينار كويتي في اللتر الواحد.

أي سيارة تستوفي شروطك بشكل أفضل؟ وضّح ذلك.

السيارة	أ	ب	ج	د	هـ	و	ز	ح
ثمن السيارة (بالدينار الكويتي)	٦٩٢ ٥ دينارًا كويتيًّا	٦٨٠ ٤ دينارًا كويتيًّا	٤٨٠ ٥ دينارًا كويتيًّا	٢٥٠ ٥ دينارًا كويتيًّا	٤١٠ ٥ دينار كويتيّ	٤٦٥ ٦ دينارًا كويتيًّا	٥٥٠ ٥ دينارًا كويتيًّا	٤٠٥ ٥ دينارًا كويتيًّا
كمية الوقود المستهلكة (كم/لتر)	١٠,٦ كم/لتر	١١,٤ كم/لتر	٩,٣ كم/لتر	٩ كم/لتر	٨ كم/لتر	٧,٢ كم/لتر	١٢,٣ كم/لتر	٦ كم/لتر

نعلم أن س > ٥ جملة رياضية تسمى متباينة من الدرجة الأولى في متغير واحد هو س.

وأن س + ص ≤ ٣ جملة رياضية تسمى متباينة من الدرجة الأولى في متغيرين هما س، ص. ولحل هذه المتباينات يلزمنا مراجعة بعض خواص التباين.

خواص التباين

إذا كانت س، ص، ع أعدادًا حقيقية وكان س > ص فإن:

١ س + ع > ص + ع ∀ س ، ص ، ع ∈ ح

٢ س ع > ص ع ∀ س ، ص ∈ ح ، ع > ٠

٣ س ع < ص ع ∀ س ، ص ∈ ح ، ع < ٠

مثال (١)

أوجد مجموعة حل المتباينات التالية ومثّل مجموعة الحل على خط الأعداد الحقيقيّة.

أ ٢س – ٣ ≤ ٥

ب ٥ – ٣س ≤ ٧

جـ -٢ < ٧س – ٥ ≤ ٣

الحل:

أ ٢س − ٣ ≤ ٥

٢س − ٣ + ٣ ≤ ٥ + ٣ — بإضافة ٣ إلى الطرفين

٢س ≤ ٨

س ≤ ٤ — بضرب الطرفين في $\frac{١}{٢}$

∴ م. ح. = (−∞، ٤]

التمثيل على خط الأعداد الحقيقيّة

ب ٥ − ٣س ≤ ٧

−٥ + ٥ − ٣س ≤ −٥ + ٧ — بإضافة −٥

−٣س ≤ ٢

س ≥ $\frac{-٢}{٣}$ — بالضرب في $-\frac{١}{٣}$

∴ م. ح. = $\left[-\frac{٢}{٣}، ∞\right)$

التمثيل على خط الأعداد الحقيقيّة

جـ −٢ < ٧س − ٥ ≤ ٣

−٢ + ٥ < ٧س − ٥ + ٥ ≤ ٣ + ٥ — بإضافة +٥

٣ < ٧س ≤ ٨

$\frac{٣}{٧}$ < س ≤ $\frac{٨}{٧}$ — بالضرب في $\frac{١}{٧}$

∴ م. ح. = $\left(\frac{٣}{٧}، \frac{٨}{٧}\right]$

التمثيل على خط الأعداد الحقيقيّة

حاول أن تحل

١ أوجد مجموعة حل المتباينات التالية ومثّل مجموعة الحل على خط الأعداد الحقيقيّة.

أ ٧ + ٢س ≥ ٤

ب −٤ < ٢س + ١ ≤ ٥

جـ ٢ − س ≤ ٨

(٥-١-أ) منطقة الحل لمتباينة من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًّا
Graphically Solution Region For First Degree Inequality in Two Variables

نعلم أن المتباينة من الدرجة الأولى في متغيرين تأخذ أحد الأشكال التالية:

أ س + ب ص > جـ

أ س + ب ص ≥ جـ

أ س + ب ص < جـ

أ س + ب ص ≤ جـ

حيث أ، ب ∈ ح - {٠} ، جـ ∈ ح بينما س، ص متغيران من الدرجة الأولى.

وتعرف منطقة الحل لأي من المتباينات السابقة بأنها جميع النقاط (س، ص) في المستوى الإحداثي التي تحقق هذه المتباينة.

مثال (٢)

بيّن أيًّا من النقاط التالية: أ(١، ١)، ب(-١، ١)، جـ(١، -١) تحقق المتباينة: ٢س - ٣ص ≥ ١

الحل:

بالتعويض بإحداثيا النقطة (س، ص) في الطرف الأيمن من المتباينة يمكن الحصول على النقاط التي تحقق المتباينة

∵ أ(١، ١) ، ٢س - ٣ص ≥ ١

بالتعويض في الطرف الأيمن

∴ ٢س - ٣ص = ٢ × ١ - ٣ × ١

= ٢ - ٣ = -١

وحيث -١ ≥ ١

∴ النقطة أ(١، ١) تحقق المتباينة.

أي أن النقطة أ(١، ١) تقع في منطقة حل المتباينة: ٢س - ٣ص ≥ ١

∵ ب(-١، ١) ، ٢س - ٣ص ≥ ١

بالتعويض في الطرف الأيمن

∴ ٢س - ٣ص = ٢ × (-١) - ٣ × ١

= -٥

وحيث -٥ ≥ ١

∴ ب(-١، ١) تحقق المتباينة.

أي أن النقطة ب(-١، ١) تقع في منطقة حل المتباينة: ٢س - ٣ص ≥ ١

$\because$ جـ(١، –١) ، ٢س – ٣ص $\geq$ ١

بالتعويض في الطرف الأيمن

$\therefore$ ٢س – ٣ص = ٢ × ١ – ٣ × (–١)

= ٥

وحيث إن ٥ $\ngeq$ ١

$\therefore$ جـ(١، –١) لا تحقق المتباينة.

أي أن النقطة جـ(١، –١) لا تقع في منطقة حل المتباينة: ٢س – ٣ص $\geq$ ١

حاول أن تحل

٢ بيّن أيًّا من النقاط التالية: أ(١، –١)، ب(٢، ٠)، جـ(–١، ١) تحقق المتباينة: ٥س – ٢ص > ٧

عند إيجاد منطقة الحل لمتباينة من الدرجة الأولى بيانيًّا في متغيرين سوف نحتاج إلى ما يسمى بخط الحدود وهو عبارة عن المستقيم أس + ب ص = جـ الذي يمكن استنتاجه من إحدى المتباينات السابقة.

وسنمثّل خط الحدود بمستقيم متصل في حالة أي من المتباينتين:

أس + ب ص $\geq$ جـ ، أس + ب ص $\leq$ جـ

ونمثّل خط الحدود بمستقيم متقطع في حالة أي من المتباينتين:

أس + ب ص > جـ ، أس + ب ص < جـ

مثال (٣)

ارسم خط الحدود لكلّ من:

أ ٢س + ٥ص $\geq$ ٥

ب ٣س + ٢ص > ٦

الحل:

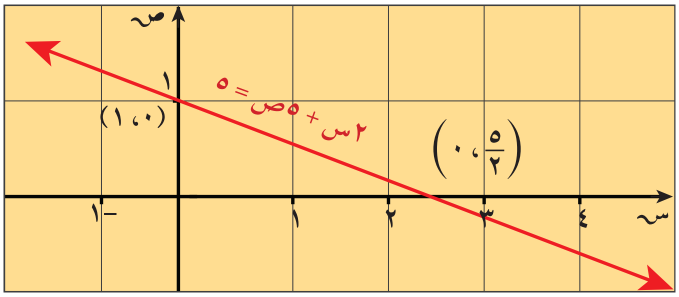
أ لرسم خط الحدود للمتباينة: ٢س + ٥ص $\geq$ ٥

١ نوجد المعادلة المناظرة للمتباينة وهي: ٢س + ٥ص = ٥

٢ نرسم الخط المستقيم الذي يمثّل المعادلة المناظرة بعد تكوين الجدول.

