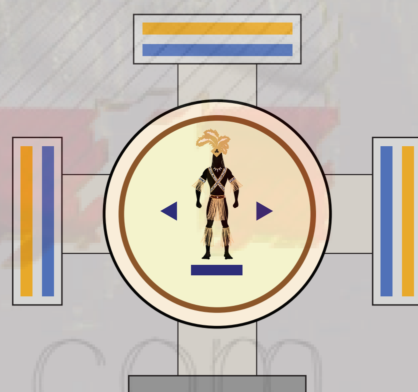
الوَحدةُ الرابعةُ

الجبرُ: المعادلاتُ الخطّيّةُ والمتبايناتُ
Algebra: Linear Equations and Inequalities

شعوبُ العالمِ

مفهومُ المحاورِ الأفقيّةِ والرأسيّةِ هو جزءٌ هامٌّ من ثقافةِ شعوبِ العالمِ. الأبعادُ السبعةُ هي الشمالُ، والجنوبُ، والشرقُ، والغربُ (أفقيٌّ)، والسماءُ، والأرضُ، والنفسُ البشريّةُ (رأسيٌّ)، هذا هو سببُ اعتبارِ أنّ العددَ ٧ عددٌ مميّزٌ.

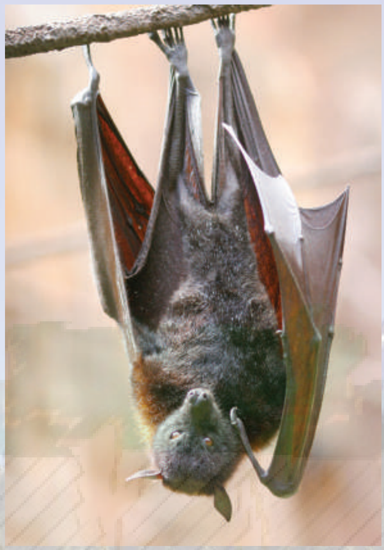


التسليةُ

في عام ١٩١٨، افتُتِحَتْ في السويدِ رياضةُ الجوّالةِ، التي تُنمّي مهاراتِ قراءةِ الخرائطِ وتحديدِ الاتّجاهِ. يستخدمُ المتنافسون الخريطةَ والبوصلةَ للتقدّمِ من نقطةٍ ما إلى أخرى، والفائزُ هو الذي يقطعُها في أقصرِ وقتٍ.

KuwaitMath.com

العلومُ



يُمكِنُ للخفافيشِ تمييزُ تردّداتِ الصوتِ الّتي تزيدُ سرعتُها عن ١٠٠ ألفِ اهتزازةٍ في الثانيةِ. لا يستطيعُ معظمُ الناسِ تمييزَ تردّداتِ صوتٍ أعلى من ٢٠ ألفَ اهتزازةٍ في الثانيةِ.

الفنونُ والآدابُ

الهوكي هي لعبةٌ جماعيّةٌ أولمبيّةٌ للرجالِ وللنساءِ. تُقامُ مباراتُها بينَ فريقين ويتكوّنُ كلُّ فريقٍ من ١١ لاعبًا وذلك على ملاعبَ عشبيّةٍ أو رمليّةٍ مع كرةٍ صلبةٍ.

تبلغُ أبعادُ ملعبِ الهوكي ٩١,٤م × ٥٤,٨م. وهذه اللعبةُ من شوطين مدّةُ كلِّ شوطٍ ٣٥ دقيقةً. يوجَدُ قربَ كلِّ مرمًى نصفُ دائرةٍ تُسمّى «دائرةَ التهديفِ».

أمّا عصا الهوكي فهي تُشبِهُ الحرفَ J وطولُها ٩٠ سنتيمترًا ومصنوعةٌ من الخشبِ أو الفيبرجلاس. كما ويضعُ اللاعبون في فمِهم أثناءَ اللعبِ أداةً لحمايةِ أسنانِهم.

أفكارٌ رياضيّةٌ أساسيّةٌ

يُوضِّحُ لك الخطُّ المستقيمُ مدى انحدارِه. يُمكِنُ أن يكونَ للخطِّ المستقيمِ ميلٌ سالبٌ أو **ميلٌ موجَبٌ**.

التقاطعُ السينيُّ للمعادلةِ الخطّيّةِ هو قيمةُ س لنقطةِ تقاطعِ الخطِّ المستقيمِ مع محورِ السيناتِ. **والتقاطعُ الصاديُّ** هو قيمةُ ص لنقطةِ تقاطعِ الخطِّ المستقيمِ مع محورِ الصاداتِ.

تربطُ المتباينةُ الخطّيّةُ بينَ متغيِّرين باستخدامِ واحدٍ من الرموزِ التاليةِ: >، <، ≤، ≥.

إذا كانَ الرسمُ البيانيُّ لحلولِ معادلةٍ من متغيِّرين خطًّا مستقيمًا تكونُ هذه **المعادلةُ خطّيّةً**.

مشروعُ الوَحدةِ

حلُّ المسائلِ

افهمْ
خطِّطْ
حُلَّ
تحقّقْ

في هذا المشروعِ سوف نُناقِشُ تكاليفَ الخدماتِ التي تشملُ تكلفةً ابتدائيّةً ثابتةً مضافًا إليها تكلفةٌ متغيِّرةٌ (مثالٌ: ٨,٥٠٠ دنانيرَ + ٠,١٠٠ دينارٍ كلَّ دقيقةٍ). يُمكِنُنا مشاهدةُ معدّلاتِ الهاتفِ، والضرائبِ، والإيجارِ، والخدماتِ الأخرى. وسوف نُناقِشُ النماذجَ والرسمَ البيانيَّ لتكاليفِ خدمةٍ كهذه، ونستخدمُ النموذجَ ليُساعِدَ على توضيحِ الرسمِ البيانيِّ للعلاقةِ.

KuwaitMath.com

التركيزُ على حلِّ المسائلِ

حلُّ المسائلِ
افهمْ
خطِّطْ
حُلَّ
تحقَّقْ

تفسيرُ العباراتِ الرياضيّةِ

كثيرٌ من المسائلِ المرادِ حلُّها يُمكِنُ تمثيلُها بتعبيرٍ جبريٍّ أو أكثرَ. يجبُ أن **تفهمَ** أنّه يُمكنُك استخدامُ أيِّ رمزٍ ليدلَّ على المجهولِ في التعبيرِ الجبريِّ ثمّ يجبُ أن تُحدِّدَ ما هي العمليّاتُ المستخدَمةُ.

اكتبِ التعبيرَ الجبريَّ لكلٍّ من الحالاتِ الآتيةِ:

١ خمسُ سنواتٍ أكبرُ من أحمدَ.

٢ سفنٌ حربيّةٌ قيمتُها ثلاث مرّاتٍ قيمةَ السفنِ عامَ ١٩٦٥.

٣ معارضُ السيّاراتِ القديمةِ أكثرُ من السنةِ الماضيةِ بـ ١٢ مرّةً.

٤ ٢٠ دينارًا خصمٌ على سعرِ اللاصقِ.

٥ عشرُ مرّاتٍ عددُ أقسامِ المتاجرِ.

٦ إذا كانَتْ سيّارةُ ريمَ عمرُها ص، وسيّارةُ فارسٍ أقدمُ منها بـ ٦ أعوامٍ، فكم يكونُ عمرُ سيّارةِ فارسٍ؟

٧ إذا كانَ ع هو سرعةَ السيّارةِ بالكيلومترِ في الساعةِ، فكم تكونُ السرعةُ في الدقيقةِ؟

٨ إذا كانَ م هو الوزنَ بالجرامِ، فكم يكونُ الوزنُ بالكيلوجرامِ؟

٩ إذا كانَتِ السيّارةُ تستهلكُ جـ لترٍ من البنزينِ لتسيرَ مسافةَ ٣٢٧,٦ كيلومترًا، فكم كيلومترًا تقطعُها بـ لترٍ واحدٍ؟

KuwaitMath.com

متوسِّطُ الأعمارِ

هل سمعْتَ يومًا أنّ كلَّ سنةٍ من عمرِ قطّةٍ تُساوي ٤ سنواتٍ من عمرِ إنسانٍ؟ وإن كانَ كذلك، فهل تساءلْتَ يومًا ماذا يعني هذا، أو هل هذا فعلًا حقيقيٌّ؟

هذه العلاقةُ قد تكونُ نشأَتْ من مقارنةٍ بينَ متوسِّطِ عمرِ قطّةٍ ومتوسِّطِ عمرِ إنسانٍ. يعيشُ البشرُ متوسِّطَ ٧٥ سنةً. تعيشُ القططُ متوسِّطَ ٢٠ سنةً. إذا ضربْتَ هذا العددَ في ٤، ستجدُ أنّه من المفترضِ أن يعيشَ البشرُ متوسِّطَ ٨٠ عامًا وفقًا لهذه القاعدةِ.

كلُّ سنةٍ من عمرِ قطّةٍ في الحقيقةِ لا تُمثّلُ بالضبطِ ٤ سنواتٍ من عمرِ الإنسانِ.

تنمو قططٌ كثيرةٌ بالكاملِ خلالَ سنةٍ، لكن هل يوجَدُ إنسانٌ ينمو بالكاملِ خلالَ ٤ سنواتٍ؟

١ ما العواملُ، إلى جانبِ العمرِ المتوقَّعِ، التي تأخذُها بالاعتبارِ، عندَ اختيارِكَ لحيوانٍ أليفٍ؟

٢ اكتبْ جدولًا بأسماءِ حيواناتٍ أليفةٍ قد ترغبُ في تربيتِها وقد تبقى على قيدِ الحياةِ عندما تبلغُ الثلاثين من عمرِكَ. ما هو اختيارُكَ المفضَّلُ؟ (لا تنسَ أنّه عليكَ الاعتناءُ بهذا الحيوانِ الأليفِ).

٣ هل تُوافِقُ على أنّه كلّما كبرَ حجمُ الحيوانِ طالَ عمرُه؟

٤ – ١

فهمُ العلاقاتِ بينَ متغيِّرين

Understanding Two–Variable Relationships

صلةُ الدرسِ تعلّمْتَ حلَّ معادلةٍ من الدرجةِ الأولى من متغيِّرٍ واحدٍ، والآن سوف تستكشفُ حلَّ معادلةٍ من الدرجةِ الأولى في متغيِّرين. ◄

سوف تتعلّمُ

- كيفيّةَ وصفِ نماذجَ ناتجةٍ عن علاقاتٍ من متغيِّرين.

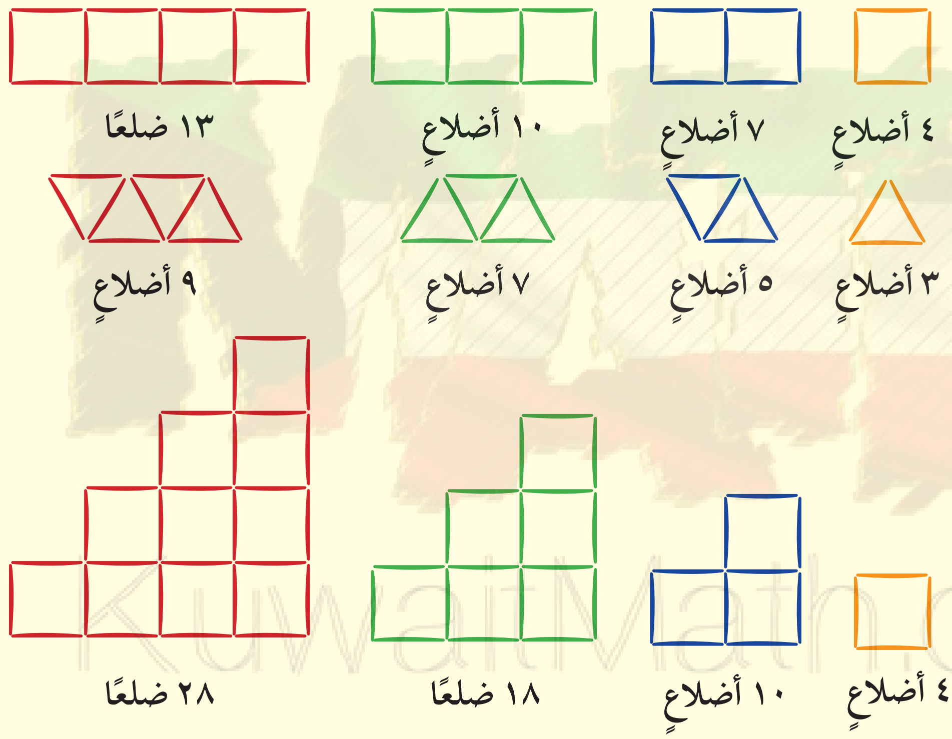
من الاستخداماتِ

- مهندسو الجيناتِ يستخدمون العلاقاتِ بينَ المتغيِّراتِ ونماذجِ الـ DNA لخلقِ طاقاتٍ جديدةٍ في الحياةِ.

استكشِفْ — العلاقاتُ بينَ متغيِّرين

هذه هي القواعدُ!

١ ارسمِ الشكلَ الخامسَ لكلِّ نمطٍ من اليمينِ إلى اليسارِ.



٢ لكلِّ نمطٍ ممّا سبقَ، افرضْ أنّ ن يُمثِّلُ رقمَ الشكلِ وس يُمثِّلُ عددَ الأضلاعِ، صِلْ كلَّ نمطٍ بإحدى القواعدِ الآتيةِ:

س = ن(ن + ٣)،   س = ٣ن + ١،   س = ٢ن + ١

تعلَّمْ — فهمُ العلاقاتِ بينَ متغيِّرين

تشملُ مواقفَ عديدةً علاقةٌ بينَ كمّيتين تتغيّرُ قيمُهما. يُمكِنُ لهذه العلاقاتِ أن توصَفَ باستخدامِ كلماتٍ أو جداولَ من القيمِ أو بالرسمِ البيانيِّ أو المعادلاتِ.

إذا أمكنَك وصفُ العلاقةِ بمعادلةٍ، فيُمكِنُك أيضًا وصفُها بجدولٍ.

KuwaitMath.com

مثالٌ (١)

تقومُ منالُ برعايةِ القططِ. تتقاضى ٦ دنانيرَ عن كلِّ قطّةٍ. إذا كانَ س هو عددَ القططِ، ص هو كمّيّةَ النقودِ التي تجنيها، فإنّ ص = ٦س تُعبّرُ عن العلاقةِ بينَ س، ص. كوِّنْ جدولًا يُوضِّحُ قيمةَ ما تربحُه منالُ مقابلَ رعايةِ القططِ.
(افرضْ أنّ ٥ قططٍ هو أقصى عددٍ يُمكِنُ أن ترعاه)

افرضْ أنّ س = ١، نجدُ ص = ٦(١) = ٦
افرضْ أنّ س = ٢، نجدُ ص = ٦(٢) = ١٢
افرضْ أنّ س = ٣، نجدُ ص = ٦(٣) = ١٨
افرضْ أنّ س = ٤، نجدُ ص = ٦(٤) = ٢٤
افرضْ أنّ س = ٥، نجدُ ص = ٦(٥) = ٣٠

س	ص = ٦س
١	٦
٢	١٢
٣	١٨
٤	٢٤
٥	٣٠

من الجدولِ نستنتجُ أنّ منالَ تحصلُ على ٦ دنانيرَ لرعايةِ قطّةٍ واحدةٍ، ١٢ دينارًا لرعايةِ قطّتين، وهكذا تحصلُ على ٣٠ دينارًا لرعايةِ ٥ قططٍ.

مثالٌ (٢)

تزنُ نعجةٌ صغيرةٌ حوالى ٤ كيلوجراماتٍ عندَ الولادةِ. يزيدُ وزنُها بمقدارِ كيلوجرامٍ واحدٍ في الأسبوعِ خلالَ الـ ٥ أسابيعَ الأولى. إذا كانَ أ هو العمرَ بالأسبوعِ، ك الوزنَ بالكيلوجرام. فإنّ ك = أ + ٤ تُعبِّرُ عن العلاقةِ بينَ أ، ك. كوِّنْ جدولًا لتُوضِّحَ قيمةَ الوزنِ نهايةَ كلِّ أسبوعٍ حتّى يُصبِحَ عمرُ النعجةِ ٥ أسابيعَ.

افرضْ أنّ أ = ٠، نجدُ ك = ٠ + ٤ = ٤
افرضْ أنّ أ = ١، نجدُ ك = ١ + ٤ = ٥
افرضْ أنّ أ = ٢، نجدُ ك = ٢ + ٤ = ٦
افرضْ أنّ أ = ٣، نجدُ ك = ٣ + ٤ = ٧
افرضْ أنّ أ = ٤، نجدُ ك = ٤ + ٤ = ٨
افرضْ أنّ أ = ٥، نجدُ ك = ٥ + ٤ = ٩

أ	ك = أ + ٤
٠	٤
١	٥
٢	٦
٣	٧
٤	٨
٥	٩

من الجدولِ نُلاحظُ أنّ النعجةَ تزنُ ٤ كيلوجرامات عندَ الولادةِ، ٥ كجم بعد أسبوعٍ واحدٍ وهكذا حتّى يصلَ وزنُها إلى ٩ كجم بعد ٥ أسابيعَ.

حاوِلْ أن تحلَّ

١ سمحَ أحدُ الخطوطِ الجويّةِ بركوبِ عددٍ من القططِ الصغيرةِ مقابلَ ١٥ دينارًا عن كلِّ قطّةٍ. إذا كانَ د هو عددَ القططِ، وأ هو مقدارَ الأجرةِ المحصَّلةِ، فإنّ أ = ١٥د تُعبِّرُ عن العلاقةِ بينَ د، أ. كوِّنْ جدولًا لتُوضِّحَ الأجرةَ التي يُمكِنُ أن تجنيَها شركةُ الطيرانِ في الرحلةِ الواحدةِ. عوِّضْ عن د بالقيمِ صفرٍ، ١، ٢، ٣.

KuwaitMath.com

أحيانًا يُمكِنُك إيجادُ المعادلةِ من الدرجةِ الأولى التي تربطُ بينَ متغيِّرين بالنظرِ إلى الجدولِ الذي يشملُ قيمَهما.

مثالٌ (٣)

يُوضِّحُ الجدولُ التالي مزيجًا من الطمي والرملِ في أسفلِ قفصِ حرباءَ. أوجِدِ القاعدةَ التي تربطُ بينَ كمّيّةِ الرملِ ص وكمّيّةِ الطمي س، ثمّ استخدِمْها لإيجادِ كمّيّةِ الرملِ التي سوف نحتاجُها عندَ وضعِ ١٥ كوبَ طمي.

