الوحدة العاشرة

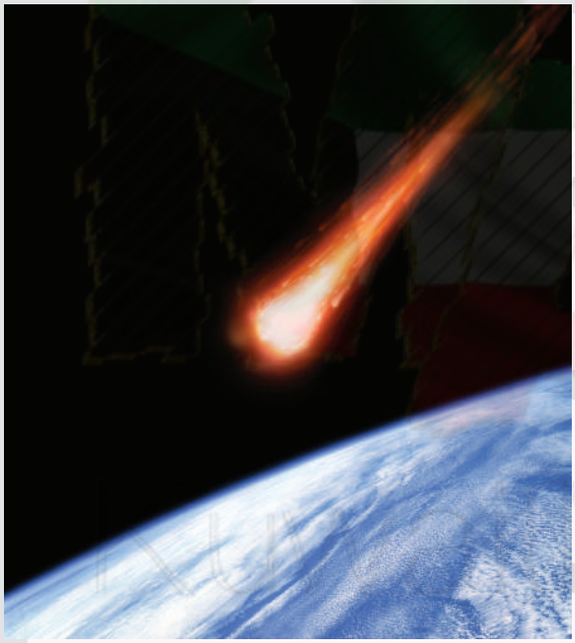
العد والاحتمال
Counting and Probability

الفنون والآداب

تقع النافورة الموسيقية في المرقاب بمدينة الكويت وتعتبر الرابعة من نوعها في العالم من حيث الضخامة. خلال فصل الصيف، وفي كل ليلة، يمكنك التمتع بمنظرها الخلاب وصوت موسيقاها الممتع.

العلوم

طبقًا لتقارير وكالة ناسا لعلوم الفضاء، فإن ترجيح تصادم الأرض بأحد الكويكبات أو المذنبات التي يزيد قطرها عن كيلومتر واحد في القرن الحادي والعشرين يصل إلى ١ من ١٠٠٠.



الدراسات الاجتماعية

تقدر منظمة الأمم المتحدة أن سكان الكويت سيبلغون خمسة ملايين و٢٤٠ ألفًا بحلول العام ٢٠٥٠، وتوقعت أن يرتفع معدل العمر إلى ٨٧,٢ عامًا وتصل نسبة من هم فوق الثمانين عامًا إلى ٤,٤٪ من عدد السكان في سنة ٢٠٥٠.

شعوب العالم

لو تم اختيار شخص من العالم أجمع بطريقة عشوائية، فإن احتمال أن يكون الشخص صينيًّا هو ١٨,٤٪، إذ إن عدد سكان الصين بلغ ١ ٢٦٩ ٣٨٥ ١٠٠ نسمة، وبلغ عدد سكان العالم ٦ ٨٨٠٣٦٠ ٥٠٠ نسمة في عام ٢٠١٠.

تسلية

إذا ثابرت على التعلّم في هذا الكتاب بشكل جيد، فإن ترجيح نجاحك بتفوق في امتحان الرياضيات هذا العام هو ٩٩ : ١٠٠ .

أفكار رياضية أساسية

يمكنك إيجاد عدد النواتج الممكنة والمختلفة لسلسلة من الأحداث باستخدام مخطط الشجرة البيانية أو باستخدام مبدأ العد.

التباديل هي الطرائق الممكنة لتنظيم مجموعة من العناصر أو الأشياء مع مراعاة الترتيب.
التوافيق هي الطرائق الممكنة لتنظيم مجموعة من العناصر أو الأشياء حيث يكون الترتيب أمرًا غير مهم.

ترجيح حدوث حدث ما هو نسبة عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها الحدث إلى عدد الطرائق التي لا يمكن أن يقع بها.
الاحتمال النظري لحدث ما هو النسبة بين عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها الحدث إلى المجموع الكلي لعدد النواتج الممكنة.

إن مجموعة النواتج الممكنة لحدث ما تسمى فضاء العينة الذي يستخدم لإيجاد احتمال هذا الحدث.

مشروع الوحدة

حل المسائل
افهم
خطط
حل
تحقق

في هذا المشروع، سوف تقوم بتصميم تجربة لمحاكاة أداء لاعب تحبه، مثل النسبة المئوية للرمية الحرة للاعب كرة السلة أو الرمية الحرة غير المباشرة. ابدأ المشروع باختيار بطل رياضي أثار أداؤه انتباهك.

التركيز على حل المسائل

لكل مسألة من المسائل التالية إجابة، ولكن الإجابة ليست صحيحة تمامًا. اذكر ما إذا كانت الإجابة "قريبة بشكل كاف" أو "أقل بكثير" أو "أكثر بكثير" من الإجابة الصحيحة، ثم اشرح لماذا.

١ في عام ١٩٩٦، أظهرت دراسة عن مشاهدة التلفزيون أن ١٥ ٤٤٠ ٠٠٠ شخص يشاهدون برامج التشويق والغموض. ٤٪ تقريبًا من هؤلاء المشاهدين من المراهقين بين سن ١٢ إلى ١٧ سنة. كم مراهقًا تقريبًا، يشاهد برامج التشويق والغموض؟

الإجابة: ٦١٧ ٦٠٠

٢ أظهرت الدراسة أن ٢ ٧٢٠ ٠٠٠ شخص آخرين يشاهدون برامج الكوميديا أكثر من برامج التشويق والغموض. حوالى ٣٠٪ من مشاهدي البرامج الكوميدية تبلغ أعمارهم ١٨ سنة أو أكثر. كم شابًا بعمر ١٨ سنة أو أكثر من هؤلاء المشاهدين، يشاهدون البرامج الكوميدية؟

الإجابة: ٥ ٤٠٠ ٠٠٠

٣ في عام ١٩٩٥، أظهرت إحدى الدراسات، أن الفتيات المراهقات يشاهدن التلفزيون بمعدل ١٦٠ دقيقة مشاهدة في اليوم. في حين يشاهد الشباب، في العمر نفسه، التلفزيون حوالى ١٢٩٪ من وقت مشاهدة الفتيات. كم دقيقة تقريبًا في اليوم يشاهد فيها الشباب التلفزيون؟

الإجابة: ٣٢٠ دقيقة

٤ تقضي النساء في عمر ٥٥ سنة أو أكثر معظم الوقت في مشاهدة التلفزيون. يبلغ متوسط زمن مشاهدتهن اليومية ١٩٩٪ من وقت مشاهدة الفتيات المراهقات. كم عدد الدقائق تقريبًا التي يقضينها النساء في عمر ٥٥ سنة أو أكثر في مشاهدة التلفزيون في يوم واحد؟

الإجابة: ٣٢٠ دقيقة

حل المسائل
افهم
خطط
حل
تحقق

التحقق من معقولية الإجابة

حتى لو استخدمت آلة حاسبة لمساعدتك في حل المسألة، ينبغي لك أن تتحقق من أن إجابتك معقولة. يمكنك استخدام التقدير والبديهة لمساعدتك.

kwaitvan.com

الوحدة العاشرة (٢)

العد
Counting

ذكر كاتب القصص البوليسيّة آرثر كانون دويل، في إحدى الدراسات، على لسان بطل رواياته شارلوك هولمز «إنه لخطأ جسيم أن تضع نظرية قبل أن تجمع كل البراهين فهذا يجعلك تصدر حكمًا منحازًا».

استمتع الناس بقراءة القصص البوليسية منذ أن قدم الكاتب آرثر كانون دويل شخصية شارلوك هولمز. فإنه من المسلي أن تحاول حل غموض لغز ما مع أو أسرع من التحري السري كما هو الحال في رواية «الآنسة ماربل» للكاتبة أجاثا كريستي.

في الحياة الواقعيّة، تشكل بصمات الأصابع أحد المفاتيح الأكثر أهمية للتحري السري. فكل شخص له بصمات أصابع تختلف عن أي شخص آخر ولا تتكرر، لذلك فإن تطابق بصمات الأصابع مع أحد المتهمين في جريمة ما يعد برهانًا قويًّا.

يستخدم خبراء بصمات الأصابع نظامًا تصنيفيًّا مبنيًّا على ٣ أنماط أساسيّة.

إلى جانب هذا النظام الثلاثي يوجد نظام التعرف الآلي على بصمات الأصابع عن طريق الحاسوب، ويستخدم هذا النظام في مقارنة البصمة بملايين من سجلات الأحوال الشخصية المخزنة في الجهاز. إن الرياضيات المستخدمة في التنظيم والعد التي سوف تستكشفها في هذا الدرس هي جزء مهم من هذا النظام.

١ انظر إلى أحد أطراف أصابعك عن قرب. صف أي أنماط تراها في بصمة إصبعك.

٢ بالإضافة إلى البصمات، ما هي الدلائل التي يتطلع إليها المحققون؟

٣ لماذا تعتقد أن خبراء بصمات الأصابع قد احتاجوا إلى ابتكار نظام لتصنيف بصمات الأصابع؟

١-١٠

طرائق العد
Counting Methods

صلة الدرس سبق أن اكتسبت خبرة في كتابة قوائم منظمة، والآن سوف ترى كيف أن القوائم المنظمة قد تساعدك في العد بكفاءة.

سوف تتعلّم
- استخدام مخطط الشجرة البيانية ومبدأ العد لإيجاد كل النواتج لمجموعة من الاختيارات.

من الاستخدامات
- يستخدم علماء الأحياء مخططات الشجرة البيانية لتحليل ما قد يحدث في أجيال مختلفة من الحيوانات.

المصطلحات الأساسية
- مخطط الشجرة البيانية Tree Diagram
- ناتج Outcome
- مبدأ العد Counting Principle

استكشف طرائق العدّ

مبروك

خلال المهرجان السنوي في المدرسة تم اعتماد مشروعك لبيع الفطائر. عليك الآن وضع خطة لتنفيذ المشروع.

١ اكتب قائمة بأصناف الفطائر التي ستعرضها للبيع.

٢ ما هي قياسات قطع الفطائر التي ستعتمدها؟

٣ ما عدد عناصر الفريق المكلف بالتحضير والبيع؟

٤ يسمح المكان المخصص لمنصة الفطائر بصنع ١٨ نوعًا فقط.

أ نظم جدولًا يبيّن أصناف الفطائر وقياساتها.

ب ما هي الصور أو الرسوم التي ستضعها مع الجدول على ورقة قائمة الفطائر؟

تعلّم طرائق العدّ

يعرض نادي الرياضة في المدرسة بيع قبعات من ٣ ألوان (الأزرق، الأحمر، الأخضر)، ومن قياسين (الصغير، المتوسط) ومن نوعين من القماش (القطن، البوليستر).

يمكنك كتابة **قائمة منظمة** لعد أنواع القبعات الممكنة.

لون القبعة	قياس القبعة	نوع القماش	
أزرق	صغير	قطن	
أزرق	صغير	بوليستر	
أزرق	وسط	قطن	
أزرق	وسط	بوليستر	
أحمر	صغير	قطن	
أحمر	صغير	بوليستر	
أحمر	وسط	قطن	
أحمر	وسط	بوليستر	
أخضر	صغير	قطن	
أخضر	صغير	بوليستر	
أخضر	وسط	قطن	
أخضر	وسط	بوليستر	

KuwaitMan.com

يمكنك أن ترى أنه إذا كان هناك ٣ ألوان وقياسان (٢) ونوعان (٢) من القماش، فإن ذلك يعني أن هناك ١٢ طريقة لاختيار ألوان وقياسات وقماش القبعات.

