الوَحدةُ الثانيةُ

تحليلُ البياناتِ
Data Analysis

شعوبُ العالمِ

اللغةُ السواحليّةُ هي لغةٌ تجاريّةٌ وحكوميّةٌ يتخاطبُ بها سكّانُ منطقةِ الكونغو وشرقِ أفريقيا، في ما يلي الأعدادُ باللغةِ السواحليّةِ:

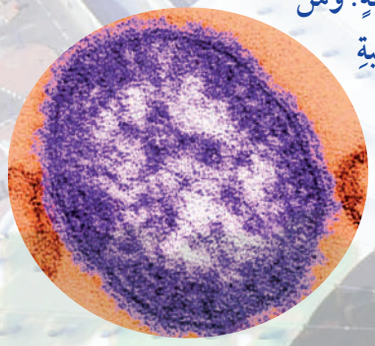
١ موجا
٢ مبيلي
٣ تاتو
٤ نني
٥ تانو
٦ سيتا
٧ سابا
٨ ناني
٩ تيسا
١٠ كيومي

الفنونُ والآدابُ

كانَ «هوراس» شاعرًا رومانيًّا وله العديدُ من المؤلَّفاتِ، التي أثّرَتْ في الحياةِ الأدبيّةِ. وكانَ له مقولةٌ مهمّةٌ في الإحصاءِ وهي: «إنّنا مجرَّدُ أرقامٍ وإحصاءاتٍ، وُلِدْنا لكي نستهلكَ مواردَ الطبيعةِ».

العلومُ

بينَ العام ١٩٨٠ والعام ١٩٩٠ زادَ عددُ المصابين بمرضِ الحصبةِ بـ ١٤٣٠٠ حالةٍ. ومن أعراضِ الإصابةِ بفيروسِ الحصبةِ ظهورُ بقعٍ حمراءَ مستديرةٍ على جلدِ المريضِ.



الدراساتُ الاجتماعيّةُ

استخدمَتْ «شعوبُ المايا» النقاطَ، والخطوطَ للتعبيرِ عن الأعدادِ. فعندما توضَعُ الأشكالُ البيضاويّةُ أسفلَ عددٍ ما تكونُ النتيجةُ أكبرَ بعشرين مرّةً.

مثلًا: • = ١ = ١ × ٢٠ = ٢٠

٠	١	٢	٣	٤
٥	٦	٧	٨	٩
١٠	١١	١٢	١٣	١٤
١٥	١٦	١٧	١٨	١٩
٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤
٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩

حسبَ الترقيمِ عندَ شعوبِ المايا، فإنّ كلَّ دائرةٍ صغيرةٍ وتحتَها الشكلُ البيضاويُّ تُمَثِّلُ العددَ ٢٠. وهكذا كانَ الترقيمُ للعددِ ٢١ كما يلي: • باعتبارِ الدائرةِ العليا هي ٢٠ والدائرةِ السفلى هي ١ وتوجَدُ مسافةٌ فاصلةٌ بينَهما.

أفكارٌ رياضيّةٌ أساسيّةٌ

قد تكونُ **البياناتُ** مفيدةً وذاتَ دلالةٍ عندَ عرضِها على شكلِ تمثيلاتٍ، وجداولَ، ومخطَّطاتٍ، ورسومٍ بيانيّةٍ.

أحيانًا عددٌ واحدٌ مثلُ **المتوسِّطِ الحسابيِّ، الوسيطِ** أو **المنوالِ**، يُساعِدُنا على فهمِ مجموعةٍ من البياناتِ.

تُستخدَمُ استطلاعاتُ الرأيِ لجمعِ المعطَياتِ في مختلِفِ الميادينِ كالانتخاباتِ، والإعلاناتِ، واختباراتِ التذوّقِ.

العيّنةُ هي مجموعةُ الأفرادِ التي تُشارِكُ في استطلاعِ الرأيِ.

مشروعُ الوَحدةِ

حلُّ المسائلِ

افهمْ خطِّطْ حُلَّ تحقَّقْ

في هذا المشروعِ سوف تُنشِئُ سماتٍ لفتًى أو فتاةٍ في الثالثةَ عشرةَ أو الرابعةَ عشرةَ. سوف تُجري استطلاعًا للرأيِ لتجميعِ البياناتِ المطلوبةِ لهذه السماتِ. يُمكِنُ أن تشملَ هذه البياناتُ المادّةَ المفضَّلةَ، المعلِّمَ، الرياضاتِ، الألعابَ، الهواياتِ، النوادي، الموسيقى، الأفلامَ أو الطعامَ.

التركيزُ على حلِّ المسائلِ

اقرأْ كلَّ مسألةٍ وأجِبْ عن الأسئلةِ المتعلِّقةِ بها.

١ في منافساتِ رياضةِ لوحِ التزلّجِ، يقومُ ٥ حكّامٍ بوضعِ نقاطٍ من ١٠٠ نقطةٍ ثمّ تُستبعَدُ أعلى وأدنى نتيجتين، ويُؤخَذُ متوسِّطُ الثلاثِ نتائجَ الباقيةِ لتحديدِ ما حصلَ عليه كلُّ متزلِّجٍ في الدورةِ.

إذا كانَتْ نتائجُ المتسابقةِ «مها» هي: ٨٢، ٨٥، ٨٧، ٨٥، ٨٤. وكانَتْ نتائجُ «شيماءَ» هي ٨٣، ٨٤، ٨٥، ٨٤، ٨٨.

فمن الفائزةُ في السباقِ؟

(أ) عمَّ تدورُ المسألةُ؟

(ب) ماذا تتطلّبُ المسألةُ؟

(جـ) ما أعلى نتيجةٍ حصلَتْ عليها مها؟ ما أعلى نتيجةٍ حصلَتْ عليها شيماءُ؟

(د) ما أدنى نتيجةٍ حصلَتْ عليها مها؟ ما أدنى نتيجةٍ حصلَتْ عليها شيماءُ؟

(هـ) ضَعْ سؤالًا من عندِك، ثمّ أجِبْ عليه.

٢ يبيعُ أحدُ محالِّ الأدواتِ الرياضيّةِ كلَّ جزءٍ من ألواحِ التزلّجِ وفقَ الطلبِ منفردًا مقابلَ ١٤ دينارًا، والعجلاتِ الأربعَ مقابلَ ٨ دنانيرَ، ومحملَ العجلاتِ مقابلَ ٤ دنانيرَ، والكاملَ ذا العجلاتِ مقابلَ ١٠ دنانيرَ. كما يُعطي خصمًا قدرُه ٢٠٪ على لوحِ التزلّجِ الذي تُشترى كلُّ من مكوِّناتِه على حدةٍ ثمّ يتمُّ تجميعُها. أمّا لوحُ التزلُّجِ الجاهزُ فيُكلِّفُ ٢٨ دينارًا.

أيُّ لوحي التزلّجِ أدنى سعرًا؟

(أ) عمَّ تدورُ المسألةُ؟

(ب) ماذا تتطلّبُ المسألةُ؟

(جـ) ما التكلفةُ الإجماليّةُ للوحِ التزلّجِ المباعِ أجزاءً قبلَ الخصمِ؟

(د) ما مقدارُ الخصمِ على لوحِ التزلّجِ المباعِ أجزاءً؟

(هـ) ضَعْ سؤالًا من عندِك، ثمّ أجِبْ عليه.

قراءةُ المسألةِ

عندما تقرأُ مسألةً ما ربّما تكونُ كمّيّةُ المعلوماتِ الواردةِ فيها كبيرةً. يُمكِنُ أن يُساعِدَك تجزيءُ تلك المعلوماتِ إلى أجزاءٍ صغيرةٍ على فهمِ المسألةِ ككلٍّ. اسألْ نفسَك أسئلةً كي تكونَ واثقًا من فهمِك لكلِّ جزءٍ من المسألةِ.

KuwaitMath.com

عرضُ البياناتِ
Data Presentations

كسبُ النقودِ وإنفاقُها

هل تُريدُ أن تجنيَ نقودًا كثيرةً؟

هل تُريدُ عملًا تجاريًّا ناجحًا؟

إذا كنْتَ تُريدُ ذلك فعليك أن تبتكرَ أو تعملَ أو تُنتِجَ منتَجًا يشتريه الشبابُ (بنينٌ وباناتٌ)؛ لماذا؟

لأنّ الشبابَ يُنفِقون كلَّ عامٍ ملايينَ الدنانيرِ.

وهم لا يُنفِقون المالَ الكثيرَ فقط، بل يُؤثِّرون أيضًا على إنفاقِ أصدقائِهم وأسرِهم.