س	٠	$\frac{٥}{٢}$	٥
ص	١	٠	–١
(س، ص)	(٠، ١)	$(\frac{٥}{٢}، ٠)$	(٥، –١)

فيكون على الصورة:



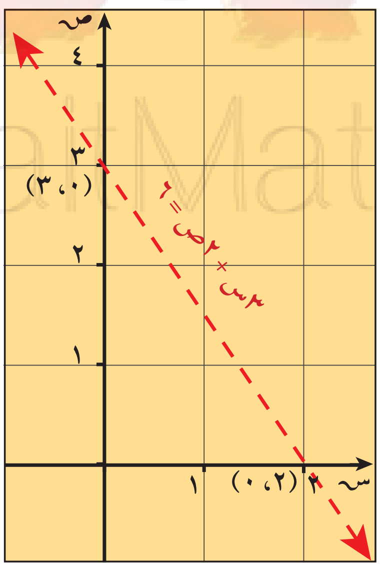
ب لرسم خط الحدود للمتباينة: ٣س + ٢ص < ٦

١ نوجد المعادلة المناظرة للمتباينة وهي: ٣س + ٢ص = ٦

٢ نرسم الخط المستقيم المتقطع الذي يمثّل المعادلة المناظرة بعد تكوين الجدول:

س	٠	٢	٣
ص	٣	٠	$-١\frac{١}{٢}$

فيكون على الصورة:



حاول أن تحل

٣ ارسم خط الحدود لكل من:

أ س + ص < ٦

ب ٥س + ٢ص ≥ ٢٠

مثال (٤)

ارسم خط الحدود لكل من:

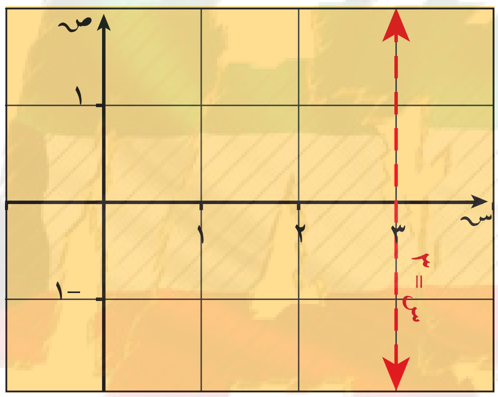
أ س > ٣

ب ص ≤ −٢

الحل:

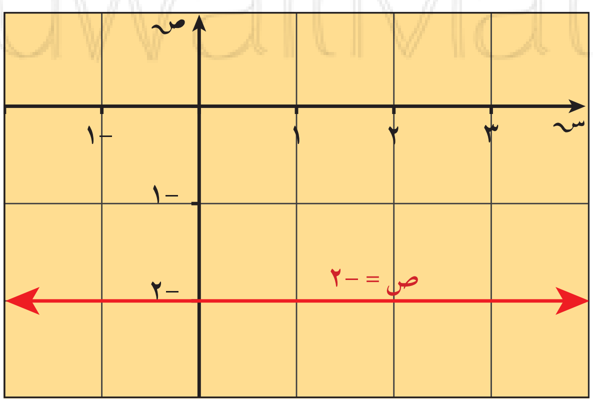
أ المعادلة المناظرة هي: س = ٣

ويكون الرسم التالي:



ب المعادلة المناظرة هي: ص = −٢

ويكون الرسم التالي:



حاول أن تحل

٤ ارسم خط الحدود لكل من:

أ ص > ٣

ب س ≥ −٤

خطوات إيجاد منطقة الحل لمتباينة من الدرجة الأولى بيانيًا

Steps to Find Graphically Solution Region For First Degree Inequality

١ نرسم خط الحدود للمتباينة باستخدام الخط المتصل في حالة (≤ أو ≥) والخط المتقطع في حالة (< أو >).

٢ نقوم بتحديد المنطقة التي تمثل جانب منطقة حل المتباينة، ولتحديد هذا الجانب نختار أي نقطة من أحد جانبي خط الحدود ونعوض بها في المتباينة، إذا نتج عن ذلك عبارة صحيحة يكون هذا الجانب هو جانب منطقة الحل، لكن إذا نتج عن ذلك عبارة غير صحيحة يكون الجانب الآخر هو جانب منطقة الحل.

٣ في حالة (≤ أو ≥) تتكوّن منطقة الحل من جميع النقاط الواقعة على خط الحدود بالإضافة إلى جميع النقاط الواقعة إلى جانب منطقة الحل.

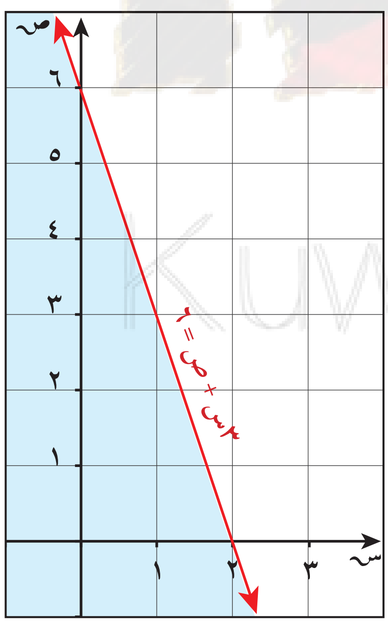
وفي حالة (< أو >) تتكوّن منطقة الحل من جميع النقاط الواقعة على جانب منطقة الحل.

٤ نظلّل المنطقة التي تمثّل منطقة حل المتباينة.

مثال (٥)

مثّل بيانيًّا منطقة الحل للمتباينة: ٣س + ص ≤ ٦.

الحل:



نرسم خط الحدود للمتباينة: ٣س + ص ≤ ٦

نوجد المعادلة المناظرة للمتباينة وهي: ٣س + ص = ٦

نرسم الخط المستقيم المتصل الذي يمثّل المعادلة المناظرة بعد تكوين الجدول.

س	٠	٢	٣
ص	٦	٠	−٣

عند تحديد جانب منطقة الحل نعوض بنقطة الأصل (٠، ٠) في المتباينة (حيث خط الحدود لا يمر بنقطة الأصل).

٣ × ٠ + ٠ ≤ ٦ ⟵ ٠ ≤ ٦ عبارة صحيحة

∴ نظلّل المنطقة التي تحوي نقطة الأصل (٠، ٠).

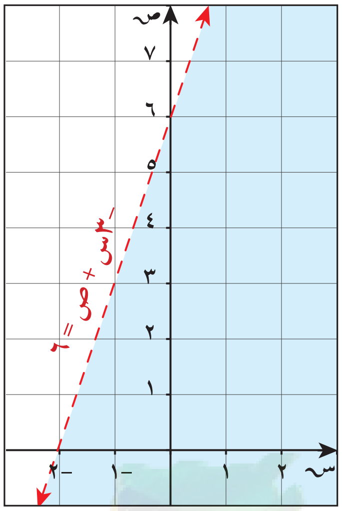
حاول أن تحل

٥ مثّل بيانيًّا منطقة الحل للمتباينة: ٤س + ص ≤ ٨

مثال (٦)

مثّل بيانيًّا منطقة الحل للمتباينة: -٣س + ص < ٦

الحل:



نرسم خط الحدود للمتباينة: -٣س + ص < ٦

نوجد المعادلة المناظرة للمتباينة وهي: -٣س + ص = ٦

نرسم الخط المستقيم المتقطع الذي يمثّل المعادلة المناظرة بعد تكوين الجدول.