هناك طرائق منظمة أخرى لعد المعلومات الموضحة في هذا الجدول. إحداها أن تستخدم **مخطط الشجرة البيانية** الذي يوضح كل الإمكانيات أو كل **النواتج** في موقف معين معطى.

مثال (١)

استخدم مخطط الشجرة البيانية لتوضيح كل النواتج الممكنة من ٣ ألوان للقبعات (أزرق، أحمر، أخضر) وقياسين (صغير، وسط) ونوعين من القماش (قطن، بوليستر).

الحل:

من نقطة البداية: ارسم «فرعًا» لكل لون، ثمّ ارسم «غصنًا» لكل لون يحدّد القياس، ومن كل قياس ارسم «نوع» القماش.

حاولْ أن تحلّ

١ **تبيع شركة للمنتجات الغذائية نوعين من العصير: برتقال وتفاح. يمكنك أن تطلب من كل نوع عبوات صغيرة ومتوسطة وكبيرة. استخدم مخطط الشجرة البيانية لتوضح كم نوعًا مختلفًا من العصير يمكن أن تطلب.**

في المثال (١)، الشجرة البيانية فيها ٣ فروع وكل فرع فيه غصنان (٢)، وكل غصن فيه نوعان (٢). لاحظ أن عدد الطرائق الممكنة هو ١٢ ويساوي ٣ × ٢ × ٢.

٣ فروع في غصنين (٢) في نوعين (٢) يساوي ١٢ طريقة.

٣ × ٢ × ٢ = ١٢

تتلخص هذه الفكرة في مبدأ العد.

مبدأ العد

في عملية تتكون من خطوتين مستقلتين، إذا كان عدد طرائق إجراء الخطوة الأولى $ن_١$، وعدد طرائق إجراء الخطوة الثانية $ن_٢$، فإن عدد الطرائق الممكنة لإجراء العملية هو $ن_١ \times ن_٢$. ويمكن تعميم المبدأ لأكثر من خطوتين.

KuwaitMath.com

أمثلة

٢ مدرسة لديها ٣ معلمين لمادة الرياضيات و٤ لمادة اللغة الإنجليزية و٢ لمادة العلوم. باستخدام مبدأ العد، أوجد كم عدد الطرائق المختلفة لاختيار المعلمين الذين سيقومون بتدريس طالب ما المواد الثلاث.

الحل:

اضرب عدد الاختيارات لكل من المعلمين حسب التخصص.

$٣ \times ٤ \times ٢ = ٢٤$

يوجد ٢٤ طريقة مختلفة لاختيار المعلمين.

٣ ما عدد أنواع الفطائر الّتي يمكنك طلبها عندما تختار نوع الخبز والمكوّنات من القائمة إلى اليسار؟ استخدم مبدأ العدّ.

الحل:

عدد اختيارات أنواع الخبز × عدد اختيارات المكوّنات

٥ × ٦ = ٣٠

يتوفّر ٣٠ نوعًا من الفطائر المختلفة.

قائمة الطعام

نوع الخبز	المكونات
دقيق	لحم بقر
قمح	ديك رومي
خبز أبيض	دجاج
شوفان	جبنة
خبز أسمر	سبانخ
	خضار

حاولْ أن تحلّ

٢ قرّر صاحب المطعم من مثال (٣) أعلاه إضافة الزعتر إلى قائمة المكوّنات. كم أصبح عدد أنواع الفطائر التي يمكن أن يقدّمها المطعم؟

٣ مدرب كرة يتكون فريقه من ٤ مدافعين و٤ لاعبي وسط و(٢) مهاجمين. باستخدام مبدأ العد، أوجد عدد الطرائق المختلفة لتكوين مجموعة من ٣ لاعبين يمكن للمدرب استخدامها في هذه المواقع الثلاثة.

تحقّق من فهمك

١ في مخطط الشجرة البيانية في المثال (١)، هل يمكنك أن تحصل على عدد مختلف من النواتج لو أن الفروع كانت تمثل أنواع القماش والأغصان تمثل ألوان القبعات.

٢ صف موقفًا يكون فيه استخدام مبدأ العد أسهل من مخطط الشجرة البيانية.

KuwaitMath.com

المرشد لحل المسائل (١٠-١)

يقدم أحد المطاعم خلال وجبة الغداء بعض أنواع الحساء أولًا، ثم أحد أنواع الأطباق. في يوم الاثنين كان نوع الحساء دجاجًا أو طماطم. أما أنواع الأطباق فهي قطع شاورمة أو قطع ديك رومي أو قطع دجاج.
ما عدد أنواع الوجبات المختلفة المؤلفة من صحن حساء وطبق واحد التي يمكن اختيارها من هذه القائمة في هذا اليوم؟

افهم

١ ضع خطًّا تحت المطلوب إليك إيجاده في هذه المسألة.

خطّط

٢ ما الطريقة التي تستخدمها لإيجاد عدد الطرائق الممكنة للاختيارات؟ .....

أ قائمة منظمة.
ب مخطط الشجرة البيانية.
ج مبدأ العد.
د الاختيارات الثلاثة السابقة كلها ممكنة.

حلّ

٣ استخدم طريقة العد لتبيان النواتج الممكنة.

.....

.....

.....

٤ كم عدد الوجبات التي يمكن اختيارها؟ .....

KuwaitMath.com

تحقّق

٥ كيف يمكنك استخدام مبدأ العد للتحقق من أن جميع النواتج الممكنة قد تم عدها؟

.....

حلّ مسألة أخرى

٦ مطعم يقدم طرائق مختلفة في الوجبة الواحدة:
أولًا: حساء دجاج أو حساء خضار أو حساء طماطم.
ثانيًا: طبق دجاج أو أرانب أو لحم.
كم عدد الوجبات المختلفة التي يمكن اختيارها؟ .....

حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ **المنطق**: أنت تجري اختبار صواب – خطأ. في الاختبار ٣ أسئلة وطريقتان للإجابة ، إما بالصواب (ص) وإما بالخطأ (خ).

أ اكتب الإمكانات للنواتج في ذلك الاختبار. كم عدد تلك النواتج؟ وما هي؟

.....

.....

ب بفرض أن الإجابات الصحيحة هي خ خ ص ويعني السؤال الأول خ، السؤال الثاني خ، السؤال الثالث ص. ما العدد من هذه النواتج لنحصل على ٣ إجابات صحيحة؟ إجابتين صحيحتين فقط؟ إجابة واحدة صحيحة فقط؟

.....

.....

٢ **الدراسات الاجتماعية**: بعد الإعلان عن طلب وظائف، تقدم ٨ أشخاص لوظيفة إدارية، ٥ أشخاص للعمل على الحاسوب، ٣ أشخاص مبرمجي حاسوب. كم عدد الطرائق المختلفة لاختيار شخص واحد لكل وظيفة؟

.....

.....

٣ **التفكير الناقد**: مهرج لديه ٣ قبعات أولاها خضراء والثانية صفراء والثالثة زرقاء؛ عينان بنظارات، عينان بلا نظارات، شفتان تظهر منهما الأسنان، شفتان مضمومتان، شفتان مفتوحتان يظهر منهما اللسان خارجًا، زوج أحذية أخضر وزوج زهري وآخر أسود، أنفان مختلفان. كم عدد الأشكال المختلفة التي يظهر بها ذلك المهرج؟

.....

.....

.....

٤ **التفكير الناقد**: لديك ثلاثة صناديق برتقال. أمامك (س) فرصة لاختيار برتقالة من الصندوق الأول، و(ص) فرصة لاختيار برتقالة من الصندوق الثاني، و(ع) فرصة لاختيار برتقالة من الصندوق الثالث.

أ ما عدد الطرائق الممكنة لاختيار ذلك البرتقال؟

.....

.....

ب أعط قيمًا مختلفة لـ (س)، (ص)، (ع) إذا كان هناك ٤٢ طريقة للاختيار.

.....

.....

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

KuwaitMath.com

٢-١٠

التباديل والترتيبات
Permutations and Arrangements

صلة الدرس سبق أن تعلمت كيفية إيجاد عدد النواتج لأحداث متتالية، والآن سوف تبحث في حالات يكون فيها ترتيب الأحداث مهمًا.

سوف تتعلّم
- عد الطرائق التي يمكن أن تنظم بها بنودًا ما.
- استخدام مضروبات ناتج الضرب لإيجاد عدد التراتيب.

من الاستخدامات
- تستخدم التباديل عند ترتيب مجموعة مختارة من الصور الفوتوغرافية في ألبوم.

المصطلحات الأساسية
- التباديل Permutation
- مضروب Factoriel

استكشف التباديل

أنت تخطط لوضع لائحة من ثلاثة أنواع من الفطائر لعرضها أمام منصة بيع الفطائر. بكم طريقة مختلفة يمكن أن تكتب أسماء الفطائر تحت بعضها في اللائحة؟

١ اكتب أسماء ثلاثة أنواع من الفطائر، كل اسم على بطاقة ورتبها بكل الطرائق الممكنة. (سوف تحتاج إلى عدة بطاقات لكل اسم).

٢ خذ البطاقات ورتبها في صورة مخطط الشجرة البيانية لتوضح كل الإمكانيات، ثم سجل نتائجك مرة أخرى وعد البطاقات.

٣ بعد أن اخترت اسم النوع الأول من الفطائر، كم اختيارًا يصبح لديك لكتابة اسم النوع الثاني؟

بعد كتابة الاسمين، كم خيارًا يتبقى لك لكتابة اسم النوع الثالث؟

٤ كيف يختلف هذا الموقف عن الطرائق التي استكشفتها حتى الآن؟

تعلّم التباديل

عندما ترتب مجموعة من الكتب على رف ما، فإن كل كتاب تضعه يقلل من إمكانيات وضع الكتاب الذي يليه. عندما يكون من المهم ترتيب بنود ما في تنظيم معين، يمكنك تسمية كل ترتيبة **بالتبديل**.

عند إيجاد عدد **التباديل**، فإن حقيقة أن يكون لديك اختيار أقل بواحد عند كل مرحلة من القرار هو أمر مهم.

KuwaitMath.com

مثال (١)

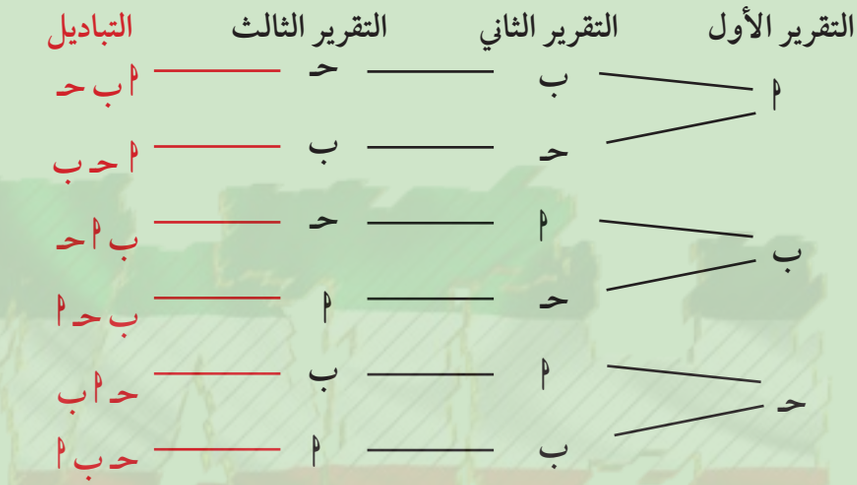
سوف يقوم أحمد وبشير وجمال بتقديم تقاريرهم في مادة الرياضيات. كم عدد الترتيبات (التباديل) التي يمكن أن يقدم بها الطلاب التقارير الثلاثة؟

الحل:

توجد ٣ إمكانيات للتقرير الأول.

