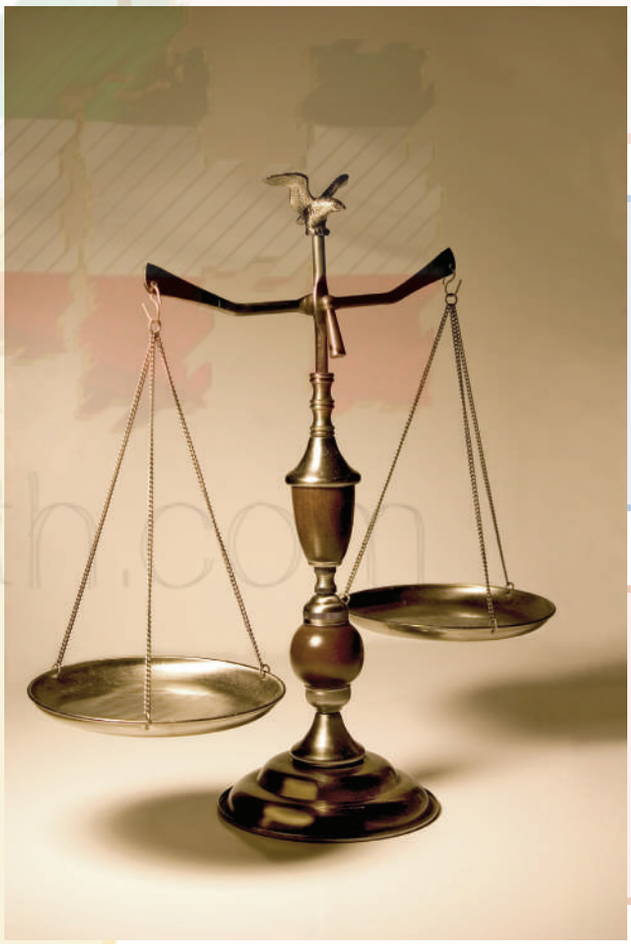
الوحدة السابعة

حل المعادلات والمتباينات

Solving Equations and Inequalities

العلوم

يعود تاريخ وجود الميزان إلى الحقبة ما بين عامي ٢٤٠٠ – ١٨٠٠ قبل الميلاد في وادي الهندوس (باكستان) حيث استخدم في الأعمال التجارية.



الآداب والفنون

عندما كتب الأديب الكبير تشارلز ديكنز روايته الشهيرة «دافيد كوبر فيلد» اتفق مع دار النشر على أن يقبض أتعابه وفق قاعدة ترتكز على عدد كلمات الكتاب. وكانت «دافيد كوبر فيلد» إحدى أطول رواياته.

KuwaitMath.com

شعوب العالم

كان الكاهن المصري أحموس (١٧٠٠ ق.م.) أول من استخدم رمزًا في معادلة.

قوانين

لكل بلد في العالم قانون محدد للسرعة القصوى، حيث بلغت ١٦ كم/ س في المملكة المتحدة عام ١٨٦١ ميلاديًّا. وبلغت عام ٢٠١٠ في الكويت ١٢٠ كم/ س.

أفكار رياضية أساسية

لكي نحل معادلة من الدرجة الأولى، نوجد قيمة المتغير التي تجعل المعادلة صحيحة وتسمى هذه القيمة حلًّا.

لكي نحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد على شكل $أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$ حيث $أ \neq ٠$، يمكن أن نحلل طرف المعادلة (غير الصفري) إلى عاملين ونوجد قيم المتغير التي تجعل المعادلة تساوي صفرًا.

عند حل متباينة تتضمن إحدى العمليات الأربع، يكون الهدف إيجاد قيمة المتغير. ولتحقيق ذلك، نلغي العمليات على المتغير بالترتيب العكسي وباستخدام خواص العمليات، مع الانتباه إلى أن الضرب في أعداد سالبة أو القسمة عليها يعكس علاقة التباين في المتباينة.

مشروع الوحدة

حل المسائل
افهم
خطط
حل
تحقق

في هذا المشروع، سوف تقوم بالبحث عن سعر خدمة معينة تتضمن قيمًا ثابتة ومتغيرة. مثال على ذلك، تعرفة الهاتف أو تعرفة ركوب سيارة الأجرة. حاول إيجاد نماذج عن معادلات ومتباينات.

KuwaitMath.com

التركيز على حل المسائل

اقرأ كل مسألة مع حلها. وضّح هل كل مسألة وحلها صحيحان من الناحية الرياضيّة، ثم بيّن ما إذا كانت الإجابة معقولة أم لا.

التحقق من معقولية الإجابة

عندما تراجع إجابتك من المهم التحقق مما إذا كانت الإجابة معقولة أم لا. أحيانًا، قد تجد أن الإجابة صحيحة من الناحية الرياضيّة لكنها غير منطقيّة في الواقع الحياتي.

١ ولد حمد وسيف في اليوم والشهر نفسهما. لكن سيف أكبر من حمد بـ ١٥ سنة. إذا كان مجموع عمريهما ٩، فما عمر كل منهما؟

الإجابة: سيف ١٢، حمد –٣

٢ اشترى فهد ربطة عنق لسيف وسترة لحمد. لقد كان سعر السترة منخفضًا إلّا أنه كان أكبر من سعر ربطة عنق سيف بـ ٣٩ دينارًا. وبلغ إجمالي قيمة الفاتورة ٢٥ دينارًا. كم كان ثمن كل هدية؟

الإجابة: السترة ٣٢ دينارًا

ربطة العنق –٧ دنانير

٣ عند حضور المدعوين إلى حفل يوم مولد حمد وسيف، كانت درجة الحرارة ١٢° مئوية، ثم انخفضت بمقدار ١٥° مئوية، كم أصبحت درجة الحرارة؟

الإجابة: –٣° مئوية

٤ اشترى حمد وسيف ٦ فطائر دجاج ثمن الفطيرة الواحدة ١,٥ دينار و٤ أكواب من عصير البرتقال ودفعا ١١ دنانير.

ما ثمن ٤ أكواب من عصير البرتقال؟

الإجابة: ٢ دينار

٥ استغرق حفل يوم المولد ساعتين، وقضى الحاضرون ٤٠ دقيقة في تحضير الحساء وتناوله، و٢٠ دقيقة في فتح الهدايا، و٤٥ دقيقة في مشاهدة الصور، و٢٥ دقيقة في التحدث، كم من الوقت تبقى لتناول قالب الحلوى؟

الإجابة: –١٠ دقائق

KuwaitMath.com

مرحبًا صديقتي النحلة!

ما أجمل أن تقوم بنزهة في حديقة المدينة في فصل الصيف، لكن للأسف قد تتحول هذه النزهة إلى معركة من نوع «البقاء للأصلح». فبينما تقوم بإزاحة النمل بعيدًا عن سلطة الفاكهة بإحدى يديك وتضرب البعوض باليد الأخرى، تحاول تجنّب سرب من النحل يعتقد أن مضرب الحشرات له رائحة الزهور!

عندما يفكر معظم الناس في الحشرات، فإنهم لا يتذكرون سوى الحشرات المزعجة، وذلك على الرغم من أنه يوجد أكثر من مليون صنف من الحشرات، أقل من ٢٪ فقط منها يعتبر حشرات مؤذية. في الحقيقة، كثير من تلك الكائنات ذات الست أرجل هي مخلوقات ضرورية لبقائنا، فحوالى ثلث طعامنا عبارة عن نتيجة مباشرة لتلقيح الحشرات للنبات.

يستخدم علماء الحشرات، الرياضيات لتمثيل سلوك الحشرات ونمو أعدادها. والآن سوف تستكشف العديد من الأدوات الرياضية التي يستخدمها هؤلاء العلماء.