س	ص	
١	٣,٥	عندَ التعويضِ عن س = ١، نجدُ ص = ٣,٥
٢	٧	عندَ التعويضِ عن س = ٢، نجدُ ص = ٧
٣	١٠,٥	عندَ التعويضِ عن س = ٣، نجدُ ص = ١٠,٥
٤	١٤	عندَ التعويضِ عن س = ٤، نجدُ ص = ١٤
٥	١٧,٥	عندَ التعويضِ عن س = ٥، نجدُ ص = ١٧,٥
٦	٢١	عندَ التعويضِ عن س = ٦، نجدُ ص = ٢١
٧	٢٤,٥	عندَ التعويضِ عن س = ٧، نجدُ ص = ٢٤,٥

في كلِّ حالةٍ نجدُ أنّ ص = ٣,٥س. أوجِدْ قيمةَ ص عندما س = ١٥.

ص = ٣,٥ (١٥) — عوِّضْ عن س = ١٥

ص = ٥٢,٥ — اضربْ لإيجادِ قيمةِ ص

قيمةُ ص عندما س = ١٥ هي ٥٢,٥.

لكلِّ ١٥ كوبَ طمي نحتاجُ إلى حوالى ٥٣ كوبَ رملٍ.

حاوِلْ أن تحلَّ

٢ أوجِدِ القاعدةَ التي تربطُ بين س، ص في هذا الجدولِ، ثمّ أوجِدْ ص عندما س = ٥٠.

س	١	٢	٣	٤	٥	٦
ص	٣٠	٦٠	٩٠	١٢٠	١٥٠	١٨٠

فكرةٌ مفيدةٌ لحلِّ المسائلِ

القيمُ العشريّةُ التي توجَدُ في عمودِ ص في الجدولِ يُمكِنُ أن تُرشِدَنا إلى القاعدةِ التي نبحثُ عنها.

تذكَّرْ

٣,٥ (١٥) تعني ٣,٥ × ١٥

الترابطُ والتداخلُ بالعلومِ

تحتاجُ الحرباءُ أن تتغذّى على أنواعِ أوراقِ الخضراواتِ الخضراءِ نفسِها التي تأكلُها أنت.

KuwaitMath.com

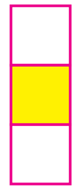
تحقَّقْ من فهمِك

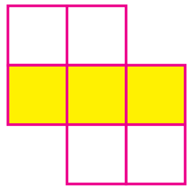
١ كيف تُكوِّنُ جدولًا للمعادلةِ ص = ٧س؟

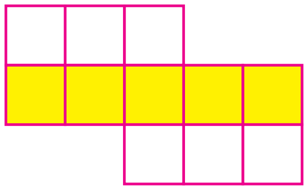
٢ كيف تُكوِّنُ جدولًا للمعادلةِ ص = س + ٧؟ كم حلًّا يوجَدُ للمعادلةِ؟

٣ يُوضِّحُ جدولٌ أنّه عندما س = ٢ فإنّ ص = ٤. هل هذا يُرشِدُنا إلى أنّ القاعدةَ التي تربطُ بينَ س، ص هي ص = ٢س؟ فسِّرْ ذلك.

(أ) ارسمِ الشكلَ الذي يلي:


شكلُ (١)


شكلُ (٢)


شكلُ (٣)

(ب) ما القاعدةُ التي تربطُ ن (رقمُ الشكلِ) بـ ع (عددُ البلاطاتِ الصفراءِ)؟

....

(جـ) ما القاعدةُ التي تربطُ ن بـ ج (عددُ البلاطاتِ البيضاءِ)؟

....

(د) ما القاعدةُ التي تربطُ ن بـ ت (عددُ جميعِ البلاطاتِ في كلِّ شكلٍ)؟

....

افهمْ

١ حوِّطْ كلَّ متغيِّرٍ وما يُمثِّلُه.

٢ ادرسِ الأشكالَ الثلاثةَ المعطاةَ، وصِفْ نمطَ البلاطاتِ الصفراءِ ونمطَ البلاطاتِ البيضاءِ، ثمّ اذكرْ كم سيكونُ عددُ كلٍّ منهما في الشكلِ (٤). ....

KuwaitMath.com

حُلَّ

٣ ارسمِ الشكلَ (٤).

٤ ما القاعدةُ التي تربطُ رقمَ الشكلِ بالبلاطاتِ الصفراءِ، والبلاطاتِ البيضاءِ، وجميعِ البلاطاتِ؟ ....

(أ) ن بـ ع (ب) ن بـ ج (جـ) ن بـ ت

تحقَّقْ

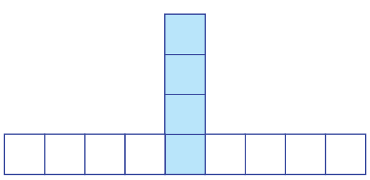
٥ هل شكلُ (٤) يتبعُ الأنماطَ التي وصفْتَها في البندين (٢)، (٣)؟ ....

....

حُلَّ مسألةً أخرى

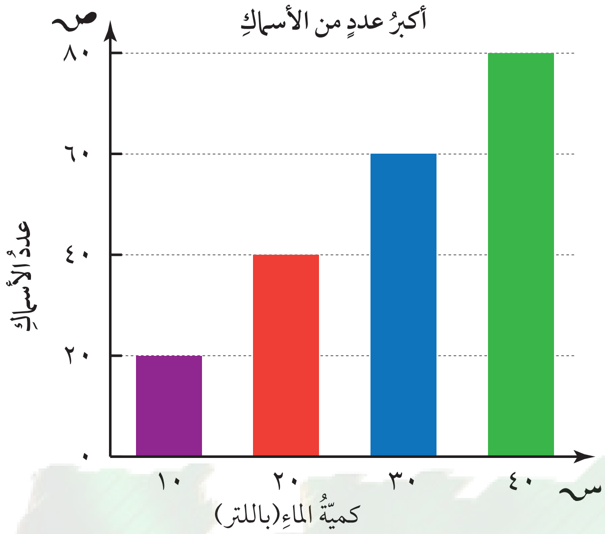
٦ اذكرْ ما القواعدُ التي تربطُ ن بـ ع (رقمُ الشكلِ بعددِ البلاطاتِ الزرقاءِ)، ن بـ ج (رقمُ الشكلِ بعددِ البلاطاتِ البيضاءِ)، ن بـ ت (رقمُ الشكلِ بعددِ جميعِ البلاطاتِ في الشكلِ) في الشكلِ المقابلِ. ....

....


شكلُ (٤)

حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

التفكيرُ الرياضيُّ: (أ) كوِّنْ جدولًا مستخدِمًا قيمَ الأزواجِ المرتَّبةِ الأربعةِ الممثَّلةِ في التمثيلِ البيانيِّ أدناه.



(ب) اكتبِ المعادلةَ التي تُوضِّحُ كيف يرتبطُ أكبرُ عددٍ من الأسماكِ بعددِ لتراتِ الماءِ الموجودةِ في حوضِ الأسماكِ.

....

....

(جـ) من المعادلةِ، أوجِدْ زوجين آخرين من القيمِ، ثمّ فسِّرْ معناهما.

....

....

....

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ

- ابحثْ عن النمطِ.
- نظِّمْ قائمةً.
- كوِّنْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدِمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

KuwaitMath.com

٤ – ٢

حلُّ معادلاتٍ من الدرجةِ الأولى في متغيِّرين

Solving First degree equations with Two Variables

سوف تتعلّمُ

- تحديدَ ما إذا كانَ زوجٌ من القيم هو حلًّا لمعادلةٍ من الدرَجةِ الأولى في متغيِّرين.

من الاستخداماتِ

- يحلُّ الخبّازون معادلاتٍ من الدرجةِ الأولى في متغيِّرين عندَ زيادةِ طلباتِ الخبزِ لخدمةِ عددٍ كبيرٍ من الأشخاصِ.

فكرةٌ مفيدةٌ **لحلِّ المسائلِ**

تأكَّدْ أنّ الحلَّ الرياضيَّ يُؤكِّدُ فهمَ العلاقةِ في المسألةِ المعطاةِ.

صلةُ الدرسِ تعلّمْتَ أنّ المعادلاتِ من الدرجةِ الأولى في متغيِّرين يُمكِنُ أن يكونَ لها حلولٌ عديدةٌ، والآن سوف ترى معادلاتٍ من الدرجةِ الأولى في متغيِّرين لها حلولٌ ذاتُ معنًى وحلولٌ ليس لها معنًى. ◄

استكشِفْ حلُّ معادلاتٍ من الدرجةِ الأولى في متغيِّرين

هل تُريدُ ببّغاءَ أو قطّةً؟

محلٌّ تجاريٌّ لبيعِ قططٍ وببّغاواتٍ فقط لمجرّدِ المرحِ. يقومُ صاحبُ المحلِّ بتعدادِ عددِ القوائم. أوجِدِ الإمكاناتِ المختلِفةَ لعددِ القططِ والببّغاواتِ الذي يجعلُ العددَ الكلّيَّ للقوائمِ ١٢.

١ كوِّنْ جدولًا مستخدِمًا س لتُمثِّلَ عددَ الببّغاواتِ وص لتُمثِّلَ عددَ القططِ. (احفظْ في عقلِك عددَ قوائمِ كلٍّ منهما). اكتبْ تعبيرًا لعددِ القوائمِ مستخدِمًا هذه المتغيِّراتِ.

٢ إذا كانَ عددُ القوائمِ ١٢ ، فهل يُمكِنُ أن يكونَ عددُ الببّغاواتِ أو القططِ عددًا فرديًّا؟ فسِّرْ.

٣ إذا كانَ عددُ القوائمِ ١٢ ، فهل يُمكِنُ أن يتساوى عددُ القططِ وعددُ الببّغاواتِ؟ وإذا كانَ ذلك صحيحًا، فكم عددُ كلٍّ منهما؟

٤ اكتبْ معادلةً تنصُّ على أنّ عددَ قوائمِ الببّغاواتِ مضافًا إليه عددُ قوائمِ القططِ يُساوي ١٢ . استخدِمْ قيمَ المتغيِّراتِ من الجدولِ.

٥ في الزوجِ المرتَّبِ (٢، ٥)، أيٌّ من العددين يُمثِّلُ الإحداثيَّ السينيَّ والإحداثيَّ الصاديَّ؟ هل (٢، ٥) حلٌّ لمعادلتِك؟ كيف عرفْتَ ذلك؟

تعلَّمْ حلُّ معادلاتٍ من الدرجةِ الأولى في متغيِّرين

تذكَّرْ
عوِّضْ عن القيمِ المعلومةِ لكلِّ متغيِّرٍ.

نُعوِّضُ بالحلولِ الممكنةِ في المعادلاتِ ذاتِ المتغيِّرِ الواحِدِ. إذا كانَتِ النتيجةُ صحيحةً، فتكونُ هذه القيمةُ التي عوَّضْنا بها حلًّا للمعادلةِ. نستخدمُ عمليّاتٍ مشابِهةً لحلِّ معادلةٍ من الدرجةِ الأولى في متغيِّرين. يكونُ حلُّ المعادلةِ من الدرجةِ الأولى في متغيِّرين عبارةً عن زوجٍ مرتَّبٍ.

مثالٌ (١)

هل الزوجُ المرتَّبُ (٣، ١٣) حلٌّ للمعادلةِ ص = ٧ + ٢س؟

ص = ٧ + ٢س	اكتبِ المعادلةَ
١٣ $\stackrel{?}{=}$ ٧ + ٢ (٣)	عوِّضْ بـ ٣، ١٣ في المعادلةِ بدلًا عن س، ص
١٣ $\stackrel{?}{=}$ ٧ + ٦	اضربْ
١٣ $\stackrel{\checkmark}{=}$ ١٣	اجمعْ

لأنّ هذه العبارةَ صحيحةٌ، (٣، ١٣) هي حلٌّ للمعادلةِ ص = ٧ + ٢س.

يُمكِنُك إيجادُ حلولٍ للمعادلةِ باختيارِ قيمةٍ لأحدِ المتغيِّرين وحلُّها لإيجادِ قيمةِ المتغيِّرِ الآخرِ.

مثالٌ (٢)

أوجِدْ حلّين للمعادلةِ ص = ٢ − ٥,٠س.

افرضْ س = ٠	اخترْ قيمةً للمتغيِّرِ س
ص $\stackrel{?}{=}$ ٢ − ٥,٠ (٠)	عوِّضْ بالقيمةِ المختارةِ للمتغيِّرِ س
ص $\stackrel{?}{=}$ ٢ − ٠	اضربْ
ص = ٢	اطرحْ

(٠، ٢) أحدُ الحلولِ

افرضْ س = ٢	اخترْ قيمةً أخرى للمتغيِّرِ س
ص = ٢ − ٥,٠ (٢)	عوِّضْ بالقيمِ المختارةِ للمتغيِّرِ س
ص = ٢ − ١	اضربْ
ص = ١	اطرحْ

(٢، ١) حلٌّ آخرُ

(٠، ٢) و(٢، ١) هما حلّان للمعادلةِ ص = ٢ − ٥,٠س.

حاوِلْ أن تحلَّ

١ (أ) حدِّدْ ما إذا كانَ (−١، ٩) حلًّا للمعادلةِ ص = ٧ + ٢س أم لا.
(ب) أوجِدْ حلّين آخرين للمعادلةِ ص = ٢ − ٥,٠س.

مثالٌ (٣)

يُربّي بعضُ الناسِ السلاحفَ كحيواناتٍ أليفة. إذا كانَتِ السلحفاةُ ومستلزماتُها المبدئيّةُ تُكلّفُ ٣ دنانيرَ وطعامُها يُكلِّفُ ٢ دينارٍ كلَّ شهرٍ، فكم يُكلِّفُ الحصولُ على سلحفاةٍ والاحتفاظُ بها لمدّةِ ٤ أشهرٍ؟

افرضْ م = عددَ الأشهرِ.

افرضْ جـ = التكاليفَ الكلّيّةَ.	عرِّفِ المتغيِّرات
جـ = ٣ + ٢م	اكتبِ المعادلةَ موضِّحًا كيف ترتبطُ المتغيِّراتُ
افرضْ م = ٤	اخترْ قيمةً للمتغيِّرِ تُوافِقُ في المسألةِ
جـ = ٣ + ٢(٤)	عوِّضْ قيمَ المتغيِّرِ
جـ = ٣ + ٨	اضربْ
جـ = ١١	اجمعْ

سوف تكونُ التكلفةُ ١١ دينارًا للحصولِ على السلحفاةِ والاحتفاظِ بها لمدّةِ أربعةِ أشهرٍ.

حاوِلْ أن تحلَّ

٢ (أ) ارجعْ إلى المثالِ (٣). كم ستكونُ التكلفةُ للحصولِ على سلحفاةٍ والاحتفاظِ بها لمدّةِ عامٍ؟

(ب) يُكلِّفُ شراءُ عصفورٍ ٥ دنانيرَ، وتُكلِّفُ العنايةُ به ٧ دنانيرَ كلَّ شهرٍ لطعامِه، ومستلزماتِه، وعلاجِه، ورعايتِه، وتدريبِه. كم ستكونُ تكلفةُ شرائِه والعنايةِ به لمدّةِ عامينِ؟

في بعضِ الحالاتِ، توجَدُ حلولٌ رياضيّةٌ ليس لها معنًى كما في المثالِ (٣)، إذا كانَ جـ = ٠ نجدُ أنّ: ٠ = ٣ + ٢م ومنه م = $-\frac{٣}{٢}$. لكنّ امتلاكَ سلحفاةٍ لمدّةِ $-\frac{٣}{٢}$ شهرٍ ليسَ له معنًى. كذلك م = ١٠ ٠٠٠ سيكونُ جوابًا غيرَ منطقيٍّ لهذه الحالةِ لأنّ السلاحفَ تعيشُ حوالي ٤٠ سنةً.

هل تعلمُ؟

أعلى سرعةٍ سُجِّلَتْ لأيِّ كائنٍ زاحفٍ في الماءِ هي للسلاحفِ البحريّةِ ذاتِ الظهرِ الجلديِّ في المحيطِ الهادي (pacific leatherback turtle) وبلغَتْ ٢٢ كيلومترًا في الساعةِ.

الترابطُ والتداخلُ بعلمِ الأحياءِ

إنّ السلاحفَ البحريّةَ، وسلاحفَ المياهِ العذبةِ، والسلاحفَ البرّيّةَ من فصيلةِ الشيلونيا (Chelonia). تعيشُ السلاحفُ البرّيّةُ على الأرضِ.

تحقَّقْ من فهمِكَ

١ كيف تعرفُ أنّ زوجًا مرتّبًا معيّنًا هو حلٌّ لمعادلةٍ من الدرجةِ الأولى في متغيِّرين؟

٢ الزوجُ المرتَّبُ (٣، ٢) هو حلٌّ لمعادلةٍ من الدرجةِ الأولى في متغيِّرين. اكتبْ معادلةً يكونُ هذا الزوجُ المرتَّبُ حلًّا لها.

٣ هل كلُّ قاعدةٍ هي معادلةٌ من الدرجةِ الأولى في متغيِّرين؟ فسِّرْ.

KuwaitMath.com

المرشدُ لحلِّ المسائلِ (٤-٢)

حلُّ المسائلِ
افهمْ
خطِّطْ
حُلَّ
تحقَّقْ

تُمثِّلُ المعادلةُ ص = ٠,٧٥ س + ١,٥ سعرَ البيتزا ذاتِ الحجمِ الكبيرِ (بالدينار)، حيث س يرمزُ إلى عددِ الأصنافِ المضافةِ. كوِّنْ جدولًا يُوضِّحُ عددَ الأصنافِ المضافةِ والسعرَ ليوضعَ على حَائطِ محلِّ البيتزا.(علمًا بأنّ الحدَّ الأقصى للأصنافِ المضافةِ هو ٦).

افهمْ

١ ماذا يُمثِّلُ س؟ ....

٢ ما سعرُ كلِّ صنفٍ مضافٍ؟ ....

٣ ماذا يُمثِّلُ العددُ ١,٥؟ ....

خطِّطْ

٤ ما أصغرُ قيمةٍ يُمكِنُك أن تستخدمَها لـ س إلى جانبِ الصفرِ؟ ....

٥ لماذا لا يكونُ من الممكنِ أن تستخدمَ قيمةً أكبرَ من ٦ لـ س؟ ....

....

حُلَّ

٦ بالتعويضِ بـ ١ في المعادلةِ لإيجادِ سعرِ البيتزا بإضافةِ صنفٍ واحدٍ، بـ٢ لصنفين، بـ٣ لـ ٣ أصنافٍ وهكذا، ثمّ أكمِلِ الجدولَ مبيِّنًا أسعارَ البيتزا.

عددُ الأصنافِ المضافةِ	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
سعرُ البيتزا بالدينارِ	١,٥	.....	.....	.....	.....	.....	.....

تحقَّقْ

٧ ما النمطُ الذي يُمكِنُ أن تجدَه في أسعارِ البيتزا؟ ....

....

حُلَّ مسألةً أخرى

٨ المعادلةُ ص = ٢,٢٥ س + ١,٥٠ تُمثِّلُ التكلفةَ بالدينارِ للعبةِ البولينج وإيجارَ الحذاءِ في المركزِ المحلّيِّ للبولينج؛ حيث س يُمثِّلُ عددَ مرّاتِ اللعبِ. كوِّنْ جدولًا يوضَعُ على حائطِ مركزِ البولينج ويُوضِّحُ التكلفةَ الكلّيّةَ لإيجارِ الحذاءِ ولعبِ البولينج لـ ٥ مرّاتٍ.

حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

١ **التفكيرُ الرياضيُّ**: (أ) استخدِم التمثيلَ البيانيَّ المقابلَ لكتابةِ معادلةٍ تربطُ بينَ س (وزنُ الجمَلِ) وص (وزنُ الحمولةِ التي يستطيعُ الجملُ حملَها).

....

(ب) استخدِمْ معادلتَك لإيجادِ وزنِ الحمولةِ التي يستطيعُ جملٌ وزنُه ٣٠٠ كجم نقلَها.

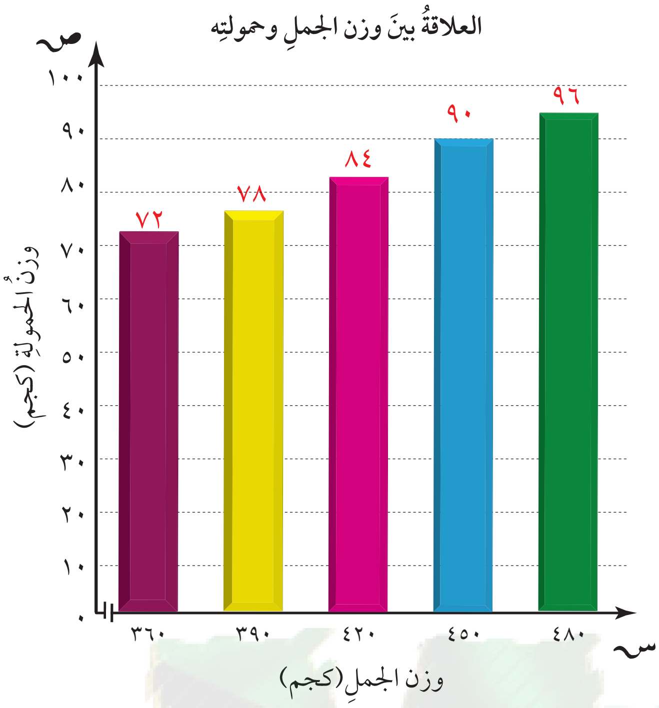
....

(جـ) ما وزنُ الجملِ الذي يستطيعُ نقلَ حمولةٍ وزنُها ١٠٠ كجم؟

....

(د) إذا كانَ أكبرُ جملٍ معروفٍ وزنُه حوالى ٤٠٠ كجم، كيف ستُفسِّرُ إجابتَك عن السؤالِ رقمِ جـ؟

....



٢ **التواصلُ**: تُريدُ فاتنُ شراءَ علبةِ طعامٍ للأسماكِ سعرُ العلبةِ ٣ دنانيرَ، وبينما تتسوّقُ وجدَتْ في أحدِ المتاجرِ نوعًا من الأسماكِ عليه تخفيضٌ ليُصبحَ سعرُ السمكةِ الواحدةِ ١,٥٠٠ دينارٍ.

(أ) افرضْ أنّ ص إجماليُّ ما ستُنفِقُه فاتنُ، س عددُ الأسماكِ الذي سوف تشتريه، اكتبْ معادلةً تُوضِّحُ بها كيف ترتبطُ ص مع س. ....

(ب) كم ستُنفِقُ فاتنُ مقابلَ شراءِ ٥ سمكاتٍ وعلبةِ طعامٍ لها؟ ....

(جـ) إذا أنفقَتْ فاتنُ مبلغَ ١٢ دينارًا في الشراءِ، أوجِدْ عددَ الأسماكِ التي اشترَتْها. ....

....

(د) إذا كانَتِ التكلفةُ الكلّيّةُ للأسماكِ وعلبةِ طعامٍ لها هي ٦,٥ دنانيرَ، مستخدِمًا الحسَّ العدديَّ، هل يُعدُّ ذلك منطقيًّا؟ ....

....

٣ **التواصلُ**: صِفْ حلولَ المعادلةِ ص = س. ....

٤ **التفكيرُ الناقدُ**: على فوزيّةَ أن تُقرِّرَ: إمّا أن تشتريَ سمكتين ذهبيّتين بمبلغ ٢,٢٥٠ دينارٍ للواحدةِ والتي تُكلِّفُ تغذيةُ الواحدةِ منها دينارًا واحدًا شهريًّا، وإمّا شراءَ سمكتين حمراوين بمبلغ ٨ دنانيرَ للسمكةِ الواحدةِ والتي تتغذّى على البكتيريا الموجودةِ في قاعِ الحوضِ، فإذا كانَتْ تُخطِّطُ للاحتفاظِ بالحوضِ لمدّةِ سنةٍ، فأيًّا منهما تشتري؟ ولماذا؟

....

....

....

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ

- ابحثْ عن النمطِ.
- نظِّمْ قائمةً.
- كوِّنْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدِمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

KuwaitMath.com

٤-٣ التمثيلُ البيانيُّ لمعادلات من الدرجةِ الأولى في متغيِّرين

Graphing of First Degree Equations with Two Variables

صِلةُ الدرسِ تعلّمْتَ في ما سبقَ كيف تكتبُ وتجدُ حلولًا لمعادلاتٍ من الدرجةِ الأولى في متغيِّرين والتمثيلِ البيانيِّ للنقاطِ في مستوي الإحداثيّاتِ، والآن سوف تتعلّمُ كيفيّةَ مزجِ المعادلاتِ من متغيِّرين بالتمثيلِ البيانيِّ ◄

سوف تتعلّمُ

- كيفيّةَ تمثيلِ العلاقةِ من متغيِّرين بيانيًّا.

من الاستخداماتِ

- غالبًا ما يستخدمُ المصمِّمون مثلَ هذه التمثيلاتِ البيانيّةِ لتُساعِدَهم في اتّخاذِ القراراتِ.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

◄ معادلةٌ خطّيّةٌ Linear Equation

استكشفْ التمثيلُ البيانيُّ للعلاقاتِ بينَ متغيِّرين

البيتُ المملوءُ! **الأدواتُ المستخدَمةُ:** ورقةُ رسمٍ بيانيٍّ

لدى صاحبِ محلٍّ لبيعِ الحيواناتِ ٦ أقفاصٍ حيث يعرضُ إمّا قطّةً صغيرةً أو أرنبًا صغيرًا في كلِّ قفصٍ. يحرصُ صاحبُ المحلِّ على أن تبقى الأقفاصُ دائمًا مملوءةً بأحدِ هذه الحيواناتِ لذا يُمكِنُ أن يوضَعَ أرنبٌ في القفصِ بدلًا من القطّةِ أو عكسَ ذلك.

١ ما المعادلةُ التي تُمثِّلُ العلاقةَ بينَ عددِ الأرانبِ والقططِ المعروضةِ؟
افرضْ جـ = عددَ القططِ وافرضْ د = عددَ الأرانبِ

٢ سَمِّ كلَّ الأزواجِ المرتَّبةِ المكوِّنةِ للزوجِ المرتَّبِ (جـ، د) الذي يُحقِّقُ المعادلةَ التي كتبْتَها في البندِ (١). كمثالٍ لأحدِ الأزواجِ المرتَّبةِ هو (٥، ١) يُمثِّلُ ٥ قططٍ وأرنبًا واحدًا.

٣ على ورقةِ رسمٍ بيانيٍّ، ارسمْ كلَّ زوجٍ مرتَّبٍ من البندِ (٢). ارسمْ قيمَ جـ على المحورِ الأفقيِّ وقيمَ د على المحورِ الرأسيِّ.

٤ ماذا تُلاحِظُ بالنسبةِ إلى النقاطِ التي رسمْتَها في البندِ (٣)؟

٥ افرضْ أنّ عددَ الأقفاصِ زادَ، ويوجَدُ ٦ قططٍ صغيرةٍ و٦ أرانبَ صغيرةٍ. ارسمِ النقطةَ (٦، ٦)، هل هذا الزوجُ المرتَّبُ يُحقِّقُ المعادلةَ التي كتبْتَها في البندِ (١)؟ ماذا تُلاحِظُ في وضعِ النقطةِ بالنسبةِ إلى النقاطِ التي رسمْتَها في البندِ (٣)؟

تعلَّمْ التمثيلُ البيانيُّ للعلاقاتِ بينَ متغيِّرين

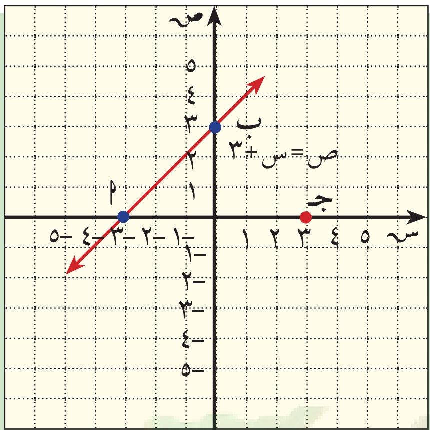
تعلَّمْ أنّ حلولَ المعادلاتِ من الدرجةِ الأولى في متغيِّرين عبارةٌ عن أزواجٍ مرتَّبةٍ. إذا مثَّلْتَ النقاطَ التي تُمثِّلُ هذه الأزواجَ المرتَّبةَ ووجدْتَ أنّ كلَّ النقاطِ تقعُ على خطٍّ مستقيمٍ، تُسمّى المعادلةُ **معادلةً خطّيّةً**.

نحصلُ على معادلاتٍ خطّيّةٍ في عدّةِ مواقفَ حياتيّةٍ مثلًا: في معرضٍ للحيواناتِ الأليفةِ كانَ رسمُ الدخولِ الأساسيُّ قدرُه ٣ دنانيرَ ويُضافُ إليه دينارٌ واحدٌ لكلِّ عرضٍ جديدٍ. إذا حُدِّدَتْ ص الأجرةَ الكلّيّةَ، س عددَ العروضِ الجديدةِ، فإنّ ص = س + ٣ تُوضِّحُ العلاقةَ بينَ س، ص.

الترابطُ والتداخلُ باللغةِ

لاحِظْ أنّ أصلَ كلمةِ خطّيٍّ هو خطٌّ.

مثالٌ (١)



الخطُّ الموضَّحُ في الشكلِ هو التمثيلُ البيانيُّ للمعادلةِ الخطّيّةِ ص = س + ٣. اكتب الأزواجَ المرتّبةَ التي تُمثِّلُ النقاطَ ﺃ، ب التي تقعُ على الخطِّ والنقطةِ جـ التي لا تقعُ على الخطِّ. أيُّ من الأزواجِ المرتّبةِ يكونُ حلًّا للمعادلةِ الخطّيّةِ؟

نختبرُ كلَّ زوجٍ مرتّبٍ بالتعويضِ في المعادلةِ

بالنسبةِ للنقطةِ ﺃ(-٣، ٠)	بالنسبةِ لـ ب(٠، ٣)	بالنسبةِ لـ جـ(٣، ٠)
ص = س + ٣	ص = س + ٣	ص = س + ٣
٠ ≟ -٣ + ٣	٣ ≟ ٠ + ٣	٠ ≟ ٣ + ٣
٠ = ٠	٣ = ٣	٠ ≠ ٦

الأزواجُ المرتَّبةُ للنقطتين ﺃ، ب هي حلٌّ للمعادلةِ الخطّيّةِ، الزوجُ المرتَّبُ للنقطةِ جـ التي لا تقعُ على الخطِّ ليسَتْ حلًّا للمعادلةِ الخطّيّةِ.

حاوِلْ أن تحلَّ

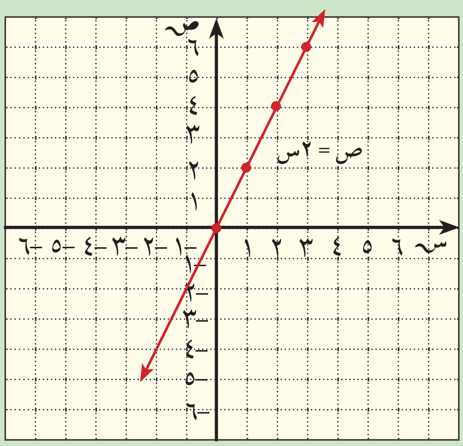
١ استخدِمِ التمثيلَ البيانيَّ السابقَ. اخترْ نقطتين على الخطِّ إلى جانبِ النقطتين ﺃ، ب ووضِّحْ أنّ الأزواجَ المرتّبةَ التي تُمثِّلُهما هي حلٌّ للمعادلةِ ص = س + ٣، ثمّ اخترْ نقطةً لا تقعُ على الخطِّ ووضِّحْ أنّ الزوجَ المرتّبَ لها ليسَ حلًّا.

مثالٌ (٢)

مثِّلِ المعادلةَ ص = ٢س بيانيًّا.

كوِّنْ جدولًا بالقيمِ وعيِّنِ الأزواجَ المرتّبةَ على التمثيلِ البيانيِّ وصِلْ بينَ النقاطِ بخطٍّ مستقيمٍ.

س	٠	١	٢	٣
ص	٠	٢	٤	٦



لاحظْ أنّه عندما تزيدُ قيمُ س بمقدارٍ واحدٍ في كلِّ مرّةٍ، تزيدُ قيمُ ص بمقدارِ ٢. لأيِّ معادلةٍ خطّيّةٍ، كلّما تزيدُ قيمُ س بمقدارٍ ثابتٍ تزيدُ (أو تنقصُ) قيمُ ص أيضًا بمقدارٍ ثابتٍ.

الترابطُ والتداخلُ بالتكنولوجيا

عندما تستخدمُ العددَ نفسَه عدّةَ مرّاتٍ مثلَ -٣، خزِّنْ في ذاكرةِ الآلةِ الحاسبةِ.

حاوِلْ أن تحلَّ

٢ مثِّلِ المعادلةَ الخطّيّةَ ص = -٣س بيانيًّا.

مـا رأيُك؟

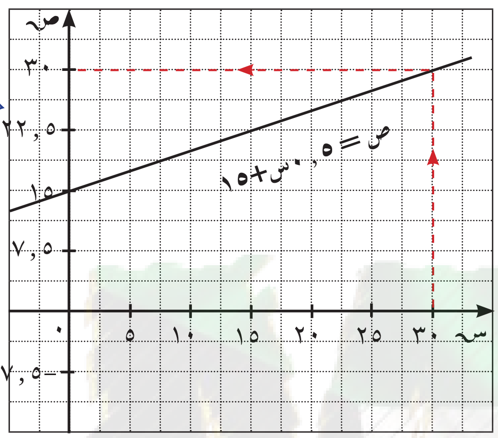
يتقاضى محلٌّ لتأجيرِ السيّارات دفعةً أولى ١٥ دينارًا يُضافُ إليها ٠,٥ دينار تكلفةٌ عن الكيلومترِ الواحدِ. المعادلةُ: ص = ٠,٥٠ س + ١٥ تُمنذِجُ العلاقةَ بينَ ص (التكلفةِ الكلّيّةِ) وس (عددِ الكيلومترات التي يجتازُها المستأجِرُ).
كم تكونُ التكلفةُ الكلّيّةُ إذا اجتازَ أحدُ المستأجرين مسافةَ ٣٠ كيلومترًا؟

خالدٌ يُفكِّرُ ...

أنا سأستخدمُ التمثيلَ البيانيَّ للمعادلةِ:

ص = ٠,٥٠ س + ١٥.

ثمّ سأوجِدُ قيمةَ ص عندما س = ٣٠.



يُبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ أنّه عندَ س = ٣٠،
تكونُ ص = ٣٠
أي أنّ التكلفةَ هي ٣٠ دينارًا .

عمرُ يُفكِّرُ ...

أنا سوف أعوِّضُ عن س بـ ٣٠ في المعادلةِ:

ص = ٠,٥٠ س + ١٥، ثمّ أُوجِدُ قيمةَ ص.

ص = ٠,٥٠ س + ١٥

ص = ٠,٥٠ (٣٠) + ١٥

ص = ١٥ + ١٥ = ٣٠ أي أنّ التكلفةَ هي ٣٠ دينارًا.

إذا استخدمْتَ الآلةَ الحاسبةَ البيانيّةَ لتمثيلِ المعادلةِ الخطّيّةِ يُمكنُك أن تضغطَ على **trace** لإيجادِ أزواجٍ مرتّبةٍ ونقطٍ بواسطةِ مفاتيحِ السهمِ اليمينِ واليسارِ.

ما رأيُك؟

باعتقادِك، أيُّ الطريقتين أسرعُ؟ فسِّرْ.

تحقَّقْ من فهمِك

١ ماذا تعني كلمةُ خطّيٍّ؟

٢ إذا كانَ الزوجُ المرتَّبُ لنقطةٍ يُحقِّقُ معادلةً خطّيّةً، ماذا تعرفُ عن وضعِ النقطةِ؟

٣ كيف تُمثِّلُ المعادلةَ ص = س + ٥ بيانيًّا؟

المرشدُ لحلِّ المسائلِ (٤-٣)

حلُّ المسائلِ
افهمْ
خطِّطْ
حُلَّ
تحقَّقْ

لدى عمرَ بطاقةُ خصمٍ بـ ٢ دينارٍ على سعرِ أيِّ منتجٍ. وقرَّرَ أن يشتريَ طعامًا لقطّتِه من النوعِ الذي يُباعُ الكيلو منه بـ ٠,٥٠٠ دينارٍ. استخدِمْ س لعددِ الكيلوجراماتِ التي سوف يشتريها من طعامِ القططِ. مثِّلْ بيانيًّا الثمنَ الذي سيدفعُه. أيُّ جزءٍ من التمثيلِ البيانيِّ ليس له معنًى في هذا الموقفِ؟ (على أن تكونَ المشترياتُ بقيمةٍ أكبرَ من ٢ دينارٍ)

افهمْ

١ حوِّطْ قيمةَ بطاقةِ الخصمِ. هل سيُضافُ أم سيُطرَحُ من السعرِ؟ ....

....

خطِّطْ

٢ افرِضْ أنّ س تُمثِّلُ عددَ الكيلوجراماتِ من طعامِ القططِ، اكتبْ تعبيرًا يُوضِّحُ أنّ التكلفةَ هي ٠,٥٠٠ دينارٍ لكلِّ كيلوجرامٍ.

....

٣ اكتبْ تعبيرًا لتكلفةِ طعامِ القططِ إذا استخدمْتَ بطاقةَ الخصمِ.

....

٤ كوِّنْ جدولَ قيمٍ للمعادلةِ ص = ٠,٥٠٠ س − ٢.

حُلَّ

٥ على ورقةِ رسمٍ بيانيٍّ، مثِّلِ الأزواجَ المرتَّبةَ الموضَّحةَ في الجدولِ وصِلِ النقاطَ بخطٍّ مستقيمٍ.

٦ أيُّ جزءٍ من التمثيلِ البيانيِّ ليس له معنًى في هذا الموقفِ؟

....

تحقَّقْ

٧ ماذا تعني عبارةُ «التكلفةُ سالبةٌ»؟ هل هذا منطقيٌّ؟ ....