وبمجرد أن يقدم الطالب الأول تقريره، فإنه يبقى اختياران لمقدم التقرير الثاني (كما هو موضح بالفروع).

أخيرًا، يبقى شخص واحد لتقديم التقرير الثالث، كما هو موضح بوجود غصن واحد لكل فرع.



توجد ٦ تباديل ممكنة للتقارير. أي أن عدد التباديل = ٦.

لاحظ أنه يوجد ٣ جذوع، كل جذع له فرعان وكل فرع له غصن واحد وينتج عن ذلك: ٣ × ٢ × ١ = ٦ تباديل.

يمكن أن يساعد مبدأ العد في تحديد عدد التباديل الممكنة في موقف معين.

مثال (٢)

تتكون عائلة فهد من أربعة أفراد. بكم طريقة مختلفة يمكن أن يقفوا جميعًا في صف لالتقاط صورة لهم؟

الحل:

توجد ٤ اختيارات ممكنة للشخص الأول من اليسار و٣ اختيارات للشخص الثاني واختياران للشخص الثالث والشخص الرابع عليه أن يقف في أقصى اليمين.

بحسب مبدأ العد يوجد ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٢٤ طريقة تصطف بها عائلة فهد لأخذ الصورة.

حاولْ أن تحلّ

١ قدم خمسة طلاب أ، ب، جـ، د، هـ، بحوثًا لمعلم الفصل. ما عدد التباديل التي قد يكون الطلاب قد قدموا بها البحوث إلى معلمهم.

Kuwaitmath.com

هل لاحظت نمطًا معينًا في عمليات الضرب في المثالين (١)، (٢)؟

العوامل تتناقص بمقدار ١ في كل مرة، وذلك لأنه في كل خطوة يقل عدد الاختيارات بمقدار ١ .

هناك طريقة أخرى لكتابة ٤ × ٣ × ٢ × ١ وهي ٤! وتقرأ مضروب ٤ .

الرمز! يدل على كلمة «مضروب».

ن! = ن × (ن − ١) × (ن − ٢) × .... × ٣ × ٢ × ١ حيث ن ∈ صـ+

مثال (٣)

٣ أوجد:

أ ٥!

الحل: ٥! = ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ١٢٠

ب ٦!

الحل: ٦! = ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٧٢٠

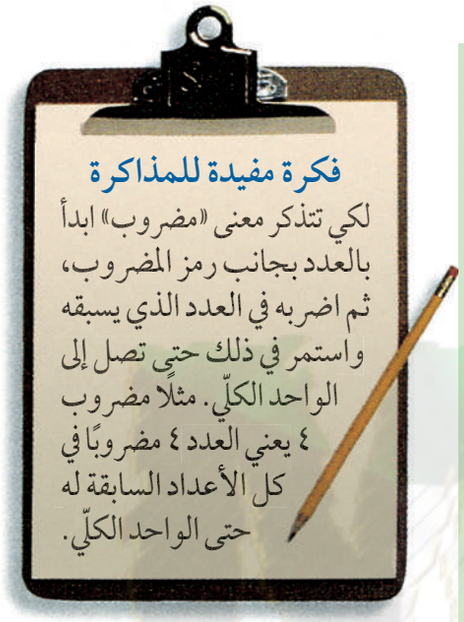
جـ ٨!

الحل: ٨! = ٨ × ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٤٠٣٢٠

حاولْ أن تحلّ

٢ أوجد:

أ ٤!　　ب ١٠!　　جـ ١!　　د ٧!



مثال (٤)

كم عددًا مكونًا رمزه من أربعة أرقام مختلفة يمكن تكوينه باستخدام الأرقام ٢، ٣، ٥، ٦ .

الحل:

توجد ٤ إمكانيات (٢، ٣، ٥، ٦) للرقم الأول.

افترض أنك اخترت ٥ للرقم الأول.　　٥ . . .

يبقى ٣ إمكانيات للرقم الثاني وهي: ٢، ٣، ٦ .

إذا اخترت ٢ للرقم الثاني، فإنه يتبقى إمكانيتان للرقم الثالث وهما: ٣، ٦ .　　٥ ٢ . .

إذا اخترت ٦ للرقم الثالث يصبح فرضًا الرقم الرابع هو ٣ .　　٥٦٢٣

عدد الأعداد المختلفة = ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٢٤ عددًا.

حاولْ أن تحلّ

٣ كم كلمة مكونة من خمسة حروف مختلفة (ذات معنى أو غير ذلك) يمكن تأليفها باستخدام الحروف: أ، ب، جـ، د، هـ؟

مثال (٥)

شملان (ش)، فواز (ف)، صالح (ص) وماجد (م) أربعة أصدقاء أرادوا التقاط صورهم مثنى مثنى على أن يكون في كل صورة تبديل لكل صديقين بين اليمين واليسار.

ما عدد الصور التي يمكن الحصول عليها؟

KuwaitMath.com

الحل:

الطريقة الأولى:

باستخدم مخطط الشجرة البيانية.

نلاحظ أنه يمكن التقاط ١٢ صورة لكل زوج من الأصدقاء

الأربعةعلى سبيل المثال (شملان، فواز) – (فواز، شملان)...

الطريقة الثانية:

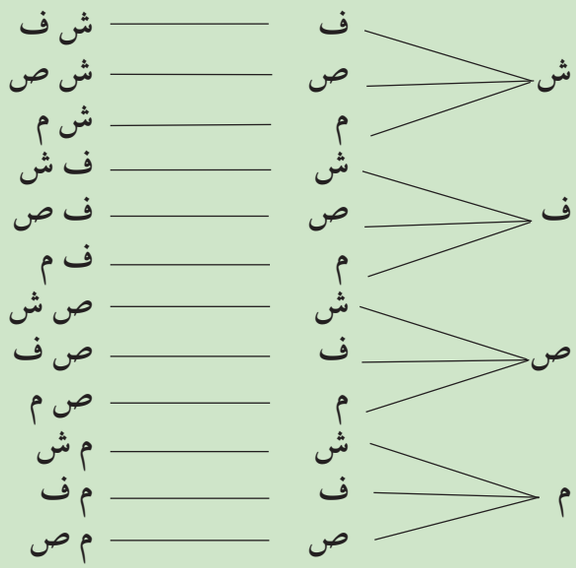
باستخدام التباديل

عند التقاط الصورة هناك مكانين المكان الأول ينشغل بـ ٤ طرائق

والمكان الثاني ينشغل بـ ٣ طرائق

عدد الصور = ٤×٣

= ١٢ صورة



مثال (٦)

تستخدم إحدى المدن لوحات ترخيص للدراجات تحتوي على عدد مكون من ٣ أرقام مختلفة للوحة.
(وباستخدام الأرقام من ١ إلى ٩). يريد المدير المسؤول عن تنظيم الدراجات أن يعرف عدد لوحات التراخيص التي يمكن إصدارها.

الحل:

توجد ٩ إمكانيات (١ – ٩) للرقم الأول. افترض أنك اخترت ٧ للرقم الأول.

و توجد ٨ إمكانيات للرقم الثاني هي: ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٨، ٩. إذا اخترت ٤ للرقم الثاني

وتوجد ٧ إمكانيات للرقم الثالث هي: ١، ٢، ٣، ٥، ٦، ٨، ٩.

بمجرد اختيارك الرقم الثالث تكون قد حصلت على أرقام لوحة الترخيص.

يوجد : ٩ × ٨ × ٧ = ٥٠٤ أعداد مختلفة للتراخيص.

حاولْ أن تحلّ

٤ وجد المدير المسؤول عن مرور الدراجات في المدينة (مثال ٦) أن٥٠٤ تراخيص غير كافية للمدينة، فقرر استخدام أعداد مكونة من ٤ أرقام مختلفة. كم عدد لوحات التراخيص الناتجة؟

تحقّق من فهمك

١ أوجد ٢!، ٣!، ٤!، ٥!، ٦! ولاحظ كيف يزداد ناتج المضروب مع زيادة العدد. لماذا تعتقد أن النواتج تزداد بهذه السرعة؟

٢ اشرح لماذا عندما ترتب مجموعة من العناصر، يتناقص عدد الإمكانيات في عملية الترتيب بمقدار ١ عند كل خطوة.

المرشد لحل المسائل (١٠-٢)

أكمل الجدول التالي الذي يمثل المعادلة ص = س!، ثم ارسم الشكل البياني للنتائج. ماذا تلاحظ على زيادة نواتج المضروب؟

س	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
ص = س!									

افهم

١ ما المطلوب إليك إيجاده في المسألة؟ .....

خطّط

٢ ما الذي تحتاج إليه لإيجاد س!؟ .....

أ جمع كل الأعداد الكلية من ١ إلى س.

ب ضرب جميع هذه الأعداد من ١ إلى س.

حلّ

٣ اكتب ناتج كل مضروب في الجدول. .....

٤ ارسم مخططًا بيانيًّا للنواتج على شبكة المربعات. .....

٥ ماذا تلاحظ بالنسبة إلى زيادة المضروب؟ .....

.....

تحقّق

٦ ما النمط الذي تلاحظه ويساعدك في التحقق من المضروب؟

.....

حلّ مسألة أخرى

٧ على شبكة المربعات، ارسم المنحنى الذي يمثل المعادلة ص = (س - ٣)! مستخدمًا قيم س من ٤ إلى ٧.
هل المخطط الذي رسمته للمنحنى يمكن مقارنته بالمخطط الموجود سابقًا؟

.....

KuwaitMath.com

حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ **حل المسائل**: وجد مخبر سري أن آثار الجريمة من الممكن أن تكشف الفاعل عن طريق بصمات اليدين أو عن طريق آثار الأقدام أو جمع بعض عينات من الشعر أو جمع بعض عينات من الثياب. بكم طريقة يمكن أن يُؤدّى ذلك العمل؟

.....

.....

٢ **الرياضة**: في أولمبياد عام ١٩٩٦، في نتيجة سباق الجري للسيدات، كانت الميداليات إما ذهبية أو فضية أو برونزية، وكانت الفائزات الأوليات من اليابان، ومن إثيوبيا، ومن روسيا (ليس بهذا الترتيب).
نظم قائمة بالنواتج الممكنة لإنهاء هذا السباق.

.....

.....