١ يوجد حوالى ٦٠٠ ٤ نوع من الثدييات. بكم مرّة يزيد عدد أنواع الحشرات عن عدد أنواع الثدييات؟

٢ افترض أن الشخص البالغ يستهلك ١٠٠ ٢ سعرة حرارية في طعامه في اليوم الواحد. في المتوسط، كم من هذه السعرات الحرارية نتيجة مباشرة لتلقيح الحشرات للنبات؟

١-٧

حل معادلة من الدرجة الأولى في متغير واحد
Solving First Degree Equation with One Variable

صلة الدرس في هذا الدرس سوف نستعرض بعض المواقف الحياتية التي نستخدم فيها حل معادلات من الدرجة الأولى في متغير واحد.

سوف تتعلّم
- حل معادلات من الدرجة الأولى في متغير واحد.

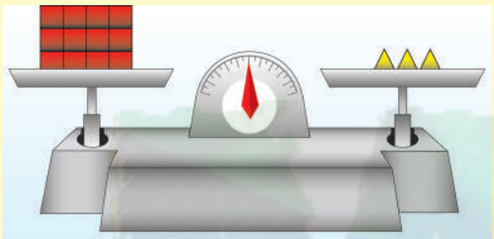
من الاستخدامات
- يستخدم العلماء عمليات الضرب والقسمة في المعادلات لمعرفة وتحليل النمو الذي يحدث عند الكائنات.

المصطلحات الأساسية
- معادلة Equation
- متغير Variable
- عملية عكسية Inverse Property

استكشف: حل معادلة

كفتا الميزان

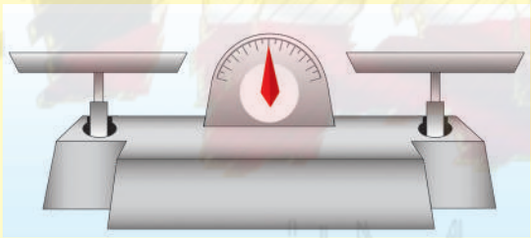
الأدوات المستخدمة: ميزان ذو كفتين



١ يمثل الميزان المعادلة: ٣س = ١٢ .

٢ كيف تجعل الطرف الأيسر من الميزان يحوي المتغير س فقط، ويكون في الوقت نفسه حالة تعادل؟ وما قيمة س؟

٣ استكمل الرسم في الميزان لتمثيل المعادلة: ٢س = ٦ . ما قيمة س؟



٤ كيف نستخدم العملية العكسية لإيجاد قيمة س في أحد طرفي المعادلة: ٢ س = ٦؟

٥ ادرس الميزان المعتاد الذي يبين المعادلة $\frac{١}{٢}$ س = ٧ أو $\frac{س}{٢}$ = ٧ أو س ÷ ٢ = ٧. ما قيمة س؟

تعلّم: حل معادلات من الدرجة الأولى في متغير واحد

يمكنك استخدام العمليات العكسية في حل معادلات من الدرجة الأولى في متغير واحد.

KuwaitMath.com

أمثلة

١ حلّ المعادلة $\frac{س}{٤} = ٥$.

الحل: $\frac{س}{٤} \times ٤ = ٥ \times ٤$ — استخدم العملية العكسية لعملية القسمة وهي عملية الضرب

$س = \boxed{٢٠}$ — أجر عملية الضرب

تحقق: $\boxed{٢٠} \div ٤ = ٥$

٥ = ٥ الحل صحيح

٢ إذا علمت أن عاملًا يعمل على آلة لفصل بذور القطن (محلج)، يمكنه أن يفصل البذور ٥٠ مرة بقدر الذي يفصل البذور يدويًّا، وإذا علمت أن شخصًا فصل بالآلة ٤٠٠ كيلوجرام من القطن، كم كيلوجرامًا يفصله شخص يعمل بيديه في الوقت نفسه الذي عمل فيه زميله على الآلة؟

الحل: نفرض أن س = ما يفصله العامل يدويًّا. — اختر المتغير

فصل البذور على الآلة يساوي ٥٠ مرة الفصل اليدوي. — اشرح الموقف

$٥٠ \times س = ٤٠٠$ — اكتب المعادلة

$٥٠س = ٤٠٠$

$\frac{٥٠س}{٥٠} = \frac{٤٠٠}{٥٠}$ — اقسم الطرفين على ٥٠

$س = ٨$ — أجر عملية القسمة

الشخص الذي يعمل يدويًّا يفصل ٨ كيلوجرامات.

٣ في أحد مصانع السيارات كان الإنتاج ٧ أمثال ما ينتجه مصنع آخر، إذا كان الإنتاج السنوي في المصنع الأول هو ٥٩٥ ٠٠٠ سيارة، فاحسب عدد السيارات التي ينتجها المصنع الثاني.

الحل: ليكن م = عدد السيارات التي أنتجها المصنع الثاني. — اختر المتغير

عدد السيارات التي أنتجت في المصنع الأول = ٧ أمثال ما أنتج في المصنع الثاني — اشرح الموقف

$٧ \times م = ٥٩٥ ٠٠٠$ — اكتب المعادلة

$٧م = ٥٩٥ ٠٠٠$

$\frac{٧م}{٧} = \frac{٥٩٥ ٠٠٠}{٧}$ — اقسم الطرفين على العدد ٧

$م = ٨٥ ٠٠٠$ — أجر عملية القسمة

أي أن عدد السيارات التي أنتجها المصنع الثاني هو ٨٥ ٠٠٠ سيارة.

حاولْ أن تحلّ

١ حلّ المعادلة: أ) $س \div ٣٥ = ٧$

ب) $٤س = ٨٨٨$

٢ إذا كان متوسط ثمن استهلاك الكيلوواط ساعة من التيار الكهربائي هو ٢ فلس، فاحسب عدد الكيلوواط الذي استهلكته أسرة دفعت ٨ دنانير.

KuwaitMath.com

إذا كانت المعادلة تتضمن عمليتين، فإنك تحتاج إلى استخدام العمليات العكسية وترتيبها، مع ملاحظة أن ترتيب العمليات يقتضي أن تسبق عمليات الضرب والقسمة عمليات الجمع والطرح، مع استخدام المعكوسين الجمعي والضربي كلما دعت الحاجة.

أمثلة

٤ حلّ المعادلة: ٢س + ٣ = ٩.

الحل: ٢س + ٣ − ٣ = ٩ − ٣ إضافة المعكوس الجمعي (−٣) إلى طرفي المعادلة

٢س = ٦

$\frac{١}{٢} \times ٢س = \frac{١}{٢} \times ٦$ الضرب في المعكوس الضربي لمعامل س $\left(\frac{١}{٢}\right)$

س = ٣ في طرفي المعادلة.

حاولْ أن تحلّ

٣ حلّ المعادلة: ٤ س − ٦ = ١٠

٥ اشترى فيصل دفترين و٣ أقراص مدمجة ودفع ٣,٤٠٠ دينار. فما سعر شراء الدفتر إذا كان سعر كل قرص مدمج ٠,٧٠٠ دينار؟ اكتب معادلة وحلّها لمعرفة سعر شراء الدفتر.

الحل: نفرض أن س سعر شراء الدفتر — اختر المتغيّر

٢س + ٣ × ٠,٧٠٠ = ٣,٤٠٠ — اكتب المعادلة

٢س + ٢,١٠٠ = ٣,٤٠٠

٢س + ٢,١٠٠ − ٢,١٠٠ = ٣,٤٠٠ − ٢,١٠٠ بإضافة المعكوس الجمعي (−٢,١٠٠)

٢س = ١,٣٠٠

$\frac{١}{٢} \times ٢س = \frac{١}{٢} \times ١,٣٠٠$ بالضرب في المعكوس الضربي $\frac{١}{٢}$

س = ٠,٦٥٠

يبلغ سعر شراء الدفتر ٠,٦٥٠ دينار.