....

حُلَّ مسألةً أخرى

٨ لدى بدريّةَ بطاقةُ خصمٍ قيمتُها ٣ دنانيرَ، وقرّرَتْ أن تشتريَ طعامًا لقطّتِها، يُباعُ الكيلوجرامُ منه بـ ٠,٧٥٠ دينارٍ. استخدِمْ س لعددِ الكيلوجراماتِ من طعامِ القطّةِ التي ستشتريها بدريّةُ.
مثِّلْ على ورقةِ الرسمِ السابقِ الثمنَ الذي ستدفعُه. أيُّ جزءٍ من التمثيلِ البيانيِّ ليس له معنًى في هذا الموقفِ؟

....

KuwaitMath.com

حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

١ **التفكيرُ الناقدُ:** ينطلقُ صوتُ صرصارِ الليلِ (ن) مرّاتٍ في الدقيقةِ تبعًا لدرجةِ الحرارةِ (ف) المئويّةِ. ينطلقُ صوتُه ١٢٤ مرّةً في الدقيقةِ الواحدةِ عندما تكونُ الحرارةُ ٢٠° مئويّةً، ١٧٢ مرّةً في الدقيقةِ عندما تبلغُ الحرارةُ ٢٨° مئويّةً. افرضْ أنّ العلاقةَ خطّيّةٌ.

(أ) اصنعْ تمثيلًا بيانيًّا لإيجادِ درجةِ الحرارةِ عندما ينطلقُ صوتُ الصرصارِ ١٣٦ مرّةً، ١٤٨ مرّةً، ١٦٠ مرّةً.

....

(ملحوظةٌ: تذكَّرْ أنّ في العلاقةِ الخطّيّةِ للتغيّراتِ المتساويةِ، ما يحدثُ لأيٍّ من المتغيِّرين يحدثُ للمتغيِّرِ الآخرِ).

(ب) لأيِّ قيمٍ تعتقدُ أنّ هذه العلاقةَ الخطّيّةَ تتحقّقُ؟ ولماذا؟

....

....

٢ يتقاضى محلٌّ لتأجيرِ الأقراصِ المدمجةِ دفعةً أولى ٣ دنانيرَ، يضافُ إليها ٠,٧٥٠ دينارٍ تكلفةُ تأجيرِ كلِّ قرصٍ. تنمذجُ المعادلةُ: ص = ٠,٧٥٠س + ٣ التكلفةَ الإجماليّةَ (ص) لاستئجارِ (س) قرصٍ مدمجٍ.

أوجدْ تكلفةَ استئجارِ ٤٠ قرصًا.

....

....

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ

- ابحثْ عن النمطِ.
- نظِّمْ قائمةً.
- كوِّنْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

KuwaitMath.com

الوَحدةُ
الرابعةُ (ب)

المعادلاتُ الخطّيّةُ
Linear Equations

استعِدَّ لسباقِ الدرّاجاتِ

إن شعرْتَ باندفاعِ الرياحِ، بجهدِ العضلاتِ، بالإيقاعِ المتّصلِ بدقّاتِ قلبِك، بسرعةِ الطريقِ تحتَك، فأنت حتمًا تركبُ درّاجتَك.

كلَّ سنةٍ، ملايينُ البشرِ يسيرون في الطرقِ على درّاجاتٍ سواءٌ أكانوا مع عائلاتِهم أم أعضاءً من نادي رحلاتِ الدرّاجاتِ. إنّهم يتبعون هدفًا واحدًا، ممارسةَ الرياضةِ والاستمتاعَ بجمالِ الطبيعةِ.

هل تتذكّرُ المرّةَ الأولى التي حاولْتَ فيها أن تركبَ درّاجةً؟ ربّما تكونُ قد استخدمْتَ إطاراتِ التدريبِ أو شخصٌ ما جرى بجانبِك ممسِكًا بك.

الدرّاجةُ التي تعلّمْتَ عليها ربّما تكونُ ذاتَ سرعةٍ واحدةٍ، صُمِّمَتْ لتُستخدَمَ مبدئيًّا على أسطحٍ ملساءَ. الدرّاجاتُ الأخرى لها سرعاتٌ عديدةٌ تصلُ إلى الـ ٢١ ممّا يسمحُ لراكبِ هذه الدرّاجاتِ أن يجتازَ الانحداراتِ بسهولةٍ وبسرعةِ البرقِ.

١ صِفْ تجربتَك الأولى في ركوبِ درّاجةٍ.
٢ فكِّرْ في أنّ التلالَ هي المنحنياتُ. لماذا يكونُ ركوبُ درّاجةٍ هوائيّةٍ على التلالِ أصعبَ من ركوبِها على سطحٍ أملسَ؟
٣ كيف تجعلُ آلةُ النقلِ ذاتيّةُ الحركةِ تسلّقَ التلالِ أسهلَ؟

٤-٤

فهمُ الميلِ

Understanding Slope

سوف تتعلّمُ

■ كيفيّةَ إيجادِ ميلِ الخطِّ المستقيمِ.

من الاستخداماتِ

■ عندَ بناءِ القرى الجديدةِ، يدرسُ المخطّطون الأرضَ، ويحسبون ميلَها لاتّخاذِ القراراتِ المناسبةِ التي تتعلّقُ بجريانِ ماءِ الأمطارِ فوقَ سطحِ الأرضِ.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

◄ الميلُ Slope

◄ ارتفاعٌ رأسيٌّ Rise

◄ امتدادٌ أفقيٌّ Run

◄ ميلٌ موجَبٌ Positive Slope

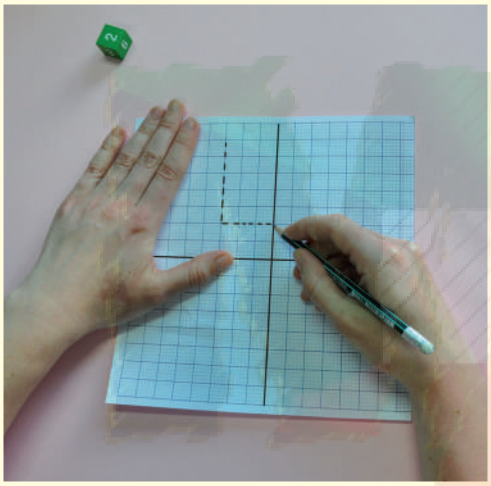
◄ ميلٌ سالبٌ Negative Slope

◄ صلةُ الدرسِ تعلّمْتَ التمثيلَ البيانيَّ لمعادلاتٍ من الدرجةِ الأولى في متغيّرين، وهي عبارةٌ عن خطوطٍ مستقيمةٍ، والآن سوف تتعلّمُ طرقًا يستخدمُها الرياضيّون لوصفِ هذه الخطوطِ. ►

استكشِفْ | الميلُ

الارتفاعاتُ والانخفاضاتُ في التمثيلِ البيانيِّ

الأدواتُ المستخدَمةُ: ورقةُ رسمٍ بيانيٍّ، حجرُ نردٍ، قطعةُ نقودٍ معدنيّةٍ



١ على ورقةِ رسمٍ بيانيٍّ كبيرةٍ، ارسمْ محوري الإحداثيّاتِ بوضعِ نقطةِ الأصلِ في منتصفِ الصفحةِ وسَمِّ كلًّا من المحورِ السينيِّ والصاديِّ.

٢ ارمِ قطعةَ النقودِ وتحرَّكْ جهةَ اليمينِ إذا ظهرَتِ (الصورةُ)، وتحرَّكْ جهةَ اليسارِ إذا ظهرَتِ (الكتابةُ). ارمِ حجرَ النردِ المرقَّمَ لتُحدِّدَ عددَ الوَحداتِ التي يجبُ أن تتحرّكَها، مثالٌ: تحرَّكْ ٥ وَحداتٍ إلى اليمينِ.

٣ ارمِ قطعةَ النقودِ مرّةً أخرى لترى إذا كانَ يجبُ أن تتحرّكَ لأعلى إذا ظهرَتِ (الصورةُ) أو لأسفلَ إذا ظهرَتِ (الكتابةُ). ارمِ حجرَ النردِ مرّةً أخرى لتُعيِّنَ عددَ الوَحداتِ التي يجبُ أن تتحرّكَها مثلًا لأعلى.

٤ استخدِمِ النتائجَ في الخطوتين ٢، ٣. ابدأْ من نقطةِ الأصلِ وضَعْ نقطةً.

٥ انطلِقْ من النقطةِ التي وضعْتَها وتحرَّكْ عددَ الوَحداتِ نفسَه يمينًا أو يسارًا كالسابقِ ثمّ تحرَّكْ لأعلى أو لأسفلَ كما سبقَ وفعلْتَ ثمّ ضَعْ نقطةً ثانيةً.

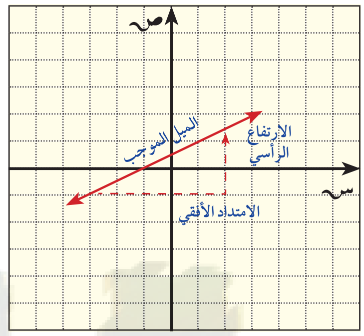
٦ تحرَّكْ ثمّ ضَعْ عددًا من النقاطِ. ما الشكلُ الهندسيُّ المكوَّنُ بهذه النقاطِ؟ ارسمْه.

٧ قارنِ النتائجَ التي حصلْتَ عليها بنتائجِ زملائِكَ في غرفةِ الفصلِ.

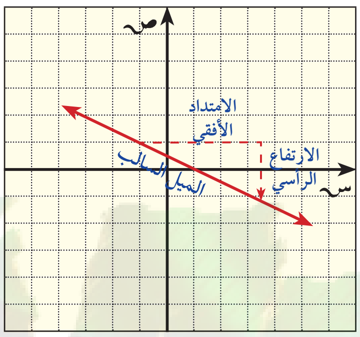
يستخدمُ المبتدئُ في التزحلقِ على الجليدِ ميولَ انحدارٍ غيرِ مماثلةٍ للّتي يستخدمُها الأكثرُ خبرةً في التزحلقِ. بعضُ الخطوطِ في مستوي الإحداثيّاتِ يُمكِنُ أيضًا اعتبارُها «مائلةً أكثرَ» من الأخرى.

يستخدمُ الرياضيّون مصطلحَ **الميل** ليصفوا انحدارَ الخطِّ. هذا يربطُ التغيّرَ الرأسيَّ بالتغيّرِ الأفقيِّ. ويُسمّيان غالبًا **الارتفاعَ الرأسيَّ** the rise و**الامتدادَ الأفقيَّ** the run.

عندَ انحرافِ خطٍّ لأعلى من اليسارِ إلى اليمينِ يُقالُ إنّ له **ميلًا موجَبًا**، وعندَ انحرافِه لأسفلَ من اليسارِ إلى اليمينِ يكونُ له **ميلٌ سالبٌ**.

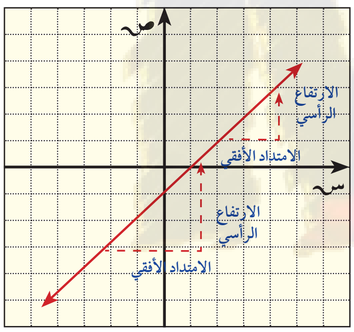


$$\text{الميلُ} = \frac{\text{الارتفاعَ الرأسيَّ}}{\text{الامتدادِ الأفقيِّ}}$$



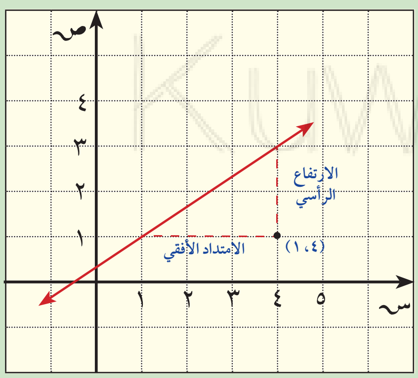
$$\text{الميلُ} = \frac{\text{الارتفاعَ الرأسيَّ}}{\text{الامتدادِ الأفقيِّ}}$$

لأيِّ نقطتين مختلِفتين على خطٍّ مستقيمٍ، يكونُ ناتجُ قسمةِ الارتفاعِ الرأسيِّ على الامتدادِ الأفقيِّ دائمًا نفسَه.



مثالٌ (١)

أوجد ميل المستقيم في الشكل المقابل.



الحلُّ:

$$\text{قانون الميلُ} = \frac{\text{الارتفاعَ الرأسيَّ}}{\text{الامتدادِ الأفقيِّ}}$$

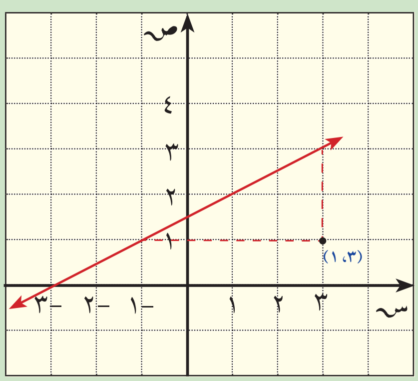
نلاحظ أن الارتفاع الرأسي عند النقطة (٤، ١) هو ٢

والامتداد الأفقي هو ٣ ومنه يكون الميل $= \frac{٢}{٣}$.

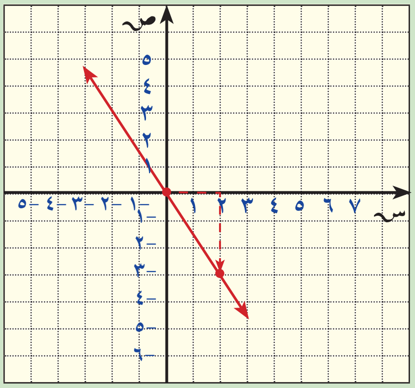
KuwaitMath.com

حاوِلْ أن تحلَّ

١ استخدم قانون الميلَ لإيجاد ميل المستقيم في الشكل المقابل



مثالٌ (٢)



ارسمْ خطًّا مستقيمًا يمرُّ بنقطةِ الأصلِ وميلُه $\frac{-٣}{٢}$.

ابدأْ عندَ النقطةِ (٠ ، ٠)، تحرَّكْ وحدتين يمينًا وثلاثَ وَحداتٍ إلى الأسفلِ، الميلُ سالبٌ.

الميلُ هو $\frac{-٣}{٢} = -\frac{٣}{٢}$

حاوِلْ أن تحلَّ

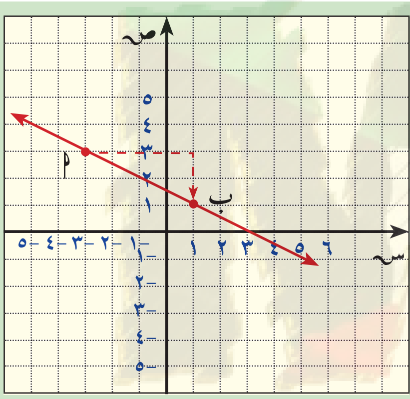
٢ (أ) ارسمْ خطًّا مستقيمًا يمرُّ بنقطةِ الأصلِ وميلُه $\frac{٢}{٣}$.

(ب) ارسمْ خطًّا مستقيمًا يمرُّ بالنقطةِ (١ ، ٢) وميلُه −١ .

يُعطى ميلُ الخطِّ المستقيمِ بالقانونِ:

الميلُ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ حيث إنّ $(س_١، ص_١)$، $(س_٢، ص_٢)$ هما نقطتان مختلِفتان على الخطِّ المستقيمِ بشرطِ $س_١ \neq س_٢$.

مثالٌ (٣)



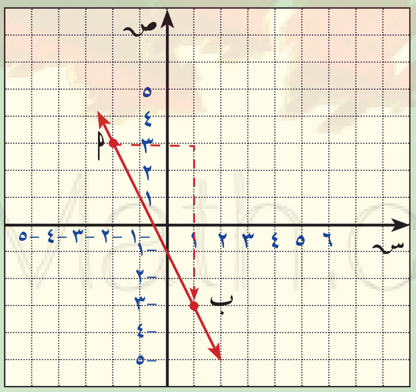
أوجِدْ ميلَ الخطِّ المستقيمِ ($\overleftrightarrow{مب}$) في الشكلِ المقابِلِ باستخدامِ القانونِ.

الحلُّ: من النقطةِ م(−٣، ٣) والنقطةِ ب (١ ، ١)

ميلُ $\overleftrightarrow{مب} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{١ - ٣}{١ - (-٣)} = \frac{-٢}{٤} = -\frac{١}{٢}$

حاوِلْ أن تحلَّ

٣ أوجِدْ ميلَ $\overleftrightarrow{مب}$ في الشكلِ أدناه.



٤ أوجِدْ ميلَ $\overleftrightarrow{من}$ حيث م(١، ٢)، ن(٠ ، ٣)

٥ أوجِدْ ميلَ $\overleftrightarrow{لع}$ حيث ل(−١ ، ٢)، ع(٥، ٢). ماذا تُلاحِظُ؟

فميلُ الخطِّ المستقيمِ الأفقيِّ يُساوي صفرًا، لأنّ الارتفاعَ الرأسيَّ في هذه الحالةِ يُساوي صفرًا، بينما الخطُّ المستقيمُ الرأسيُّ ليس له ميلٌ. مثالٌ على ذلك: المستقيمُ المارُّ بالنقطتين (١ ، ٠)، (١، −٢) هو مستقيمٌ رأسيٌّ ليس له ميلٌ.

تحقَّقْ من فهمِك

١ هل للخطِّ المستقيمِ أكثرُ من ميلٍ؟ فسِّرْ.

٢ كيف تُحدِّدُ ما إذا كانَ خطٌّ مستقيمٌ له ميلٌ موجَبٌ أو سالبٌ؟

٣ كيف تُقارِنُ الميلَ $\frac{٢}{٣}$ بالميلِ $\frac{٤}{٦}$؟ لماذا؟

المرشِدُ لحلِّ المسائلِ (٤-٤)

رسمَ أحمدُ على شبكةِ الإحداثيّاتِ مواقعَ بعضِ الأماكنِ. فوقعَ منزلُه على النقطةِ (١، ١) ووقعَتْ مدرستُه على النقطةِ (٦، ٢). أوجِدْ ميلَ الخطِّ المستقيمِ الواصلِ بينَ منزلِه ومدرستِه.

افهمْ

١ أوجِدِ الفرقَ بينَ الإحداثيّين الصاديّين. ....

٢ أوجِدِ الفرقَ بينَ الإحداثيّين السينيّين. ....

٣ كيف ستكتبُ الميلَ؟ ....

خطِّطْ

٤ اخترِ القانونَ الصحيحَ: الميلُ = ...

(أ) $\frac{س_٢ - س_١}{ص_٢ - ص_١}$ (ب) $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ (جـ) $\frac{ص_٢ - س_٢}{ص_١ - س_١}$

٥ هل للميلِ وَحدةُ قياسٍ؟ ....

حُلَّ

٦ أوجِدِ الميلَ. ....

....