علامَ يُنفِقُ الشبابُ أموالَهم؟ ربّما على أحدثِ الألعابِ الإلكشترونيّةِ أو الأزياءِ أو التكنولوجيا، وهي الأشياءُ التي يعرفُ عنها المراهقون أكثرَ من البالغين. تحديدًا كيف يحصلُ الشبابُ على المالِ؟ إنّهم يحصلون عليه بالطريقةِ التقليديّةِ؛ يجنونه من مصروفِ الوالدين، والهدايا النقديّةِ (عيديّةٍ) في الأعيادِ والمناسباتِ، والعملِ في خلالِ الإجازةِ الصيفيّةِ.

إنّ المدهشَ حقًّا هو أنّ تعدادَ الشبابِ يتزايدُ في بعضِ الدولِ، وبالتالي فإنّ الإنفاقَ سوف يتزايدُ أيضًا ليصلَ في الأعوامِ القليلةِ القادمةِ إلى ملايينِ الدنانيرِ. أي أنّ التزايدَ في أعدادِ الشبابِ سيتبعُه تزايدٌ في الإنفاقِ.

١ كيف تُؤثِّرُ على المشترَياتِ اللازمةِ لمنزلِك؟

٢ من وجهةِ نظرِك كيف توقّعَ الخبراءُ تعدادَ الشبابِ (المراهقين) عامَ ٢٠١٥؟

١-٢ تسجيلُ وتنظيمُ البياناتِ وتمثيلُها

Recording, Organizing and Graphing Data

سوف تتعلّمُ

- كيفيّةَ تسجيلِ البياناتِ واختيارِ الطريقةِ المناسبةِ لتنظيمِها وتمثيلِها.

من الاستخداماتِ

- جامعو البياناتِ، هم الأشخاصُ الذين يُجرون الاستطلاعَ ويعرفون الهدفَ من بياناتِهم لكي يُنظِّموها بطريقةٍ مناسبةٍ.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

- علاماتٌ تكراريّةٌ Tally marks
- تكراراتٌ Frequencies
- جدولٌ تكراريٌّ ذو فئاتٍ Frequency Classes Table
- مدرَّجٌ تكراريٌّ Histogram

صلةُ الدرسِ تعلّمْتَ طرقًا مختلفةً لعرضِ البياناتِ، والآن سوف تتعلّمُ كيفيّةَ تنظيمِ البياناتِ المجمَّعةِ.

استكشِفْ تنظيمُ البياناتِ

الرياضةُ للجميعِ

الأدواتُ المستخدَمةُ: أوراقُ رسمٍ بيانيٍّ

١ اطلبْ من كلِّ فردٍ في مجموعتِك أن يُجيبَ عن الأسئلةِ التي إلى اليسارِ.

- كم عددُ ساعاتِ الرياضةِ التي تُمارِسُها شهريًّا؟
- كم جهازًا رياضيًّا تملكُ؟
- ما نوعُ الرياضةِ التي تُفضِّلُها؟
- من هو رياضيُّك المفضَّلُ؟

٢ اطلبْ من كلِّ فردٍ في مجموعتِك أن يُسجِّلَ هذه المعلوماتِ.

٣ قارِنْ كيف نظّمَ كلٌّ منكم البياناتِ. لاحِظْ أوجهَ التشابهِ والاختلافِ.

٤ تبادلِ البياناتِ مع مجموعةٍ أخرى بتبادلِ مجموعةِ البياناتِ المسجَّلةِ. الآن صارَتِ العيّنةُ أكبرَ.

٥ استخدِمْ هذه العيّنةَ الكبرى في حسابِ المتوسِّطِ الحسابيِّ والوسيطِ لكلٍّ من:

(أ) عددِ ساعاتِ الرياضةِ التي تُمارِسُها شهريًّا.

(ب) عددِ الأجهزةِ الرياضيّةِ التي لدى الأفرادِ.

٦ اجعلْ فردًا من كلِّ مجموعةٍ يبتكرُ عرضًا للبياناتِ (مثلَ تمثيلٍ بيانيٍّ بالأعمدةِ، تمثيلٍ بيانيٍّ بالنقاطِ المجمَّعةِ، تمثيلٍ بيانيٍّ بالخطوطِ مستخدِمًا البياناتِ في العيّنةِ الكبرى.

٧ كوِّنِ استنتاجًا مبنيًّا على عرضِ بياناتٍ ممثِّلًا كلَّ مجموعةٍ.

٨ هل يُمكِنُك جعلُ الاستنتاجِ ممثِّلًا لفصلِك؟ لمدرستِك؟ لمدينتِك؟ لماذا نعم أو لماذا لا؟

KuwaitMath.com

تعلَّمْ — تسجيلُ البياناتِ وتنظيمُها

مهما كانَ موضوعُ البحثِ، فإنّ جمعَ البياناتِ غالبًا ما يتضمّنُ الكثيرَ من الحسابِ. تُستخدَمُ **العلاماتُ التكراريّةُ** كطريقةٍ سريعةٍ لتسجيلِ العدِّ، وتُستخدَمُ أيضًا لتحديدِ **تكرارِ** عددِ مرّاتِ حدوثِ الشيءِ.

يُوضِّحُ **الجدولُ التكراريُّ** أصنافَ الأشياءِ والعلاماتِ التكراريّةَ والتكرارَ الذي حدثَ.

يُبيِّنُ الجدولُ التكراريُّ المقابلُ ألوانَ السيّاراتِ التي شوهِدَتْ في إحدى ساحاتِ الانتظارِ. وتُستخدَمُ العلاماتُ التكراريّةُ لعدِّ السيّاراتِ.

لونُ السيّارةِ	العلاماتُ التكراريّةُ	التكرارُ
أزرقُ	𝍸 ||	٧
أصفرُ	||||	٤
أبيضُ	𝍸 𝍸	١٠
أحمرُ	𝍸 ||	٧

التمثيلاتُ البيانيّةُ بالنقاطِ المجمَّعةِ أو مخطَّطُ الساقِ والأوراقِ: يُفيدان في عدِّ قيمِ البياناتِ (مثلًا العمرُ، الصفُّ). ويفيدُ **المدرَّجُ التكراريُّ** عندما تتساوى الفتراتُ (مثلًا عقودٌ من الزمنِ، مجموعاتٌ عمريّةٌ).

تذكَّرْ

١ **الفئةُ ٦٠ – تعني من ٦٠ إلى أصغرَ من ٧٠.**

٢ **بإمكانِك تغييرُ طولِ الفئةِ.**

٣ **بإمكانِك تغييرُ عددِ الفئاتِ.**

مثالٌ (١)

جاءَتِ الدرجاتُ النهائيّةُ لـ ٣٢ طالبًا في أحدِ الاختباراتِ كالتالي: (النهايةُ العظمى ١٠٠).

٨٨، ٩٧، ٦٢، ٧١، ٧٧، ٨٦، ٨٩، ٩٩، ٦٦، ٧٠، ٧٥، ٨٢، ٦٥، ٧٨، ٨٤، ٧٤، ٨٠، ٨٥، ٦٠، ٨٣، ٧٦، ٧٣، ٨٧، ٧٨، ٧٥، ٧٩، ٨١، ٩٢، ٧٩، ٨١، ٧٧، ٧٦.

كوِّنْ جدولًا تكراريًّا ذا فئاتٍ منتظِمةٍ عددُها مناسِبٌ.

الحلُّ: المدى = أكبرَ قيمةٍ – أصغرَ قيمةٍ

= ٩٩ – ٦٠ = ٣٩

نفرضُ عددَ الفئاتِ ٤

إذًا طولُ الفئةِ = $\frac{\text{المدى}}{\text{عددُ الفئاتِ}} = \frac{٣٩}{٤} \approx ١٠$

الدرجاتُ النهائيّةُ للطلبةِ في الاختبارِ

الفئاتُ	العلاماتُ	التكرارُ
٦٠ –	||||	٤
٧٠ –	𝍸 𝍸 ||||	١٤
٨٠ –	𝍸 𝍸 |	١١
٩٠ –	|||	٣
المجموعُ		٣٢

حاوِلْ أن تحلَّ

١ في مسابقةِ رميِ الرمحِ لفئةِ الناشئين سُجِّلَتِ المسافاتُ بالمترِ لـ ٢٤ متسابقًا وكانَتْ كالتالي: ٦٢، ٤٧، ٦٦، ٦٠، ٥٢، ٦٩، ٤٩، ٦٥، ٥٤، ٦٠، ٦١، ٤٢، ٥٥، ٥٨، ٤٠، ٥٨، ٥٢، ٦٤، ٦٥، ٥٠، ٥٣، ٥٨، ٥٦، ٥٩.

كوِّنْ جدولًا تكراريًّا ذا فئاتٍ منتظِمةٍ عددُها مناسِبٌ.