حاولْ أن تحلّ

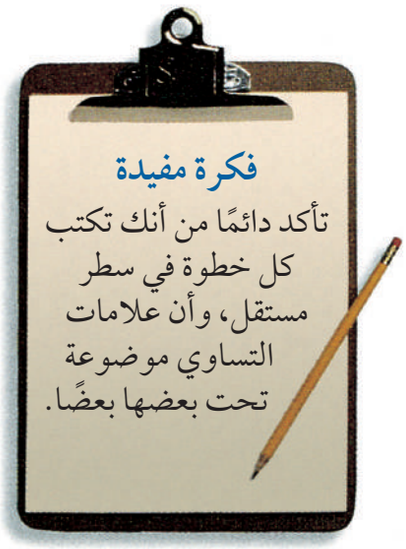
٤ حلّ المعادلة: $\frac{س}{٢} - ١٢ = ٥$.

٥ يحصل نبيل على ٤ دنانير نظير عمله ساعة واحدة في أحد المطاعم، إذا حصل على أجره كاملًا، وأضيف إليه ٨ دنانير بدل خدمة، في حين كان إجمالي ما حصل عليه ٢٨ دينارًا، فاحسب عدد الساعات التي عملها.

تحقّق من فهمك

١ هل المعادلتان ك ÷ ٤ = ٩، ك ÷ ٤ × ٤ = ٩ × ٤ متكافئتان؟

٢ هل المعادلات التي تحوي عملية ضرب والتي تحوي عملية جمع متشابهة في طريقة الحل؟



فكرة مفيدة

تأكد دائمًا من أنك تكتب كل خطوة في سطر مستقل، وأن علامات التساوي موضوعة تحت بعضها بعضًا.

هل تعلم؟

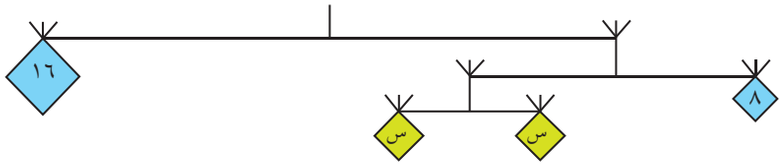
تخزن المعلومات على الأقراص الدمجة في فجوات دقيقة جدًّا محفورة على سطح القرص. يبلغ عمق كل فجوة ١٠٠ نانومتر، وعرضها ٥٠٠ نانومتر، ويتراوح طولها بين ٨٥٠ نانومترًا و٣,٦ ميكرومتر.

١ نانومتر = $١٠^{-٩}$ متر = ٠,٠٠٠٠٠٠٠٠١ متر.

المرشد لحل المسائل (٧-١)

حل المسائل
افهم
خطط
حل
تحقق

يصنع نبيل ميزانًا متحركًا كما في الشكل أدناه. اكتب معادلة تبيّن اتزان هذا الميزان. ما وزن كل من الصندوقين الصغيرين؟



افهم

١ ما الوزن الكلي لكل الصناديق في كل طرف من طرفي الميزان؟ اشرح كيف تستطيع أن تعرف ذلك؟

.....

.....

٢ بما أن كلًّا من الصندوقين الصغيرين يزن س، فهل يمكن أن يكون لكل منهما وزن مختلف؟ اشرح.

.....

.....

خطّط

٣ ما العدد الذي يظل بمفرده على أحد طرفي المعادلة؟ .....

٤ كم س موجود في المعادلة؟ .....

حلّ

٥ اكتب معادلة توضّح فيها أن الميزان في حالة توازن. .....

٦ ما العملية التي تحتاج إلى إجرائها أوّلًا؟ .....

٧ ما العملية التي تحتاج إلى إجرائها ثانيًا؟ .....

٨ حلّ المعادلة. ما وزن كل من الصندوقين الصغيرين؟ .....

تحقّق

٩ كيف يمكن أن تتحقّق لترى ما إذا كانت إجابتك معقولة؟ .....

حلّ مسألة أخرى

١٠ يتأرجح رجل وزنه ٧٥ كجم مع أطفاله الأربعة بحيث يتوازن وزنه مع وزنهم. إذا كان أحد الأطفال يزن ١٥ كجم، في حين يتساوى الثلاثة الآخرون في الوزن، فاكتب معادلة وحلها لإيجاد وزن كل من الأطفال الثلاثة.

.....

.....

KuwaitMath.com

حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ تساعد سميرة في بيع الفراولة في كشك أسرتها. إذا كانت الأسرة تدفع ١٠ دنانير بدل إيجار يوميًّا للكشك، وتكسب ٠,٥ دينار عن كل سلة فراولة تبيعها، فأوجد مكسب الأسرة إذا باعت في أحد الأيام ٩٠ سلة فراولة.

.....

.....

٢ **التفكير الناقد:** إذا كان مقياس حذاء الرجل يمثّل بالقانون: م = ٣س – ٢٢، حيث س هو طول قدم الرجل بالبوصات. (١ بوصة = ٢,٥٤ سم).
أما بالنسبة إلى المرأة فيمثّل المقياس بالقانون: م = ٣س – ٢٥.
هل توجد قيمة للمتغير س تعطي المقياس نفسه للرجل والمرأة؟ اشرح.

.....

.....

٣ **التواصل:** حلّ أحمد المعادلة ٦ص + ٥ = ٢٩، لإيجاد قيمة ص. حصل أحمد على الإجابة ٦٧,٥ وهي إجابة خطأ. ما الإجابة الصحيحة؟ وما الخطأ الذي تعتقد أن أحمد قد ارتكبه؟

.....

.....

٤ **التفكير الناقد:** كلفة إيجار سيارة تساوي ١٢ دينارًا في اليوم مضافًا إليها ٢٠ دينارًا بدل تأمين ثابت. في إحدى المرات دفع سالم ١٠٤ دنانير مقابل سيارة استأجرها. فكم يومًا استأجر سالم هذه السيارة؟

.....

.....

٥ **التواصل:** اشرح ما تم إجراؤه من عمليات حسابية على المعادلة الأولى للحصول على المعادلة الثانية.

أ) ٢س + ١ = ٥ ⟵ س = ٢

.....

.....

ب) $\frac{\text{س}}{٤}$ + ٦ = ١٠ ⟵ س = ١٦

.....

.....

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

kuwaitmath.com

٧-٢

حل معادلات من الدرجة الثانية في متغير واحد بالتحليل

Solving Second Degree Equations with One Variable by Factorising

سوف تتعلّم

- حل المعادلة التربيعية باستخدام التحليل.

من الاستخدامات

- يستخدم حل المعادلات التربيعية في مصانع إنتاج الصناديق الكرتونية.

المصطلحات الأساسية

- معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد
  Second Degree Equation with One Variable
- تحليل Factorise
- عدد حقيقي Real Number

تذكر

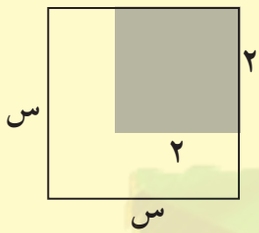
مجموعة الأعداد النسبية

ن = {$\frac{أ}{ب}$: أ، ب ∈ ص، ب ≠ ٠}

صلة الدرس سبق أن تعرفت حل معادلات من الدرجة الأولى في متغير واحد، والآن سوف تحل معادلات من الدرجة الثانية في متغير واحد بالتحليل.

استكشف حل معادلات من الدرجة الثانية

طلى أحمد الجزء العلوي والأيمن من حائط منزله المربع الشكل (انظر الصورة إلى اليسار). أراد أن يحسب عرض الحائط س مع علمه أن المساحة المتبقية للطلي هي ٥ أمتار مربعة.



١ أوجد مساحة الجزء المطلي.

٢ أوجد المساحة الكلية للحائط بدلالة س.

٣ أوجد المساحة المتبقية للطلي بدلالة س.