س	٠	-٢	-١
ص	٦	٠	٣

لتحديد جانب منطقة الحل نعوّض بنقطة الأصل (٠، ٠) في المتباينة

-٣ × ٠ + ٠ < ٦

٠ < ٦ عبارة صحيحة

∴ نظلّل المنطقة التي تحوي نقطة الأصل.

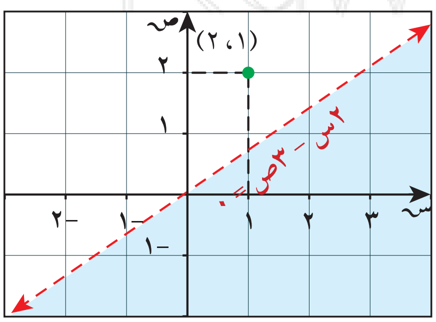
حاول أن تحل

٦ مثّل بيانيًّا منطقة الحل للمتباينة: -٢س + ص < ٤

مثال (٧)

مثّل بيانيًّا منطقة الحل للمتباينة: ٢س - ٣ص > ٠

الحل:



نرسم خط الحدود للمتباينة: ٢س - ٣ص > ٠

نوجد المعادلة المناظرة للمتباينة وهي: ٢س - ٣ص = ٠

نرسم الخط المستقيم المتقطع الذي يمثّل المعادلة المناظرة بعد تكوين الجدول.

س	٠	$\frac{٣}{٢}$	٣
ص	٠	١	٢

لتحديد جانب منطقة الحل نعوّض بنقطة غير نقطة الأصل لا يمر بها المستقيم ولتكن (١، ٢).

٢ × ١ − ٣ × ٢ > ٠

٢ − ٦ > ٠

−٤ > ٠

وهي عبارة غير صحيحة.

∴ نظلّل الجانب الذي لا يحوي النقطة (١، ٢)

حاول أن تحل

٧ مثّل بيانيًّا منطقة الحل للمتباينة: س − ٥ص ≤ ٠

منطقة الحل المشترك لمتباينتين أو أكثر من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًّا

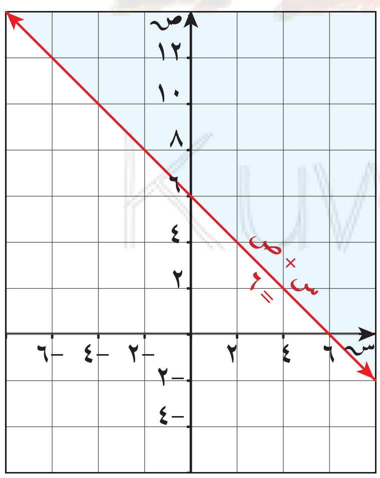
مثال (٨)

مثّل بيانيًّا منطقة الحل المشترك للمتباينتين:

س + ص ≥ ٦

٥س + ٢ص ≤ ١٠

الحل:



١ نرسم خط الحدود للمتباينة: س + ص ≥ ٦

من المعادلة المناظرة: س + ص = ٦

س	٠	٣	٦
ص	٦	٣	٠

نعوّض بنقطة الأصل (٠، ٠) في المتباينة فنجد أن:

٠ + ٠ ≥ ٦

٠ ≥ ٦

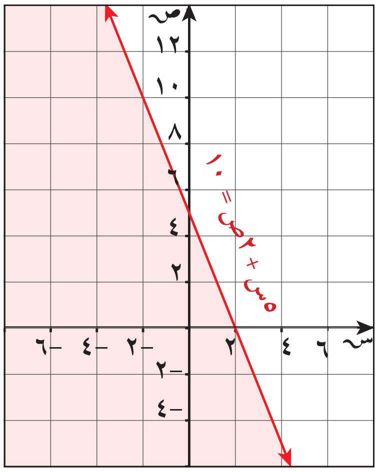
عبارة غير صحيحة

∴ نظلّل المنطقة التي لا تحوي نقطة الأصل.

② نرسم خط الحدود للمتباينة: ٥س + ٢ص ≥ ١٠

من المعادلة المناظرة: ٥س + ٢ص = ١٠

س	٠	٢	−٢
ص	٥	٠	١٠

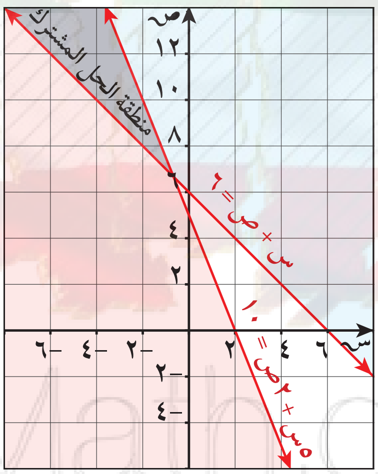


نعوّض بنقطة الأصل في المتباينة: ٥س + ٢ص ≥ ١٠

نجد أن ٠ ≥ ١٠ عبارة صحيحة

∴ نظلّل المنطقة التي تحوي نقطة الأصل.

③ نظلّل منطقة الحل المشترك



حاول أن تحل

⑧ مثّل بيانيًّا منطقة الحل المشترك للمتباينتين:

س − ٢ص < ٢

٢س + ٣ص ≥ ٦

مثال (٩)

مثّل بيانيًّا منطقة الحل المشترك للمتباينتين:

٢س − ص ≤ −٣

٢ص > − س + ١

الحل:

١ نرسم خط الحدود للمتباينة: ٢س − ص ≤ −٣

من المعادلة المناظرة: ٢س − ص = −٣

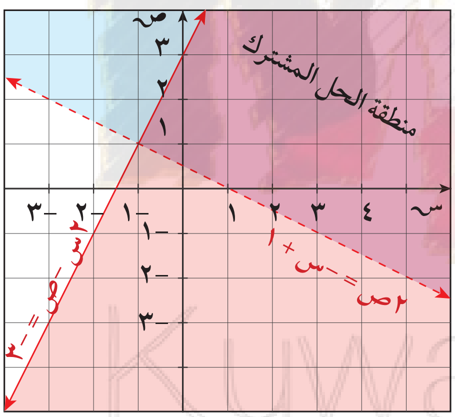
س	−١ ١/٢	−١	٠
ص	٠	١	٣

نعوّض بنقطة الأصل (٠، ٠) في المتباينة

فنجد أن ٠ ≤ −٣

وهي عبارة صحيحة.

نظلّل المنطقة التي تحوي النقطة (٠، ٠)



٢ نرسم خط الحدود للمتباينة: ٢ص > − س + ١

من المعادلة المناظرة: ٢ص = −س + ١

س	−١	٠	١
ص	١	١/٢	٠

نعوّض بالنقطة (٠، ٠) في المتباينة

نجد ٠ > ١

وهي عبارة غير صحيحة.

∴ نظلّل المنطقة التي لا تحوي (٠، ٠).

٣ نحدّد منطقة الحل المشترك.

حاول أن تحل

٩ مثّل بيانيًّا منطقة الحل المشترك للمتباينتين:

س + ٢ص ≥ ٤

ص ≤ −س − ١

استخدام نظام متباينات Using System of Inequalities

يمكنك أحيانًا أن تنمذج حالة من الواقع الحياتي باستخدام نظام من المتباينات الخطية. غالبًا ما تكون حلول هذه المسائل أعدادًا كليّة، لذا فإن بعض النقاط الواقعة في منطقة الحل المشترك ستحل المسألة.

مثال (١٠)

ينظم المركز الثقافي في مدينتك حفلًا ترفيهيًّا من أجل جمع على الأقل مبلغ ٣٠ ٠٠٠ دينار كويتيّ لقسم الخدمات الاجتماعية.