تحقَّقْ

٧ اذكرْ كيف يُمكِنُك إيجادُ الميلِ بطريقةٍ أخرى؟ ....

....

حُلَّ مسألةً أخرى

٨ أوجِدْ ميلَ الخطِّ المستقيمِ الذي يمرُّ بالنقطتين أ(٢، ٣)، ب(٥، ٢). ....

....

KuwaitMath.com

حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

١ **التفكيرُ الناقدُ**: غالبًا ما تُصمَّمُ الساحاتُ، وطرقُ السيّاراتِ، والشوارعُ بحيث يكونُ ميلُها حوالى $\frac{١}{٨٤}$ في اتّجاهِ الأطرافِ. لماذا تُصمَّمُ بهذه الطريقةِ؟

....

....

٢ (أ) أوجِدِ المعلومةَ الناقصةَ لكلِّ منحدرِ تزلّجٍ.

مكانُ التزلّجِ	الارتفاعُ الرأسيُّ	الامتدادُ الأفقيُّ	ميلٌ
المنطقةُ الحمراءُ	١٨٠٠	٧٢٠٠	
المنطقةُ الصفراءُ	١٨٤٠	٣٦٨٠	
المنطقةُ الزرقاءُ	١٩٠٠	٤٧٥٠	
المنطقةُ الخضراءُ	٧٥٠	٣٠٠٠	

(ب) **التواصل**: أي من أماكن التزلج السابقة تنصح بها المتزلجين المحترفين؟ فسر إجابتك

٣ **التفكيرُ الناقدُ**: يستخدم المهندسون المعماريون السلالم الدائرية أو السلالم المتعرجة في المباني. ما ميزة البناء بهذه الطريقة؟

....

....

....

٤ **التفكيرُ الناقدُ**: هل الخطُّ الذي يمرُّ بالنقطتين (٢، ٤) و(٤، ٥) أكثرُ انحدارًا من الخطِّ الذي يمرُّ بالنقطتين (١، ٤)، (٤، ٥)؟

....

....

....

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ

- ابحثْ عن النمطِ.
- نظِّمْ قائمةً.
- كوِّنْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدِمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

انتبِه

لكي يتزلّجَ المحترفون، يجبُ أن تكونَ القيمةُ المطلقةُ لميلِ الانحدارِ أكبرَ من ٠,٢٥ وأصغرَ من ٠,٥ كي لا يحدثَ انهيارٌ.

كلّما ازدادَتِ القيمةُ المطلَقةُ لميلِ المنحدرِ، ازدادَتْ سرعةُ المتزلِّجِ.

KuwaitMath.com

٤-٥

أنماطٌ في معادلاتٍ خطّيّةٍ ورسومٍ بيانيّةٍ

Patterns in Linear Equations and Graphs

◄ صلةُ الدرسِ تعلّمْتَ كيف توجِدُ الميلَ للخطِّ المستقيمِ بالنظرِ إلى الرسمِ البيانيِّ الذي يُمثِّلُه. يُمكِنُكَ أيضًا أن توجِدَ الميلَ للخطِّ المستقيمِ بالنظرِ إلى معادلتِه. ►

استكشِفْ أنماطٌ في معادلاتٍ خطّيّةٍ ورسومٍ بيانيّةٍ

الرسمُ البيانيُّ لتكلفةِ استئجارِ سيّارةٍ.

تُقدِّمُ شركاتُ إيجارِ السيّاراتِ في إحدى الدولِ العروضَ التاليةَ:

الشركةُ (أ): ٦ دينار كويتي كدفعةٍ أولى ثمّ ٢ , ٠ دينار كويتي عن كلِّ كيلومترٍ.

الشركةُ (ب): ٤ دينار كويتي كدفعةٍ أولى ثمّ ٦ , ٠ دينار كويتي عن كلِّ كيلومترٍ.

١ مثِّل بيانيًّا ص = ٢ , ٠ س + ٦، ص = ٦ , ٠ س + ٤

٢ ماذا تُلاحِظُ بالنسبةِ إلى ميلِ كلِّ مستقيمٍ؟ هل يوجَدُ تقاطعٌ بين هذين المستقيمين؟

٣ مثِّل بيانيًّا: ص = س + ٣، ص = س − ٢، ص = س + ١

٤ هل ترى أيَّ علاقةٍ بينَ معاملِ س والميلِ لكلِّ مستقيمٍ؟

سوف تتعلّمُ

- كيفيّةَ رسمِ معادلةٍ بيانيًّا ثمّ إيجادِ الميلِ والأجزاءِ المقطوعةِ من محوري السيناتِ والصاداتِ.

من الاستخداماتِ

- الأنظمةُ المستخدَمةُ من قبل مراقبي النقلِ الجوّيِّ تُغلِقُ الطائراتِ بواسطةِ دعامات تنشأُ من معادلاتٍ خطّيّةٍ لذلك تستطيعُ الطائراتُ الهبوطَ على الأرضِ بأمانٍ.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

◄ جزءٌ مقطوعٌ من محورِ السيناتِ X-Intercept

◄ جزءٌ مقطوعٌ من محورِ الصاداتِ Y-Intercept

◄ خطوطٌ مستقيمةٌ متوازيةٌ Parallel Lines

تعلَّمْ أنماطٌ في معادلاتٍ خطّيّةٍ ورسومٍ بيانيّةٍ

أنت تعرفُ أنّه يُمكِنُك إيجادُ ميلِ الخطِّ المستقيم من خلالِ رؤيةِ الرسمِ البيانيِّ. يُمكِنُك أيضًا تعيينُ الجزءِ المقطوعِ من **محورِ السيناتِ** والجزءِ المقطوعِ من **محورِ الصاداتِ** من خلالِ رؤيةِ الرسمِ. سنعتبرُ الجزءَ المقطوعَ من محورِ السيناتِ هو **الإحداثيَّ السينيَّ** لنقطةِ تقاطعِ الخطِّ مع محورِ السيناتِ، والجزءَ المقطوعَ من محورِ الصاداتِ هو **الإحداثيَّ الصاديَّ** لنقطةِ تقاطعِ الخطِّ مع محورِ الصاداتِ.

غالبًا ما يكونُ للميلِ والجزءِ المقطوعِ من محورِ الصاداتِ معانٍ في المسائلِ الحياتيّةِ.

تذكَّرْ

لتُكوِّنَ جدولًا للأزواجِ المرتَّبةِ نُعوِّضُ بالقيمِ المختلِفةِ لـ س في المعادلةِ ونحلُّ لإيجادِ قيمِ ص المناظِرةِ.

أمثلةٌ

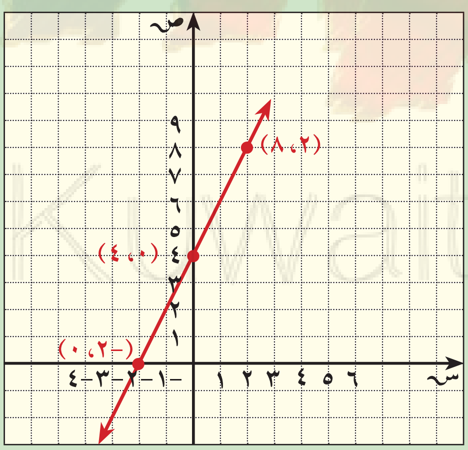
١ لاعبُ الهوكي يحصلُ على دقيقتين في منطقةِ ضربةِ الجزاءِ لكلِّ ضربةِ جزاءٍ صغيرةٍ وهو أساسًا لديه ٤ دقائقَ في ضرباتِ الجزاءِ الصغيرةِ.

ارسمِ المستقيمَ: ص = ٢س + ٤، أوجِدِ الميلَ، والجزءَ المقطوعَ من محورِ الصاداتِ.

حيثَ ص يُمثّلُ عددَ الدقائقِ الكلّيّةِ وس يُمثّلُ عددَ ضرباتِ الجزاءِ الصغيرةِ.

كوِّنْ جدولًا للأزواجِ المرتَّبةِ بتعيينِ قيمٍ لـ س، ثمّ إيجادِ القيمِ المناظِرةِ لـ ص. عيِّنِ النقاطَ وصِلْ بينَها بخطٍّ مستقيمٍ. يُمكِنُك اختيارُ أيِّ قيمٍ لـ س ولتكنْ −٢، ٠، ٢.

س	−٢	٠	٢
ص	٠	٤	٨



نختارُ أيَّ نقطتين (−٢، ٠)، (٠، ٤)

$$\text{الميلُ} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

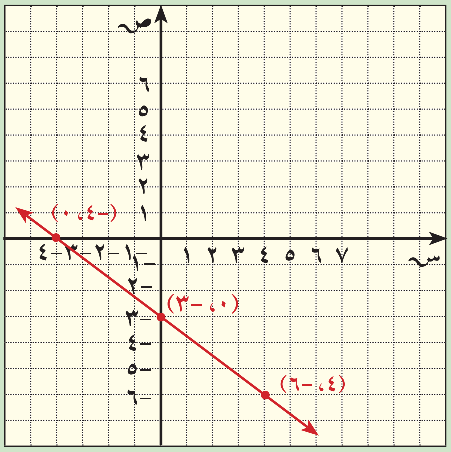
$$= \frac{٤ - ٠}{٠ - (-٢)} = \frac{٤}{٢} = ٢$$

الخطُّ يمرُّ بمحورِ الصاداتِ عندَ ٤، الجزءُ المقطوعُ من محورِ الصاداتِ هو ٤.

الميلُ يُكافِئُ الدقيقتين اللتين يحصلُ عليهما لكلِّ ضربةِ جزاءٍ صغيرةٍ إضافيّةٍ.

KuwaitMath.com

٢ ارسم المستقيمَ: ص = $\frac{-٣}{٤}$ س − ٣، ثمّ أوجِدِ الميلَ، والجزءَ المقطوعَ من محورِ السيناتِ والجزءَ المقطوعَ من محورِ الصاداتِ.



كوِّنْ جدولًا للأزواجِ المرتَّبةِ مستخدمًا −٤، ٠، ٤ قيمًا لـ س. حدِّدِ النقاطَ وصِلْ بينَها بخطٍّ مستقيمٍ.

س	−٤	٠	٤
ص	٠	−٣	−٦

نختارُ على المستقيمِ أيَّ نقطتين ولتكنْ (−٤، ٠)، (٠، −٣)

الميلُ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{-٣ - ٠}{٠ - (-٤)} = \frac{-٣}{٤}$

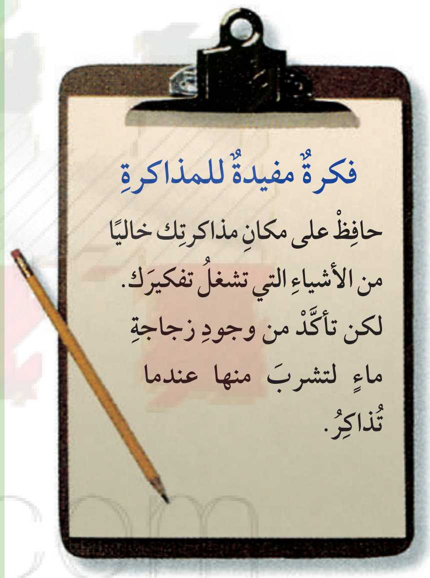
الخطُّ يمرُّ بمحورِ السيناتِ عندَ (−٤) وبمحورِ الصاداتِ عند (−٣)، لذلك الجزءُ المقطوعُ من محورِ السيناتِ هو (−٤) والجزءُ المقطوعُ من محورِ الصاداتِ هو (−٣).

حاوِلْ أن تحلَّ

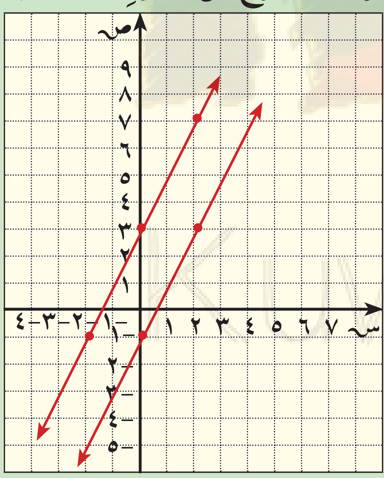
١ ارسمْ كلًّا من المستقيمِ الذي معادلتُه:

(أ) ص = ٣س − ٦ (ب) ص = $-\frac{١}{٢}$ س + ٤

أوجِدِ الميلَ، والجزءَ المقطوعَ من محورِ السيناتِ، والجزءَ المقطوعَ من محورِ الصاداتِ.



٣ ارسمِ المستقيمين: ص = ٢س − ١، ص = ٢س + ٣ بيانيًّا على مستوي الإحداثيّاتِ نفسِه، ثمّ أوجدِ الميلَ لكلِّ خطٍّ مستقيمٍ.



كوِّنْ جدولًا للأزواجِ المرتَّبةِ لكلِّ معادلةٍ. حدِّدِ النقاطَ على المستوي وصِلْ بينَها.

للمعادلةِ ص = ٢س − ١

س	−٢	٠	٢
ص	−٥	−١	٣

الميلُ = $\frac{٣ - (-٥)}{٢ - (-٢)} = \frac{٨}{٤} = ٢$

للمعادلةِ ص = ٢س + ٣

س	−٢	٠	٢
ص	−١	٣	٧

الميلُ = $\frac{٧ - ٣}{٢ - ٠} = \frac{٤}{٢} = ٢$

لذلك، الميلُ في كلِّ حالةٍ هو ٢.

لاحِظْ أنّ الخطّين لا يُمكِنُ أن يتقاطعا في نقطةٍ مهما امتدّا. مثلُ هذه الخطوطِ تُسمّى خطوطًا متوازيةً. الخطوطُ التي لها الميلُ نفسُه متوازيةٌ.

تحقَّقْ من فهمِك

١ لتمثيلِ المعادلةِ الخطّيّةِ بيانيًّا، كم نقطةً تحتاجُ إليها لتصلَ بينَها وترسمَ الخطَّ؟ لماذا تكونُ فكرةً جيّدةً أن تُضيفَ نقطةً أخرى؟

٢ عندما ترسمُ معادلةً مثلَ ص = $\frac{١}{٤}$س − ٢ بيانيًّا، هل يُمكِنُك تحديدُ أيِّ قيمٍ لـ س؟ هل هناك بعضُ القيمِ يسهلُ استخدامُها أكثرَ من استخدامِ قيمٍ أخرى؟ فسِّرْ.

حلُّ المسائلِ
افهمْ
خطِّطْ
حُلَّ
تحقَّقْ

لدى فاتنَ بطاقةُ عضويّةٍ في نادٍ للسباحةِ، قيمةُ اشتراكِها السنويِّ ٢٠ دينارًا، ويُمكِنُ للأعضاءِ السباحةُ أيَّ عددٍ من المرّاتِ مقابلَ ٢ دينارٍ لكلِّ مرّةٍ. أوجِدْ رسمًا بيانيًّا لتوضيحِ إجماليِّ التكلفةِ للأعدادِ المتغيِّرةِ من عددِ مرّاتِ السباحةِ. وضِّحْ كيف تحصلُ على التكلفةِ بالضبطِ من خلالِ الرسمِ البيانيِّ.

افهمْ

١ ما قيمةُ الاشتراكِ السنويِّ؟

....

٢ كم تتكلّفُ فاتنُ لكلِّ مرّةِ سباحةٍ؟

....

خطِّطْ

٣ اكتبْ معادلةً. افرِضْ أنّ س = عددَ مرّاتِ السباحةِ لفاتنَ، ص = إجماليَّ التكلفةِ.

....

٤ كوِّنْ جدولًا للأزواجِ المرتَّبةِ لـ س، ص.

....

....

....

حُلَّ

٥ ضَعِ النقاطَ على ورقةِ الرسمِ البيانيِّ.

٦ وضِّحْ كيف توجدُ التكلفةَ بالضبطِ من خلالِ الرسمِ البيانيِّ.

....

....

تحقَّقْ

٧ ما الجزءُ من الرسمِ البيانيِّ الذي ليس له معنًى في هذا الموقفِ؟

....

حُلَّ مسألةً أخرى

٨ يدفعُ فهدٌ كلَّ عامٍ مبلغَ ٣٥ دينارًا لعضويّةِ حديقةِ الحيوانِ، ويدفعُ ٣ دنانيرَ فقط لكلِّ زيارةٍ للحديقةِ نظيرَ ركنِ السيّارةِ بالموقفِ، ارسمْ على ورقةِ الرسمِ البيانيِّ السابقِ الخطَّ الذي يُمثِّلُ التكلفةَ الكلّيّةَ لعددِ الزياراتِ المتغيِّرةِ للحديقةِ.

KuwaitMath.com

حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

١ التفكيرُ الناقدُ: (أ) هل توجَدُ طريقةٌ لتعيينِ الميلِ والجزءِ المقطوعِ من محورِ الصاداتِ للمعادلتين ص = ٢س − ٣، ص = −٣س + ١ بمجرَّدِ النظرِ إلى المعادلتين؟

....

....

(ب) خطٌّ مستقيمٌ معادلتُه ص = $\frac{٢}{٣}$ س + ٦. أوجِدْ ميلَه وطولَ الجزءِ المقطوعِ من محورِ الصاداتِ من دونِ رسمِه بيانيًّا.

....

....

(ج) **التواصلُ:** وضِّحْ كيف يُمكِنُك تغييرُ المعادلةِ ص = ٢س − ٣ بحيث يكونُ الخطُّ المستقيمُ الذي يُمثِّلُها له ميلٌ أكبرُ، وطولُ الجزءِ الذي يقطعُه من محورِ الصاداتِ يكونُ أصغرَ. ....

....

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ

- ابحثْ عن النمطِ.
- نظِّمْ قائمةً.
- كوِّنْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدِمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

٢ اخترْ إستراتيجيّةً: ارتفاعُ فريقٍ متسلِّقٍ لجبلٍ يُعطى بالصيغةِ ع = ١٣٧ن + ٥٥٠. حيث ن هو عددُ الساعاتِ بعدَ بدايةِ تسلّقِه، ع هو مقدارُ الارتفاعِ عن مستوى سطحِ البحرِ بالمترِ. كم كانَ ارتفاعُه عندَ بدايةِ تسلّقِه؟ كم مترًا يتسلّقُ كلَّ ساعةٍ؟

....

....

٣ التفكيرُ الناقدُ: يُريدُ أمينٌ العملَ خلالَ إجازتِه في متجرٍ لأدواتِ التزلّجِ على الجليدِ، فوجدَ أمامَه فرصتين: إمّا القيامُ بطلاءِ ٥ أزواجٍ من الزلّاجاتِ مقابلَ ١٢ دينارًا (ص = $\frac{١٢}{٥}$س) أو طلاءِ ٧ ألواحٍ مقابلَ ١٨ دينارًا (ص = $\frac{١٨}{٧}$س)، فأيَّ العملين يختارُ ليربحَ نقودًا أكثرَ؟ فسِّرْ إجابتَك. ....

....