٤ اكتب معادلة المساحة المتبقية بدلالة س.

٥ اكتب المعادلة في (٤) على صورة ضرب عاملين على أن يكون أحد طرفيها صفرًا.

٦ أوجد عرض الحائط.

٧ بعد إيجادك عرض الحائط، ماذا تستنتج من المعادلة (س − ٣)(س + ٣) = ٠؟

تعلّم خاصية الضرب في صفر

لكل أ، ب عددان نسبيان، إذا كان أ ب = ٠ فإن أ = ٠ أو ب = ٠.

فمثلًا: إذا كان (س + ٣)(س + ٢) = ٠

فإن س + ٣ = ٠ أو س + ٢ = ٠

KuwaitMath.com

مثال (١)

أوجد مجموعة حل المعادلة (س + ٥)(س + ٦) = ٠ حيث س ∈ ن.

الحل:

(س + ٥)(س + ٦) = ٠

إما س + ٥ = ٠ أو س + ٦ = ٠ استخدم خاصية الضرب في صفر

س = −٥ أو س = −٦

حيث إن −٥ ∈ ن ، −٦ ∈ ن

مجموعة الحل = {−٥، −٦}

التحقق من صحة الحل:

أ إذا س = −٥

(س + ٥)(س + ٦) = ٠ المعادلة

(−٥ + ٥)(−٥ + ٦) $\stackrel{؟}{=}$ ٠ بالتعويض

٠ × (١) $\stackrel{؟}{=}$ ٠ خاصية الضرب بالصفر

٠ $\stackrel{✓}{=}$ ٠

ب إذا س = −٦

(س + ٥)(س + ٦) = ٠ المعادلة

(−٦ + ٥)(−٦ + ٦) $\stackrel{؟}{=}$ ٠ بالتعويض

(−١) × ٠ $\stackrel{؟}{=}$ ٠ خاصية الضرب بالصفر

٠ $\stackrel{✓}{=}$ ٠

حاولْ أن تحلّ

١ أوجد مجموعة حل المعادلة: (٣ص − ٥)(ص − ٢) = ٠ حيث ص ∈ ن.

أمثلة

٢ أوجد مجموعة حل المعادلة ٤س^{٢} − ٥س = ٠ حيث س ∈ ن.

الحل: ٤س^{٢} − ٥س = ٠

س(٤س − ٥) = ٠ حلّل

أما س = ٠ أو ٤س − ٥ = ٠

س = ٠ أو ٤س = ٥ عزل المتغير (تجعل المتغير في طرف)

س = ٠ أو $\frac{٤س}{٤} = \frac{٥}{٤}$ بالقسمة على ٤ كلا الطرفين

س = ٠ أو س = $١\frac{١}{٤}$ خاصية الضرب في الصفر

∴ ٠ ، $١\frac{١}{٤}$ ∈ ن ∴ مجموعة الحل = {٠، $١\frac{١}{٤}$}

KuwaitMath.com

حاولْ أن تحلّ

٢ أوجد مجموعة حل: ٣س (س – ٣) = ٠ . حيث س ∈ ن

معلومة مفيدة

المعادلتان:

$س^{٢} - ٤ = ٠$

(س – ٢)(س + ٢) = ٠

تسميان معادلتين متكافئتين

٣ أ أوجد مجموعة حل المعادلة $س^{٢} = ٤$ حيث س ∈ ن.

الحل: $س^{٢} = ٤$

$س^{٢} - ٤ = ٠$

$(س)^{٢} - (٢)^{٢} = ٠$ فرق المربعين

(س – ٢) (س + ٢) = ٠ خاصية الضرب في صفر

إما س = ٢ أو س = –٢

مجموعة الحل = {–٢، ٢}

ب أوجد مجموعة حل المعادلة $(س + ٣)^{٢} - ١ = ٠$

الحل: $(س + ٣)^{٢} - ١ = ٠$

(س + ٣ + ١)(س + ٣ – ١) = ٠ فرق المربعين

(س + ٤) (س + ٢) = ٠ بسّط

إما س = –٤ أو س = –٢

مجموعة الحل = {–٤، –٢}

حاولْ أن تحلّ

٣ أوجد مجموعة حل كلّ من المعادلات التالية:

أ $م^{٢} = ٤٩$ حيث م ∈ ن

ب $(ص + ٢)^{٢} - ٩ = ٠$ حيث ص ∈ ن

KuwaitMath.com

٤ أوجد مجموعة حل المعادلة ٤س^{٢} + ٢٥ = ٠ حيث س ∈ ن.

الحل:

٤س^{٢} + ٢٥ = ٠

(٢س)^{٢} + ٥^{٢} = ٠ — مجموع مربعين

(٢س)^{٢} ≥ ٠ — لكل قيم س ∈ ن

٥^{٢} > ٠ — مربع عدد ثابت

∴ (٢س)^{٢} + ٥^{٢} > ٠ — لكل قيم س ∈ ن

∴ المعادلة ٤س^{٢} + ٢٥ = ٠ لا حل لها

مجموعة الحل = ∅

حاولْ أن تحلّ

٤ أوجد مجموعة حل المعادلة: ٩س^{٢} + ١٦ = ٠ حيث س ∈ ن.

تحقّق من فهمك

١ هل تستطيع أن تستخدم خاصية الضرب في صفر في كل المعادلات التربيعية؟ فسّر.

٢ هل ١٢، −٤ هما حلان للمعادلة: س^{٢} − ٨س − ٤٨ = ٠؟ اشرح.

KuwaitMath.com

المرشد لحل المسائل (٧-٢)

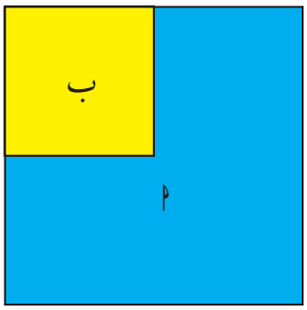
حل المسائل
افهم
خطط
حل
تحقق

يبيّن الرسم إلى اليسار مربعين.

طول ضلع المربع الصغير ٥س + ١،

وطول ضلع المربع الكبير ٥س + ٣.

أوجد قيمة س إذا كان الفرق بين مساحتي المربعين يساوي ٢٨ سم^{٢}.



افهم

١ ما هي معطيات المسألة؟

.....

٢ ما المطلوب إليك إيجاده؟

.....

خطّط

بدلالة س، أوجد:

٣ مساحة المربع الصغير. .....

٤ مساحة المربع الكبير. .....

٥ اكتب تعبيرًا جبريًّا يبيّن الفرق بين المساحتين. .....

.....

٦ حلّل التعبير إلى عوامل مستخدمًا تحليل الفرق بين مربعين. .....

.....

حلّ

٧ اكتب معادلة تبيّن أن الفرق بين المساحتين يساوي ٢٨ سم^{٢}. .....

٨ حلّ المعادلة في (٧) لإيجاد قيمة س. .....

تحقّق

٩ أوجد مساحة كلّ من المربعين، ثم أوجد الفرق بين المساحتين. .....

.....

حلّ مسألة أخرى

١٠ في المسألة أعلاه، أوجد قيمة س إذا كان الفرق بين مساحة المربعين يساوي ٨ سم^{٢}. .....

.....

KuwaitMath.com

حلّ المسائل والتفكير المنطقي

أوجد مجموعة حل كلّ من المعادلات التالية حيث س ∈ ن:

١ $س^{٢} - ٣س = ٠$

٢ $س^{٢} = ٤س$

٣ $س^{٢} = ١٦$

٤ $(س + ٣)^{٢} = ١٢١$

٥ **الهندسة:** أضيف ٢ سم على أطوال أضلاع مربع من كل الجهات لتصبح مساحة المربع الجديد ٦٤ سم^{٢}. أوجد طول ضلع المربع الأساسي.

٦ **التحدي:** أوجد عددًا غير صفري يساوي:

أ مثلي مربعه.