٣ في اتحاد طلاب المدرسة، قرر خالد وجاسم تصميم علم المدرسة، بحيث يتكوّن من ثلاث قطع أفقية. وكان اختيارهم للقطع من الأخضر، والأبيض، والأحمر، والأصفر.
كم عدد الطرائق الممكنة لتصميم هذا العلم من هذه القطع، بحيث تكون القطع كلها من ألوان مختلفة؟ (لاحظ أن العلم من الألوان أخضر، أبيض، أحمر مختلف عن العلم من الألوان أحمر، أبيض، أخضر).

.....

.....

٤ **اختر طريقة الحل**: ٤ رجال و٤ نساء يعملون في أحد المراكز التجارية. ويشترط وجود رجل وامرأة في كل مكان للبيع.

أ ما عدد الإمكانات المختلفة المرتبة لـ (٤) رجال؟

.....

ب ما عدد الإمكانات المختلفة المرتبة لـ (٤) نساء؟

.....

جـ ما عدد الأزواج المرتبة المختلفة لرجل وامرأة والتي يمكن عملها؟

.....

د ما الإمكانات المختلفة لـ (٤) أزواج مرتبة من رجال ونساء في المركز؟

.....

٥ **العلوم**: يسير عدد كبير من الحيوانات في قطيع من صف واحد، أوجد عدد الطرائق التي تسير بها القطعان ذات الأعداد التالية:

أ في قطيع من الأغنام عدده ١٥.

.....

ب في قطيع من الأبقار عدده ٢٢.

.....

٦ اذكر جميع الطرائق المختلفة لترتيب الحروف أ، ب، جـ، د من دون تكرارها.

.....

.....

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

KuwaitMath.com

٣-١٠

اختيار مجموعة
Choosing a Group

صلة الدرس سبق أن وجدت عدد التباديل حيث يكون ترتيب مجموعة من العناصر مهمًّا، والآن سوف تستكشف طرائق لحساب عددها لاختيار أشياء يكون الترتيب فيها أمرًا غير مهم.

سوف تتعلّم
- كيف تحسب عدد الطرائق لاختيار بعض العناصر من بين مجموعة أكبر عندما لا يكون الترتيب أمرًا مهمًّا.

من الاستخدامات
- يختار المدربون التوافيق عندما يبدأون في تشكيل فريق.

المصطلحات الأساسية
- التوافيق Combination

استكشف | اختيار مجموعة

تريد اختيار دولتين من بين الدول المبينة في الجدول لكتابة تقرير عن المياه الداخلية فيها. (يعتمد الاختصار المبيّن في الجدول).

١ ضع لائحة لدولتين بحيث تكون إحداها أستراليا (س).

٢ أكمل الجدول باختيار دولتين من الدول بحيث تكون إحداها كندا (ك).
لا تكتب "ك، س" لأنه سبقت كتابتها في ١.

٣ أ أكمل باختيار دولتين بحيث تكون إحداها إثيوبيا.

ب ما الدولتان المتبقيتان التي لا تعيد كتابتهما؟

٤ ما الدولتان المتبقيتان؟

٥ ما العدد الكلي لمجموعات الدول التي اخترتها؟

الدولة	المساحة المائية (كم^٢)
أستراليا (س)	٦٨ ٩٢٠
كندا (ك)	٧٥٥ ١٧٤
إثيوبيا (ث)	١٢٠ ٩٠١
الهند (هـ)	٣١٤ ٤٠٢
تنزانيا (ت)	٥٩ ٠٤٩

تعلّم | اختيار مجموعة

عندما قمت بحل مسائل تتضمن تباديل، كنت تهتم بترتيب العناصر. الآن سوف تحسب عدد الطرائق التي يمكن أن تختار بها بضعة عناصر من بين مجموعة أكبر. الترتيب في هذه الحالة ليس مهمًّا.

إن اختيار مجموعة من العناصر حيث لا يكون الترتيب مهمًّا في الاختيار يسمى **توفيقة**. "س، ك" أو "أستراليا، كندا" هو نفسه "ك، س" أو "كندا، أستراليا" لأن ترتيب العناصر غير مهم. بينما العدد الذي رمزه ٣٧ يختلف عن العدد الذي رمزه ٧٣ لأن ترتيب العناصر مهم.

KuwaitMath.com

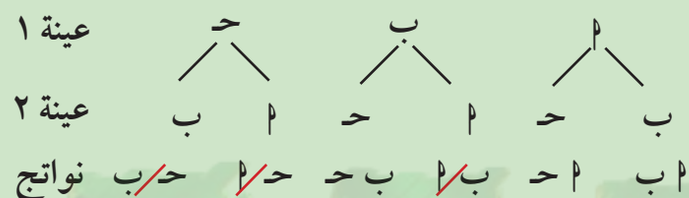
أمثلة

١ في مشهد إحدى الجرائم، جمع المخبر ثلاث عينات من القماش أ، ب، حـ. قام معمل الطب الشرعي بتحليل عينتين فقط قبل تحويل المتهمين للمحكمة. كم زوجًا مختلفًا من العينات يمكن تحليله؟ ما هي هذه الأزواج؟

الحل:

يمكنك استخدام مخطط الشجرة البيانية للإجابة عن السؤال.

توجد ٦ نواتج مدونة أسفل مخطط الشجرة البيانية. مع ذلك، فإن النواتج المشطوبة مكررة مع النواتج غير المشطوبة.



توجد ٣ نواتج مختلفة من العينات التي يمكن تحليلها، وهي:

أ ب، أ حـ، ب حـ.

أي أن عدد التوافيق = ٣

٢ يوجد ٤ مرشحين لثلاث وظائف وهم: فيصل، كامل، أحمد، خليفة. كم عدد التوافيق (الطرائق) المختلفة التي يمكن بها اختيار ثلاثة أشخاص من أربعة مرشحين؟

الحل:

يمكنك أن تنظّم قائمة لكل الإجابات الممكنة للإجابة عن السؤال.

أوّلًا، أوجد كل الاختيارات التي تشمل فيصل. تأكد من أن تسجل كل إمكانيات المرشحين الآخرين ف ك أ، ف ك خ، ف أ خ، ثم أوجد كل الاختيارات التي لا تشمل فيصل، حيث إنه يوجد ٣ مرشحين آخرين، لذلك فإنه توجد إمكانية أخرى واحدة، هي ك أ خ.

أي أنه توجد ٤ طرائق مختلفة لاختيار ٣ أشخاص.

أي أن عدد التوافيق = ٤ .

حاولْ أن تحلّ

١ أ افترض أنه يمكنك اختيار مقررين من ثلاثة مقررات اختيارية هي: التربية الفنية، التربية الموسيقية، التربية البدنية. كم اختيارًا يكون لديك؟

ب في المثال (٢)، افترض أن هناك مرشحًا خامسًا واسمه علي. كم عدد التوافيق لاختيار ٣ من ٥ أشخاص مرشحين؟

تحقّق من فهمك

١ كيف تختلف التوافيق عن التباديل؟

٢ كيف يمكن أن تساعدك كتابة قائمة في إيجاد كل التوافيق الممكنة لموقف معين؟ ما الذي تحتاج إلى تذكره عند كتابة التوافيق؟

الترابط والتداخل بالأدب

إن شخصية شارلوك هولمز المخبر الشهير التي أبدعها الكاتب آرثر كونان دويل، أدت إلى انتشار وشيوع ما يسمى علم الجريمة بين الناس.

التحضير للاختبار

عندما تتحقق من إجابتك عن مسألة ما تتضمن توافيق، تأكد من إلغاء الإمكانيات التي هي عبارة عن تكرار لبعضها بعضًا.

المرشد لحل المسائل (١٠-٣)

افرض أنه يمكنك اختيار ١ أو ٢ أو ٣ أو ٤ من أنواع الفاكهة التالية: موز، برتقال، فراولة، تفاح. كم عدد السلطات المختلفة التي يمكن تكوينها من الفاكهة؟

افهم

١ كم عدد الفاكهة التي يمكنك اختيارها؟ .....

٢ اذكر أسماء الفاكهة التي يمكنك اختيارها؟ .....

خطّط

٣ اذكر الإمكانات المختلفة لاختيار فاكهة واحدة. ارمز لـ موز بـ (م)، برتقال بـ (ب)، فراولة بـ (ف)، تفاح بـ (ت).

.....

٤ اذكر الإمكانات المختلفة للاختيار إذا كان الاختيار لاثنتين من الفاكهة. .....

٥ اذكر الإمكانات المختلفة للاختيار إذا كان الاختيار لـ ٣ حبات فاكهة. .....

٦ اذكر الإمكانات المختلفة للاختيار إذا كان الاختيار لـ ٤ حبات فاكهة. .....

حلّ

٧ كم عدد طرائق الاختيار المختلفة؟

.....

KuwaitMath.com

تحقّق

٨ هل يمكنك استخدام مخطط الشجرة البيانية للتحقق من إجابتك؟

.....

حلّ مسألة أخرى

٩ افرض أنه يمكنك اختيار ١ أو ٢ أو ٣ أنواع مختلفة من الجبن (بيضاء أو رومي أو شيدر)؛ كم طريقة يمكن الاختيار بها؟

.....

حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ **حل المسائل**: في محل لبيع الزهور، ٦ أنواع مختلفة لعمل باقة. والزهور يرمز لها بالرموز أ، ب، جـ، د، هـ، و. أوجد عدد الطرائق المختلفة لصنع باقة من ٣ أنواع مختلفة من الزهور.

.....

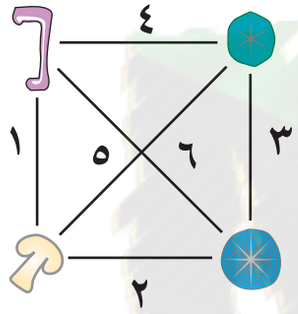
.....

٢ خمسة مراكز تجارية في إحدى المدن هي: الحرية، الوفاء، الإخلاص، النزاهة، الصدق. إذا أراد شخص أن يشتري من ٣ من هذه المراكز، احسب عدد الطرائق المختلفة للشراء.

.....

.....

٣ **التفكير الناقد**: يبيّن الشكل المجاور عدد طرائق اختيار لعبتين من الألعاب الموجودة في الشكل وذلك برسم جميع القطع المستقيمة في الشكل التي يمكنك توصيلها.



إذا كان لديك ٥ ألعاب، استخدم الطريقة نفسها لاختيار لعبتين من الألعاب الخمس.

.....

.....

٤ **التواصل**: يريد محمد أن يقضي إجازته مسافرًا في زيارة ثلاث من الدول التالية: الأرجنتين، البرازيل، الصين، الإكوادور، البيرو، المجر.

أ كم عدد الطرائق المختلفة للرحلات التي يزورها إذا لم يراع الترتيب؟

.....

.....

ب كم عدد الطرائق المختلفة للرحلات التي يزورها إذا راعى الترتيب؟

.....

.....

جـ ما العدد الأكبر للطرائق: هل هو في (أ) أو (ب)؟ اشرح مستخدمًا الحس الرياضي.

.....

.....

.....

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

KuwaitMath.com

الفرصة والاحتمال
Chance and Probability

لا تتوقف ... استمر ...!