٤ المجلّةُ: وضِّحْ كيف يُمكِنُك تحديدُ ميلِ الخطِّ من خلالِ التدقيقِ في الرسمِ البيانيِّ الذي يُمثِّلُه، ومن خلالِ التدقيقِ في المعادلةِ التي تُمثِّلُه؟ ....

....

....

٤-٦ الخطوطُ المتوازيةُ والعلاقةُ بينَ ميلِها

Parallel Lines and their Slopes

سوف تتعلّمُ

- كيفيّةَ إيجادِ العلاقةِ بينَ الخطوطِ المتوازيةِ وميلِهم.

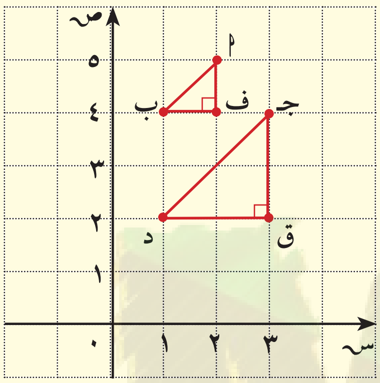
من الاستخداماتِ

- تُستخدَمُ هذه العلاقةُ في الانحداراتِ.

◄ **صلةُ الدرسِ** في الدرسِ السابقِ تعرّفْتَ الميلَ، أمّا الآنَ فسوف تستخدمُ هذا الميلَ لتوضيحِ علاقتِه بالخطوطِ المتوازيةِ.►

استكشفْ — الخطوطُ المتوازيةُ والميلُ

ليكنْ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$، $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ خطّين متوازيين.



١ مستخدِمًا الرسمَ المقابلَ،
أوجِدْ إحداثيّاتِ النقاطِ ا، ب، جـ، د.

٢ أوجِدْ ميلَ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$.

٣ أوجِدْ ميلَ $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$.

٤ ماذا تستنتجُ بالنسبةِ إلى ميلِ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ وميلِ $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$؟

تعلَّمْ — الخطوطُ المتوازيةُ والعلاقةُ بينَ ميلِها

الخطوطُ المتوازيةُ هي خطوطٌ مستقيمةٌ موجودةٌ في مستوٍ واحدٍ ولا تتقاطعُ.

يُمكنُ تمييزُ الخطوطِ المستقيمةِ المتوازيةِ في المستوي الإحداثيِّ بإيجادِ الميلِ.

إذا كانَ لخطّين مستقيمين الميلُ نفسُه فإنّهما متوازيان.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

◄ الجزءُ المقطوعُ من محورِ الصاداتِ Y-Intercept

مثالٌ (١)

يُمكنُك استخدامُ توازي خطّين لإيجادِ الميلِ.

لتكنْ ا(١، ٢)، ب(-١، ٦).

أوجِدْ ميلَ الخطِّ المستقيمِ جـ د الذي يُوازي الخطَّ المستقيمَ اب.

$$\text{ميلُ } \overleftrightarrow{\text{أب}} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{٦ - ٢}{-١ - ١} = \frac{٤}{-٢} = -٢$$

$\therefore$ $\overleftrightarrow{\text{أب}} \parallel \overleftrightarrow{\text{جـ د}}$

$\therefore$ ميلُ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ = ميلُ $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ = -٢

حاوِلْ أن تحلَّ

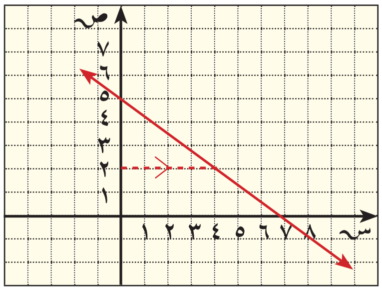
١ هل الخطّان التاليان متوازيان؟ اشرحْ.

$\overleftrightarrow{\text{أب}}$: يمرُّ بالنقطةِ ا(٠، ١) والنقطةِ ب $\left(١، \frac{٢}{٣}\right)$

$\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$: يمرُّ بالنقطةِ جـ(٠، ٣) والنقطةِ د $\left(١، \frac{٨}{٣}\right)$

KuwaitMath.com

الجزءُ المقطوعُ من المحورِ الصاديِّ هو الإحداثيُّ الصاديُّ للنقطةِ التي يقطعُ فيها المستقيمُ المحورَ الصاديَّ.



الرسمُ البيانيُّ المقابِلُ يُمثِّلُ المستقيمَ: ص = $\frac{-٣}{٤}$ س + ٥

لاحِظْ أنّ الجزءَ المقطوعَ من المحورِ الصاديِّ هو ٥، وميلَ المستقيمِ هو $\frac{-٣}{٤}$ وعليه فإنّ المعادلةَ التي على صورةِ:

ص = الميلَ × س + الجزءَ المقطوعَ من المحورِ الصاديِّ.

أي أنّ ص = م س + ب تُسمّى معادلةَ الميلِ والجزءَ المقطوعَ. والتمثيلُ البيانيُّ لها هو خطٌّ مستقيمٌ ميلُه م، والجزءُ المقطوعُ من المحورِ الصاديِّ هو ب.

فكرةٌ مفيدةٌ لحلِّ المسائلِ

في معادلاتِ الدرجةِ الأولى في متغيِّرين لإيجادِ الجزءِ المقطوعِ من محورِ السيناتِ، ضَعْ ص = ٠

ولإيجادِ الجزءِ المقطوعِ من محورِ الصاداتِ ضَعْ س = ٠

مثالٌ (٢)

ما هو الميلُ والجزءُ المقطوعُ من محورِ الصاداتِ في المعادلةِ التي تُمثِّلُ المستقيمَ ص = س − ٤ ؟

المعادلةُ ص = س − ٤ على صورةِ ص = م س + ب

إذًا الميلُ (م) = ١

الجزءُ المقطوعُ من محورِ الصاداتِ (ب) = −٤.

حاوِلْ أن تحلَّ

٢ أوجِدِ الميلَ والجزءَ المقطوعَ من محورِ الصاداتِ مع المستقيمِ: ص = −٢ + ٤ س.

تحقَّقْ من فهمِك

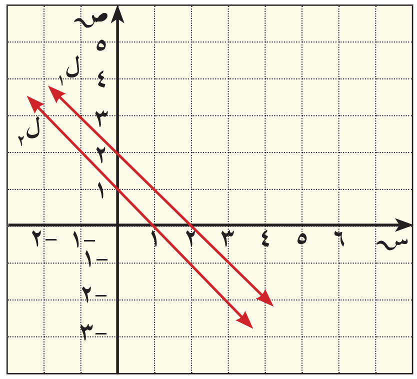
١ كيف تصفُ الانحدارَ على خطّين متوازيين؟

٢ هل من الممكنِ إيجادُ الجزءِ المقطوعِ من محورِ الصاداتِ في المعادلةِ ص = س؟ فسِّرْ.

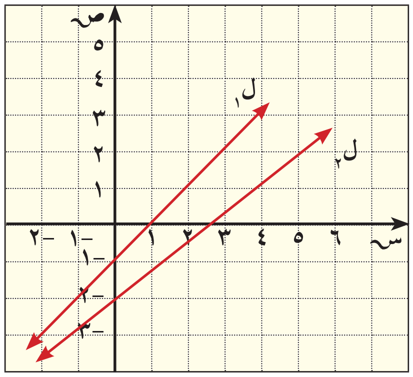
المرشدُ لحلِّ المسائلِ (٤-٦)

يحتوي كلُّ رسمٍ على زوجٍ من الخطوطِ.
احسبْ ميلَ كلِّ خطٍّ، وسجِّلْه في الجدولِ، ثم سمِّ الخطوطَ المتوازيةَ.

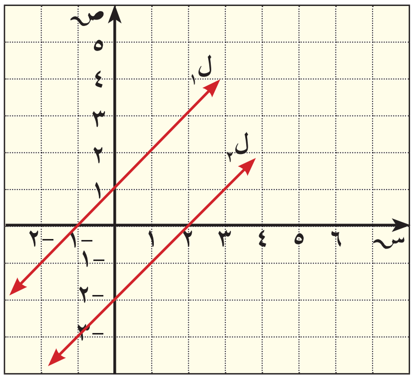
(أ)



(ب)



(جـ)



افهمْ

١ ما المطلوبُ إليك إيجادُه؟

....

٢ أوجِدْ نقطتين على كلٍّ من المستقيمين $ل_١$ ثمّ $ل_٢$ في كلِّ حالةٍ من الحالاتِ الثلاثِ.

....

خطِّطْ

٣ ما الخطوةُ التي عليك استخدامُها؟

....

حُلَّ

٤ أكمِلِ الجدولَ المقابِلَ.
أيُّ زوجٍ من الخطوطِ المستقيمةِ هي متوازيةٌ؟ اشرحْ إجاباتِك.

....

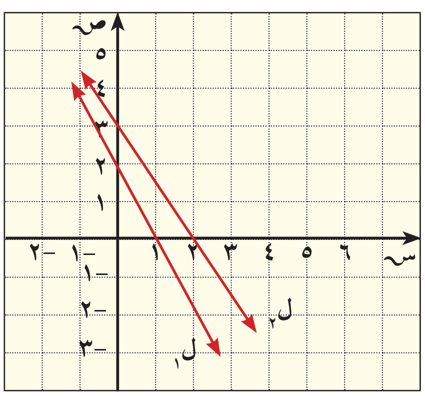
	ميلُ $ل_١$	ميلُ $ل_٢$
(أ)		
(ب)		
(جـ)		

تحقَّقْ

٥ هل الذي تستنتجُه من الجدولِ متطابقٌ مع الرسوماتِ؟

....

حُلَّ مسألةً أخرى



٦ (أ) أوجِدْ ميلَ $ل_١$، $ل_٢$.

....

(ب) هل الخطّان $ل_١$، $ل_٢$ متوازيان؟ اشرحْ إجابتَك. ....

KuwaitMath.com

حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

١ وقفَ أحمدُ على القمّةِ في الشكلِ «١»،
بينما وقفَ سالمٌ على القمّةِ في الشكلِ «٢».
قارِنْ انحدارَ كلٍّ من القمّتين في الرسمِ المقابِلِ، ثمّ فسِّرْ.

....

....

....

٢ (أ) مثِّلْ بيانيًّا على الشبكةِ الإحداثيّةِ نفسِها المعادلتين س = ٢ص + ١، س = ٢ص − ١.
(ب) ما الذي تُلاحِظُه؟ فسِّرْ لماذا المستقيمان هما متوازيان.

....

....

٣ **تحدٍّ**: (أ) أوجِدْ معادلةً للمستقيمِ الذي يمرُّ بالنقطتين أ(١، ٢)، ب(٣، ٤).

....

....

(ب) أوجِدْ معادلةَ المستقيمِ الموازي للمستقيمِ أب، والجزءُ المقطوعُ من محورِ الصاداتِ يُساوي −١.

....

....

٤ **سؤالٌ مفتوحٌ**: إذا كانَ لمستقيمين الميلُ نفسُه، فهذا يعني أنّ معادلتيهما تُمثِّلان المستقيمَ نفسَه.
ما مدى صحّةِ هذه العبارةِ؟ فسِّرْ.

....

....

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ

- ابحثْ عن النمطِ.
- نظِّمْ قائمةً.
- كوِّنْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدِمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

KuwaitMath.com

٤–٧

أزواجُ المعادلاتِ الخطّيّةِ
Pairs of Linear Equations

سوف تتعلّمُ

- كيفيّةَ إيجادِ حلٍّ واحدٍ لزوجٍ من المعادلاتِ الخطّيّةِ.

من الاستخداماتِ

- يستخدمُ رجالُ الإطفاءِ خطوطًا متقاطعةً للتركيزِ على أماكنِ الحريقِ.

◄ صلةُ الدرسِ قد رأيْتَ كيف تُمثِّلُ كلَّ الحلولِ لمعادلةٍ خطّيّةٍ واحدةٍ بيانيًّا، والآن سوف تتعلّمُ كيف تجدُ الحلَّ لزوجٍ من المعادلاتِ الخطّيّةِ. ►

استكشِفْ زوجُ المعادلاتِ الخطّيّةِ

ركوبُ القواربِ **الأدواتُ المستخدَمةُ:** ورقةُ جدولةٍ

إذا ما أردْتَ أن تقومَ برحلةٍ بحريّةٍ في قاربٍ، يُمكِنُك أن تستأجرَ قاربًا من قواربِ فهدٍ وكلفتُه ١٤ دينارًا يُضافُ إليها ٨ دنانيرَ عن كلِّ ساعةٍ، أو تستأجرَ قاربًا من قواربِ جاسمٍ وكلفتُه ١٢ دينارًا يُضافُ إليها ٩ دنانيرَ عن كلِّ ساعةٍ.

١ انسخْ وأكمِلِ الجدولَ التالِيَ أو استخدِمْ برنامجًا على الحاسوبِ لإيجادِ التكاليفِ الكلّيّةِ في أوقاتٍ مختلفةٍ.

عددُ الساعاتِ	كلفةُ قواربِ فهدٍ	كلفةُ قواربِ جاسمٍ
س	٨س + ١٤	٩س + ١٢
١	....	....
٢	....	....
٣	....	....
٤	....	....

٢ فسِّرْ لماذا ٨س + ١٤ هي كلفةُ تأجيرِ قاربٍ من قواربِ فهدٍ، و٩س + ١٢ هي كلفةُ تأجيرِ قاربٍ من قواربِ جاسمٍ.

٣ إذا كانَتْ مدّةُ الرحلةِ ساعةً واحدةً، فأيَّ قاربٍ تستأجرُ؟ لماذا؟

٤ كم عددُ الساعاتِ التي يُمكِنُ تأجيرُها بحيث تكونُ كلفةُ التأجيرِ واحدةً؟

٥ بعدَ كم ساعةٍ تكونُ كلفةُ استئجارِ قاربٍ من قواربِ فهدٍ أوفرَ؟

٦ هل تعتقدُ أن استئجارَ قاربٍ من قواربِ جاسمٍ هو دائمًا الخيارُ الأفضلُ؟ لماذا؟

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

◄ نظامُ المعادلاتِ الخطّيّةِ
System of Linear Equations

KuwaitMath.com

تعلّمْ أزواجُ المعادلاتِ الخطّيّةِ

عندما تُعتبرُ معادلتان خطّيّتان معًا فهما تُكوِّنان **نظامًا من المعادلاتِ الخطّيّةِ**. الزوجُ المرتَّبُ الذي يكونُ حلًّا لكلٍّ من المعادلتين يُسمّى حلًّا للنظامِ.

تذكَّرْ

الحلُّ لمعادلةٍ من متغيّرين يكونُ زوجًا مرتّبًا، وليسَ عددًا واحدًا.

مثالٌ (١)

مع خالد ٤٠ دينارًا ويدّخرُ في الأسبوعِ الواحدِ ٨ دنانيرَ، ومع صالحٍ ١٤٠ دينارًا، ولكنّه يصرفُ منها ١٢ دينارًا في الأسبوعِ الواحدِ.

(أ) يُمثِّلُ المتغيّرُ س عددَ الأسابيعِ، ويُمثِّلُ المتغيّرُ ص المبلغَ المدّخرَ أو المصروفَ. اكتبْ معادلةً تُمثِّلُ ادّخارَ خالدٍ ومعادلةً تُمثِّلُ مصاريفَ صالحٍ.

المعادلةُ التي تُمثِّلُ ادّخارَ خالدٍ: ص = ٨س + ٤٠ والمعادلةُ التي تُمثِّلُ مصاريفَ صالحٍ: ص = ١٤٠ − ١٢س

(ب) كوِّنْ جدولًا يُبيِّنُ ادّخارَ خالدٍ ومصاريفَ صالحٍ لعدّةِ أسابيعَ متتاليةٍ.

عددُ الأسابيعِ س	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
ادّخارُ خالدٍ ص = ٨س + ٤٠	٤٨	٥٦	٦٤	٧٢	٨٠	٨٨	٩٦
الباقي مع صالحٍ ص = ١٤٠ − ١٢س	١٢٨	١١٦	١٠٤	٩٢	٨٠	٦٨	٥٦

(جـ) هل يُمكِنُ أن يتساوى المبلغان؟ ما هو زوجُ الأعدادِ الذي يُمثِّلُ هذه المساواةَ؟

يتساوى المبلغان في الأسبوعِ الخامسِ أي عند س = ٥، ص = ٨٠. والزوجُ المرتَّبُ (٥، ٨٠) هو حلٌّ للمعادلتين.

حاوِلْ أن تحلَّ

١ مع أحمدَ ٢٥ دينارًا ويدّخرُ أسبوعيًّا ٩ دنانيرَ، ومع مروانَ ٣٧ دينارًا ويدّخرُ أسبوعيًّا ٧ دنانيرَ. يُمثِّلُ المتغيِّرُ س عددَ الأسابيعِ ويُمثِّلُ المتغيِّرُ ص القيمةَ المدّخرةَ.

(أ) اكتبْ معادلةً تُمثِّلُ ادّخارَ أحمدَ ومعادلةً تُمثِّلُ ادّخارَ مروانَ.

(ب) كوِّنْ جدولًا يُبيِّنُ ادّخارَ أحمدَ وادّخارَ مروانَ لعدّةِ أسابيعَ متتاليةٍ.

(جـ) هل يُمكِنُ أن يتساوى المبلغان؟ ما هو زوجُ الأعدادِ الذي يُمثِّلُ هذه المساواةَ؟

KuwaitMath.com

طريقةٌ أخرى لإيجادِ الحلِّ لنظامٍ من المعادلاتِ الخطّيّةِ هي التمثيلُ البيانيُّ لكلٍّ من المعادلتين، وإيجادُ النقطةِ التي تقعُ على كلٍّ من الخطّين الممثّلين للمعادلتين، ثمّ تعيينُ قيمةِ الإحداثيِّ السينيِّ وقيمةِ الإحداثيِّ الصاديِّ لتلك النقطةِ.

مثالٌ (٢)

يهوى جاسمٌ رياضةَ الغوصِ في البحرِ وعليه أن يختارَ الحلَّ الأفضلَ. إذا استأجرَ لوازمَ الغطسِ يتوجَّبُ عليه دفعُ ٤ دنانير في كلِّ يومِ غطسٍ. أما إذا اشترى لوازمَ الغطسِ بمبلغِ ١٠ دنانير، فيتوجَّبُ عليه دفعُ دينارين لكلِّ يومِ غطسٍ.

كم هو عددُ أيّامِ الغطسِ في كلٍّ من الاختيارين لتكونَ الكلفةُ واحدةً؟

الحلُّ:

افرضْ أنّ س هو عددُ أيّامِ الغطسِ، ك هي الكلفةُ الإجماليّةُ فتكونُ

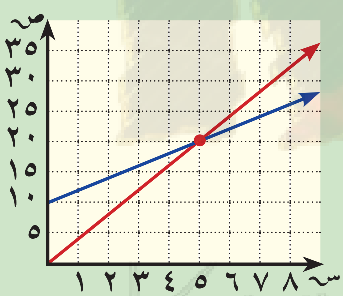
ك = ٤ س — الكلفةُ الكلّيّةُ إذا استأجرَ لوازمَ الغطسِ

ك = ٢س + ١٠ — الكلفةُ الكلّيّةُ إذا اشترى لوازمَ الغطسِ

مثِّلْ بيانيًّا كلًّا من المعادلتين، ثمّ أوجِدِ النقطةَ التي يتقاطعُ فيها الخطّان.