ب نصف مربعه.

٧ **التفكير الناقد:** تعرّف أبعاد شاشة التلفزيون بالقاعدة $د^{٢} = ٢م$ التي تربط بين مساحتها وطول قطرها حيث د طول القطر بالإنش، م مساحة الشاشة بالإنش المربع (١ إنش = ٢,٥٤ سنتيمتر). لديك تلفزيون قديم مساحته م، تريد إبداله بتلفزيون جديد مساحته ٤ أمثال مساحة التلفزيون القديم. هل ستكون العلاقة ٤ أمثال بين طول قطر التلفزيون القديم وطول قطر التلفزيون الجديد؟

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

KuwaitMath.com

حل المتباينات

Solving Inequalities

عالم متحرك

الحركة هي فعل أو عملية تغيير الوضعية نصادفها في حياتنا اليومية. تدور الأرض حول محورها وحول الشمس. وعندما نطيّر طياراتنا الورقية، فإن الريح التي هي هواء متحرك تدفع بالطيارات الورقية عاليًا في السماء أو تجعلها تتهاوى نحو الأرض. يمكن ملاحظة الحركة الدورية في رقاص (بندول) الساعات الضخمة القديمة حيث يتأرجح جيئةً وذهابًا بانتظام ودقة. كذلك نحن نختبر الحركة في تحركاتنا الذاتية وفي تحركات الغير كالمصافحة، وطرف العين، والسير في أحد الشوارع. ومن بين الأمثلة الأخرى للحركة، الجري السريع، وصد هجوم الخصم في كرة القدم، وجري الطفل في الحديقة. تخيل طائرًا يطير باتجاه عشه أو هرًّا يلعق يده أو فراشة ترفرف بجناحيها. فالحركة تحدث في كل مرة نتحرك فيها أو نلاحظ حركة ما.

١ اذكر ثلاثة أمثلة من الحياة اليومية عن الحركة.

٢ في رأيك، ما المقصود بالحركة البطيئة؟ صور متحركة (لفيلم سينمائي)؟ مدى الحركة؟

٣ عند جلوسك في غرفة الفصل من دون حراك، هل تحدث أي حركة؟ وضح ذلك.

٣-٧

العلاقة بين المعادلات والمتباينات

Relation between Equations and Inequalities

سوف تتعلّم

- حل المتباينات من خلال حل المعادلات.

من الاستخدامات

- يستطيع مالك المنزل استخدام المتباينة لتحديد عدد الأمبيرات اللازمة لجهاز قبل أن يزيد الحمل الكهربائي على الدائرة.

المصطلحات الأساسية

متباينة Inequality

صلة الدرس سبق أن عرفت أن ١ + ٢ = ٣ تعني أن الكميات قبل وبعد طرفي علاقة المساواة تكون متساوية وأنه يمكنك حل المعادلات مثل س + ٢ = ٤. وعرفت أيضًا أن ٣ > ٢ تعني أن ٣ أكبر من ٢، والآن سوف ترى ما يجب عمله عند استبدال الرمز = بالرمز > في معادلة.

نكرّر أن < تعني «أصغر من» و> تعني «أكبر من» لذلك ٣ < ٥ تعني أن «٣ أصغر من ٥» و٥ > ٣ تعني أن «٥ أكبر من ٣».

استكشف المتباينات

لا تكن خامًا!

يحتوي برميل البترول الخام على ١٦٥ ليترًا ويمكن للبرميل الخام أن يمدنا بـ ١٦٥ ليترًا من البنزين كحدّ أقصى. افرض أن لديك معمل تكرير للبترول الخام وأنك تسجل البنزين المستخرج من البرميل.

١ اذكر كمية البنزين باللتر الممكن استخراجها من برميل واحد.

٢ قارن بين إجابتك والعديد من إجابات الآخرين. كم إجابة مختلفة وجدت؟

٣ هل يجب على كل كمية من البنزين أن تكون عددًا صحيحًا من اللترات؟ هل يمكن اعتبار ١٠٢,٥ لتر كمية معقولة؟ هل يمكن اعتبار ٤٩,٢٥ لترًا كمية ممكنة؟

٤ ارسم خطًّا للأعداد. حدّد نقطة عليه لتوضيح أكبر كمية ممكنة من البنزين المستخرج من برميل واحد، ثم حدّد نقطة أخرى عليه لتوضيح أصغر كمية ممكنة من البنزين.

٥ على خط الأعداد نفسه، ارسم كل ما تستطيع من نقاط لتوضيح الكميات الممكنة من البنزين في برميل واحد. كم نقطة يوجد؟

٦ في اعتقادك، هل يمكن توضيح كل النقاط الممكنة على الرسم؟

KuwaitMath.com

تعلّم العلاقة بين المعادلات والمتباينات

لمعادلة مثل س + ١ = ٣ حل واحد هو س = ٢، ولكن للمتباينة س < ٣ حلول عديدة، مثل ٢ , ٠، −٥ , ٢ ومن المستحيل تنظيم قائمة بكل الحلول.

يوجد رمزان آخران يمكننا استخدامهما ≥ (أصغر من أو يساوي)، ≤ (أكبر من أو يساوي). الجمل التي تستخدم الرموز التالية: <، >، ≥ ، ≤ تسمى **متباينات**.

للمتباينة س ≥ ٣ حلول عديدة تبدأ بالعدد ٣، ومنها ٥ , ٢، $\frac{٧}{٣}$، −١٣ , ٤، ... لكن العدد ٣ ليس حلًّا للمتباينة س < ٣.

تستطيع أن تستخدم معرفتك بحل المعادلات لكي تحل المتباينات. كل متباينة لها معادلة مرتبطة بها وهي التي تنشأ باستبدال رمز التباين برمز التساوي.

معلومة مفيدة

رموز علاقات التباين هي: <، >، ≥ ، ≤

التحضير للاختبار

انتبه للقيم المسموح بها للمتغير عندما تحل متباينة ما.

أمثلة

١ حلّ المتباينة س − ٥ > ٣.

الحل: عرفت كيفية حل المعادلة س − ٥ = ٣، المرتبطة بالمتباينة س − ٥ > ٣.

نحلّ أولًا المعادلة:

س − ٥ = ٣

س − ٥ + ٥ = ٣ + ٥ أضف ٥ إلى كل طرف

س = ٨

هل يكون حل المتباينة س − ٥ > ٣ من الأعداد الأصغر من ٨ أو الأكبر من ٨؟

نختبر عددًا أصغر من ٨ وعددًا أكبر من ٨ لنستطيع أن نرى أيهما هو الحل.

نحاول بـ ٥ ٥ − ٥ ؟ > ٣	**نحاول بـ ١٠** ١٠ − ٥ ؟ > ٣
٠ > ٣ عبارة خطأ	٥ > ٣ عبارة صحيحة

كل عدد أكبر من ٨ هو حل للمتباينة.

KuwaitMath.com

هل تعلم؟

أنه يمكنك أن توفر ١٠ في المئة من فاتورة التدفئة إذا أحكمت غلق الأبواب والنوافذ باستخدام عازل (بين الباب أو النافذة) وإطار منع المطر أو الثلج أو الريح.