مثالٌ (٢)

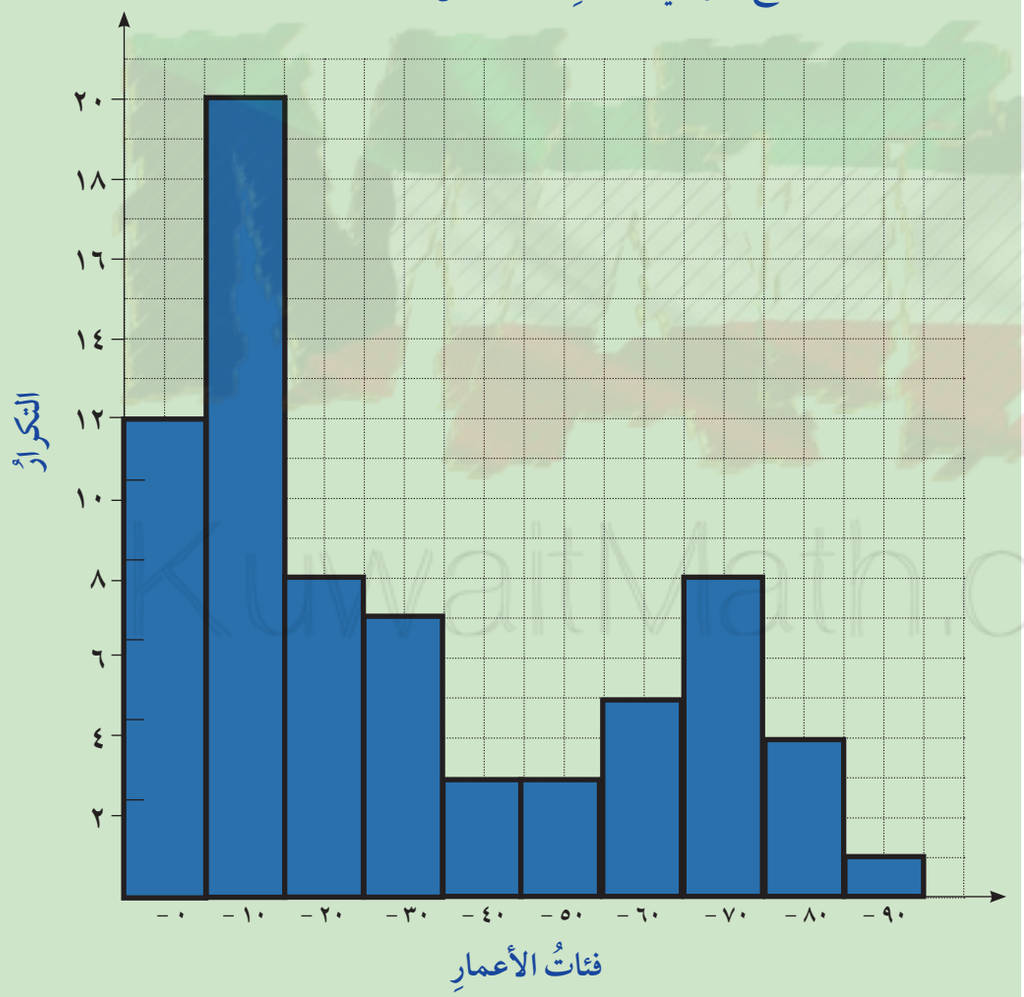
في نهايةِ كلِّ حلقةٍ من برنامجِ حوارٍ تلفزيونيٍّ يُدعى المشاهدون إلى الكتابةِ لمنتِجي البرنامجِ، ويُطلَبُ منهم كتابةُ العمرِ وذِكرُ الموضوعاتِ التي يرغبون في مشاهدتِها بالبرنامجِ.

استخدِمِ الجدولَ التكراريَّ لصنعِ مدرَّجٍ تكراريٍّ ثمّ بيِّنْ أي الفئاتِ العمريّةِ هم مشاهدون متجاوبون جدًّا مع البرنامجِ الحواريِّ.

الفئاتُ (الأعمارُ)	٠ –	١٠ –	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ –	٥٠ –	٦٠ –	٧٠ –	٨٠ –	٩٠ –
التكرارُ	١٢	٢٠	٨	٧	٣	٣	٥	٨	٤	١

إنّ صنعَ مدرَّجٍ تكراريٍّ يُشبِهُ صنعَ تمثيلٍ بيانيٍّ بالأعمدةِ إلا أنّ الأعمدةَ فيه تكون متلاصقة.

مدرَّجٌ تكراريٌّ لأعمارِ المشاهدين



عندَ النظرِ إلى المدرَّجِ التكراريِّ، يتّضحُ لك أنّ الفئةَ العمريّةَ ١٠ – هم مشاهدون متجاوبون جدًّا مع هذا البرنامجِ الحواريِّ.

معلومةٌ مفيدةٌ

لصنعِ مدرَّجٍ تكراريٍّ، ارسمْ عمودًا لكلِّ فئة شكلٍ مستطيلٍ عرضُه يدلُّ على طولِ الفئةِ. وطولُه يدلُّ على قيمةِ التكرارِ.

KuwaitMath.com

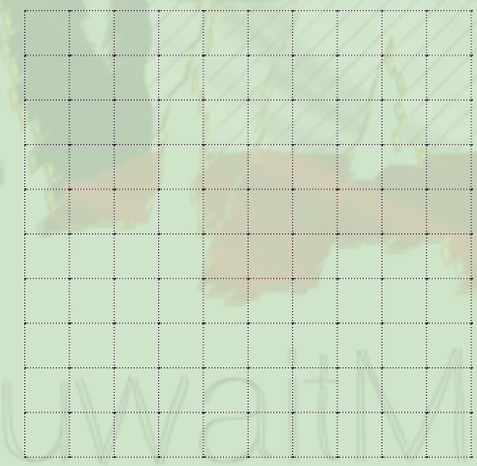
حاوِلْ أن تحلَّ

٢ السرعةُ القصوى في أحدِ الشوارعِ التجاريّةِ في مدينةِ الكويتِ العاصمةِ هي ٤٥ كم/ س.

يُبيِّنُ الجدولُ التالي عددَ المخالفاتِ المسجَّلةِ بحقِّ كلِّ سائقٍ لم يلتزمْ بالقانونِ.

فئاتُ السرعةِ	العلاماتُ التكراريّةُ	التكرارُ
٤٥ –	𝍸	٥
٥٠ –	𝍸 |||	٨
٥٥ –	𝍸 𝍸 ||	١٢
٦٠ –	𝍸 |	٦
٦٥ –	|||	٣

اصنعْ مدرَّجًا تكراريًّا باستخدامِ الجدولِ أعلاه.



تحقَّقْ من فهمِك

١ نظِّمْ قائمةً لمواقفَ تكونُ فيها معرفةُ التكرارِ هامّةً.

٢ متى استخدمْتَ علاماتٍ تكراريّةً في الماضي؟ كيف استخدمْتَ العلاماتِ التكراريّةَ؟

٣ لماذا يكونُ تنظيمُ البياناتِ في المثالِ (٢) بمدرَّجٍ تكراريٍّ أفضلَ منه بالتمثيلِ البيانيِّ بالنقاطِ المجمَّعةِ؟

KuwaitMath.com

المرشِدُ لحلِّ المسائلِ (٢-١)

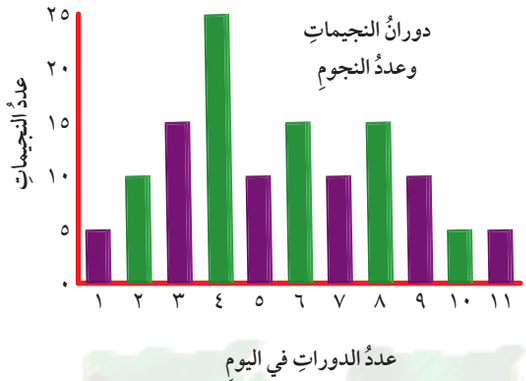
حلُّ المسائلِ
افهمْ
خطِّطْ
حُلَّ
تحقَّقْ

(النجيماتُ) Asteroids هي قطعٌ صخريّةٌ غليظةٌ قصيرةٌ ناجمةٌ من حركةِ دورانِ الشمسِ، يكونُ معظمُها بينَ مداري كوكبِ المرّيخِ وعطاردَ. درسَ الفلكيّون ١٢٥ من هذه النجيماتِ ليتعرّفوا سرعةَ دورانِها. البياناتُ مقرَّبةٌ إلى أقربِ دورانٍ للنجيماتِ، وتمَّ تلخيصُها في التمثيلِ البيانيِّ بالأعمدةِ أدناه.