تبلغ أسعار التذاكر ٢٠ دينارًا كويتيًّا لمقاعد الصفوف الخلفية و ٣٠ دينارًا كويتيًّا لمقاعد الصفوف الأمامية. إذا كان لدى المركز ٥٠٠ تذكرة للصفوف الأمامية و ١٢٥٠ تذكرة للصفوف الخلفية، فكم تذكرة من كل نوع على المركز أن يبيع؟

الحل:

اربط ٢٠ × مقعدًا خلفيًّا + ٣٠ × مقعدًا أماميًّا ≤ ٣٠ ٠٠٠

مقعدًا خلفيًا ≥ ١٢٥٠

حدّد افترض أن س = عدد تذاكر المقاعد الخلفية المباعة.

وأن ص = عدد تذاكر المقاعد الأمامية المباعة.

اكتب ٢٠س + ٣٠ص ≤ ٣٠ ٠٠٠

ص ≥ ٥٠٠

س ≥ ١٢٥٠

لاحظ أن س، ص هما عددان كليان لأنهما يمثلان عدد المقاعد (يحددان معًا الربع الأول).

معادلات خط الحدود المناظرة للمتباينات الثلاث هي:

٢٠س + ٣٠ص = ٣٠ ٠٠٠

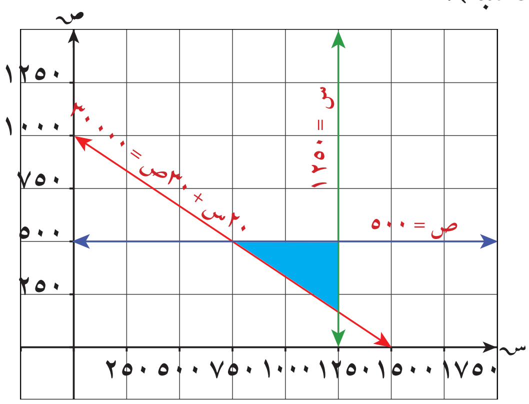
ص = ٥٠٠

س = ١٢٥٠

معلومة:
تمثل النقاط الواقعة في منطقة الحل المشترك تذاكر المقاعد الأمامية والخلفية التي تبلغ قيمتها الإجمالية ٣٠ ٠٠٠ دينار كويتيّ أو أكثر.

مثّل المتباينات بيانيًّا (يمكنك استخدام آلتك الحاسبة).

المنطقة المظللة بالأزرق هي منطقة الحل.



تحقق:

إذا باع المركز الثقافي ٩٠٠ تذكرة للمقاعد الخلفية و ٤٥٠ تذكرة للمقاعد الأمامية، فهل سيحقق المركز الثقافي هدفه؟

٢٠(٩٠٠) + ٣٠(٤٥٠) ≥ ٣٠٠٠٠ ؟

١٨٠٠٠ + ١٣٢٥٠ ≥ ٣٠٠٠٠ ؟

٣١٢٥٠ ≥ ٣٠٠٠٠ ✔

٥٠٠ ≥ ٤٥٠ ؟ ، ١٢٥٠ ≥ ٩٠٠ ؟

٥٠٠ ≥ ٤٥٠ ✔ ، ١٢٥٠ ≥ ٩٠٠ ✔

بما أنه يجب أن يكون عدد المقاعد عددًا كليًّا، فلا يعتبر حلًّا إلّا النقاط التي تقع في منطقة الحل المشترك والتي هي أعدادًا كليّة.

حاول أن تحل

١٠ يتقاضى مطعم لبيع الفطائر دينارًا كويتيًّا واحدًا عن كل صنف من الخضار يضاف إلى الطبقة العلوية، و٢ دينار كويتيّ عن كل صنف من اللحوم يضاف إلى الطبقة العلوية. إذا كنت تريد أن تضيف ٥ أصناف على الأقل إلى الطبقة العلوية من فطيرتك ولديك ١٠ دنانير كويتية لتنفقها على الأصناف المضافة إلى الطبقة العلوية للفطيرة.

فعلى كم صنف من كل نوع من الطبقات العلوية يمكنك أن تحصل على الأكثر؟

مثال (١١)

مثّل بيانيًّا منطقة الحل المشترك للمتباينات التالية:

س + ص ≤ ١

س − ص > ٢

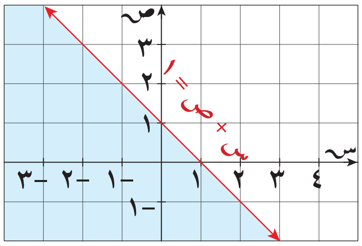
٣س + ٤ص > ١٢

الحل:

١ معادلات خط الحدود للمتباينات الثلاث هي:

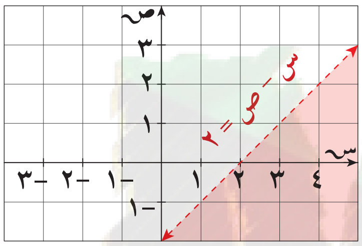
س + ص ≥ ١ المعادلة المناظرة هي: س + ص = ١

س	١-	٠	١
ص	٢	١	٠



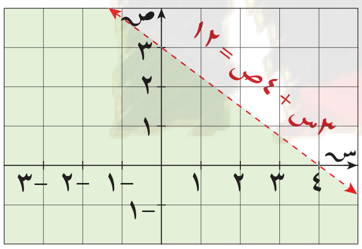
س − ص > ٢ المعادلة المناظرة هي: س − ص = ٢

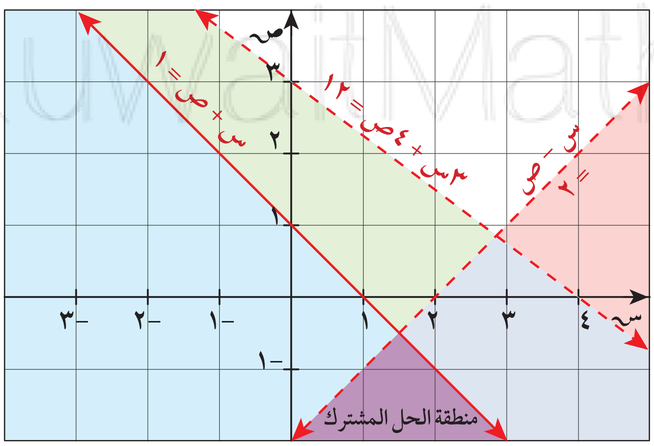
س	٠	١	٢
ص	٢-	١-	٠



٣س + ٤ص < ١٢ المعادلة المناظرة هي: ٣س + ٤ص = ١٢

س	٠	٢	٤
ص	٣	$1\frac{1}{2}$	٠





حاول أن تحل

١١ مثّل بيانيًّا منطقة الحل المشترك للمتباينات التالية:

س + ص ≥ ٢

س − ص ≤ ٣

ص ≤ ٠

٥ ـــ ٢

البرمجة الخطية

Linear Programming

سوف تتعلم

- البرمجة الخطية وأساليبها.
- اختيار الحل الأمثل.

دعنا نفكر ونتناقش

لا تريد أن تنفق أكثر من ٤٠ دينارًا كويتيًّا على شراء ١٥ شتلة بندورة كحد أقصى.
تريد أن تزيد كيلوجرامات البندورة التي ستحصل عليها للحد الأقصى.
ما عدد شتلات البندورة من كل نوع التي عليك شراؤها؟

شتلات بندورة ذات حبة كبيرة المحصول المضمون من البندورة ٨ كجم/ شتلة	٢ دينار كويتي/ شتلة
شتلات بندورة ذات حبة صغيرة المحصول المضمون من البندورة ١٠ كجم/ شتلة	٣ دنانير كويتية/ شتلة

البرمجة الخطية Linear Programming

تقدمت وسائل التحليل الرياضي للمشاكل الإدارية والاقتصادية تقدمًا كبيرًا وتعتبر البرمجة الخطية إحدى هذه الوسائل وقد استخدمت كلمة البرمجة كأداة تهدف إلى استغلال الموارد المتاحة لتحقيق أكبر عائد ممكن بأقل تكلفة ممكنة.