٢ قامت إحدى العائلات بتخفيض تكاليف التدفئة عن طريق تركيب نوافذ جديدة ضد العواصف وإضافة العوازل. وقد دفعت لأحد العمّال ١٠ دنانير مقابل تركيب كل نافذة مضادة للعاصفة، ومبلغ ٢٥ دينارًا مقابل إضافة العوازل. إذا كان العامل يريد أن يتقاضى أكثر من ١٠٠ دينار، فكم نافذة مضادة للعاصفة عليه أن يركّب؟

الحل:

نفرض أن عدد النوافذ = س فيكون

١٠س + ٢٥ > ١٠٠

حلّ أوّلًا المعادلة المرتبطة ١٠س + ٢٥ = ١٠٠

١٠س + ٢٥ − ٢٥ = ١٠٠ − ٢٥ بإضافة المعكوس الجمعي (−٢٥)

١٠س = ٧٥

$\frac{١}{١٠}$ × ١٠س = $\frac{١}{١٠}$ × ٧٥ بالضرب في المعكوس الضربي $\frac{١}{١٠}$

س = ٧,٥

جرب عددًا أصغر من ٧,٥ وآخر أكبر من ٧,٥

جرب ٥: ١٠(٥) + ٢٥ $\overset{؟}{<}$ ١٠٠	جرب ١٠: ١٠(١٠) + ٢٥ $\overset{؟}{<}$ ١٠٠
٥٠ + ٢٥ $\overset{؟}{<}$ ١٠٠	١٠٠ + ٢٥ $\overset{؟}{<}$ ١٠٠
٧٥ > ١٠٠ عبارة خطأ	١٢٥ > ١٠٠ عبارة صحيحة

أي أن جميع الأعداد الأكبر من ٧,٥ تكون حلولًا للمتباينة، لذا عليه أن يركّب ٨ نوافذ مضادة للعاصفة أو أكثر.

حاولْ أن تحلّ

يقبض سعود ١٨ دينارًا لقاء عمله اليومي لكنه يدفع ٦ دنانير بدل طعام ونقليات. كم يومًا عليه أن يعمل ليوفر مبلغًا من المال يسمح له بشراء آلة طابعة لحاسوبه ثمنها ٨٥ دينارًا وبعض الأقراص المدمجة؟

تحقّق من فهمك

١ لماذا قد تحتاج إلى متباينة بدلًا من معادلة؟ أعط مثالًا على ذلك.

٢ كيف يمكن أن يكون للمتباينة أكثر من حل واحد؟

٣ كيف تعرف ما إذا كان حل المعادلة المرتبطة حلًّا للمتباينة أم لا؟

KuwaitMath.com

المرشد لحل المسائل (٧-٣)

حل المسائل
افهم
خطط
حل
تحقق

حصلت في أول امتحانين لمادة الرياضيات على ٧٥ درجة و٨٢ درجة؛ فكم درجة يجب أن تحصل عليها في الامتحان القادم إذا كنت تريد متوسطًا لا يقل عن ٨٠ درجة؟

افهم

١ حوّط كلًّا من الدرجات التي حصلت عليها.

٢ ما المتوسط الذي تنشده؟ .....

.....

خطّط

٣ ما العمليات الحسابية التي تستخدمها لإيجاد المتوسط؟ .....

أ جمع وطرح　　ب جمع وقسمة　　ج ضرب وقسمة

٤ افرض أن س تمثل الدرجة التي سوف تحصل عليها في الامتحان القادم. أي من المتباينات التالية يمثل متوسط درجات الامتحانات الذي لا يقل عن ٨٠ درجة؟ .....

أ $\frac{\text{س} + ٧٥ + ٨٢}{٣} < ٨٠$　　ب $\frac{\text{س} + ٧٥ + ٨٢}{٣} \leq ٨٠$　　ج $\frac{\text{س} + ٧٥ + ٨٢}{٣} \geq ٨٠$

حلّ

٥ حل المتباينة المختارة في (٤). .....

٦ ما الدرجة التي عليك الحصول عليها في الامتحان القادم لتحقق متوسطًا لا يقل عن ٨٠ درجة؟ .....

تحقّق

٧ تعلم أن ٧٥ درجة تقل ٥ درجات عن المتوسط المطلوب، ٨٢ درجة أكبر بدرجتين من المتوسط المطلوب؛ كيف يساعدك هذا في إيجاد الدرجات التي تريد الحصول عليها في الامتحان القادم مستخدمًا الحساب الذهني؟

.....

.....

حلّ مسألة أخرى

٨ درجتا الامتحانين في مادة الدراسات الاجتماعية هي ٨٥ درجة و٩١ درجة، إذا كنت تريد متوسطًا لا يقل عن ٩٠ درجة، فكم من الدرجات يجب أن تحصل عليها في الامتحان القادم؟

.....

.....

KuwaitMath.com

٤-٧

حل متباينات من الدرجة الأولى
Solving First Degree Inequalities

سوف تتعلّم
- حل المتباينات.

من الاستخدامات
- يستخدم النجارون المتباينات لإيجاد العدد الأكبر من الخزائن التي يريدون صنعها إذا كان لديهم كمية محددة من الخشب.

صلة الدرس سبق أن تعرفت معنى المتباينة، والآن سوف تتعلم كيفية حلها.

استكشف — حل المتباينات

يريد ثلاثة أشقاء أن يحصلوا على ٩٠٠٠ دينار كمجموع لرواتبهم الشهرية. سمير أستاذ جامعي راتبه ٣٠٠٠ دينار، أما عادل فهو مهندس وراتبه ٤٠٠٠ دينار.

١ ما هو ناتج راتب الشقيقين الشهري؟

٢ يبحث أحمد وهو الأخ الثالث عن وظيفة جديدة ضمن اختصاصه كمحاسب. كم يجب أن يكون راتبه على الأقل ليحقق الهدف مع أشقائه؟

٣ شاهد أحمد إعلانًا لإحدى شركات المحاسبة يقول «مطلوب محاسب براتب قدره ١٨٠٠ دينار.» هل سيتقدم أحمد إلى هذه الوظيفة؟ لماذا؟

٤ شاهد أحمد إعلانًا آخر «مطلوب محاسب براتب يزيد عن ١٨٠٠ دينار». كم يجب أن يكون الراتب لكي يتقدم أحمد إلى الوظيفة؟

تعلّم — حل المتباينات

نحل المتباينة بإيجاد جميع قيم المتغير التي تحقّق المتباينة.

مفاهيم أساسية: خواص عمليتي الجمع والطرح في المتباينات.

إذا جمعت أو طرحت العدد نفسه من طرفي متباينة، فإنّ العلاقة بين الطرفين لا تتغير.

جبريًّا	أمثلة
إذا كان $أ > ب$، فإنّ $أ + جـ > ب + جـ$، $أ - جـ > ب - جـ$	$١٢ > ٨$، لذلك $١٢ + ٣ > ٨ + ٣$، $١٢ - ٤ > ٨ - ٤$
إذا كان $أ < ب$، فإنّ $أ + جـ < ب + جـ$، $أ - جـ < ب - جـ$	$٧ < ١٠$، لذلك $٧ + ٥ < ١٠ + ٥$، $٧ - ٢ < ١٠ - ٢$
حيث $أ$، $ب$، $جـ$ أعداد نسبية	

المصطلحات الأساسية
- خاصّيّة الجمع
  Property of Addition
- خاصّيّة الطرح
  Property of Subtraction
- خاصّيّة الضرب
  Property of Multiplication
- متباينة من الدرجة الأولى مع متغير واحد
  First Degree Inequality with One Variable
- حل متباينة
  Solving Inequality

نحلّ متباينة تتضمن جمعًا أو ضربًا باستخدام المعكوس الجمعي والمعكوس الضربي، لكي نضع المتغير في طرف واحد. أحيانًا، يكون لمتباينة عدد لانهائيّ من الحلول، ممّا يستحيل التحقّق منها جميعًا. وبدلًا من ذلك، تحقّق من صحّة حساباتك وصحّة علاقة المتباينة.

مفاهيم أساسية: خواص عملية الضرب في المتباينات

عندما تضرب طرفي متباينة في عدد موجب، لا تتغيّر العلاقة بين طرفي المتباينة وتعكس هذه العلاقة عند الضرب في عدد سالب.