(أ) كم عددُ النجيماتِ التي تدورُ ٤ دوراتٍ في اليومِ؟

(ب) كوِّنْ جدولًا تكراريًّا لهذا التمثيلِ البيانيِّ.

(جـ) ما المنوالُ؟



افهمْ

١ حوِّطْ ما يُطلَبُ منك عملُه؟

خطِّطْ

٢ سَمِّ الأعمدةَ في الجدولِ التكراريِّ. .....

.....

حُلَّ

٣ كم عددُ النجمياتِ التي تدورُ ٤ دوراتٍ في اليومِ؟ .....

٤ أكمِلِ الجدولَ التكراريَّ.

٥ ما المنوالُ؟ .....

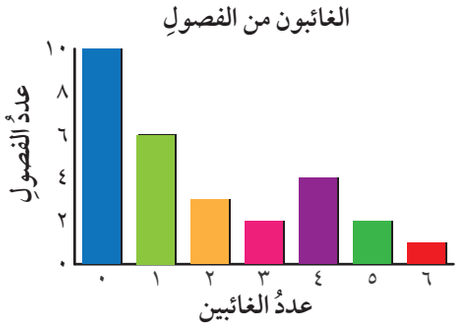
تحقَّقْ

٦ كيف تعرفُ أنّ كلَّ البياناتِ سُجِّلَتْ؟ .....

.....

حُلَّ مسألةً أخرى

٧ يُوضِّحُ التمثيلُ البيانيُّ المقابلُ عددَ الغائبين في فصولِ إحدى المدارسِ المتوسِّطةِ.



(أ) كم فصلًا فيه ٥ غائبين؟ .....

(ب) اصنعْ جدولًا تكراريًّا لهذه البياناتِ على ورقةٍ أخرى.

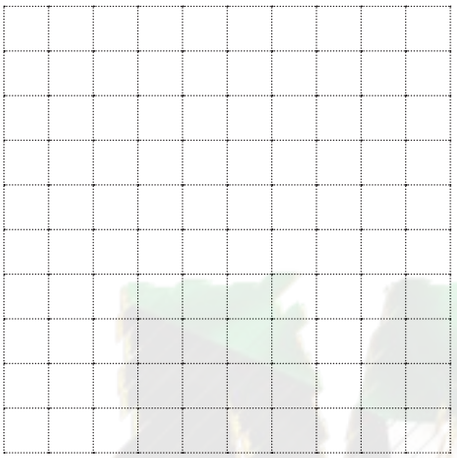
(جـ) ما المنوالُ؟ .....

KuwaitMath.com

حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

١ **التفكيرُ الرياضيُّ**: طُبِّقَ استطلاعٌ صغيرٌ على مجموعةٍ من الأفرادِ تتراوحُ أعمارُهم ما بينَ ١٢، ١٩ سنةً. كانَ السؤالُ «ما الذي يُقلِقُك بالدرجةِ الأولى»؟ أعطى كلُّ شخصٍ إجابةً واحدةً، وقد تمَّ فصلُ إجاباتِ الإناثِ عن الذكورِ. اصنعْ تمثيلًا بيانيًّا بالأعمدةِ المزدوجةِ، وكوِّنِ استنتاجًا قائمًا على التكراراتِ.

ما يُقلِقُ بالدرجةِ الأولى	إناثٌ	ذكورٌ
التقديراتُ (نتيجةُ الاختبارِ)	٧	٥
الحصولُ على المالِ الكافي	٤	٥
كيف أبدو؟	٨	٣
التخطيطُ المستقبليُّ	٤	٢
الوالدان	٣	٣
أن أكونَ محورَ الحديثِ	٣	٣



فكرةٌ مفيدةٌ لحلِّ المسائلِ

يُمكِنُ أن يكونَ جدولُ التكراراتِ طريقةً فعّالةً لتنظيمِ المعلوماتِ لبعضِ المسائلِ.

٢ **التواصلُ**: إذا كنْتَ تصنعُ للشبابِ منتَجًا من اختيارِك، فكيف ستستخدمُ بياناتِ «عمّا يُقلِقُهم بالدرجةِ الأولى» كما في التمرينِ السابقِ؛ لتُخطِّطَ لحملةِ دعايةٍ للسنواتِ العشرِ المقبلةِ؟ ما هو منتَجُك؟ وكيف سيُؤثِّرُ على حملتِك الدعائيّةِ؟

.....

.....

.....

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ

- ابحثْ عن النمطِ.
- نظِّمْ قائمةً.
- اعملْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدِمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

٢ـ٢

مقاييسُ النزعةِ المركزيّةِ

Measures of Central Tendency

سوف تتعلّمُ

- كيفيّةَ تحليلِ وتمثيلِ البياناتِ باستخدامِ المتوسِّطِ الحسابيِّ والوسيطِ والمنوالِ.

من الاستخداماتِ

- يستخدمُ وسطاءُ العقاراتِ هذه الأعدادَ لتحديدِ كيفيّةِ سيرِ الحركةِ في سوقِ العقاراتِ.

◄ صلةُ الدرسِ تعلّمْتَ كيفيّةَ عرضِ البياناتِ بالتمثيلِ البيانيِّ بالنقاطِ المجمَّعةِ وبمخطّطاتِ الساقِ والأوراقِ، والآن سوف تتعلّمُ كيفيّةَ تلخيصِ البياناتِ العدديّةِ بعددٍ. ►

استكشِفْ المتوسِّطُ الحسابيُّ، الوسيطُ، المنوالُ

ينتخبُ طلّابُ الجامعاتِ مندوبين عنهم لتشكيلِ مجلسِ الطلبةِ. يتوقّفُ عددُ المندوبين على عددِ الطلّابِ المسجَّلين في كلِّ كلّيّةٍ.

اسمُ الكلّيّةِ	عددُ المندوبين	اسمُ الكلّيّةِ	عددُ المندوبين
كلّيّةُ العلومِ	٤	كلّيّةُ العلومِ الاجتماعيّةِ	٢
كلّيّةُ الآدابِ	٣	كلّيّةُ التربيةِ	٢
كلّيّةُ الطبِّ	٢	كلّيّةُ الحقوقِ	٤
كلّيّةُ الهندسةِ	٣	كلّيّةُ الشريعةِ والدراساتِ الإسلاميّةِ	٢
كلّيّةُ العلومِ الإداريّةِ	٥		

١ ما العددُ الكلّيُّ للمندوبين في مجلسِ الطلبةِ لهذه الجامعةِ؟

٢ أيُّ كلّيّةٍ لها أكبرُ عددٍ من المندوبين؟ كم مندوبًا لها؟

٣ ما المتوسِّطُ الحسابيُّ لمندوبي الكلّيّاتِ؟

٤ افترضْ أنّ لهذه الكلّيّاتِ التسعِ ٥٤ مندوبًا في مجلسِ الطلبةِ وهي تتمثّلُ بالتساوي. فكم مندوبًا لكلِّ كلّيّةٍ؟

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

- ◄ مقاييسُ النزعةِ المركزيّةِ Central Tendency
- ◄ متوسِّطٌ حسابيٌّ Mean
- ◄ وسيطٌ Median
- ◄ قيمٌ متطرِّفةٌ Outlier
- ◄ منوالٌ Mode
- ◄ مركزُ الفئةِ Center of an interval

تعلَّمْ مقاييسُ النزعةِ المركزيّةِ

مقياسُ النزعةِ المركزيّةِ هو قيمةٌ مفردةٌ تُلخِّصُ مجموعةً من البياناتِ العدديّةِ.

المتوسِّطُ الحسابيُّ هو مجموعُ القيمِ مقسومًا على عددِها.

مثالٌ (١)

في دوريِّ كرةِ القدمِ لفرقِ الدرجةِ الأولى ٢٠٠٦-٢٠٠٧ جاءَتْ نقاطُ الفرقِ المشارِكةِ كما يأتي: كاظمةُ (٣٢)، الكويتُ (٣٢)، السالميَّةُ (٣١)، القادسيَّةُ (٢٥)، الساحلُ (١٢)، العربيُّ (٩)، التضامنُ (٩)، الفحيحيلُ (٨).

(أ) كوِّنْ جدولًا تكراريًّا للبياناتِ.

(ب) أوجِدِ المتوسِّطَ الحسابيَّ للنقاطِ.