س	ك = ٤ س
٠	٠
٤	١٦
٥	٢٠

س	ك = ٢س + ١٠
٠	١٠
٤	١٨
٥	٢٠



يتقاطعُ الخطّان في النقطةِ (٥، ٢٠). تحقّقْ من ذلك بالتعويضِ بالإحداثيِّ السينيِّ والصاديِّ لهذه النقطةِ في كلٍّ من المعادلتين.

ك = ٤ س
٢٠ ≟ ٤ × ٥
٢٠ = ٢٠

ك = ٢س + ١٠
٢٠ ≟ ٢ × ٥ + ١٠
٢٠ = ٢٠

إذا غطسَ جاسمٌ ٥ أيّامٍ، تكونُ التكلفةُ نفسَها وهي ٢٠ دينارًا.

يُعتبرُ موقعُ دولةِ الكويتِ على ساحلِ الخليجِ العربيِّ ذا أهمّيّةٍ كبرى، بحيث وفّرَ للسكّانِ الفرصَ للعملِ في الملاحةِ البحريّةِ والغوصِ في الأعماقِ للبحثِ عن اللؤلؤِ الذي اشتهرَتْ به دولُ الخليجِ العربيِّ، والذي كانَ له دورٌ بارزٌ في الاقتصادِ قبلَ اكتشافِ النفطِ.

تحقَّقْ من فهمِك

١ كيف تعرفُ أنّ زوجًا مرتّبًا معيّنًا هو حلٌّ للنظامِ ذي المعادلتين؟

٢ كيف يُمكِنُك إيجادُ الحلِّ لنظامٍ من المعادلاتِ من الرسمِ البيانيِّ؟

المرشدُ لحلِّ المسائلِ (٤-٧)

أيُّهما سيكونُ أقلَّ كلفةً لركوبِ زلّاجةٍ ١٢ مرّةً، شراءُ تصريحِ دخولٍ شهريٍّ قيمتُه ٣٠ دينارًا بالإضافةِ إلى مبلغِ ١,٥٠٠ دينارٍ ثمنًا لتذكرةِ ركوبٍ في كلِّ مرّةٍ، أم شراءُ تذكرةِ ركوبٍ قيمتُها ٤ دنانيرَ عندَ الركوبِ في كلِّ مرّةٍ؟

افهمْ

١ كم عددُ تذاكرِ ركوبِ الزلّاجةِ التي ستشتريها؟

....

٢ كم عددُ الفرصِ المختلِفةِ المتاحةِ لشراءِ تذاكرِ ركوبِ الزلّاجةِ؟

....

خطِّطْ

٣ كيف يُمكِنُك أن توجِدَ الكلفةَ لركوبِ الزلّاجةِ ١٢ مرّةً بدفعِ ١,٥٠٠ دينارٍ لكلِّ مرّةٍ مضافًا إليها ٣٠ دينارًا ثمنَ تصريحِ الدخولِ الشهريِّ؟

....

٤ كيف يُمكِنُك إيجادُ كلفةِ ركوبِ الزلّاجةِ ١٢ مرّةً بشراءِ تذكرةِ ركوبٍ قيمتُها ٤ دنانيرَ عندَ الركوبِ في كلِّ مرّةٍ؟

....

٥ كيف يُمكِنُك أن تُقرِّرَ أيَّهما أقلُّ كلفةً؟

....

حُلَّ

٦ أوجِدْ كلفةَ ركوبِ الزلّاجةِ ١٢ مرّةً بـ ١,٥٠٠ دينارٍ لكلِّ مرّةٍ مضافًا إليها ٣٠ دينارًا ثمنَ التصريحِ؟

....

٧ أوجِدْ كلفةَ ركوبِ الزلّاجةِ ١٢ مرّةً بـ ٤ دنانيرَ لكلِّ مرّةٍ.

....

٨ أيٌّ من الوسيلتين تكونُ أوفرَ طريقةٍ لشراءِ تذاكرِ ركوبِ الزلّاجةِ ١٢ مرّةً؟

....

تحقَّقْ

٩ إذا اشتريْتَ تذاكرَ ركوبِ الزلّاجةِ أقلَّ أو أكثرَ من ١٢ مرّةً، فهل كلتا الطريقتين لشراءِ التذاكرِ سوف تُكلِّفُك المبلغَ نفسَه؟ فسِّرْ.

....

حُلَّ مسألةً أخرى

١٠ أيُّهما سيكونُ أوفرَ عندَ ركوبِ ١٥ لعبةً في مدينةِ الملاهي: شراءُ تصريحِ دخولٍ قيمتُه ٥ دنانيرَ ويُضافُ إليه ١,٥٠٠ دينارٍ لكلِّ لعبةٍ، أم شراءُ تذكرةٍ قيمتُها ٢ دينارٍ عندَ ركوبِ كلِّ لعبةٍ؟

....

KuwaitMath.com

حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ

- ابحثْ عن النمطِ.
- نظِّمْ قائمةً.
- كوِّنْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدِمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

١ **التواصلُ**: من المحتملِ أن يُمارِسَ جاسمٌ رياضةَ التزلّجِ على الجليدِ خمسَ أو ستَّ مرّاتٍ هذا العامَ، لذلك فهو يُفكِّرُ في الاشتراكِ في نادٍ للتزلّجِ، قيمةُ الاشتراكِ فيه هي ٢٥ دينارًا في السنةِ بالإضافةِ إلى ٥ دنانيرَ لكلِّ مرّةٍ يُسمَحُ له فيها بالتزلّجِ، ويُمكِنُه أيضًا التزلّجُ من دونِ اشتراكٍ مقابلَ دفعِ ١٠ دنانيرَ لكلِّ مرّةٍ. هل من الأفضلِ أن يشتركَ في نادي التزلّجِ؟ استخدِمِ الرسمَ البيانيَّ لتُوضِّحَ إجابتَك.

٢ **التفكيرُ الناقدُ**: إذا كانَ هناك خطّان لهما الميلُ نفسُه والجزءُ المقطوعُ من محورِ الصاداتِ نفسِه؛ فما النقاطُ التي يشتركُ فيها الخطّان؟

....

....

....

٣ **المجلّةُ**: اكتبْ مسألةً حياتيّةً تستطيعُ حلَّها باستخدامِ الرسمِ البيانيِّ للمستقيمين: ص = س + ٥، ص = ٢س.

....

....

....

KuwaitMath.com

٤-٨

المتبايناتُ الخطّيّةُ

Linear Inequalities

سوف تتعلّمُ

- كيفيّةَ التعبيرِ عن المتبايناتِ من متغيِّرين بيانيًّا.

من الاستخداماتِ

- يستخدمُ مختبرو المياهِ المتبايناتِ لوصفِ معدَّلاتِ الشوائبِ المسموحِ بها في عيّناتِ مياهِ الشربِ.

◄ **صلةُ الدرسِ** في دروسٍ سابقةٍ قُمْتَ بحلِّ المتبايناتِ في متغيّرٍ واحدٍ وتمثيلِها على خطِّ الأعدادِ، والآن، يُمكِنُك حلُّ المعادلاتِ من متغيّرين، ويُمكِنُ أن ترى كيف تحلُّ بيانيًّا المتبايناتِ من متغيّرين وتُمثِّلُها. ◄

استكشِفْ | المتبايناتُ الخطّيّةُ

إلى أيِّ جانبٍ سيكونُ؟

الأدواتُ المستخدَمةُ: ورقةُ رسمٍ بيانيٍّ (مسطرةٌ)، ملحقاتُ الرسمِ البيانيِّ

تخيَّلْ نفسَك فوقَ شجرةٍ جميلةٍ إلى جانبِ النهرِ. عندما تقتربُ من الشلّالاتِ تكتشفُ حبلًا مدعَّمًا بعوّاماتٍ تقسمُ النهرَ، ولوحةً مسجَّلًا عليها

ص = س − ٤ عليك أن تختارَ مباشرةً جانبًا واحدًا من النهرِ.

١ ارسمِ المستقيمَ: ص = س − ٤ الذي يُمثِّلُ الحبلَ الذي يقسمُ النهرَ.

٢ اخترْ أيَّ نقطةٍ فوقَ الخطِّ الذي رسمْتَه. قرِّرْ ما إذا كانَتِ النقطةُ التي اخترْتَها تجعلُ ص = س − ٤ أم ص > س − ٤ أو ص < س − ٤ صحيحةً. دعِّمِ استنتاجَك.

٣ اخترْ أيَّ نقطةٍ أسفلَ الخطِّ. قرِّرْ ما إذا كانَتِ النقطةُ التي اخترْتَها تجعلُ ص = س − ٤ أم ص > س − ٤ أم ص < س − ٤ صحيحةً. دعِّمِ استنتاجَك.

٤ افرضْ أنّ حلولَ المتباينةِ ص > س − ٤ تُشيرُ إلى جانبِ التحدّي (مياهُ الشلّالاتِ بيضاءُ) وص < س − ٤ تُشيرُ إلى الجانبِ الأسهلِ (طوعُ الأمرِ)، ظلِّلْ بخفّةٍ الجانبَ الذي سوف تختارُه، وارسمْ قاربًا على هذا الجانبِ، وعنونْه بما يُناسِبُه من ص > س − ٤ أو ص < س − ٤.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

◄ متباينةٌ خطّيّةٌ
Linear Inequality

◄ خطٌّ فاصلٌ (خطُّ الحدودِ)
Boundary Line

تعلَّمْ | المتبايناتُ الخطّيّةُ

منطقةُ الحلِّ لمتباينةٍ من الدرجةِ الأولى في متغيّرين:

لتحديدِ ما إذا كانَتْ قيمةٌ معيَّنةٌ هي حلًّا لمتباينةٍ ذاتِ متغيّرٍ واحدٍ، يُمكِنُك التعويضُ ورؤيةُ ما إذا كانَتِ المتباينةُ صحيحةً. يُمكِنُك عملُ الشيءِ نفسِه للمتبايناتِ من متغيّرين.

مثالٌ (١)

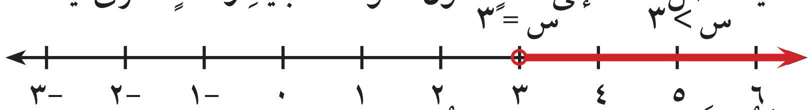
هل (١، ٥) أحدُ حلولِ المتباينةِ ص > س + ٢؟

ص > س + ٢	اكتبِ المتباينةَ
٥ > ١ + ٢	عوِّضْ بالزوجِ المرتَّبِ في المتباينةِ
٥ > ٣	ركِّزْ لترى أنّ المتباينةَ الناتجةَ صحيحةٌ

الزوجُ المرتَّبُ (١، ٥) هو أحدُ حلولِ المتباينةِ ص > س + ٢.

تذكَّرْ
إنّك تعرفُ كيف تُمثِّلُ حلَّ المتبايناتِ بيانيًّا على خطِّ الأعدادِ.
نستخدمُ دائرةً غيرَ مظلَّلةً لتوضيحِ أنّ النقطةَ (س = ٣) ليسَتْ جزءًا من الحلِّ.

عندما تُمثِّلُ حلَّ متباينةٍ في متغيِّرٍ واحدٍ بيانيًّا، مثلَ س > ٣، النقطةُ (س = ٣) تُسمّى نقطةً حدّيّةً تفصلُ الخطَّ إلى نقاطٍ تكونُ حلولًا للمتباينةِ ونقاطٍ أخرى ليسَتْ حلولًا لها.

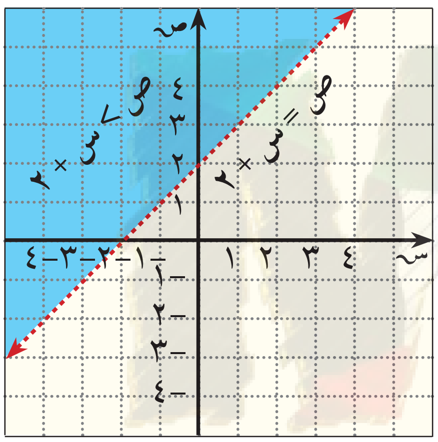


فكرةٌ مفيدةٌ لحلِّ المسائلِ
إذا كانَتْ علاقةُ التباينِ (الترتيب) ≤ أو ≥ فنستخدمُ خطًّا غيرَ متقطِّعٍ في الرسمِ.
إذا كانَتْ علاقةُ التباينِ (الترتيب) < أو > فنستخدمُ خطًّا متقطِّعًا في الرسمِ.

عندما تُمثِّلُ حلَّ المتباينةِ الخطّيّةِ بيانيًّا، مثلُ ص > س + ٢ والمستقيمُ الذي معادلتُه (ص = س + ٢) يُسمّى الخطَّ الفاصلَ (خطَّ الحدودِ) وهو يفصلُ مستوى الإحداثيّاتِ إلى نقاطٍ تكونُ حلولًا للمتباينةِ ونقاطٍ لا تكونُ حلولًا لها.

المنطقةُ المظلّلةُ باللونِ الأزرقِ هي منطقةُ الحلِّ.

بدلًا من دائرةٍ غيرِ مظلَّلةٍ، تَمَّ استخدامُ خطٍّ متقطِّعٍ لتوضيحِ أنّ الخطَّ الفاصلَ ليس جزءًا من الحلِّ.



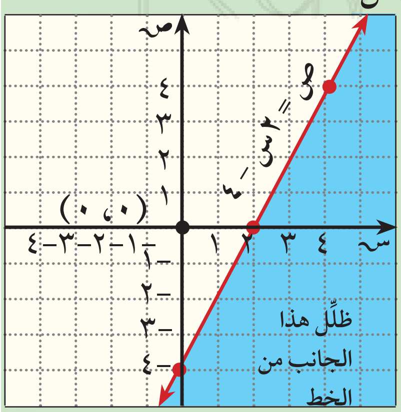
أمثلةٌ

٢ مثِّلْ منطقةَ حلِّ المتباينةِ ص ≥ ٢س − ٤ بيانيًّا.

أوّلًا: كوِّنْ جدولَ القيمِ للمعادلةِ المناظِرةِ ص = ٢س − ٤.

س	٠	٢	٤
ص	−٤	٠	٤

ارسمْ خطًّا مستقيمًا يُمثِّلُ المعادلةَ المناظرةَ ص = ٢س − ٤ بيانيًّا. اخترْ أيَّ نقطةٍ ليسَتْ على الخطِّ لترى إذا كانَتْ حلًّا للمتباينةِ، نقطةُ الأصلِ (٠، ٠) عادةً هي المتاحةُ، إذا كانَتْ حلًّا فتكونُ كلُّ النقاطِ على هذا الجانبِ الذي يقعُ فيه نقطةُ الأصلِ حلًّا. أمّا إذا لم تكنِ النقطةُ (٠، ٠) حلًّا للمتباينةِ، فإنّ جميعَ النقاطِ التي على الجانبِ الآخرِ من الخطِّ هي حلولٌ للمتباينةِ.



هل ٠ ≥ ٢(٠) − ٤؟

٠ ≥ − ٤ عبارةٌ خطأٌ، لذلك ظلِّلِ الجانبَ الآخرَ في الرسمِ.

بعضُ الآلاتِ الحاسبةِ تُتيحُ لك أن تختبرَ القيمَ في المتبايناتِ فتُعطيك إجابةَ ١ تكونُ صحيحةً و إجابةَ صفرٍ تكونُ غيرَ صحيحةٍ. هذه الشاشةُ تُظهِرُ لك أنّ (٥، ٤) هي حلٌّ لـ ص ≥ ٢س −٤

حاوِلْ أن تحلَّ

١ مثِّلْ منطقةَ حلِّ المتباينةِ ص > س − ٢ بيانيًّا.

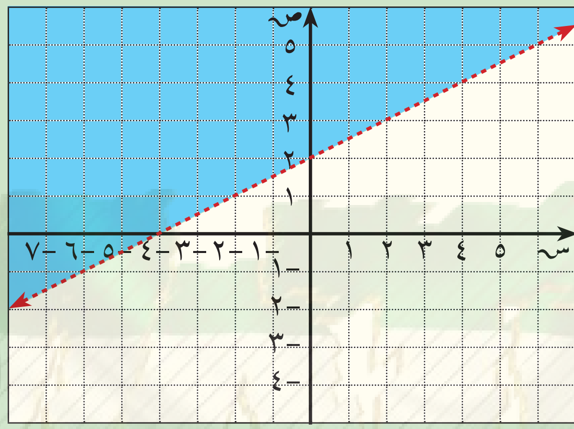
٣ مثِّلْ منطقةَ حلِّ المتباينةِ ص > ٥ , ٠ س+٢ بيانيًّا.

الحلُّ:

أوّلًا : كوِّنْ جدولَ القيمِ للمعادلةِ المناظِرةِ ص = ٥ , ٠ س+٢

س	٠	−٤	٢
ص	٢	٠	٣

ارسمْ خطًّا مستقيمًا متقطِّعًا يُمثِّلُ المعادلةَ المناظِرةَ ص = ٥ , ٠ س+٢



خُذْ نقطةَ الأصلِ.

هل ٠ > ٥ , ٠ (٠) + ٢

٠ > ٢ عبارةٌ خطأٌ. لذلك ظلِّلِ الجانبَ الآخرَ في الرسمِ.

حاوِلْ أن تحلَّ

٢ مثِّلْ منطقةَ حلِّ المتباينةِ ص ≤ $\frac{\text{س}}{٣}$ بيانيًّا

KuwaitMath.com

منطقةُ الحلِّ المشتركِ لمتباينتين من الدرجةِ الأولى في متغيّرين بيانيًّا.

لإيجادِ منطقةِ الحلِّ المشتركِ لمتباينتين، مثِّلْ بيانيًّا منطقةَ الحلِّ لكلِّ متباينةٍ، ثمّ أوجِدْ منطقةَ الحلِّ المشترَكِ والتي تتكوّنُ من جميعِ النقاطِ (س ، ص) التي تنتمي إلى منطقةِ الحلِّ المشترَكِ للمتباينتين معًا.