جبريًّا	أمثلة
إذا كان $أ > ب$، $جـ > ٠$ فإنّ $أ جـ > ب جـ$	$١٠ > ٧$ لذلك $١٠(٣) > ٧(٣)$
إذا كان $أ < ب$، $جـ > ٠$ فإنّ $أ جـ < ب جـ$	$٥ < ٧$ لذلك $٥(٣) < ٧(٣)$
إذا كان $أ > ب$، $جـ < ٠$ فإنّ $أ جـ < ب جـ$	$١٠ > ٧$ لذلك $١٠(-٣) < ٧(-٣)$
إذا كان $أ < ب$، $جـ < ٠$ فإنّ $أ جـ > ب جـ$	$٥ < ٧$ لذلك $٥(-٣) > ٧(-٣)$

أمثلة

١ ما هي أول خطوة لحل المتباينة $س + ٥ > ٠$؟

الحل:

الخطوة الأولى هي إضافة المعكوس الجمعي (-٥) لطرفي المتباينة كالتالي:

$س + ٥ - ٥ > ٠ - ٥$

فتصبح المتباينة

$س > -٥$

٢ حلّ المتباينة: $\frac{س}{٣} > -\frac{٤}{٣}$ حيث $س \in$ ن "مجموعة الأعداد النسبية".

الحل:

$$\frac{س}{٣} > -\frac{٤}{٣}$$

$٣\left(\frac{س}{٣}\right) > ٣\left(\frac{-٤}{٣}\right)$ اضرب طرفي المتباينة في المعكوس الضربي (٣) للتبسيط

$س > -٤$

فالحل هو مجموعة الأعداد النسبية الأصغر من -٤.

KuwaitMath.com

٣ حل المتباينة ٥س − ٣ ⩽ ٩ + ٢س، حيث س ∈ ن.

الحل:

٥س − ٣ ⩽ ٩ + ٢س

٥س − ٣ − ٢س ⩽ ٩ + ٢س − ٢س — اطرح ٢س من طرفي المتباينة

٣س − ٣ ⩽ ٩ — اجمع الحدود المتشابهة

٣س − ٣ + ٣ ⩽ ٩ + ٣ — اجمع ٣ إلى كلا الطرفين

٣س ⩽ ١٢ — اجمع الحدود المتشابهة

$(\frac{١}{٣})$ ٣س ⩽ $(\frac{١}{٣})$ ١٢ — اضرب الطرفين في المعكوس الضربي $(\frac{١}{٣})$

س ⩽ ٤

كل عدد نسبي أكبر من أو يساوي ٤ هو حل للمتباينة.

٤ حل المتباينة: ٢ − ٣س > ٨، حيث س ∈ ن.

الحل: ٢ − ٢ − ٣س > ٨ − ٢ — بإضافة المعكوس الجمعي (−٢)

−٣ س > ٦

$(\frac{-١}{٣})$ × (−٣)س > $(\frac{-١}{٣})$ × ٦ — اضرب الطرفين في المعكوس الضربي $(\frac{-١}{٣})$

س > − ٢

كل عدد نسبي أكبر من −٢ هو حل للمتباينة .

تذكر

تعكس العلاقة بين طرفي المتباينة عند الضرب في عدد سالب.

حاولْ أن تحلّ

حلّ المتباينات التالية حيث س ∈ ن.

١ ب − $\frac{١}{٢}$ ٢ > $\frac{١}{٣}$

٢ −٣ ≥ ٤س − ٥

٣ ٤س + ٧ > ٣س − ٦

٤ ٧ − ٢س ≤ ٣

مثال (٥)

يبلغ عمر خالد ٢٤ عامًا ويزيد عمره عن ٤ أمثال عمر ولده. اكتب متباينة وحلّها لتعرف عمر الولد الممكن بالسنوات.

الحل:

ليكن س العمر الممكن للولد — اختر المتغير

٤س < ٢٤ — اكتب متباينة

$\frac{١}{٤}$ × ٤س < $\frac{١}{٤}$ × ٢٤ — اضرب طرفي المتباينة في المعكوس الضربي للعدد ٤ .

س < ٦

يتراوح عمر الولد بين سنة و٥ سنوات.

تحقّق من فهمك

١ اكتب أربعة حلول للمتباينة $\frac{١}{٤}$ + ٢ص > − $\frac{٥}{٧}$.

٢ ماذا يحدث لعلاقة التباين إذا ضربنا طرفي المتباينة في عدد سالب؟ اشرح إجابتك.

KuwaitMath.com

المرشد لحل المسائل (٧-٤)

دخل خمسة أشخاص إلى مصعد حمولته القصوى ٥٠٠ كيلوجرام.
إذا تساوى وزن شخصين من بينهم (وزن الشخص: س) وكانت الأوزان الباقية هي:
٨٢ كجم، ٩٦ جم، ١١٠ كجم، فأوجد س الذي يمكن أن يتحمله المصعد؟

افهم

١ ما هي معطيات المسالة؟ .....

٢ ما المطلوب إليك إيجاده؟ .....

خطّط

٣ ما مجموع أوزان الأشخاص الخمسة؟ .....

٤ ما هي العلاقة بين إجمالي الوزن والحمولة القصوى؟ .....

حلّ

٥ حل المتباينة في (٤). .....

٦ أوجد وزن الشخص (س). .....

تحقّق

٧ أوجد س في المعادلة: ٢٨٨ + ٢س = ٥٠٠. .....

٨ تحقق من صحة المتباينة ٢٨٨ + ٢س ≥ ٥٠٠، إذا كانت س = ٩٠. .....

حلّ مسألة أخرى

٩ لشراء حاسوب، على أحمد ادخار مبلغ (م) لا يقل عن ٣٦٠ دينارًا. سحب من حسابه المصرفي ١٢٨ دينارًا وأعطاه والده ١٧٥ دينارًا. إلى كم دينار على الأقل يحتاج أحمد لشراء الحاسوب؟

.....

.....

KuwaitMath.com

حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ **التفكير الناقد:** هناك متباينات تكون صحيحة لكلّ قيم المتغير، وهناك بعض المتباينات تكون خطأ لكل قيم المتغير، وعندئذ لا يكون لها حل. من دون كتابة خطوات الحل، حدّد ما إذا كانت المتباينة صحيحة أم خطأ لكلّ قيم المتغير من الأعداد النسبية. فسّر مبرراتك:

أ ٤س − ٥ > ٤س − ٧

.....

ب ٤س − ٥ < ٣ + ٤س

.....

جـ ٤س + ٦ ≤ ٦ + ٤س

.....

د ٤س < ٤س

.....

٢ لمساعدة السكّان النازحين من الفيضانات، قرّرت مجموعة من الشباب تأمين ١٦٠ بطانية على الأقل في ثلاثة أيام. إذا أحضرت ٢٧ بطانية يوم الاثنين و ٥٩ يوم الثلاثاء، فكم بطانية على الأقل عليها تأمينها في اليوم الثالث لتحقق هدفها؟ اكتب المتباينة وحلّها.

.....

.....

.....

٣ **الترابط:** أعط مسألة حياتية يمكن أن تنمذج بالمتباينة: ٢٤س > ٩.

.....

.....

٤ اشترى أحمد غسالة صحون لمنزله. تتحمل الدارة الكهربائية في المنزل ٢٠ أمبيرًا على الأكثر. إذا استهلكت الأدوات المنزلية الأخرى ١١ أمبيرًا، فكم أمبيرًا يمكن أن تستهلك غسالة الصحون؟

.....

.....

KuwaitMath.com

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

اختبار الوحدة السابعة

١ حل كلًّا من المعادلات التالية:

(أ) ٧س + ٨ = ٥٠ (ب) $\frac{٥}{٢}$ س − ١ = −٦

٢ سعر وجبة الطعام في أحد المطاعم ١٠ دنانير. يضاف ٣ دنانير عند الطلب مقابل الخدمة.

(أ) اكتب معادلة للمبلغ (م) الذي تدفعه إذا طلبت (ن) وجبة طعام.