الحلُّ: (أ)

النقاطُ	٣٢	٣١	٢٥	١٢	٩	٨
العلاماتُ التكراريّةُ	//	/	/	/	//	/
التكرارُ	٢	١	١	١	٢	١

(ب)

المتوسِّطُ الحسابيُّ =

$$\frac{(٢ \times ٣٢) + (١ \times ٣١) + (١ \times ٢٥) + (١ \times ١٢) + (٢ \times ٩) + (١ \times ٨)}{٨} = \frac{١٥٨}{٨} = ١٩,٧٥$$

KuwaitMath.com

حاوِلْ أن تحلَّ

١ كوِّنْ جدولًا مشابِهًا للجدولِ أعلاه لتجدَ المتوسِّطَ الحسابيَّ للبياناتِ التالية:

٧، ٨، ٦، ٧، ٥، ٨، ٦، ٦، ٩، ٧، ٤، ٩، ٩.

مثالٌ (٢)

بلغَتْ أطوالُ قاماتِ تلاميذِ أحدِ الصفوفِ بالسنتيمترِ كالتالي: ١٨٠، ١٧٢، ١٧٣، ١٧٠، ١٦٨، ١٦٩، ١٧٢، ١٦٥، ١٦٨، ١٦٧، ١٧٨، ١٧٩، ١٦٩، ١٧٦، ١٨٤، ١٦٦، ١٧٤، ١٦٨، ١٦٩، ١٧١.

(أ) أوجِدِ المدى لهذه البياناتِ.

(ب) كوِّنْ جدولًا تكراريًّا مستخدِمًا فئاتٍ مناسِبةً ومنتظِمةً.

(جـ) أكمِلِ الجدولَ بإيجادِ مركزِ كلِّ فئةٍ.

(د) أوجِدِ المتوسِّطَ الحسابيَّ لهذه البياناتِ مستخدِمًا مراكزَ الفئاتِ.

الجدولُ

الفئاتُ	علاماتُ العدِّ	التكرارُ
١٦٥ –	𝍸 |	٦
١٦٩ –	𝍸 ||	٧
١٧٣ –	|||	٣
١٧٧ –	|||	٣
١٨١ –	|	١

معلومةٌ مفيدةٌ

مركزُ الفئةِ = $\frac{\text{الحدُّ الأدنى + الحدَّ الأعلى}}{٢}$

تذكَّرْ

المدى = أكبرَ قيمةٍ – أصغرَ قيمةٍ

الحلُّ: (أ) المدى = أكبرَ قيمةٍ – أصغرَ قيمةٍ = ١٨٤ – ١٦٥ = ١٩

(ب) نفرضُ عددَ الفئاتِ ٥، فيكونُ طولُ الفئةِ $\frac{١٩}{٥} \approx ٤$

(جـ) مركزُ الفئةِ هو المتوسِّطُ الحسابيُّ لطرفيها وبالتالي:

الفئاتُ	علاماتُ العدِّ	التكرارُ	مركزُ الفئات
١٦٥ –	𝍸 |	٦	١٦٧
١٦٩ –	𝍸 ||	٧	١٧١
١٧٣ –	|||	٣	١٧٥
١٧٧ –	|||	٣	١٧٩
١٨١ –	|	١	١٨٣

مركزُ الفئةِ ١٦٥ – $= \frac{١٦٥ + ١٦٩}{٢}$

$= ١٦٧$

مركزُ الفئةِ ١٦٩ – $= \frac{١٦٩ + ١٧٣}{٢}$

$= ١٧١$

مركزُ الفئةِ ١٧٣ – $= \frac{١٧٣ + ١٧٧}{٢}$

$= ١٧٥$

مركزُ الفئةِ ١٧٧ – $= \frac{١٧٧ + ١٨١}{٢}$

$= ١٧٩$

مركزُ الفئةِ ١٨١ – $= \frac{١٨١ + ١٨٥}{٢}$

$= ١٨٣$

(د) المتوسِّطُ الحسابيُّ $= \frac{\text{مركزُ الفئةِ الأولى} \times \text{تكرارِها} + \text{مركزَ الفئةِ الثانيةِ} \times \text{تكرارِها} + \ldots\ldots}{\text{مجموعِ التكراراتِ}}$

المتوسِّطُ الحسابيُّ $= \frac{(٦ \times ١٦٧) + (٧ \times ١٧١) + (٣ \times ١٧٥) + (٣ \times ١٧٩) + (١ \times ١٨٣)}{٢٠}$

$= \frac{٣٤٤٤}{٢٠} = ١٧٢,٢$

حاوِلْ أن تحلَّ

٢ كوِّنْ جدولًا تكراريًّا آخرَ لأطوالِ قاماتِ الطلّابِ في المثالِ (٢)، ثمّ أوجِدِ المتوسِّطَ الحسابيَّ. ماذا تُلاحِظُ بالمقارنةِ مع الإجابةِ في المثالِ؟

KuwaitMath.com

الوسيطُ: هناك مقياسٌ آخرُ للنزعةِ المركزيّةِ هو «الوسيطُ» ومعناه القيمةُ الوسطى لمجموعةِ بياناتٍ. ويُحدَّدُ الوسيطُ عندما تُرتَّبُ البياناتُ حسبَ قيمتِها العدديّةِ تصاعديًّا أو تنازليًّا، فإذا كانَ عددُ قيمِ تلك البياناتِ زوجيًّا يكونُ الوسيطُ هو متوسِّطَ القيمتين الوسيطتين. وإذا كانَ عددُ قيمِ تلكَ البياناتِ فرديًّا يكون الوسيطُ هو القيمةَ الوسطى.

ويُمكِنُ أن يكونَ الوسيطُ مقياسًا أفضلَ للنزعةِ المركزيّةِ من المتوسِّطِ الحسابيِّ وذلك عندما تحتوي مجموعةُ البياناتِ على **قيمٍ متطرِّفةٍ**، أي قيمٍ بعيدةٍ عن معظمِ مجموعةِ البياناتِ.

المنوالُ: هو أكثرُ القيمِ تكرارًا، فإذا لم تتكرّرْ أيُّ قيمةٍ أكثرَ من مرّةٍ، إذًا لا يوجَدُ منوالٌ، ويُمكِنُ أن يوجَدَ أكثرُ من منوالٍ لمجموعةٍ من القيمِ.

أمثلةٌ

٣ نالَ أحدُ التلاميذِ في عشرةِ امتحاناتٍ الدرجاتِ التاليةَ:
٦٩، ٧٠، ٥٩، ٦١، ٦٦، ٦٧، ٧٠، ٧٣، ٦٦، ٩٣.
أوجِدِ الوسيطَ والمنوالَ لهذه الدرجاتِ.

٥٩، ٦١، ٦٦، ٦٦، ٦٧، ٦٩، ٧٠، ٧٠، ٧٣، ٩٣ — رتِّبِ القيمَ ترتيبًا عدديًّا (تصاعديًّا)

٥٩، ٦١، ٦٦، ٦٦، ٦٧، ٦٩، ٧٠، ٧٠، ٧٣، ٩٣ — عددُ القيمِ (١٠) زوجيٌّ، توجَدُ قيمتان وسيطتان

أوجِدْ متوسِّطَ القيمتين الوسيطتين

$$\frac{٦٧ + ٦٩}{٢} = ٦٨$$

٦٨ هو الوسيطُ لهذه الدرجاتِ.

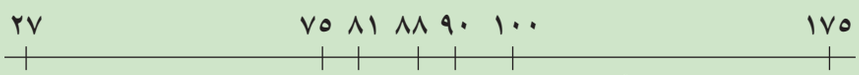
يوجَدُ منوالان هما ٦٦، ٧٠

٤ يرغبُ محلٌّ لبيعِ الإلكترونيّاتِ في زيادةِ عملائِه الشبابِ، فيبيعُ مشغِّلاتِ الأسطواناتِ المدمَجةِ بالأسعارِ التاليةِ: ٩٠ دينارًا، ٧٥ دينارًا، ١٧٥ دينارًا، ٨٨ دينارًا، ٢٧ دينارًا، ١٠٠ دينارٍ، ٨١ دينارًا. فما هو السعرُ الوسيطُ؟

هل توجَدُ قيمٌ متطرِّفةٌ في هذه الأسعارِ؟

نكتبُ القيمَ بترتيبٍ تصاعديٍّ.

أسعارُ مشغِّلاتِ الأسطواناتِ المدمَجةِ



فيكونُ السعرُ الوسيطُ ٨٨ دينارًا، ويكونُ ٢٧ دينارًا و١٧٥ دينارًا قيمًا متطرِّفةً.

فكرةٌ مفيدةٌ — لحلِّ المسائلِ

يُمكِنُ رؤيةُ القيمِ المتطرّفةِ بطريقةٍ أسهلَ إذا مثّلْتَ البياناتِ على خطِّ الأعدادِ المرسومِ بمقياسٍ دقيقٍ.