ما هي لعبتك المفضلة؟ هل تفضل لعبة «الشطرنج» أو لعبة «الدامة»؟ أو هل تفضل أن تلعب لعبة مثل «المونوبولي» حيث يمكن أن تضيع كل مهاراتك وحذقك برمية حجر النرد (الزهر) غير المحظوظة؟

يلعب الناس ألعابًا يدخل فيها الحظ منذ مئات السنين. فالمكعبات التي على أوجهها نقاط وجدت في مقابر المصريين القدماء، ووجد حجر نرد يعود إلى ٢٥٠٠ سنة مضت في الصين.

سواء أكنت تلعب الشطرنج، الطاولة، الدومينو، السلم، الثعبان أم غيرها، فإن الفوز أو الخسارة يعتمدان جزئيًّا على الفرصة. ومع استكشافك للفرصة والاحتمال، سوف تفهم بشكل أفضل رياضيات الألعاب.

١ سمّ لعبتك المفضلة. هل تعتمد أكثر على الحظ أم على المهارة؟

٢ ما العدد أو الأعداد التي قد تستخدمها لوصف فرصة كأن تحصل على صورة عند رميك قطعة نقود معدنية؟ كيف قررت أن تختار هذا العدد (أو الأعداد)؟

٤-١٠

الترجيح والعدالة
Odds and Fairness

صلة الدرس سبق أن تعرفت إلى سبل عد جميع الطرائق التي يمكن أن يحدث بها شيء ما، والآن سوف ترى كيف يمكن أن تساعدك معرفة كل النواتج المكنة في إيجاد ترجيح وقوع حدث ما.

سوف تتعلّم
- إيجاد ترجيح وقوع حدث ما.

من الاستخدامات
- يحتاج مربو الطيور إلى أن يعرفوا ترجيحات ظهور صفات وراثية معينة لدى صغار الطيور.

المصطلحات الأساسية
- تجربة Experiment
- تجربة عشوائية Random Experiment
- حدث Event
- ترجيح Odds
- ألعاب عادلة Fair Games

استكشف العدالة

العب بالمكعبات **الأدوات المستخدمة:** مكعبات مرقمة

حجر النرد

سوف تلعب مع زميلك لعبة من ألعاب الفرص وإليك قواعد هذه اللعبة:
- حدّد أيًّا منكما سوف يلعب على أساس الناتج «الزوجي» ومن سوف يلعب على أساس الناتج «الفردي».
- تبادلا الأدوار في رمي المكعبات. في كل رمية، أوجد ناتج ضرب الرقمين الظاهرين على المكعب. إذا كان ناتج الضرب رقمًا فرديًّا، فإن اللاعب الفردي يربح نقطة، وإذا كان ناتج الضرب رقمًا زوجيًّا فإن اللاعب الزوجي يربح نقطة.
- كرر رمي المكعب حتى يكون لكل لاعب ١٠ رميات. اللاعب الفائز هو الذي يحصل على أكبر عدد من النقاط.

١ كرر اللعبة عدة مرات. تبادل وزميلك في كل مرة من يكون الفردي ومن يكون الزوجي.

٢ إذا كنت تستطيع أن تختار بين أن تكون اللاعب الزوجي أو اللاعب الفردي، أيهما تختار؟ ولماذا؟

٣ هل تتوقع أن يفوز اللاعب الفردي في هذه اللعبة؟ اشرح.

٤ هل هذه اللعبة عادلة؟ اشرح لماذا هي عادلة أو غير عادلة.

تعلّم الترجيح والعدالة

عندما تسمع كلمة **تجربة**، قد تفكر في مختبر العلوم. في موضوع الاحتمالات، **التجربة العشوائية** يمكن أن تكون أي شيء يتضمن فرصة، مثل رمي قطعة نقود معدنية أو رمي مكعب مرقم (حجر النرد).

نتيجة التجربة العشوائية تسمى الناتج. عند رمي قطعة نقود، فإن النواتج المكنة هي صورة أو كتابة.

أمثلة

سمّ النواتج الممكنة في كل من التجارب العشوائية التالية:

١ رمي مكعب مرقم بالأرقام من ١ إلى ٦.

الحل: النواتج الممكنة هي الحصول على أحد الأرقام: ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦.

٢ سحب قرص واحد من حقيبة تحتوي على أقراص حمراء وبيضاء وزرقاء.

الحل: النواتج الممكنة هي سحب قرص أحمر أو قرص أبيض أو قرص أزرق.

الحدث (الحادثة) هو أي ناتج (أو مجموعة من النواتج) ضمن النواتج الممكنة. يمكننا استخدام كلمة ترجيح لوصف فرصة حدوث حدث ما.

ترجيح حدث ما هو نسبة عدد نواتج حصول الحدث إلى عدد نواتج عدم حصوله.

أمثلة

أوجد ترجيح كل حدث:

٣ ظهور الرقم ٢ عند رمي حجر نرد.

الحل: توجد طريقة واحدة فقط لوقوع الحدث وهو أن يظهر الرقم ٢. ظهور الأرقام الخمسة (١، ٣، ٤، ٥، ٦) هي الطرائق التي لا يقع بها الحدث.

أي أن ترجيح ظهور الرقم ٢ عند رمي مكعب مرقم هو ١:٥.

٤ سحب قرص أزرق من حقيبة تحتوي على قرصين (٢) أزرقي اللون و٥ أقراص حمراء اللون و٤ أقراص بيضاء اللون.

الحل: توجد طريقتان يقع بهما هذا الحدث وهما سحب قرص أزرق من قرصين. الأقراص التسعة الأخرى هي الطرائق التي لا يقع بها الحدث.

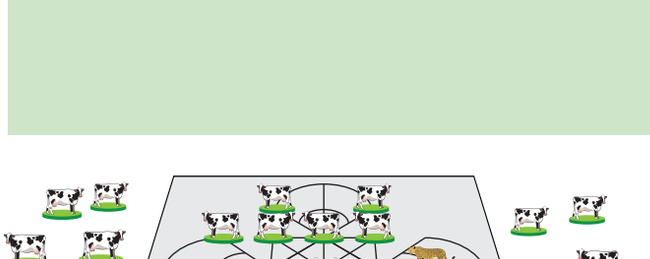
أي أن ترجيح سحب قرص أزرق هو ٢:٩.

حاولْ أن تحلّ

١ أوجد ترجيح كل حدث:

أ ظهور الصورة عند رمي قطعة نقود معدنية.

ب ظهور ٢ أو ٥ عند رمي مكعب مرقم من ١ إلى ٦.



في بعض الألعاب يبدأ اللاعبان بقوى متساوية، أما في بعضها الآخر يكون أحد اللاعبين أضعف من الآخر.

اللعبة التي يكون فيها عدد نواتج حصول الحدث مساويًا لعدد نواتج عدم حصوله تسمى لعبة عادلة.

أي أن اللعبة التي يكون ترجيح الفوز فيها متساويًا (تكافؤ الفرص) لجميع اللاعبين تسمى لعبة عادلة.

KuwaitMath.com

أمثلة

في كل من الألعاب التالية، حدّد ترجيح الفوز لكل لاعب، ثم اذكر ما إذا كانت اللعبة عادلة.

٥ تتبادل كل من عائشة، وهند، وميساء، وفاطمة تدوير المؤشر الموجود في الشكل المقابل. تحصل كل لاعبة على نقطة إذا توقف المؤشر عند الحرف الأول من اسمها.

الحل: ترجيح فوز أي لاعبة في كل دوران للمؤشر هو ١ : ٣. لذلك فإن اللعبة عادلة.

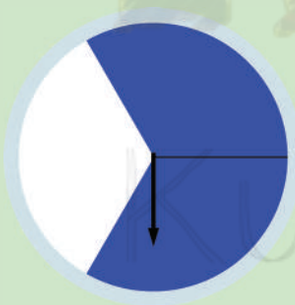
٦ يلعب كل من حمد وسليمان وخالد لعبة المكعبات المرقمة من ١ إلى ٦. يحصل حمد على نقطة إذا ظهر على المكعب الرقم ١، ويحصل سليمان على نقطة إذا ظهر على المكعب رقم زوجي، ويحصل خالد على نقطة إذا ظهر على المكعب الرقم ٣ أو الرقم ٥.

الحل: الجدول التالي يوضح ترجيح فوز كل لاعب. اللعبة ليست عادلة.

اللاعب	أرقام الفوز	أرقام الخسارة	ترجيح الفوز
حمد	١	٢، ٣، ٤، ٥، ٦	١ : ٥
سليمان	٢، ٤، ٦	١، ٣، ٥	٣ : ٣
خالد	٣، ٥	١، ٢، ٤، ٦	٢ : ٤

يختلف ترجيح الفوز بين لاعب وآخر، لذلك اللعبة غير عادلة.

حاولْ أن تحلّ



٢ في كل لعبة، حدّد ترجيح فوز كل لاعب، ثم اذكر ما إذا كانت اللعبة عادلة.

أ ترمي نوف وليلى قطعة نقود معدنية. تفوز نوف بنقطة إذا ما ظهرت الصورة، وتفوز ليلى بنقطة إذا ما ظهرت الكتابة.

ب يدير سالم ونايف المؤشر الدوار. يفوز سالم بنقطة إذا توقف المؤشر في منطقة مظللة، ويفوز نايف بنقطة إذا توقف المؤشر في منطقة غير مظللة.

جـ يرمي محمد المكعب المرقم من ١ إلى ٦. إذا ظهر عدد زوجي عند رمي المكعب يفوز محمد بنقطة. إذا ظهر عدد أولي يفوز طارق بنقطة. إذا ظهر عدد يقبل القسمة على ٣ يفوز وليد بنقطة.

تحقّق من فهمك

١ إذا كان العددان في نسبة الترجيح متساويين، فكيف يمكنك وصف فرص وقوع حادث ما؟

٢ هل يكون احتمال وقوع حدث ما أكبر إذا كان ترجيح حدوثه ٩ : ٢ أو ٢ : ٩؟ اشرح.

حل المسائل
افهم
خطط
حل
تحقق

المرشد لحل المسائل (١٠-٤)

في إحدى المسابقات مؤشر يمكنه الدوران بسهولة عند مركز قرص دائري مقسم إلى جزءين، أحدهما ملوّن باللون الأخضر والثاني ملوّن باللون الأصفر. إذا حرّك المؤشر وتوقف عند اللون الأصفر فإن الفريق الأصفر يكسب ٦ نقاط، وإذا حرّك المؤشر وتوقف عند اللون الأخضر فإن الفريق الأخضر يكسب نقطتين. والفائز من الفريقين الذي يصل أوّلاً إلى ٦٠٠٠ نقطة. هل هذه المسابقة عادلة؟ فسّر إجابتك.

افهم

١ ما هو اللون الأكثر احتمالًا أن يقف عنده المؤشر؟ اشرح.

.....

خطّط

٢ بفرض أن القرص الدائري قسم إلى أرباع، كم ربعًا في كل قسم؟

أ الأخضر ..... ب الأصفر .....

٣ كم من المرات يكون فيها القسم الأخضر أكبر من القسم الأصفر؟

٤ كيف يمكن مقارنة عدد النقاط التي يتوقف عندها المؤشر في القسم الأصفر بعدد النقاط التي يتوقف عندها المؤشر في القسم الأخضر؟

.....