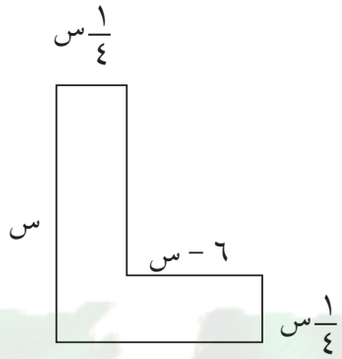
(ب) ما عدد الوجبات الممكنة إذا دفعت ٥٢ دينارًا؟

٣ حلّ كلًّا من المعادلات التالية:

(أ) (٢س − ١)(−س + ٣) = ٠ (ب) س ($\frac{س}{٢}$ + ١) = ٠

(جـ) س^{٢} − ١٠٠س = ٠ (د) س^{٢} − ١٠٠ = ٠

(هـ) س^{٢} + ٤س = ٠ (و) ٩س^{٢} − ٢٥ = ٠



٤ (أ) أوجد محيط الشكل الموجود إلى اليسار بدلالة س.

(ب) أوجد (س) إذا كانت مساحة الشكل تساوي ٦ م^{٢}.

٥ صل بين المعادلات المتكافئة:

س^{٢} = ١	•		• (س + ٢)(س − ١) = ٠
س(٢س + ١) = ٠	•		• ٢س^{٢} + س = ٠
س^{٢} + س = ٢	•		• س − ١٥ = ٠
$\frac{س}{٣}$ = ٥	•		• (س + ١)(س − ١) = ٠

٦ حلّ كلًّا من المتباينات التالية: حيث س ∈ ن

(أ) ١ − س ≤ ٢ (ب) $\frac{٢}{٣}$ س − $\frac{١}{٢}$ > $\frac{٣}{٢}$

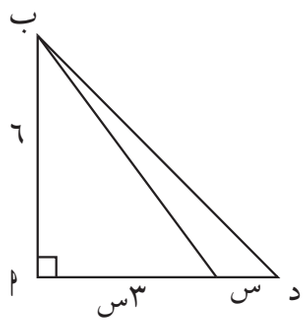
(جـ) ٢س + $\frac{١}{٣}$ ≤ − $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{١}{٣}$ س + ٢ < ٣

٧ طول ضلع مثلث متطابق الأضلاع ٨ سم. أوجد طول ضلع مربع ليكون محيط المربع أكبر من محيط المثلث.

٨ صل كل متباينة بالحل المناسب:

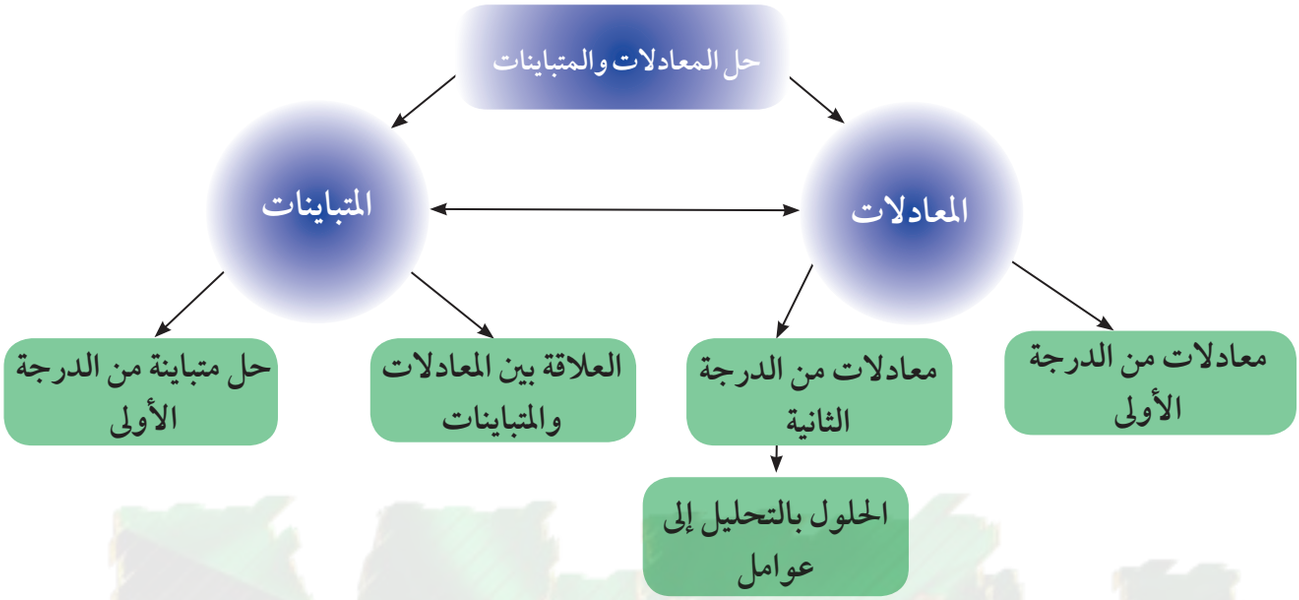
− س ≤ ١	•		• س ≤ −١
٢س − ٣ ≤ ٠	•		• س ≥ −١
−٣س ≤ ٢	•		• س ≥ − $\frac{٢}{٣}$
س + ١ ≤ ٠	•		• س ≤ $\frac{٣}{٢}$
س − ٢ ≥ ٣	•		• س ≥ ٥

٩ أوجد مجموعة قيم س علمًا أن مساحة المثلث أب د أصغر من ٤٨ سم^{٢}؟



KuwaitMath.com

مخطط تنظيمي للوحدة السابعة



الوحدة السابعة (أ): المعادلات

- المعادلة هي جملة تمثل تعبيرين متساويين.
- حل المعادلة التي تحوي متغيرًا يعني إيجاد قيمة المتغير الذي يجعل المعادلة عبارة صحيحة.
- يمكنك استخدام العمليات العكسية في حل المعادلات من الدرجة الأولى.
- تحوي بعض المعادلات أكثر من عملية. يمكنك أن تحل هذه المعادلات باثنتين أو أكثر من العمليات العكسية.
- لكي نحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد، نكتبها على صورة عاملين من الدرجة الأولى، ثم نستخدم خاصية الضرب في صفر.

KuwaitMath.com

الوحدة السابعة (ب): حل المتباينات

- المتباينات: هي جمل تشمل $<$، $>$، $\geq$ أو $\leqslant$. حلول المتباينة هي كل القيم التي تحقق المتباينة.
- توجد حلول المتباينات بحل المعادلات المناظرة والتحقق من القيم المختارة. خط الأعداد هو طريقة ملائمة لتوضيح كل الحلول في الوقت نفسه.
- لحل المتباينات من الدرجة الأولى نستخدم خواص التباين التالية:

خواص الجمع والطرح في المتباينات:

إذا جمعت أو طرحت العدد نفسه من طرفي متباينة، فإنّ العلاقة بين الطرفين لا تتغيّر.

إذا $أ > ب$ فإنّ $أ + جـ > ب + جـ$

$أ - جـ > ب - جـ$

إذا $أ < ب$ فإنّ $أ + جـ < ب + جـ$

$أ - جـ < ب - جـ$

(حيث $أ$، $ب$، $جـ$ أعداد نسبية).

خواص ضرب المتباينات:

إذا كان أ > ب، جـ > ٠ فإنّ أ جـ > ب جـ

إذا كان أ < ب، جـ > ٠ فإنّ أ جـ < ب جـ

إذا كان أ > ب، جـ < ٠ فإنّ أ جـ < ب جـ

إذا كان أ < ب، جـ < ٠ فإنّ أ جـ > ب جـ

عندما تضرب طرفي متباينة في عدد موجب لا تتغيّر علاقة التباين، وتتغير عند الضرب في عدد سالب.

KuwaitMath.com