حاوِلْ أن تحلَّ

٣ سُئِلَ عشرةُ أشخاصٍ أعمارُهم بينَ ١٢ و١٥ عامًا: «كم دينارًا تُنفِقُه كلَّ أسبوعٍ؟» كانَتِ الإجاباتُ: ٢، ١٠، ٥، ١٥، ٣، ٥، ٥، ١٥، ١٠، ٤٠.

(أ) أوجِدِ المتوسِّطَ الحسابيَّ والوسيطَ للدنانيرِ المنفَقةِ كلَّ أسبوعٍ لهذه المجموعةِ؟

(ب) أوجِدِ المتوسِّطَ الحسابيَّ والوسيطَ للدنانيرِ المنفَقةِ كلَّ أسبوعٍ لهذه المجموعةِ دونَ اعتبارِ القيمِ المتطرِّفةِ، ماذا تُلاحِظُ؟

KuwaitMath.com

ما رأيُك؟

سُجِّلَتْ أعدادُ الدجاجِ التي ربّاها ماجدٌ في المنزلِ سنويًّا من عامِ ٢٠٠٥ إلى عامِ ٢٠١٣ في الجدولِ التالي. استخدِمْ أحدَ مقاييسِ النزعةِ المركزيّةِ لإيجادِ ملخَّصٍ لإنتاجِه خلالَ التسعِ سنواتٍ المذكورةِ.

السنةُ	٠٥	٠٦	٠٧	٠٨	٠٩	١٠	١١	١٢	١٣
العددُ	٢٥	٢٤	١٩	٣٣	٢٥	٣٤	٤٦	٣٧	٣٣

ماجدٌ يُفكِّرُ...

سوف أوجِدُ المتوسِّطَ الحسابيَّ. سأجمعُ أوّلًا عددَ الدجاجِ ثمّ أقسمُ على ٩ لأنّني جمعْتُ ٩ أعدادٍ.

$$\frac{٢٥ + ٢٤ + ١٩ + ٣٣ + ٢٥ + ٣٤ + ٤٦ + ٣٧ + ٣٣}{٩} \approx ٣٠,٦٧$$

فإذا قرّبْتُ الإجابةَ يكونُ المتوسِّطُ ٣١ دجاجةً سنويًّا.

سالمٌ يُفكِّرُ...

سوف أوجِدُ الوسيطَ والمنوالَ. كلُّ ما أحتاجُ أن أعملَه هو أن أُرتِّبَ أعدادَ الدجاجِ بطريقةٍ تصاعديّةٍ.

١٩، ٢٤، ٢٥، ٢٥، ٣٣، ٣٣، ٣٤، ٣٧، ٤٦

يبدو أنّه يوجَدُ منوالان: ٢٥، ٣٣، كلٌّ منهما يظهرُ مرّتين.

العددُ الأوسطُ هو ٣٣، لذا فالوسيطُ هو ٣٣.

SawatMath.com

ما رأيُك؟

١ أيُّ منوالٍ هو الأقربُ إلى وسيطِ البياناتِ؟ وضِّحْ إجابتَك.

٢ من وجهةِ نظرِك، لماذا كانَ للمتوسِّطِ الحسابيِّ والوسيطِ القيمةُ نفسُها تقريبًا؟

تحقَّقْ من فهمِك

١ ما تأثيرُ القيمِ المتطرِّفةِ على المتوسِّطِ الحسابيِّ والوسيطِ لمجموعةٍ من البياناتِ؟

٢ صِفْ كيف يُمكِنُ إيجادُ وسيطِ مجموعةٍ من البياناتِ لها عددٌ زوجيٌّ من القيمِ.

أوجِدِ المتوسِّطَ الحسابيَّ والوسيطَ والمنوالَ لمجموعةِ البياناتِ الآتيةِ:

منذُ عامِ ١٩٨٢ إلى عامِ ١٩٩٠، كانَ عددُ ناقلاتِ البترولِ التي تنتشرُ في العالمِ سنويًّا هو:
٩، ١٧، ١٥، ٩، ٨، ١٢، ١٣، ٨٩، ٨. عيِّنِ القيمةَ المتطرِّفةَ واحسبِ المتوسِّطَ الحسابيَّ والوسيطَ والمنوالَ لمجموعةِ البياناتِ دونَ القيمةِ المتطرِّفةِ.

افهمْ

١ حوِّطْ مجموعةَ البياناتِ.

٢ حوِّطْ على المطلوبِ إيجادُه. .....

خطِّطْ

٣ رتِّبِ البياناتِ من الأصغرِ إلى الأكبرِ. .....

٤ كم عددُ قيمِ البياناتِ في مجموعةِ البياناتِ؟ .....

حُلَّ

٥ راجِعْ مجموعةَ بياناتِ ناقلاتِ البترولِ من ١٩٨٢ - ١٩٩٠ أوجِدْ:

(أ) المتوسِّطُ الحسابيُّ (ب) الوسيطُ (جـ) المنوالُ

.....

.....

.....

٦ ما القيمةُ المتطرِّفةُ لهذه البياناتِ؟ .....

٧ ما المتوسِّطُ الحسابيُّ دونَ اعتبارِ القيمةِ المتطرِّفةِ كجزءٍ من البياناتِ؟ .....

٨ ما الوسيطُ دونَ اعتبارِ القيمةِ المتطرِّفةِ كجزءٍ من البياناتِ؟ .....

تحقَّقْ

٩ كيف تغيّرَ المتوسِّطُ الحسابيُّ والوسيطُ عندما قمْتَ بحسابِهما دونَ القيمةِ المتطرِّفةِ؟ ولماذا؟

.....

حُلَّ مسألةً أخرى

١٠ أوجِدِ المتوسِّطَ الحسابيَّ والوسيطَ والمنوالَ لمجموعةِ البياناتِ حولَ عددِ الدقائقِ التي قضاها بعضُ الطلّابِ في عملِ الواجبِ المنزليِّ لمادّةِ الرياضيّاتِ ٥، ٢٤، ٣١، ٢١، ٢٩. عيِّنِ القيمةَ المتطرِّفةَ، واحسبِ المتوسِّطَ الحسابيَّ والوسيطَ لمجموعةِ البياناتِ دونَ القيمةِ المتطرِّفةِ. .....

.....

KuwaitMath.com

حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

١ **اخترِ الإستراتيجيّةَ**: باعَ محلٌّ مجموعةً من الهدايا التذكاريّةِ لزيادةِ دخلِه: ٦١ صحنًا للحلوى ثمنُ الصحنِ الواحدِ ٢٠٠ فلسٍ، و٥٧ قلمَ حبرٍ ثمنُ القلمِ الواحدِ ٣٠٠ فلسٍ، و١٩ فنجانًا ثمنُ الفنجانِ الواحدِ ٥٠٠ فلسٍ، و٤٥ سلسلةَ مفاتيحَ ثمنُ السلسلةِ الواحدةِ ٨٠٠ فلسٍ، و٣ قمصانٍ ثمنُ الواحدةِ ١٥ دينارًا. أوجِدِ المتوسِّطَ الحسابيَّ لسعرِ الهديّةِ التذكاريّةِ.

.....

.....

٢ **التفكيرُ الناقدُ**: كوِّنْ مجموعاتٍ من البياناتِ تحوي كلٌّ منها على الأقلِّ ثلاثَ قيمٍ بحيث تجعلُ كلَّ جملةٍ من الجملِ التاليةِ صحيحةً.

(أ) المنوالُ أكبرُ من المتوسِّطِ الحسابيِّ. .....

(ب) المتوسِّطُ الحسابيُّ أكبرُ من الوسيطِ. .....

(جـ) الوسيطُ أكبرُ من المتوسِّطِ الحسابيِّ. .....

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ

- ابحثْ عن النمطِ.
- نظِّمْ قائمةً.
- اعملْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدِمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

KuwaitMath.com

٢-٣

التمثيلُ البيانيُّ بالنقاطِ المجمَّعةِ ومخطَّطاتُ الساقِ والأوراقِ

Line plots and Stem-and-Leaf Diagrams

سوف تتعلّمُ

- كيفيّةَ فهمِ التمثيلِ البيانيِّ بالنقاطِ المجمّعةِ ومخطَّطاتِ الساقِ والأوراقِ.