وتهدف البرمجة الخطية إلى الإجابة بأسلوب التحليل الرياضي على بعض الأسئلة وحل المشاكل بما يحقق أكبر ربح ممكن أو أقل تكلفة ممكنة في ظل البنود والشروط القائمة.

وعمومًا فإن أداء أي عمل بأفضل الوسائل يعين في البحث عن الحدود الدنيا أو القصوى.

فعندما تتعلق المشكلة بالتكاليف فإن الهدف يكون الوصول إلى الحد الأدنى للتكلفة وإذا تعلّق الأمر بالأرباح فإن الهدف يكون الوصول للحد الأعلى للربح.

تعريف: البرمجة الخطية

هي طريقة لإيجاد القيمة الصغرى أو القيمة العظمى لدالة ما تحت قيود معينة كل منها عبارة عن متباينة خطية. وذلك بعد تمثيل نظام المتباينات بيانيًّا.

ونلاحظ أن القيمة العظمى أو القيمة الصغرى للدالة ذات الصلة تكون غالبًا عند أحد رؤوس منطقة الحل.

ويمكن تمثيل المشاكل من حياتنا اليومية على شكل علاقات خطية متعددة.

تقود هذه العلاقات الخطية إلى ما يسمى بالبرمجة الخطية التي تعطي حلًّا للمشكلة.

أساسيات البرمجة الخطية

تشترك كل مسائل البرمجة الخطية في العناصر الأساسية التالية:

١ **متغيرات القرار:**

هي المتغيرات التي يجب إيجاد قيمها لاتخاذ القرار.

٢ **دالة الهدف:**

هي الدالة الخطية التي يرغب متخذ القرار في تعظيمها أو تصغيرها.
(أي إيجاد أكبر قيمة لها أو أصغر قيمة لها) للحصول على أكبر قيمة للأرباح أو أصغر قيمة للتكلفة.

٣ **القيود (الشروط):**

هي مجموعة المتباينات أو المعادلات الواجب تحقيقها من قبل متخذ القرار.

وبالتالي فإن الهدف من البرمجة الخطية يكون إيجاد الحل الأمثل على النحو التالي:

١ يتم تعظيم أو تصغير دالة خطية في متغيرات القرار. وهذه الدالة تسمى **دالة الهدف**.

٢ تحقق قيم متغيرات القرار مجموعة من القيود يمكن صياغتها على شكل متباينات أو معادلات خطية.

فضاء الحلول الممكنة

يتكوّن فضاء الحلول الممكنة من جميع النقاط التي تحقق جميع القيود. بمعنى آخر فإن منطقة الحل المشترك للقيود الموضوعة للمسألة هي فضاء الحلول الممكنة.

تعريف: الحل الأمثل

يعرف الحل الأمثل لمسألة البرمجة الخطية لتعظيم (أو تصغير) دالة الهدف بأنه نقطة في فضاء الحلول الممكنة تكون عندها دالة الهدف أكبر (أو أصغر) ما يمكن.

صياغة المشكلة

تعتبر صياغة المشكلة الخطوة الأولى والأساسية لحل أي مشكلة، وتحدّد طريقة الحل في وضع المشكلة على شكل نموذج رياضي يعبر عنها، ومن ثم يحل هذا النموذج بالأساليب المختلفة.
يمكن اتباع الخطوات التالية في بناء النموذج الرياضي:

١ **تحديد المتغيرات التي تحتاج إلى قيم مثلى ولتكن $س_١$، $س_٢$، ....، $س_ن$**

٢ **يتم تحديد هدف المشكلة ونعبّر عنه رياضيًّا باستخدام المتغيرات $س_١$، $س_٢$، ....، $س_ن$ بما يسمى دالة الهدف ويرمز لها بالرمز هـ.**

٣ **تحديد القيود وتمثيلها على شكل متباينات باستخدام المتغيرات.**

٤ نضع شرط عدم السلبية أي أن جميع المتغيرات يجب أن تكون أكبر من أن تساوي الصفر.

٥ نقوم بتحريك دالة الهدف هـ = أس + ب ص بشكل متوازٍ في اتجاه زيادتها (تباعديًّا من نقطة الأصل) ونتوقف عندما نصل إلى قيمة هـع التي إذا زدنا عنها يكون خط دالة الهدف بالكامل خارج فضاء الحلول الممكنة.

(كلما تغيرت قيمة هـ حصلنا على خطوط متوازية).

ملاحظات مهمة:

١ الحل الأمثل يكون أحد أركان المضلع (وفي هذه الحالة يكون الحل الأمثل وحيد).

٢ إذا كانت دالة الهدف موازية لأحد أضلاع مضلع فضاء الإمكانات، فإن الحل الأمثل يكون عدد غير منته من النقاط (الحلول).

٣ بعد احتساب دالة الهدف هـ عند كل ركن من أركان مضلع فضاء الحلول الممكنة، يكون الحل الأمثل عند إحداثيات الركن الذي تكون قيمة هـ أكبر (أو أصغر) ما يمكن.

ملاحظة:

سنكتفي بالحالة التي يكون فيها الحل الأمثل حلًّا وحيدًا،
وسنكتفي أيضًا بطريقة التعويض في الحل للحصول على الحل الأمثل.

خطوات إيجاد الحل الأمثل في البرمجة الخطية

١ تحديد المتغيرات.

٢ كتابة نظام المتباينات الخطية الذي يمثل المسألة.

٣ تمثيل نظام المتباينات بيانيًّا.

٤ إيجاد إحداثيات رؤوس منطقة الحل.

٥ كتابة دالة الهدف هـ (الدالة الخطية) التي نريد إيجاد قيمتها الصغرى أو العظمى.

٦ التعويض بإحداثيات الرؤوس في الدالة.

٧ اختيار القيمة العظمى أو القيمة الصغرى وفقًا لما هو مطلوب في المسألة.

مثال (١)

أوجد بيانيًّا مجموعة حل المتباينات التالية:

س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ، س + ص ≤ ٤ ، ٣س + ص ≤ ٦

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س، ص) التي تجعل دالة الهدف هـ = ٥س + ٣ص أكبر ما يمكن.

الحل:

س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ يحددان معًا الربع الأول

خط الحدود: س + ص = ٤

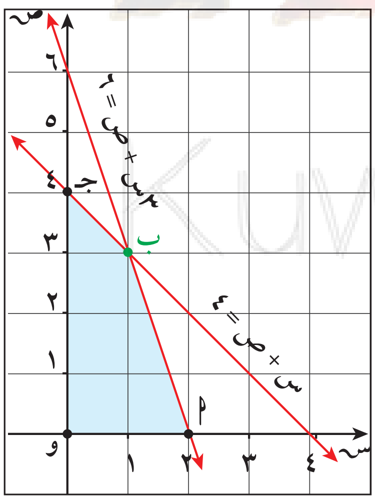
س	٠	٤
ص	٤	٠

يمر بالنقطتين (٠، ٤) ، (٤، ٠)

خط الحدود: ٣س + ص = ٦

س	٠	٢
ص	٦	٠

يمر بالنقطتين (٠، ٦) ، (٢، ٠)



مجموعة حل المتباينات تمثلها المنطقة المظللة بالشكل أ ب جـ و،

حيث أ(٢، ٠) ، ب (١، ٣) ، جـ(٠، ٤) ، و(٠، ٠)

∵ دالة الهدف هـ = ٥س + ٣ ص

بالتعويض بالنقاط للحصول على المطلوب

∴ هـ$_{أ}$ = ٥ × ٢ + ٣ × ٠ = ١٠

∴ هـ$_{ب}$ = ٥ × ١ + ٣ × ٣ = ١٤

∴ هـ$_{جـ}$ = ٥ × ٠ + ٣ × ٤ = ١٢

∴ هـ$_{و}$ = ٥ × ٠ + ٣ × ٠ = صفر

∴ دالة الهدف هـ تكون أكبر ما يمكن عند النقطة ب(١، ٣) وقيمتها هـ = ١٤

حاول أن تحل

١ أوجد بيانيًّا مجموعة حل المتباينات التالية:

س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ، س + ٢ص ≤ ٦ ، ٣س + ٢ص ≤ ١٢

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س، ص) التي تجعل دالة الهدف هـ أكبر ما يمكن حيث هـ = ٦ س + ٤ ص.