حلّ

٥ إذا توقف المؤشر عند اللون الأصفر فإن الفريق الأصفر يكسب ٦ نقاط، أما إذا توقف عند اللون الأخضر فإن الفريق الأخضر يكسب نقطتين. هل هذه المسابقة عادلة؟ حدّد إجابتك.

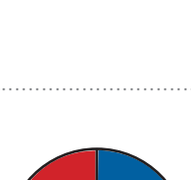
.....

تحقّق

٦ اكتب ترجيح الفوز وعدد النقاط على صورة نسبتين. هل يكون ذلك تناسبًا؟

.....

حلّ مسألة أخرى



٧ إذا توقف المؤشر عند اللون الأحمر، فيربح الفريق الأحمر ٨ نقاط، أمّا إذا توقف عند اللون الأزرق، فيربح الفريق الأزرق نقطتين. هل هذه اللعبة عادلة؟ فسّر إجابتك.

.....

KuwaitMath.com

حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ في إحدى الألعاب ١٣ بطاقة حمراء، ١٣ بطاقة زرقاء، ١٣ بطاقة سوداء، ١٣ بطاقة برتقالية اللون، وبطاقتان على كل منهما مرسوم صورة رجل. كل بطاقة من البطاقات الحمراء، الزرقاء، السوداء، البرتقالية مرقمة من ١ – ١٣، إذا سحبت بطاقة واحدة فما ترجيح ظهور بطاقة:

أ زرقاء؟ .....

ب عليها صورة رجل؟ .....

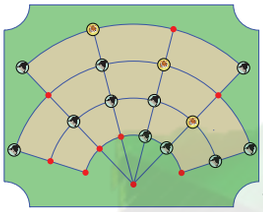
جـ عليها العدد ٤؟ .....

د زرقاء أو حمراء؟ .....

هـ ليس عليها صورة رجل؟ .....

و عليها مضاعفات العدد ٣؟ .....

٢ **المجلة**: الحملان والنمور لعبة تلعب في الهند، أحد اللاعبين يكون معه ٣ قطع من النمور والآخر معه ١٥ قطعة من الحملان. النمور تستبعد الحملان بالقفز فوقها والحملان تستبعد النمور بحجزها. هل هذه اللعبة عادلة؟ لماذا هي عادلة أو غير عادلة؟



.....

.....

٣ **التواصل**: اختر صفحة من كتاب أو جريدة. انظر إلى أول ٥٠ حرفًا تظهر في الصفحة.

أ كم عدد الحروف المنقطة؟ كم عدد الحروف غير المنقطة؟

.....

.....

ب ما ترجيح أن يكون اختيار حرف عشوائيًّا يعطي حرفًا منقطًا، وما ترجيح أن يعطي حرفًا غير منقط؟

.....

.....

جـ هل تعتقد أنها تكون متشابهة في أي لغة أخرى؟ اشرح.

.....

.....

KuwaitMath.com

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

٥-١٠

فضاء العينة
Sample Space

صلة الدرس سبق أن تعرفت طرائق العد، والآن سوف تجد فضاء العينة أي كل نواتج الحدث.

سوف تتعلّم
- إيجاد فضاء العينة واستخدامه مع مبدأ العد.

من الاستخدامات
- يستخدم مفهوم فضاء العينة مثلًا لمعرفة عدد كل الوجبات التي يقدمها المطعم للاختيار منها.

المصطلحات الأساسية
- فضاء العينة
Sample Space
- مبدأ العد
Counting Principle

استكشف العينة

الطلبات من فضلك
في أحد مطاعم الكويت ثلاثة أطباق رئيسية وهي الكباب، والدجاج، ومأكولات بحرية.

١ بكم طريقة تستطيع أن تختار طبقاً إذا دخلت هذا المطعم بمفردك؟

٢ بكم طريقة يمكن أن تختار أنت أو زميلك طبقاً إذا ذهبتما معًا إلى المطعم؟ حدّد عدد الاختيارات مكملًا الجدول أدناه.

زميلك / أنت	مأكولات بحرية	كباب	دجاج
مأكولات بحرية			
كباب			
دجاج			

٣ لنفرض أنك ذهبت مع أخيك وزميلك إلى المطعم. ما عدد الاختيارات؟ فكّر بطريقة لتحسب عدد الاختيارات من دون اللجوء إلى قائمة أو جدول.

تعلّم فضاء العينة

عندما تكون في مطعم متخصّص بالسلطة، بإمكانك الاختيار بين أنواع مختلفة من الخضار والفواكه والتوابل. قد تريد معرفة كل الطرائق الممكنة للمكوّنات التي يمكنك استخدامها.

إنّ مجموعة كلّ النواتج الممكنة عند إجراء تجربة عشوائية تسمى فضاء العيّنة.

فمثلًا عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة، فإن النواتج الممكنة هي ظهور صورة (ص) أو ظهور كتابة (ك) ويكون فضاء العينة هو {ص، ك} وعدد النواتج يساوي ٢.

يمكنك استخدام جدول لإيجاد فضاء العينة.

مثال (١)

أ اكتب فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين وحدد عدد النواتج.

الحل:

فضاء العينة = {(ك، ك)، (ك، ص)، (ص، ك)، (ص، ص)}

عدد النواتج ٤.

KuwaitMath.com

ب اكتب فضاء العينة لتجربة رمي ثلاث قطع نقود مختلفة مرة واحدة وحدد عدد النواتج.

الحل:

فضاء العينة = {(ص، ص، ص)، (ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)، (ص، ك، ك)، (ك، ك، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ص، ك)، (ك، ص، ص)}

عدد النواتج = ٢ × ٢ × ٢ = $٢^{٣}$ = ٨.

حاولْ أن تحلّ

١ اكتب فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد، ثم إلقاء قطعة نقود.

مثال (٢)

إذا تم تدوير الدوارتين المقابلتين، اكتب فضاء العينة وحدد عدد النواتج.

الحل:

فضاء العينة = {(١، أ)، (١، ب)، (١، جـ)، (٢، أ)، (٢، ب)، (٢، جـ)، (٣، أ)، (٣، ب)، (٣، جـ)، (٤، أ)، (٤، ب)، (٤، جـ)، (٥، أ)، (٥، ب)، (٥، جـ)}.

	الدوارة الرقمية		الدوارة الحرفية	
عدد الاختيارات	٥	×	٣	= ١٥

عدد النواتج ١٥

حاولْ أن تحلّ

٢ إذا تم تدوير الدوارات الثلاث، اكتب فضاء العينة وحدد عدد النتائج.

KuwaitMath.com

مثال (٣)

كوّن جدولًا كي توجد فضاء العيّنة لرمي مكعّبين مرقّمين من ١ إلى ٦ وملوّنين، أحدهما أزرق والآخر أخضر. اكتب النواتج كأزواج مرتبة، وحدد عدد النواتج مستخدمًا مبدأ العد.

الحل:

أزرق / أخضر	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	(١، ١)	(١، ٢)	(١، ٣)	(١، ٤)	(١، ٥)	(١، ٦)
٢	(٢، ١)	(٢، ٢)	(٢، ٣)	(٢، ٤)	(٢، ٥)	(٢، ٦)
٣	(٣، ١)	(٣، ٢)	(٣، ٣)	(٣، ٤)	(٣، ٥)	(٣، ٦)
٤	(٤، ١)	(٤، ٢)	(٤، ٣)	(٤، ٤)	(٤، ٥)	(٤، ٦)
٥	(٥، ١)	(٥، ٢)	(٥، ٣)	(٥، ٤)	(٥، ٥)	(٥، ٦)
٦	(٦، ١)	(٦، ٢)	(٦، ٣)	(٦، ٤)	(٦، ٥)	(٦، ٦)

عدد نواتج الرمية الأولى = ٦

عدد نواتج الرمية الثانية = ٦

عدد النواتج = ٦ × ٦ = ٣٦

حاولْ أن تحلّ

٣ أعط فضاء العيّنة لرمي هرمين ثلاثيين كل منهما مرقم من ١ إلى ٤، أحدهما أخضر اللون والآخر أصفر اللون.

يمكنك أيضًا تمثيل فضاء العيّنة بواسطة مخطّط الشجرة البيانية، حيث يمثّل كلّ غصن من الشجرة خيارًا واحدًا.

مثال (٤)

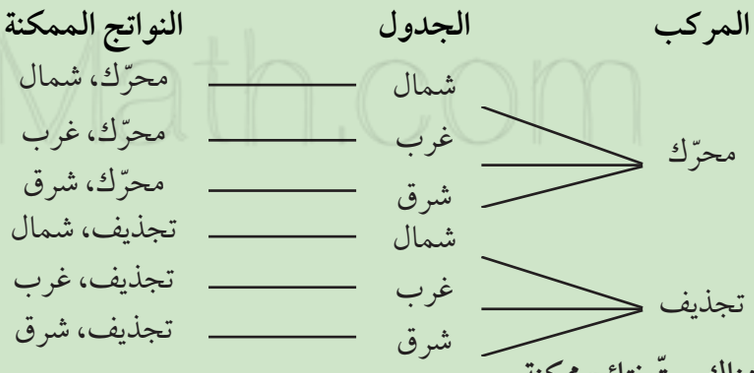
رحلة النهر: تريد أن تقوم برحلة عبر النهر ويوجد نوعان من المراكب لتختار بينهما: مركب يسير بواسطة محرّك أو مركب يسير بواسطة التجذيف. يمكنك أيضًا الاختيار من بين ثلاثة جداول صغيرة في ثلاثة اتّجاهات: شمالًا أو غربًا أو شرقًا. ما فضاء العيّنة لرحلتك؟ اصنع مخطّط الشجرة البيانية لكلّ النواتج الممكنة.

الحل:

تجذيف — محرّك

محرّك

طوف



هناك ستّ نتائج ممكنة.

حاولْ أن تحلّ

٤ افترض أنّ خيارًا ثالثًا قد أضيف إلى المراكب في المثال (٢)، وهو الطوف. اصنع مخطّط الشجرة البيانية كي تمثّل فضاء العيّنة.

يوجد في المثال (٤) خياران للمراكب وثلاثة خيارات للاتّجاهات.

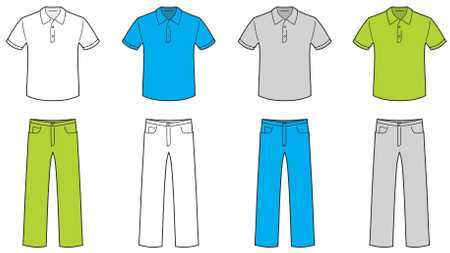
إذًا، هناك ٣ × ٢ = ٦ خيارات ممكنة. وهذا يقترح طريقة سهلة لإيجاد عدد النواتج الممكنة باستخدام مبدأ العدّ.

تحقّق من فهمك

١ ما عدد النواتج الممكنة لرمي قطعة نقود معدنيّة أربع مرّات؟

المرشد لحل المسائل (١٠-٥)

لدى أحمد أربعة بنطلونات (أبيض، أزرق، أخضر، رمادي) ولديه أيضًا أربع قمصان لها الألوان نفسها.
ما عدد الأزواج المختلفة من البنطلونات والقمصان لدى أحمد؟



افهم

١ حوّط المعلومة التي ستحتاج إليها في الحل.

خطّط

٢ كم بنطلونًا مختلفًا هناك؟ .....