مثالٌ (٤)

مثِّلْ بيانيًّا منطقةَ الحلِّ المشتركِ للمتباينتين التاليتين:

ص ⩽ س + ٣

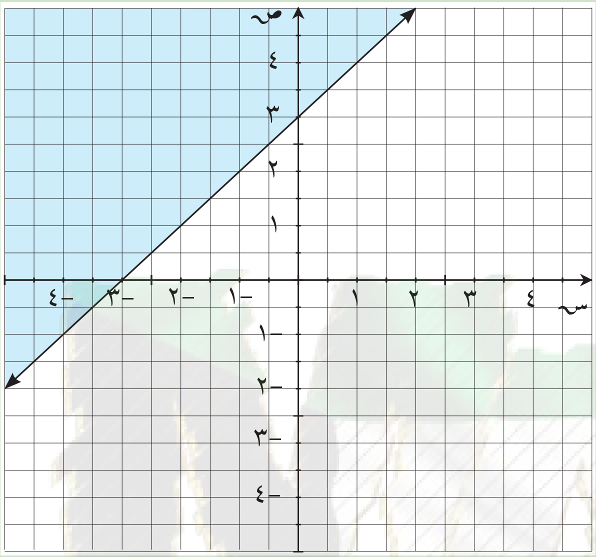
ص > ١ − س

الحلُّ:

أوّلًا: مثِّلْ منطقةَ حلِّ المتباينةِ ص ⩽ س + ٣ بيانيًّا

كوِّنْ جدولَ القيمِ للمعادلةِ المناظرةِ ص = س + ٣

س	٠	١	٢
ص	٣	٤	٥



ارسمْ خطًّا مستقيمًا يمثِّلُ المعادلةَ المناظِرةِ

خُذْ نقطةً ولتكن نقطةَ الأصلِ (٠،٠)

٠ ⩽ ٠ + ٣

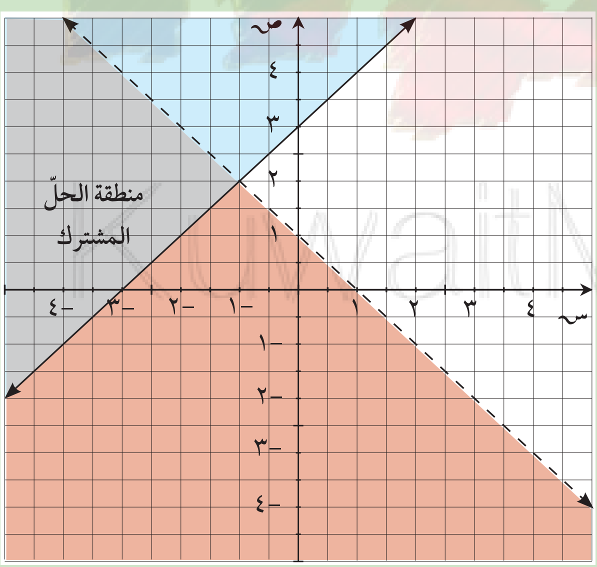
٠ ⩽ ٣ عبارةٌ خطأٌ

لذلك، ظلِّلِ الجانبَ الآخرَ من الرسمِ.

ثانيًا: مثِّلْ منطقةَ حلِّ المتباينةِ ص > ١ − س بيانيًّا

كوِّن جدولَ القيمِ للمعادلةِ المناظرةِ ص= ١ − س

س	٠	١	٢
ص	١	٠	−١



ارسمْ خطًّا مستقيمًا متقطِّعًا يُمثِّلُ المعادلةَ المناظرةَ ص = ١ − س

خُذْ نقطةَ الأصلِ (٠ ، ٠)

٠ > ١ − ٠

٠ > ١ عبارةٌ صحيحةٌ

لذلك، ظلِّلِ الجانبَ الذي يحوي نقطةَ الأصلِ.

حاوِلْ أن تحلَّ

٣ مثِّلْ بيانيًّا منطقةَ الحلِّ المشتركِ للمتباينتين:

ص ⩾ س + ٢ ص < ٣ − س

على شبكةِ إحداثيّاتٍ واحدةٍ.

تحقَّقْ من فهمِك

١ كيف يُمكِنُك تحديدُ ما إذا كانَتْ (٣،٨) هي أحدَ حلولِ المتباينةِ ص < ٣س + ٢ أم لا؟

٢ عندَ رسمِ متباينةٍ خطّيّةٍ من متغيّرين بيانيًّا، متى ترسمُ الخطَّ الفاصلَ متّصلًا ومتى ترسمُه متقطِّعًا؟

٣ كيف تعرفُ أنّ التظليلَ سيكونُ فوقَ الخطِّ أو أسفلَه عندَ رسمِ حلِّ المتباينةِ الخطّيّةِ بيانيًّا؟

حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

١ **التفكيرُ الناقدُ**: مثِّلْ بيانيًّا ص < س + ٣، ص ≤ ٢س على شبكةِ الإحداثيّاتِ نفسِها. لاحِظْ أنّ ورقةَ الرسمِ البيانيِّ قد قُسِّمَتْ إلى أربعِ مناطقَ. اخترْ نقطةً في كلِّ منطقةٍ. عوِّضْ بإحداثيّاتِ كلِّ نقطةٍ في كلٍّ من المتباينتين. ما المنطقةُ التي تحتوي على النقاطِ التي تُحقِّقُ كلًّا من المتباينتين؟

....

....

....

....

....

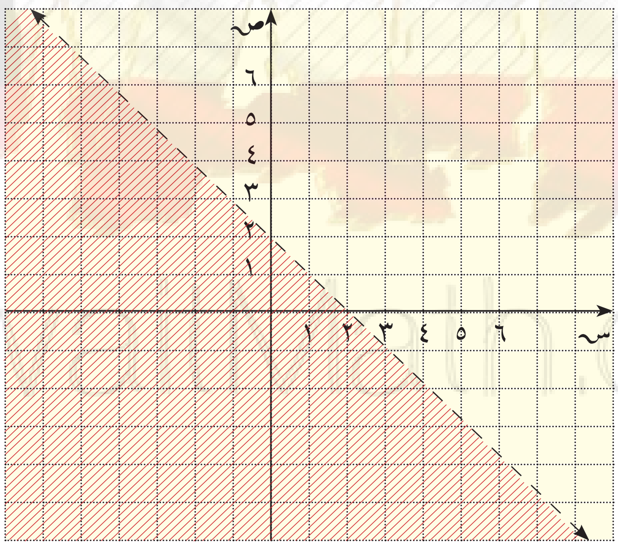
٢ **المنطقةُ المظلَّلةُ في التمثيلِ البيانيِّ أدناه تُمثِّلُ حلَّ المتباينةِ:**

(أ) ص > − س + ٢

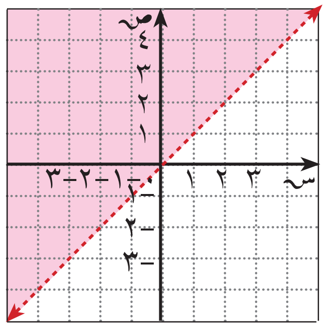
(ب) ص ≤ − س + ٢

(ج) ص < − س + ٢

(د) ص ≥ − س + ٢



٣ **التفكيرُ الرياضيُّ**: ما المتباينةُ التي يُعبِّرُ عنها الرسمُ البيانيُّ أدناه؟



....

....

....

٤ **المجلّةُ**: قارِنْ ونسِّقِ التمثيلَ البيانيَّ لمتباينةٍ من متغيِّرين مع التمثيلِ البيانيِّ للمعادلةِ المناظِرةِ لها.

....

....

....

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ
• ابحثْ عن النمطِ. • نظِّمْ قائمةً. • كوِّنْ جدولًا. • خمِّنْ وتحقَّقْ. • اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ. • استخدِمِ التفكيرَ المنطقيَّ. • ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا. • حُلَّ مسألةً أبسطَ.

KuwaitMath.com

اختبارُ الوَحدةِ الرابعةِ

١ أوجِدْ قيمةَ ص عندما س = ٢ في المعادلةِ: ص = س + ٧

٢ أوجِدِ القاعدةَ التي تربطُ س مع ص في الجدولِ. ثمّ أوجِدْ قيمةَ ص عندما س = ١٢

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	−٥	−٤	−٣	−٢	−١

٣ أعطِ حلّين للمعادلةِ: −س + ٤ص = ٢١

٤ الزوجُ المرتّبُ الذي يُحقِّقُ المعادلةَ: ص = −٢س + ٤ هو

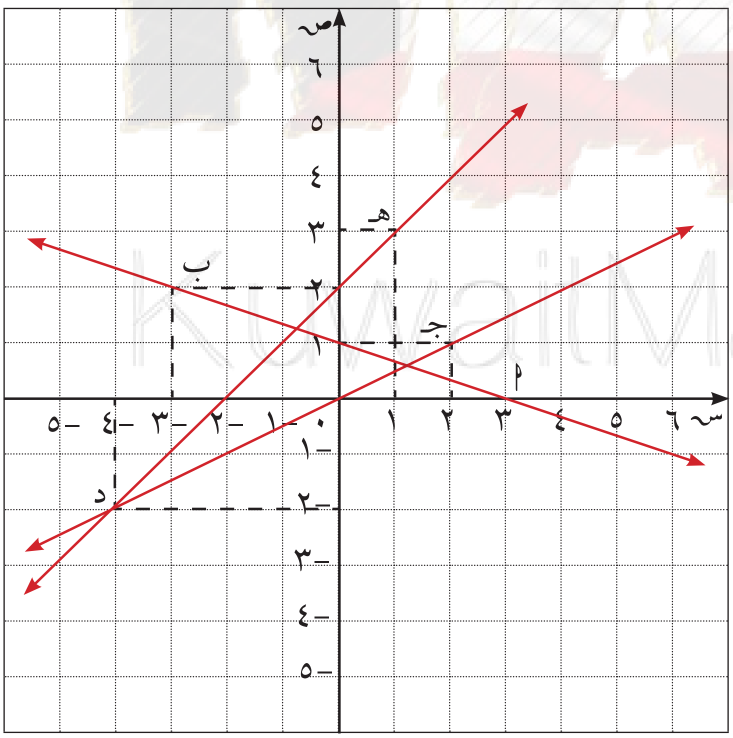
(أ) (٤، ١٢)　　(ب) (٧، −١٠)　　(جـ) (٣، ١٠).

٥ مثِّلْ بيانيًّا المعادلةَ: ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٢. استخدِمْ: ٠، ١، ٢، ٣ لقيمِ س.

٦ مثِّلْ بيانيًّا الأزواجَ المرتَّبةَ الواردةَ على الجدولِ أدناه. صِلِ النقاطَ ببعضِها. هل حصلْتَ على خطٍّ مستقيمٍ؟

س	−٤	−٢	٠	٢	٤
ص	٣	٢	١	−١	−٢

٧ في الشكلِ المقابلِ أوجِدْ:
لكلِّ خطٍّ مستقيمٍ على شبكةِ الإحداثيّاتِ: الميلَ، الجزءَ المقطوعَ من محورِ السيناتِ، والجزءَ المقطوعَ من محورِ الصاداتِ.



KuwaitMath.com

(أ) المستقيمُ الذي يمرُّ بالنقطتين أ، ب .

(ب) المستقيمُ الذي يمرُّ بالنقطتين جـ، د .

(جـ) المستقيمُ الذي يمرُّ بالنقطتين هـ، د .

اختبارُ الوَحدةِ الرابعةِ

٨ ارسمْ على شبكةِ إحداثيّاتِ المستقيمِ الذي يمرُّ بنقطةِ الأصلِ ويكونُ ميلُه:

(أ) -٥ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) صفراً (د) $-\frac{٢}{٣}$ (هـ) $+١$

٩ ارسمِ المستقيمَ الذي معادلتُه ص $= -\frac{٣}{٤}$ س $-$ ٣، ثمّ أوجِدِ الميلَ، والجزءَ المقطوعَ من محورِ السيناتِ، والجزءَ المقطوعَ من محورِ الصاداتِ.

١٠ أوجِدِ الحلَّ للمعادلتين: ص = ٢س + ٣، ص = ‒س ‒ ٣ باستخدامِ التمثيلِ البيانيِّ.

١١ مثِّلْ بيانيًّا المستقيمين حيث لهما المعادلتان: ص $= \frac{١}{٣}$ س + ٢، س ‒ ٣ص = ٠. هل المستقيمان متوازيان؟ اشرحْ إجابتَك.

١٢ مثِّلْ منطقةَ الحلِّ بيانيًّا:

(أ) ص ≤ س ‒ ٤؛

(ب) ص < $-\frac{٢}{٣}$ س + ١.

تقييمُ أداءٍ

١٣ في كلٍّ ممّا يلي:

أوّلًا: كوِّنْ جدولًا للأزواجِ المرتَّبةِ لكلِّ معادلةٍ، ثمّ ارسمِ المستقيمَ الذي يُمثِّلُها.

ثانيًا: أوجِدِ الميلَ والجزءَ المقطوعَ من محورِ الصاداتِ لكلِّ خطٍّ مستقيمٍ.

ثالثًا: أيُّ الخطوطِ متوازيةٌ؟

(أ) ص = س

(ب) ص = س + ٣

(جـ) ص $= \frac{١}{٤}$ س

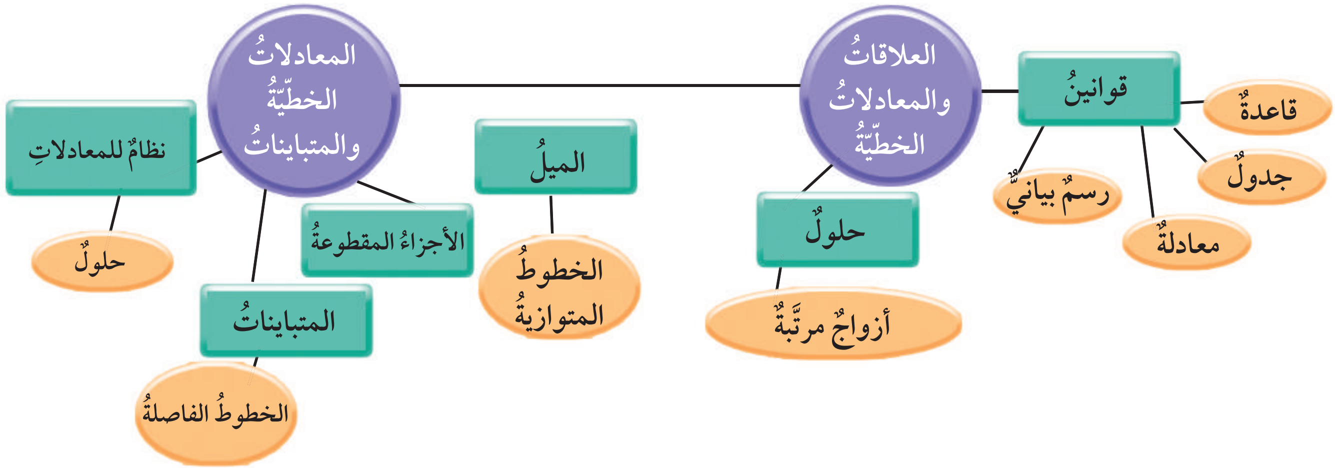
(د) ص $= \frac{١}{٤}$ س + ٣

(هـ) ص $= -\frac{٢}{٣}$ س

(و) ص $= -\frac{٢}{٣}$ س + ٣

KuwaitMath.com

مخطَّطٌ تنظيميٌّ للوَحدةِ الرابعةِ



الوَحدةُ الرابعةُ (أ): معادلاتٌ وعلاقاتٌ خطِّيّةٌ

- العلاقاتُ بينَ كمّيّتين يُمكِنُ وصفُها باستخدامِ كلِماتٍ أو جداولَ للقيمِ أو رسومٍ بيانيّةٍ أو معادلاتٍ.
- إذا كانَ بإمكانِك وصفُ علاقةٍ بمعادلةٍ، يُمكِنُك أيضًا وصفُها بجدولٍ.
- يُمكِنُك أحيانًا إيجادُ معادلةٍ تربطُ بينَ متغيِّرين بالنظرِ إلى جدولِ قيمِ المتغيِّراتِ.
- الحلولُ لمعادلةٍ من متغيِّرين هي أزواجٌ مرتَّبةٌ. زوجٌ مرتَّبٌ يكونُ حلًّا للمعادلةِ إذا حقّقَها عندَ التعويضِ بقيمةِ الإحداثيِّ السينيِّ والصاديِّ له في المعادلةِ.
- يُمكِنُك إيجادُ حلٍّ لمعادلةٍ باختيارِ قيمةٍ معيَّنةٍ لأحدِ المتغيِّرين والحلّ لإيجادِ المتغيِّرِ الآخرِ.
- يُمكِنُك رسمُ النقاطِ التي تُمثِّلُ حلولًا لمعادلةٍ من متغيِّرين إذا كانَتِ النقاطُ تقعُ على خطٍّ، المعادلةُ تكونُ معادلةً خطِّيّةً.

الوَحدةُ الرابعةُ (ب): معادلاتٌ خطِّيّةٌ ومتبايناتٌ

- يُخبِرُنا ميلُ الخطِّ كيف يكونُ انحدارُه وهو النسبةُ بينَ الارتفاعِ الرأسيِّ (rise) والامتدادِ الأفقيِّ (run). الخطُّ المستقيمُ الذي انحرافُه إلى أعلى من اليسارِ إلى اليمينِ له ميلٌ موجَبٌ، والخطُّ المستقيمُ الذي انحرافُه إلى أسفلَ له ميلٌ سالبٌ.
- الخطوطُ المتوازيةُ لها الميلُ نفسُه، ولا تتقاطعُ في نقطةٍ واحدةٍ.
- طولُ الجزءِ المقطوعِ من محورِ السيناتِ لمعادلةٍ خطِّيّةٍ هو القيمةُ س للنقطةِ التي عندَها يمرُّ الخطُّ بمحورِ السيناتِ، وطولُ الجزءِ المقطوعِ من محورِ الصاداتِ هو القيمةُ ص للنقطةِ التي عندَها يمرُّ الخطُّ بمحورِ الصاداتِ.
- نظامُ المعادلاتِ الخطِّيّةِ هو معادلتان خطِّيّتان أو أكثرُ وأزواجُ المعادلاتِ الخطِّيّةِ يُمثِّلُها خطّان مستقيمان. وإذا كانَ هذان الخطّان متقاطعين في نقطةٍ فإنّ حلَّ النظامِ هو زوجٌ مرتَّبٌ واحدٌ يُحقِّقُ كلًّا من المعادلتين.
- المتباينةُ الخطِّيّةُ تربطُ بينَ متغيِّرين باستخدامِ إحدى العلاقاتِ $<$ أو $>$ أو $\leqslant$ أو $\geqslant$. زوجٌ مرتَّبٌ معيَّنٌ يكونُ حلًّا للمتباينةِ الخطِّيّةِ إذا أعطَتْ عبارةً صحيحةً عندَ التعويضِ بقيمةِ كلٍّ من س، ص في المتباينةِ الخطِّيّةِ.
- لرسمِ منطقةِ حلِّ المتباينةِ الخطِّيّةِ بيانيًّا، أوّلًا مثِّلِ الخطَّ الفاصلَ الذي يقسمُ مستوى الإحداثيّاتِ إلى نقاطٍ تكونُ حلًّا ونقاطٍ لا تكونُ حلًّا. استخدِمْ خطًّا متقطِّعًا للمتبايناتِ التي فيها علاقةُ $<$ أو $>$. استخدمْ خطًّا متّصلًا (غيرَ متقطِّعٍ) للمتبايناتِ التي فيها علاقةُ $\geq$ أو $\leq$. ظلِّلِ المنطقةَ التي تحتوي على الحلولِ.