من الاستخداماتِ

- يستخدمُ مديرو دورِ العرضِ السينمائيِّ مخطَّطاتِ الساقِ والأوراقِ لتحليلِ أسعارِ التذاكرِ.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

- مدًى Range
- تمثيلٌ بيانيٌّ بالنقاطِ المجمَّعةِ Line Plot
- مخطَّطُ الساقِ والأوراقِ Steam and Leaf Diagram
- مخطَّطُ الساقِ والأوراقِ المزدوجُ Double Steam and Leaf Diagram

◄ **صلةُ الدرسِ** سبقَ أن رأيْتَ كيفيّةَ استخدامِ البياناتِ في الصحفِ والمجلّاتِ. وفي هذا الدرسِ ستتعلّمُ طرقَ استخدامِ ومقارنةِ البياناتِ. ►

استكشِفْ التمثيلُ البيانيُّ بالنقاطِ المجمَّعةِ

مفاجآتُ الصيفِ

يأتي فصلُ الصيفِ بنشاطاتٍ متنوِّعةٍ، ففضلًا عن السباحةِ هناك مشاهدةُ الأفلامِ. تربحُ دورُ العرضِ السينمائيِّ ومحلّاتُ أفلامِ الڤيديو الكثيرَ من المالِ في فصلِ الصيفِ. تُرى كم عددُ الأفلامِ التي شاهدْتَها هذا الصيفَ؟

الأفلامُ في دارِ العرضِ

نادرٌ	مباركٌ
×	×
×	×
×	

شاهدَ مباركٌ ٣ أفلامٍ في دارِ عرضِ الأفلامِ

١ كم عددُ الأفلامِ التي شاهدَها كلُّ شخصٍ من مجموعتِك في دارِ العرضِ السينمائيِّ؟ ارسمِ البياناتِ كما هو موضَّحٌ في الشكلِ إلى اليسارِ وضَعْ علامةَ (×) واحدةً لكلِّ فيلمٍ.

٢ كم عددُ أفلامِ الڤيديو التي شاهدَها كلُّ شخصٍ؟ ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا بالنقاطِ المجمَّعةِ مشابهًا لهذا التمثيلِ.

٣ ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا بالنقاطِ المجمَّعةِ يُوضِّحُ العددَ الكلّيَّ للأفلامِ التي شاهدَها كلُّ شخصٍ في مجموعتِك.

٤ كم طالبًا في مجموعتِك شاهدَ أقلَّ من خمسةِ أفلامٍ؟ وكم طالبًا شاهدَ بينَ خمسةِ وعشرةِ أفلامٍ؟ وكم طالبًا شاهدَ أكثرَ من عشرةِ أفلامٍ؟

٥ من دونِ عدٍّ، صِفْ كيف تُحدِّدُ، بالنظرِ إلى التمثيلِ البيانيِّ بالنقاطِ المجمَّعةِ الذي رسمْتَه، من شاهدَ أقلَّ عددٍ من الأفلامِ؟ ومن شاهدَ أكثرَ عددٍ منها؟

٦ ما التقريرُ الذي يُمكِنُك تقديمُه إذا نظرْتَ إلى التمثيلِ البيانيِّ بالنقاطِ المجمَّعةِ؟

تعلَّمْ التمثيلُ البيانيُّ بالنقاطِ المجمَّعةِ ومخطَّطاتُ الساقِ والأوراقِ

عندَ تداولِ البياناتِ يكونُ من المفيدِ معرفةُ مدى المجموعةِ. **مدى** مجموعةِ بياناتٍ هو الفرقُ بينَ أكبرِ القيمِ وأصغرِها.

ما بينَ عامي ١٩٥٠ و١٩٩٠، ارتفعَ عددُ العواصفِ المداريّةِ سنويًّا حتّى وصلَ في عامِ ١٩٦٩ إلى ١٢ عاصفةً، ثمّ أخذَ المعدَّلُ ينخفضُ حتّى بلغَ عاصفتين عامَ ١٩٨٢.

وبذلك يكونُ مدى العواصفِ المداريّةِ سنويًّا هو ٢ إلى ١٢ أو المدى = ١٢-٢ = ١٠.

إنّ **التمثيلَ البيانيَّ بالنقاطِ المجمَّعةِ** هو عرضٌ للبياناتِ يُوضِّحُ عددَ مرّاتِ حدوثِ قيمةِ كلِّ بيانٍ، وكلّما حدثَتْ قيمةٌ لبيانٍ وُضِعَتْ علامةٌ فوقَ تلك القيمةِ على خطٍّ للأعدادِ أو البياناتِ.

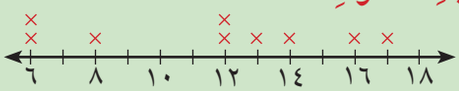
هل تعلمُ؟

يُشاهِدُ الشبابُ القناةَ الثالثةَ الرياضيّةَ أكثرَ من أيِّ قناةٍ تليفزيونيّةٍ أخرى.

مثالٌ (١)

أجرَتْ قناةُ العربيِّ الثقافيّةُ مسابقةً بالسؤالِ التالي: «كم عددُ شبكاتِ التلفزيونِ العربيّةِ التي يُمكِنُك ذكرُها؟» وكانَتِ النتائجُ ممثَّلةً بالنقاطِ المجمَّعةِ في الشكلِ المقابِلِ.

أوجِدْ كلًّا من المدى، المتوسِّطِ الحسابيِّ، الوسيطِ، المنوالِ.



الحلُّ:

القيمةُ الصغرى ٦ والقيمةُ الكبرى ١٧

∴ المدى = ١٧ − ٦ = ١١

$$\text{المتوسِّطُ الحسابيُّ} = \frac{\text{مجموعُ القيمِ}}{\text{عددِها}} = \frac{٦ + ٦ + ٨ + ١٢ + ١٢ + ١٣ + ١٤ + ١٦ + ١٧}{٩}$$

$$= \frac{١٠٤}{٩} \approx ١١,٦$$

الوسيطُ = ١٢

للبياناتِ منوالان هما ٦، ١٢

يستخدمُ **مخطَّطُ الساقِ والأوراقِ** أرقامَ البياناتِ العدديّةِ لتوضيحِ شكلِ مجموعةِ البياناتِ وتوزيعِها، وكلُّ عددٍ في البياناتِ يُجزَّأُ إلى ساقٍ وورقةٍ.

مثالٌ (٢)

تكلفةُ حفلِ تكريمِ المتفوّقين في إحدى المدارسِ للسنواتِ التسعِ السابقةِ ممثَّلةٌ بمخطَّطِ الساقِ والأوراقِ التالي:

أوجِدْ كلًّا من الوسيطِ، والمنوالِ.

الساقُ	الأوراقُ
٦	١ ٢
٧	٣ ٨ ٩ ٠
٨	٢ ٥ ٩ ١

الحلُّ: الوسيطُ = ٧٣٩.

المنوالُ = ٨٢١.

نُلاحِظُ في مخطَّطِ الساقِ والأوراقِ أنّ البياناتِ مرتَّبةٌ تصاعديًّا وعددُها ٩.

القيمةُ الصغرى ٦١٢ والقيمةُ الكبرى ٨٢٩

∴ المدى = ٨٢٩ − ٦١٢ = ٢١٧

KuwaitMath.com

يُقارِنُ **مخطَّطُ الساقِ والأوراقِ المزدوجُ** مجموعتين من البياناتِ بذاتِ الصلةِ في مخطَّطٍ واحدٍ.

مثالٌ (٣)

في دوريِّ كرةِ السلّةِ، سجّلَ الفريقُ الذي حلَّ في المرتبةِ الأولى النقاطَ التاليةَ من المبارياتِ التي لعبَها: ٨٥، ٨١، ٨١، ٧٩، ٧٨، ٧٧، ٦٢، ٧٠، ٨٩، وسجّلَ الفريقُ الذي حلَّ في المرتبةِ الثانيةِ النقاطَ التاليةَ في المبارياتِ التي لعبَها: ٨٤، ٧٥، ٧٦، ٨٠، ٨٠، ٨١، ٦٠، ٦١، ٨٧.

استخدِمْ مخطَّطَ الساقِ والأوراقِ المزدوجَ لمقارنةِ نتائجِ الفريقين.

الأوراقُ	الساقُ	الأوراقُ
٢	٦	١٠
٠٧٨٩	٧	٦٥
١١٥٩	٨	٧٤١٠٠

يُوضِّحُ مخطَّطُ الساقِ والأوراقِ المزدوجُ أنّ معظمَ نتائجِ الفريقين الأوّلِ والثاني أعلى من سبعين.

حاوِلْ أن تحلَّ

١ قارِنْ بينَ النقاطِ الكلّيّةِ التي حقّقَها نجما الفريقِ الأوّلِ والفريقِ الثاني خلالَ ٦ مبارياتٍ. استخدِمْ مخطَّطَ الساقِ والأوراقِ المزدوجَ.