٣ كم قميصًا مختلفًا هناك؟ .....

٤ مستخدمًا مبدأ العدّ، كم (بنطلونًا، قميصًا) مختلفي الألوان يملك أحمد؟ .....

حلّ

٥ كم زوج (بنطلون، قميص) من اللون نفسه يملك أحمد؟ .....

٦ إذا ارتدى أحمد البنطلون الأبيض، فما عدد الأزواج (بنطلون أبيض، قميص) التي يملكها؟ .....

تحقّق

٧ كيف تجد عدد أزواج (البنطلونات، القمصان) بطريقة أخرى؟

.....

حلّ مسألة أخرى

٨ لدى يوسف ٣ أزواج من الأحذية (أبيض، بنّيّ، أسود) و٤ أزواج من الجوارب (أبيض، بنّيّ، أسود، أزرق). كم زوجًا من (الأحذية، الجوارب) لدى يوسف؟

.....

.....

KuwaitMath.com

حلّ المسائل والتفكير المنطقي

١ ألقيت قطعة نقود معدنية ثلاث مرات.
اصنع مخطّط الشجرة البيانية لتبيّن كلّ النواتج الممكنة حول كيفيّة إلقاء القطعة النقديّة.

٢ يحضّر أحد الأفران فطائر بثلاثة أحجام مختلفة: صغيرة ومتوسطة وكبيرة، وأربعة مكوّنات مختلفة: الدجاج، والسمك واللحم، والفطر. ما عدد أنواع الفطائر المختلفة المتوفّرة؟ اكتب فضاء العيّنة بصورة مجموعة أزواج مرتبة.

٣ يمكنك أن تختار شطيرة من بين ثلاثة أنواع من الشطائر للغداء، وعصيرًا من بين ثلاثة أنواع من العصير. ما عدد الطرائق الممكنة التي يمكن أن تحصل عليها؟

KuwaitMath.com

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

٦-١٠

الاحتمال
Probability

صلة الدرس سبق أن استخدمت الترجيح في وصف إمكانية وقوع حدث ما، والآن سوف تستخدم الاحتمال لوصف وقوع حدث ما.

سوف تتعلّم
- إيجاد احتمال وقوع حدث ما.

من الاستخدامات
- يستخدم علماء الجيولوجيا (علم طبقات الأرض) الاحتمال لوصف إمكانية حدوث زلزال بالخطأ خلال عدد معين من السنوات.

المصطلحات الأساسية
- الاحتمال Probability

خط الاحتمال

١ ارسم مخططًا لخط الاحتمال كما في الشكل.

حدث مستحيل — حدث مؤكد

٢ استخدم حدسك لتقدير احتمال وقوع كل حدث من الأحداث التالية، ثم مثّل كل حدث على خط الاحتمال.

أ ظهور الصورة عند رمي قطعة نقود معدنية.

ب ظهور العدد ٣ عند رمي حجر نرد.

ج ظهور الصورة أو الكتابة عند رمي قطعة نقود معدنية.

د سحب قرص أحمر من حقيبة مليئة بأقراص خضراء وبيضاء.

هـ صباح يوم الغد سيكون مشمسًا.

و ظهور عدد فردي عند رمي حجر نرد.

ز مشاهدة قطار ما هذا الأسبوع.

ح سفرك إلى القمر في حياتك.

٣ اشرح كيف حددت موقع هذه الأحداث على خط الاحتمال؟ هل حددت أيًّا من تلك الأحداث عند نقطة المنتصف؟ إذا كان الأمر كذلك، فأيًّا من تلك الأحداث حدّدت؟ ولماذا؟

تعلّم الاحتمال

عندما تلعب لعبة تتضمن فرصة، فأنت تفكر في إمكانية وقوع الأحداث المختلفة. هل تخاطر برمي حجر نرد مرة إضافية إذا كان مجموع الأعداد التي سوف تظهر ١٢ سوف يحرمك من الاشتراك في رحلة ترغب في المشاركة فيها؟ ما هي فرصة توقف المؤشر الدوار عند المنطقة المكتوب عليها «ضاعت الفرصة» في الشكل أدناه؟ يمكنك أن تستخدم الاحتمال لتحديد أعداد تعبر عن هذه الفرص.

تذكر
الحدث المؤكد هو الحدث الذي يقع دائمًا عند إجراء التجربة العشوائية.
الحدث المستحيل هو الحدث الذي لا يقع أبدًا عند إجراء التجربة العشوائية.

إن **احتمال** وقوع حدث ما يقارن عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها هذا الحدث بعدد النواتج الممكنة. ونعبر عن الاحتمال بكسر اعتيادي كالتالي:

$$\text{احتمال (حدث)} = \frac{\text{عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها الحدث}}{\text{عدد كل النواتج الممكنة}}$$

يرمز لاحتمال (حدث) بالرمز ل (حدث)

يمكن التعبير عن الاحتمال أيضًا في صورة **نسبة مئوية** أو **كسر عشري** أو **نسبة**.

تذكر
عند تحويل كسر اعتيادي إلى كسر عشري، اقسم البسط على المقام.

أمثلة

أوجد احتمال كل حدث في صورة كسر اعتيادي أو نسبة مئوية أو كسر عشري.

١ ظهور عدد زوجي عند رمي مكعب مرقم من ١ إلى ٦.

الحل: توجد ٦ نواتج.

يمكن أن يقع هذا الحدث بثلاث طرائق: عند ظهور ٢ أو ٤ أو ٦.

$$\text{احتمال (ظهور عدد زوجي)} = \frac{\text{عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها الحدث}}{\text{عدد كل النواتج الممكنة}}$$

$$\text{ل(ظهور عدد زوجي)} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢} = ٥٠٪ = ٠,٥$$

٢ توقف المؤشر الدوار عند «ضاعت الفرصة».

الحل: أحد القطاعات الأربعة المتساوية يمثل «ضاعت الفرصة».

$$\text{ل(ضاعت الفرصة)} = \frac{١}{٤} = ٢٥٪ = ٠,٢٥$$

٣ عدم توقف المؤشر الدوار عند «ضاعت الفرصة».

الحل: توجد ثلاثة قطاعات من الأربعة لا تمثل «ضاعت الفرصة».

احتمال عدم توقف المؤشر عند «ضاعت الفرصة»

$$\text{ل} = \frac{٣}{٤} = ٧٥٪ = ٠,٧٥$$

فكرة مفيدة
لحلّ المسائل

إذا كان احتمال حدث هو ٥٠٪، فتكون له فرص متساوية لحدوثه أو عدم حدوثه. من المفيد أن تتذكر ذلك عند التحقق من أن احتمالًا ما معقول.

حاولْ أن تحلّ

١ أوجد احتمال كل حدث في صورة كسر اعتيادي أو نسبة مئوية أو كسر عشري.

أ توقف المؤشر الدوار المبين في منطقة «مفلس».

ب ظهور عدد أولي عند رمي مكعب مرقم من ١ إلى ٦.

ج سحب حبة زهرية اللون من حقيبة تحتوي على ٣ حبات زهرية وحبة صفراء وحبتين أرجوانيتين و٤ حبات خضراء.

في المثالين (٢) و(٣)، لاحظ أن **مجموع احتمالات وقوع حدث ما واحتمالات عدم وقوعه يساوي واحدًا** (١٠٠٪). بما أن الحدث إما أن يقع أو لا، لذلك فإن هذه الملاحظة دائمًا صحيحة.

يمكنك أن تستخدم ترجيحات حدث ما لإيجاد الاحتمال والعكس بالعكس.

Kuwaitvalley.com

أمثلة

٤ إذا كان ترجيح حدث ما هو ٣ : ١٠، أوجد احتمال هذا الحدث.

الحل: العدد الأول في الترجيح يدل على أن الحدث يمكن أن يقع بثلاث طرائق. العدد الثاني يدل على أنه لا يمكن للحدث أن يقع بعشر طرائق. لذا فإنه يوجد ٣ + ١٠ = ١٣ ناتجًا ممكنًا. احتمال وقوع هذا الحدث = $\frac{٣}{١٣}$.

٥ في إحدى الألعاب، يقوم اللاعبون بسحب بطاقات من داخل حقيبة مكتوب على كل منها أحد حروف الهجاء. من بين مئة بطاقة، توجد ٤٢ بطاقة عليها حروف علة. ما احتمال أن يكون أول حرف يجري سحبه حرف علة؟ ما ترجيح وقوع هذا الحدث؟

الحل: بما أن ٤٢ من ١٠٠ بطاقة هي بطاقات مكتوب عليها حروف علة،

لذا فإن ل (حرف علة) = $\frac{٤٢}{١٠٠}$.

وحيث إن ١٠٠ – ٤٢ = ٥٨، لذا فإن ٥٨ بطاقة ليست حروف علة،

بالتالي فإن ترجيح سحب حرف علة هو ٤٢ : ٥٨.

حاولْ أن تحلّ

٢ أ إذا كان ترجيح حدث ما هو ٧ : ١، فما هو احتماله؟

ب في لعبة مماثلة لتلك في المثال (٥)، توجد بطاقة واحدة عليها حرف ن. ما احتمال أن يكون على أول بطاقة تسحبها حرف ن؟ ما هو ترجيح هذا الحدث؟

احتمال وقوع حدث مستحيل يساوي صفرًا واحتمال وقوع حدث مؤكد يساوي ١

KuwaitMath.com

مثال (٦)

أوجد احتمال ظهور الحرف ط عند رمي مكعب مرقم من ١ إلى ٦ .

الحل:

حيث إن ط لا يوجد على أي وجه من أوجه المكعب المرقم، لذا فإن ظهور الحرف ط يعتبر حدثًا مستحيلًا ويكون ل(ط) = ٠ .

مثال (٧)

كتبت الأسماء: ريم، نوف، هند، نور، هنا، كل اسم على ورقة. وضعت الأوراق في كيس. دون النظر في الكيس تمَّ سحب ورقة .ما احتمال ظهور اسم مؤلف من ٣ أحرف؟

الحل:

حيث إن كل الأسماء في الكيس مؤلفة من ٣ أحرف، فإن الحدث «ظهور اسم مؤلف من ٣ أحرف» هو حدث مؤكد.

ل(ظهور اسم من ٣ أحرف) = ١ .

حاولْ أن تحلّ

٣ كتبت أسماء طلاب الصف الثامن، كل اسم على ورقة، ووضعت الأوراق في كيس. إذا اختيرت ورقة دون النظر في الكيس، فما احتمال:

أ أن تحمل الورقة اسم طالب في الصف الثامن؟

ب أن تحمل الورقة اسم معلم الصف؟

تحقّق من فهمك

١ لماذا ناتج مجموع احتمال وقوع حدث ما واحتمال عدم وقوعه يساوي ١٠٠٪؟

٢ كيف تجد ترجيح حدث ما إذا علمت احتمال وقوعه؟ فسّر طريقتك.

KuwaitMath.com

المرشد لحل المسائل (١٠-٦)

أيّ من الترجيحات تعني على أنها احتمال ٢٥٪؟

أ ١ : ٥ ب ١ : ٤ ج ١ : ٣ د ١ : ٢

افهم

١ أي كسر يعبر عن ٢٥٪؟ .....