مثال (٢)

أوجد بيانيًّا مجموعة حل المتباينات التالية:

س ≤ ٠ ، ص ≤ ٠، س + ٢ص ≥ ٤ ، س + ص ≥ ٣

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س، ص) التي تجعل دالة الهدف هـ أصغر ما يمكن حيث

هـ = ٥س + ٤ص.

الحل:

س ≤ ٠ ، ص ≤ ٠ يحددان معًا الربع الأول

هـ١: س + ٢ص = ٤

س	٠	٤
ص	٢	٠

يمر بالنقطتين (٠، ٢) ، (٤، ٠)

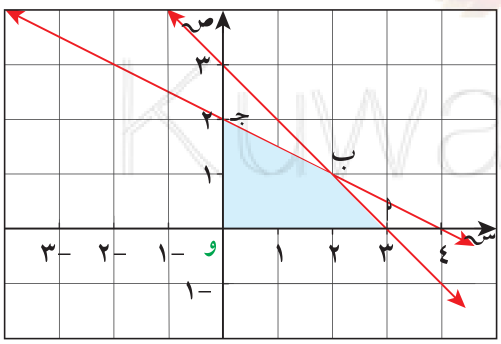
هـ٢: س + ص = ٣

س	٠	٣
ص	٣	٠

يمر بالنقطتين (٠، ٣) ، (٣، ٠)

مجموعة حل المتباينات تمثلها المنطقة المظللة بالشكل أ ب جـ و

حيث أ(٣، ٠) ، ب (٢، ١) ، جـ (٠، ٢) ، و(٠، ٠)



∵ دالة الهدف هـ = ٥ س + ٤ ص

بالتعويض بالنقاط للحصول على المطلوب

∵ هـ = ٥ س + ٤ ص

∴ هـأ = ٥ × ٣ + ٤ × ٠ = ١٥

هـب = ٥ × ٢ + ٤ × ١ = ١٤

هـجـ = ٥ × ٠ + ٤ × ٢ = ٨

هـو = ٥ × ٠ + ٤ × ٠ = ٠

∴ دالة الهدف هـ تكون أصغر ما يمكن عند النقطة و(٠، ٠) وقيمتها تساوي صفر.

حاول أن تحل

٢ أوجد بيانيًّا مجموعة حل المتباينات التالية:

س ≤ ٠ ، ص ≤ ٠ ، س + ٢ص ≥ ١١ ، ٣ س + ٢ ص ≥ ١٢

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س، ص) التي تجعل دالة الهدف هـ أصغر ما يمكن حيث

هـ = ٤س + ص.

مثال (٣)

مطحن لديه ٩٠ كجم من الذرة، ١٢٠ كجم من القمح، ينتج نوعين من الدقيق ويضعهما في أكياس بحيث يلزم الكيس من النوع الأول كيلوجرام واحد من الذرة، ٢ كجم من القمح، يلزم لكيس من النوع الثاني ٣ كجم من الذرة، ٢ كجم من القمح.

أوجد عدد الأكياس من كل نوع التي يجب أن ينتجها المطحن ليكون دخله أكبر ما يمكن علمًا بأن ثمن الكيس من النوع الأول ٣ دنانير، ومن النوع الثاني ٥ دنانير.

الحل: لتكن س عدد الأكياس من النوع الأول، ص عدد الأكياس من النوع الثاني

	النوع الأول س	النوع الثاني ص	الكمية المتاحة
ذرة	١	٣	٩٠
قمح	٢	٢	١٢٠
الثمن	٣	٥	

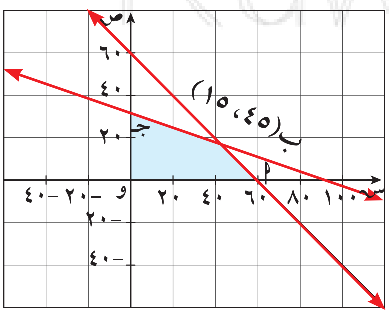
∵ س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ، س + ٣ص ≤ ٩٠ ، ٢ س + ٢ ص ≤ ١٢٠

س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ يحددان الربع الأول

خط الحدود: س + ٣ص = ٩٠

س	٠	٩٠
ص	٣٠	٠

يمر بالنقطتين (٠، ٣٠) ، (٩٠، ٠)



خط الحدود: ٢س + ٢ص = ١٢٠

س	٠	٦٠
ص	٦٠	٠

يمر بالنقطتين (٠، ٦٠) ، (٦٠، ٠)

مجموعة حل المتباينات تمثلها المنطقة المظللة بالشكل المقابل المضلع أب جـ و

حيث أ(٦٠، ٠) ، ب(٤٥، ١٥) ، جـ(٠، ٣٠) ، و(٠، ٠)

∵ دالة الهدف هـ = ٣س + ٥ص

بالتعويض بالنقاط للحصول على المطلوب

$هـ_{أ} = ٣ \times ٦٠ + ٥ \times ٠ = ١٨٠$

$هـ_{ب} = ٣ \times ٤٥ + ٥ \times ١٥ = ٢١٠$

$هـ_{جـ} = ٣ \times ٠ + ٥ \times ٣٠ = ١٥٠$

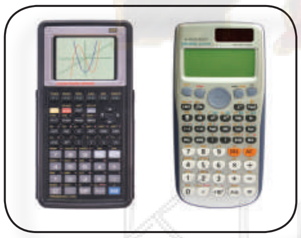
$هـ_{و} = ٣ \times ٠ + ٥ \times ٠ = ٠$

∴ دالة الهدف هـ تكون أكبر ما يمكن عند النقطة ب(٤٥، ١٥) وقيمتها هـ = ٢١٠ دنانير

حاول أن تحل

٣ خياط لديه ٩٠ مترًا من القطن و١٢٠ مترًا من الصوف، ينتج نوعين من الثياب بحيث يلزم لعمل ثوب من النوع الأول متر واحد من القطن و٣ أمتار من الصوف وللنوع الثاني متران من القطن ومتران من الصوف. إذا كان ثمن الثوب من النوع الأول ٣٠ دينارًا وثمن الثوب من النوع الثاني ٤٠ دينارًا، فأوجد عدد الثياب من كل نوع التي يجب أن ينتجها الخياط ليكون دخله أكبر ما يمكن.

مثال (٤)



تنتج إحدى الشركات الإلكترونية آلات حاسبة علمية وبيانية وتتوقع أن يكون الطلب على الأقل يوميًا ٨٠ آلة حاسبة علمية و٩٠ آلة حاسبة بيانية ولكن لأسباب فنية لا تستطيع الشركة إنتاج أكثر من ١٨٠ آلة حاسبة علمية و١٦٠ آلة حاسبة بيانية في اليوم الواحد. تبيع الشركة على الأقل ٢٠٠ آلة حاسبة من النوعين في اليوم الواحد. علمًا أن كل آلة حاسبة علمية تباع بخسارة دينار واحد وكل آلة حاسبة بيانية تباع بربح قدره ٣ دنانير، فما العدد من كل نوع الذي يجب أن تنتجه الشركة في اليوم الواحد لتحقق أكبر ربح ممكن؟

الحل:

ليكن: س عدد الآلات الحاسبة العلمية المنتجة في اليوم

ص عدد الآلات الحاسبة البيانية المنتجة في اليوم

س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ،

س ≥ ٨٠ ، ص ≥ ٩٠ ،

س ≤ ١٨٠ ، ص ≤ ١٦٠ ،

س + ص ≥ ٢٠٠

هـ = −س + ٣ص (دالة الهدف)

فنحصل على المتباينات التالية:

س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ،

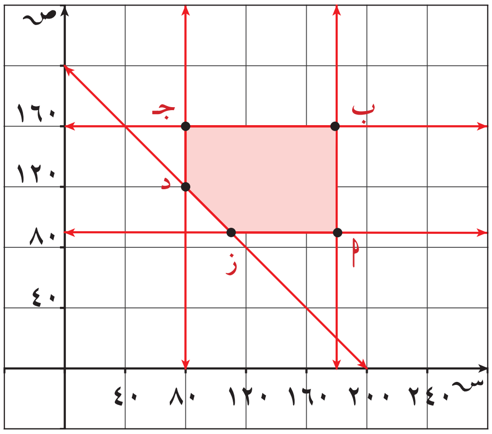
٨٠ ≤ س ≤ ١٨٠ ،

٩٠ ≤ ص ≤ ١٦٠ ،

س + ص ≥ ٢٠٠

دالة الهدف: هـ = −س + ٣ص

نقاط الحدود لمنطقة الحل:



ﻫ(١٨٠، ٩٠) ، ب(١٨٠، ١٦٠) ، جـ(٨٠، ١٦٠) ، د(٨٠، ١٢٠) ، ز(١١٠، ٩٠)

هـ$_{ﻫ}$ = −١٨٠ + ٣(٩٠) = ٩٠

هـ$_{ب}$ = −١٨٠ + ٣(١٦٠) = ٣٠٠

هـ$_{جـ}$ = −٨٠ + ٣(١٦٠) = ٤٠٠

هـ$_{د}$ = −٨٠ + ٣(١٢٠) = ٢٨٠

هـ$_{ز}$ = −١١٠ + ٣(٩٠) = ١٦٠

∴ دالة الهدف هـ تكون أكبر ما يمكن عند النقطة جـ (٨٠ ، ١٦٠) وقيمتها هـ = ٤٠٠

أي يجب أن تنتج الشركة في اليوم الواحد ٨٠ آلة حاسبة علمية و١٦٠ آلة حاسبة بيانية فتكون دالة الهدف قيمتها ٤٠٠ دينار.

حاول أن تحل

٤ في اختبار من فئتين ﻫ، ب ينال الطالب ٨ درجات عن كل إجابة صحيحة في الفئة ﻫ و١٢ درجة عن كل إجابة صحيحة في الفئة ب. الحد الأقصى من الزمن لكل سؤال في الفئة ﻫ هو ٥ دقائق وفي الفئة ب هو ٨ دقائق على ألّا يتجاوز الزمن الكلي ١٢٠ دقيقة ويسمح للطالب بالإجابة عن ١٨ سؤالًا على الأكثر. على افتراض أن كافة الإجابات صحيحة، فما عدد الإجابات الصحيحة من كل فئة التي يجب أن يجيب عنها الطالب المشارك ليحقق أعلى درجة؟

المرشد لحل المسائل

نوعية الهواء: أرادت إحدى المدن أن تغرس أشجار القيقب والراتنج (التنوب:نوع من الأشجار الصنوبرية) لامتصاص ثاني أكسيد الكربون.
إذا كان لديها ٢١٠٠ دينار كويتي لتنفقها على زراعة أشجار القيقب والراتنج. وتريد غرس مساحة ٤٥٠٠ متر.

شجرة القيقب

شجرة الراتنج

أ استخدم البيانات من الجدول. ثم اكتب نظام المتباينات الخطية الذي يمثل المسألة.

ب اكتب دالة الهدف.

جـ مثّل نظام المتباينات بيانيًّا وأوجد إحداثيات الرؤوس.

د كم شجرة من كل نوع على المدينة أن تغرس لتزيد من عملية امتصاص ثاني أكسيد الكربون للحد الأقصى؟

بيانات حول أشجار القيقب والراتنج

	الراتنج	القيقب
كلفة غرس الأشجار	٣٠ دينارًا كويتيًّا	٤٠ دينارًا كويتيًّا
المساحة المطلوبة	٦٠ مترًا	٩٠ مترًا
امتصاص ثاني أكسيد الكربون	٦٥٠ كجم/ السنة	٣٠٠ كجم/ السنة

الحل: لنفترض أن: س = عدد أشجار الراتنج
م = عدد أشجار القيقب

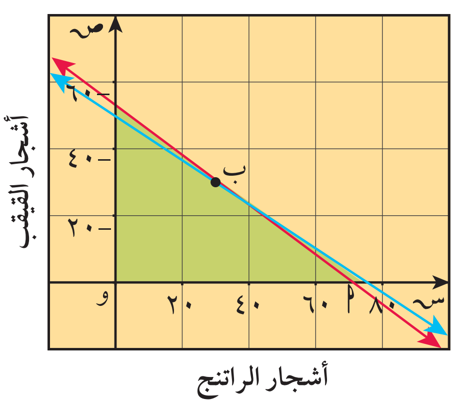
أ نظام المتباينات الخطية:

٣٠س + ٤٠م ≤ ٢١٠٠
٦٠س + ٩٠م ≤ ٤٥٠٠
س ≥ ٠ ؛ م ≥ ٠

ب دالة الهدف:

هـ = ٦٥٠س + ٣٠٠م

علينا إيجاد قيم س، م التي تجعل دالة الهدف هـ أكبر ما يمكن.



جـ مجموعة حل المتباينات تمثلها المنطقة المظللة بالشكل أب جـ و ،

حيث أ(٧٠، ٠) ، ب(٣٠، ٣٠) ، جـ(٠، ٥٠) ، و(٠، ٠)

د ∵ دالة الهدف هـ = ٦٥٠س + ٣٠٠م

هـ$_{أ}$ = ٦٥٠ × ٧٠ + ٣٠٠ × ٠ = ٤٥ ٥٠٠

هـ$_{ب}$ = ٦٥٠ × ٣٠ + ٣٠٠ × ٢٠ = ٢٨ ٥٠٠

هـ$_{جـ}$ = ٦٥٠ × ٠ + ٣٠٠ × ٥٠ = ١٥ ٠٠٠

هـ$_{و}$ = ٦٥٠ × ٠ + ٣٠٠ × ٠ = ٠

∴ دالة الهدف هـ تكون أكبر ما يمكن عند النقطة أ(٧٠، ٠) وقيمتها هـ = ٤٥ ٥٠٠

أي أنه لزيادة امتصاص ثاني أكسيد الكربون للحد الأقصى، علينا أن نغرس ٧٠ شجرة راتنج.