٢ ما معنى الاحتمال ٢٥٪؟ .....

٣ أيهما يصف كيفية إيجاد احتمال وقوع حدث ما؟ .....

أ عدد طرائق وقوع حدث: عدد الطرائق المختلفة غير الممكنة الوقوع.

ب عدد الطرائق المختلفة التي يقع بها الحدث: عدد الطرائق الممكنة الوقوع.

خطّط

٤ ما معنى العدد الأول عندما تعطي الترجيح؟ .....

٥ ماذا يعطي العدد الثاني عندما تعطي الترجيح؟ .....

٦ عندما تعطي الترجيح، كيف توجد عدد الطرائق الممكنة الحدوث؟ .....

أ نجمع العددين. ب نضرب العددين.

٧ حوّل الترجيحات التالية إلى احتمال وقوع حدث:

أ ١ : ٥ ..... ب ١ : ٤ .....

ج ١ : ٣ ..... د ١ : ٢ .....

حلّ

٨ ما الاختيار الصحيح؟ .....

تحقّق

٩ كيف تحدد الاحتمال عندما يكون الترجيح معلومًا؟

.....

حلّ مسألة أخرى

١٠ أي من الترجيحات التالية تعطي قيمة الاحتمال ١٠٪ نفسه؟ .....

أ $\frac{١}{٥}$ ب ١ : ١١ ج ١ : ١٠ د ١ : ٩

KuwaitMath.com

حلّ المسائل والتفكير المنطقي

أكمل الجدول التالي:

	احتمال وقوع الحدث	احتمال عدم وقوع الحدث	الترجيح
١	$\frac{١}{٤}$		
٢	$\frac{١}{٨}$		
٣			٤ : ٦
٤		$\frac{١}{٢}$	

٥ **التفكير الناقد:** اذكر حدثًا يساوي احتمال وقوعه ١، واذكر حدثًا آخر يساوي احتمال وقوعه صفرًا.

.....

.....

٦ **التواصل:** بيّن في كل حالة إن كان الاحتمال يكتب بصورة كسر اعتيادي أو كسر عشري أو صورة نسبة مئوية؟ اشرح إجابتك.

أ احتمال إصابتك بالإنفلوانزا هذا الشتاء.

.....

ب احتمال أن تحصل على الرقم ١ أو الرقم ٣ عند رمي مكعب مرقم من ١ إلى ٦.

.....

ج احتمال أن تمطر غدًا.

.....

٧ لدى وفاء قميص أزرق، وقميص أحمر، وقميص أصفر، ولدى سعاد قميص أخضر، وقميص أحمر، وقميص أبيض. أمّا ضياء فلديها قميص أحمر، وقميص أزرق، وقميص بنفسجي. ستختار كل فتاة عشوائيًّا قميصًا لترتديه. أوجد احتمال أن تختار:

أ كلّ فتاة لونًا مختلفًا.

.....

ب كلّ فتاة قميصًا أحمر.

.....

ج كلّ فتاة اللون نفسه.

.....

د فتاتان اللون نفسه، أمّا الفتاة الثالثة فتختار لونًا مختلفًا.

.....

إستراتيجيّات حلّ المسائل

- اختر نمطًا.
- نظّم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- خمّن وتحقّق.
- اعمل بطريقة عكسيّة.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- حلّ مسألة أبسط.

KuwaitMath.com

اختبار الوحدة العاشرة

استخدم جدول البيانات. أوجد الاحتمال التجريبي لكل حدث في صورة كسر اعتياديّ وكسر عشريّ ونسبة مئوية.

لون القلم	التكرار
زهري	٦
أخضر	٢
أبيض	٣
أسود	٥

١ ل (زهريّ)

٢ ل (أخضر)

٣ ل (برتقاليّ)

٤ **التحقق من الجودة:** تفحّص عمّال أحد المصانع ٨٠ بطارية فوجدوا أن في أربع منها عطل تصنيعي. إذا اختيرت بطارية عشوائيًّا، فما احتمال أن يكون فيها عطل تصنيعي؟

لديك أوعية أغطيتها مفتوحة كما هو مبين أدناه. افترض أنّك رميت كرة ووقعت في إحدى هذه الفتحات. أوجد كلّ احتمال.

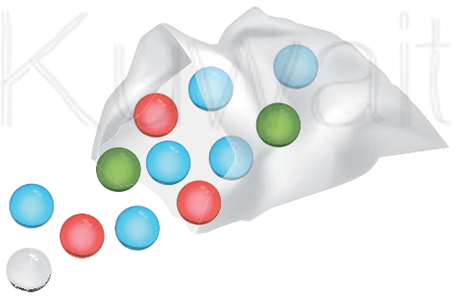
٥ ل (عدد أكبر من ٤)

٦ ل (عدد زوجي)

٧ ل (٤)

٨ ل (٧)

لديك كيس يحتوي على ٦ بليات زرقاء، وبليتين خضراوين، وثلاث بليات حمراء، وبلية بيضاء. اختر عشوائيًّا بلية من هذا الكيس. وأوجد كلّ احتمال.



٩ ل (زرقاء)

١٠ ل (بيضاء)

١١ ل (ليست خضراء)

١٢ ل (حمراء)

١٣ ل (خضراء ثمّ حمراء بعد إعادة الخضراء)

١٤ ل (حمراء ثمّ زرقاء بعد عدم إعادة الحمراء)

١٥ (أ) أوجد عدد التباديل لحرفين من الأحرف: م، ج، ل، ة.

(ب) أوجد عدد التوافيق لحرفين من الأحرف: م، ج، ل، ة.

١٦ لقد كتب كلّ حرف من حروف كلمة ا ل ا س ت ث م ا ر ي على بطاقة، ثم خلطت هذه البطاقات جيّدًا ووضعت في علبة. ما احتمال اختيار (ا)، ثمّ اختيار (م) إذا كانت البطاقة الأولى قد أعيدت قبل اختيار الثانية؟

١٧ **الكتابة في الرياضيات:** افترض أنك رميت قطعة نقود عدّة مرّات وسجلت النتائج. إذا ظهرت الكتابة في ٩ محاولات من أصل ٢٠ محاولة، فما ترجيح ظهور كتابة؟

KuwaitMath.com

اختبار الوحدة العاشرة

يمثّل الجدول أدناه بعض ألوان السيّارات وطرازها. افترض أنّ فرصة اختيار أيّ لون أو طراز هي نفسها.

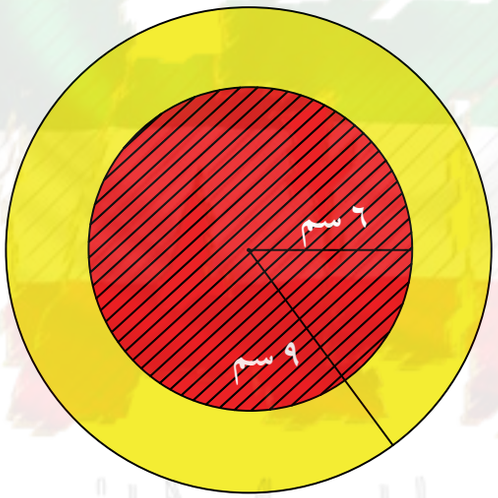
اللون	الطراز
فضي	عادية
رمادي	مكشوفة
أبيض	ذات دفع رباعي

١٨ ما فضاء العيّنة؟

١٩ أوجد احتمال أن تختار عشوائيًّا سيّارة فضيّة وعاديّة.

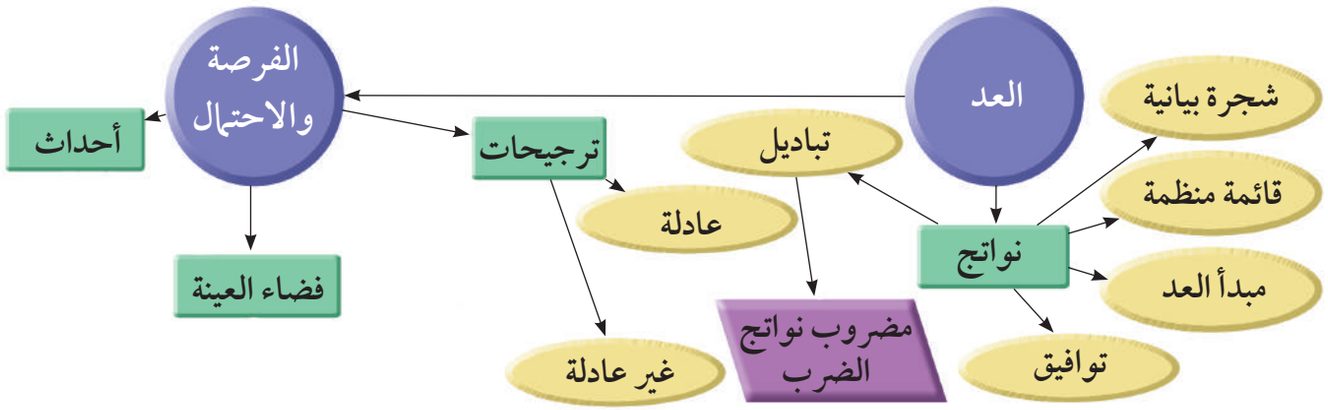
٢٠ أوجد احتمال أن تختار عشوائيًّا سيّارة صفراء ومكشوفة.

٢١ حطت ذبابة على الرقعة أدناه. ما احتمال أن تحط في المنطقة المظللة؟



KuwaitMath.com

مخطط تنظيمي للوحدة العاشرة



الوحدة العاشرة (أ): العد

- يمكنك عد النواتج الممكنة لسلسة من الاختيارات بتنظيم قائمة أو صنع مخطط الشجرة البيانية أو استخدام مبدأ العد.
- التباديل هي التنظيمات الممكنة لمجموعة من العناصر. يمكنك استخدام مبدأ العد أو المضروبات لإيجاد عدد التباديل.
- التوافيق هي اختيارات عناصر بحيث لا يكون الترتيب مهمًّا.

الوحدة العاشرة (ب): الفرصة والاحتمال

- في الاحتمال، التجربة هي أي شيء يتضمن فرصة. النتائج الممكنة لتجربة هي النواتج. الحدث هو أي ناتج (أو مجموعة من النواتج) يكون موضع اهتمامنا.
- ترجيح وقوع حدث ما هو نسبة عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها حدث إلى عدد الطرائق التي لا يمكن أن يقع بها.
- في اللعبة العادلة (متكافئة الفرص)، يكون لكل اللاعبين الترجيح نفسه للفوز.
- الاحتمال أو الاحتمال النظري لحدث ما، يحسب كما يلي:

$$\text{احتمال (حدث)} = \frac{\text{عدد الطرائق التي يمكن أن يقع بها الحدث}}{\text{عدد كل النواتج الممكنة}} .$$

الحدث المستحيل يكون احتماله صفرًا. الحدث المؤكد يكون احتماله ١ .

- إن مجموعة كل النتائج الممكنة في تجربة تدعى فضاء العينة.

KuwaitMath.com

KuwaitMath.com

KuwaitMath.com

أودع في مكتبة الوزارة تحت رقم (٦١) بتاريخ ٢١/ ٥/ ٢٠١٥م

شركة مطابع الرسالة - الكويت