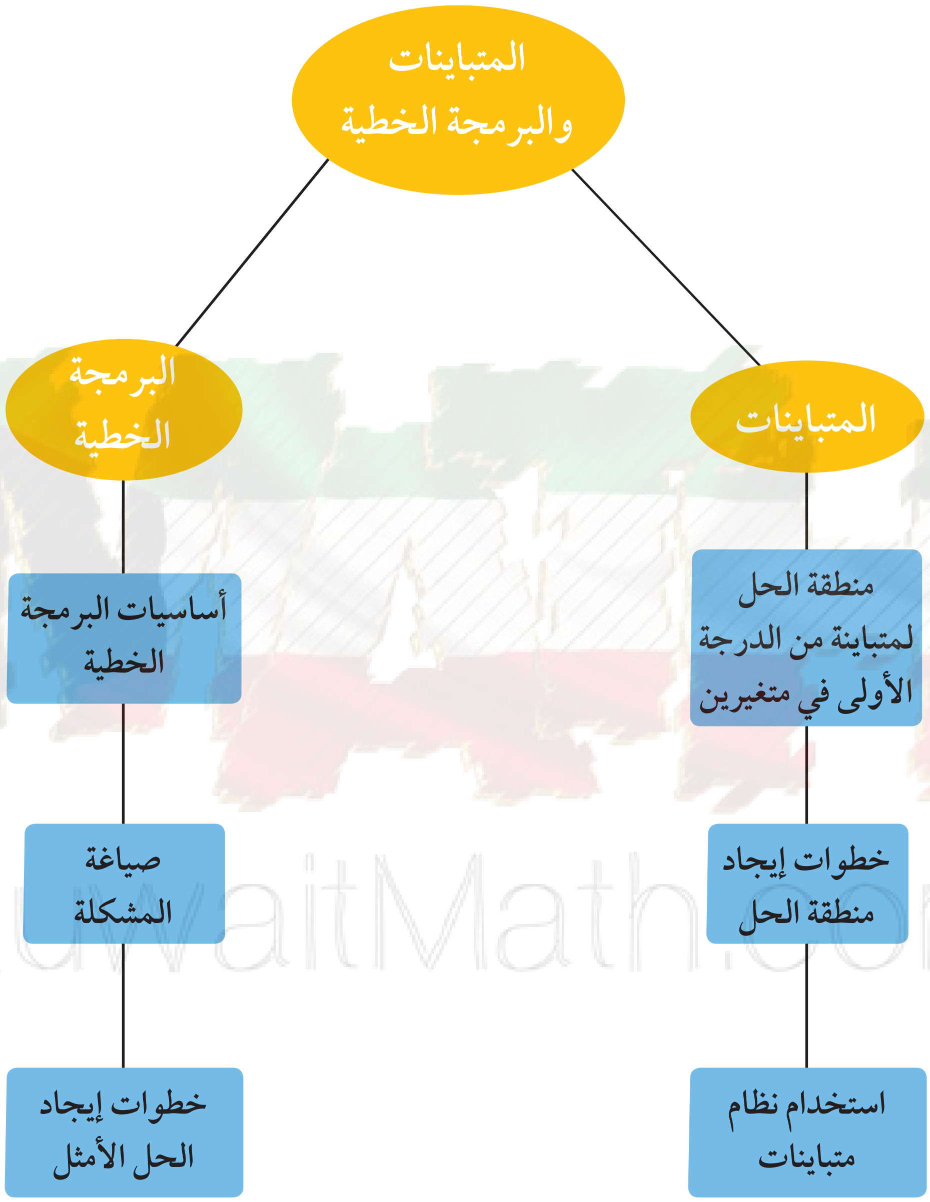
مسألة إضافية:

يقوم عالم أحياء بتطوير نوعين جديدين من البكتيريا. تنتج كل عينة من النوع الأول من البكتيريا أربع بكتيريا جديدة قابلة للنمو. فيما تنتج كل عينة من النوع الثاني ثلاث بكتيريا جديدة قابلة للنمو.

يجب إنتاج على الأقل ٢٤٠ بكتيريا جديدة قابلة للنمو من كلا النوعين. ويجب أن تكون ٣٠ عينة على الأقل من النوع الأول من العينات الأصلية، على ألا يتجاوز عددها الـ ٦٠. ولا يمكن أن يكون عدد العينات أكثر من ٧٠ عينة من النوع الثاني من العينات الأصلية. تبلغ كلفة عينة من النوع الأول ٥ دنانير كويتية، فيما تبلغ كلفة عينة من النوع الثاني ٧ دنانير كويتية.

كم عينة من النوع الثاني من البكتيريا على عالم الأحياء أن يستخدم لتقليص الكلفة للحد الأدنى؟

مخطط تنظيمي للوحدة الخامسة



ملخص

• خواص التباين:

إذا كانت س، ص، ع أعدادًا حقيقية وكان س < ص فإن:

١ س + ع < ص + ع ∀ س ، ص ، ع ∈ ح

٢ س ع < ص ع ∀ س ، ص ∈ ح ، ع < ٠

٣ س ع > ص ع ∀ س ، ص ∈ ح ، ع > ٠

• أشكال المتباينة من الدرجة الأولى:

أس + ب ص > جـ

أس + ب ص ≥ جـ

أس + ب ص < جـ

أس + ب ص ≤ جـ

• خط الحدود هو المستقيم أس + ب ص = جـ الذي يمكن استنتاجه من إحدى المتباينات.

• يمثل خط الحدود بمستقيم متصل في حالة أي من المتباينتين:

أس + ب ص ≥ جـ ، أس + ب ص ≤ جـ

• يمثل خط الحدود بمستقيم متقطع في حالة أي من المتباينتين:

أس + ب ص > جـ ، أس + ب ص < جـ

• خطوات إيجاد منطقة الحل:

١ نرسم خط الحدود للمتباينة باستخدام الخط المتصل في حالة (≤ أو ≥) والخط المتقطع في حالة (< أو >).

٢ نقوم بتحديد المنطقة التي تمثل جانب منطقة حل المتباينة، ولتحديد هذا الجانب نختار أي نقطة من أحد جانبي خط الحدود ونعوض بها في المتباينة، إذا نتج عن ذلك عبارة صحيحة يكون هذا الجانب هو جانب منطقة الحل، لكن إذا نتج عن ذلك عبارة غير صحيحة يكون الجانب الآخر هو جانب منطقة الحل.

٣ في حالة (≤ أو ≥) تتكوّن منطقة الحل من جميع النقاط الواقعة على خط الحدود بالإضافة إلى جميع النقاط الواقعة إلى جانب منطقة الحل.

وفي حالة (< أو >) تتكوّن منطقة الحل من جميع النقاط الواقعة على جانب منطقة الحل.

٤ نظلّل المنطقة التي تمثّل منطقة حل المتباينة.

- البرمجة الخطية: هي طريقة لإيجاد القيمة الصغرى أو القيمة العظمى لدالة ما تحت قيود معينة كل منها عبارة عن متباينة خطية وذلك بعد تمثيل نظام المتباينات بيانيًّا.
- الحل الأمثل: يعرف الحل الأمثل لمسألة البرمجة الخطية لتعظيم (أو تصغير) دالة الهدف بأنه نقطة في فضاء الحلول الممكنة التي تكون عندها دالة الهدف أكبر (أو أصغر) ما يمكن.
- خطوات إيجاد الحل الأمثل:

١ تحديد المتغيرات.

٢ كتابة نظام المتباينات الخطية الذي يمثل المسألة.

٣ تمثيل نظام المتباينات بيانيًّا.

٤ إيجاد إحداثيات رؤوس منطقة الحل.

٥ كتابة دالة الهدف هـ (الدالة الخطية) التي نريد إيجاد قيمتها الصغرى أو العظمى.

٦ التعويض بإحداثيات الرؤوس في الدالة.

٧ اختيار القيمة العظمى أو القيمة الصغرى وفقًا لما هو مطلوب في المسألة.

شركة مطابع الرسالة – الكويت

أودع بمكتبة الوزارة تحت رقم (١٦٧) بتاريخ ٢٧/ ١١/ ٢٠١٤ م