المباراةُ	١	٢	٣	٤	٥	٦
نجمُ الفريقِ الأوّلِ	٢٨	٢٩	٣٦	٢٣	٢٦	٢٢
نجمُ الفريقِ الثاني	٢١	٢١	١٢	٩	١٤	١٧

يفوزُ فريقٌ في لعبةِ كرةِ السلّةِ إذا انتهى وقتُ المباراةِ وكان متقدِّمًا على الفريقِ المنافسِ بنقطةٍ واحدةٍ على الأقلِّ، أمّا إذا كانَ الفريقان متعادلين يتمُّ تمديدُ وقتِ المباراةِ خمسَ دقائقَ إضافيّةٍ حتّى ينتهيَ الوقتُ بتقدّمِ أحدِ الفريقين.

تحقَّقْ من فهمِك

١ متى تستخدمُ التمثيلَ البيانيَّ بالنقاطِ المجمَّعةِ؟ ومتى تستخدمُ مخطَّطَ الساقِ والأوراقِ؟

٢ كيف يُمكِنُك تحديدُ مدى مجموعةٍ من البياناتِ؟ اذكرْ طريقتين للتعبيرِ عن المدى.

Kuwaitiah.com

المرشِدُ لحلِّ المسائلِ (٢-٣)

يُمنَحُ الطلّابُ تحتَ سنِّ الـ ١٨ خصمًا للدخولِ إلى المركزِ العلميِّ طوالَ أيّامِ الأسبوعِ خلالَ العامِ الدراسيِّ. اصنعْ مخطَّطَ الساقِ والأوراقِ باستخدامِ الجدولِ التالي الذي يُوضِّحُ عددَ الطلّابِ الذين مُنحوا هذا الخصمَ يوميًّا. أوجِدِ الوسيطَ والمنوالَ.

الاثنينُ	الثلاثاءُ	الأربعاءُ	الخميسُ	الجمعةُ	السبتُ	الأحدُ	الاثنينُ	الثلاثاءُ	الأربعاءُ
١٥٤	١٥٢	١٥٧	٢٥١	٣٤٢	٣٤٤	٩٣	٢٥١	٢٥٢	٢٥٥

افهمْ

١ ضَعْ دائرةً حولَ الطريقةِ المطلوبةِ لعرضِ البياناتِ.

٢ ضَعْ خطًّا تحتَ المطلوبِ إيجادُه في المسألةِ.

خطِّطْ

٣ رتِّبِ البياناتِ من الأصغرِ إلى الأكبرِ. .....

٤ ما مدى البياناتِ؟ .....

.....

حُلَّ

٥ رتِّبِ السيقانَ ترتيبًا عدديًّا. .....

٦ ضَعِ الأرقامَ في منزلةِ الآحادِ لكلِّ ساقٍ في ترتيبٍ تصاعديٍّ. .....

٧ ما الوسيطُ لهذه البياناتِ؟ ما المنوالُ لهذه البياناتِ؟ .....

٨ سَمِّ الأيّامَ التي مُثِّلَتْ بساقٍ لها أعلى عددٍ من الأوراقِ. .....

تحقَّقْ

٩ كيف يُمكِنُك التأكّدُ من أنّك قد سجّلْتَ كلَّ البياناتِ؟ .....

.....

حُلَّ مسألةً أخرى

١٠ اصنعْ مخطَّطَ الساقِ والأوراقِ لدرجاتِ الامتحاناتِ الموضَّحةِ في الجدولِ التالي. أوجِدِ الوسيطَ والمنوالَ.

الامتحانُ	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الدرجةُ	٩٥	٧٥	٦٣	٧٧	٨٩	٩٩	٧٥	٨٤	٨١	٨١

KuwaitMath.com

حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

١ **التفكيرُ الناقدُ**: افرضْ أنّك وضعْتَ الأعدادَ ٢، ٣، ٤، ٥ في عمودِ الساقِ من مخطَّطِ الساقِ والأوراقِ، ماذا تستنتجُ إذا لم يكنْ هناك شيءٌ في صفِّ الأوراقِ المناظِرِ للعددِ ٤؟

.....

.....

٢ **التواصلُ**: اصنعْ مخطَّطَ الساقِ والأوراقِ المزدوجَ لعددِ مدارسِ المرحلةِ المتوسِّطةِ في المناطقِ التعليميّةِ والتي يُوضِّحُها الجدولُ الآتي:

.....

.....

	بنينٌ	بناتٌ
منطقةُ العاصمةِ التعليميّةُ	١٥	١٥
منطقةُ حولي التعليميّةُ	١٥	١٦
منطقةُ الفراونيّةِ التعليميّةُ	١٧	١٨
منطقةُ الأحمديِّ التعليميّةُ	٢٣	٢٤
منطقةُ الجهراءِ التعليميّةُ	١٧	١٧
منطقةُ مباركٍ الكبيرِ التعليميّةُ	١١	١٢

فكرةٌ مفيدةٌ لحلِّ المسائلِ

وضعُ البياناتِ في ترتيبٍ عدديٍّ بسيطٍ يُمكِنُ أن يمنحَك بدايةً جيّدةً.

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ

- ابحثْ عن النمطِ.
- نظِّمْ قائمةً.
- اعملْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدِمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

KuwaitMath.com

٤-٢

مخطَّطُ الصندوقِ ذي العارضتين

Box-and-Whisker Plots

سوف تتعلّمُ

- كيف تُحلِّلُ وتُمثِّلُ انتشارَ وتوزيعَ البياناتِ مستخدِمًا مخطَّطَ الصندوقِ ذي العارضتين.

من الاستخداماتِ

- يستخدمُ المعلّمون مخطَّطَ الصندوقِ ذي العارضتين لفهمِ أداءِ الطلّابِ في الامتحاناتِ الإقليميّةِ مثلِ شهادةِ التعليمِ الأساسيِّ.

◄ **صلةُ الدرسِ** سوف تستخدمُ الآن معلوماتِك عن الوسيطِ والأرباعيّاتِ لعرضِ البياناتِ بيانيًّا. ►

استكشِفْ الأرباعيّاتُ

مجموعُ العددين الظاهرين عندَ رميِ حجري نردٍ

الأدواتُ المستخدَمةُ: حجرا نردٍ (مكعّبان مرقّمان)

١ دحرِجْ حجري نردٍ ٢٠ مرّةً، ثمّ سجِّلْ مجموعَ كلِّ دحرجةٍ.

٢ أوجِدِ الوسيطَ بترتيبِ البياناتِ ترتيبًا عدديًّا. ارسمْ خطًّا حيث يوجَدُ الوسيطُ. ينبغي أن تقعَ أصغرُ عشرِ قيمٍ على يسارِ ذلك الخطِّ.

٣ أوجِدِ الوسيطَ للعشرِ قيمِ الصغرى. بيِّنْ موقعَ الوسيطِ للقيمِ العشرِ الصغرى، وافعلْ كما سبقَ مع العشرِ قيمِ الكبرى التي تقعُ على اليمينِ.

٤ لقد رُسِمَتْ ثلاثةُ خطوطٍ قسّمَتِ البياناتِ إلى أربعةِ أجزاءٍ. ناقِشْ مميِّزاتِ هذه الأجزاءِ الأربعةِ.

تعلَّمْ مخطَّطُ الصندوقِ ذي العارضتين

مخطّطُ الصندوقِ ذي العارضتين هو طريقةٌ بصريّةٌ لتوضيحِ قيمِ الوسيطِ لمجموعةٍ من البياناتِ.

الأرباعيّاتُ هي ثلاثةُ أعدادٍ تقسمُ مجموعةَ البياناتِ إلى أربعةِ أجزاءٍ متساويةٍ من عددِ البياناتِ.

الوسيطُ هو الأرباعيُّ الأوسطُ. خُذِ الوسيطَ للنصفين الأعلى والأسفلِ من البياناتِ لكي توجَدَ الأرباعيّين الآخرين.

الأرباعيُّ الأدنى هو الوسيطُ للنصفِ الأدنى من مجموعةِ بياناتٍ.

الأرباعيُّ الأعلى هو الوسيطُ للنصفِ الأعلى من مجموعةِ بياناتٍ.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

- ◄ مخطَّطُ الصندوقِ ذي العارضتين
  Box and Wisker plot
- ◄ الأرباعيّاتُ
  Quartils
- ◄ الأرباعيُّ الأدنى
  Lower Quartil
- ◄ الأرباعيُّ الأعلى
  Upper Quartil

KuwaitMath.com

افترِضْ أنّ طالبًا قد حصلَ على درجاتِ ٩٧، ٨٠، ٨٥، ٧٢، ٦٥، ٩٤، ٧٦ في سبعِ مسابقاتٍ.

رتِّبِ البياناتِ تصاعديًّا

٦٥ ٧٢ ٧٦ | ٨٠ | ٨٥ ٩٤ ٩٧

↓ ↓ ↓

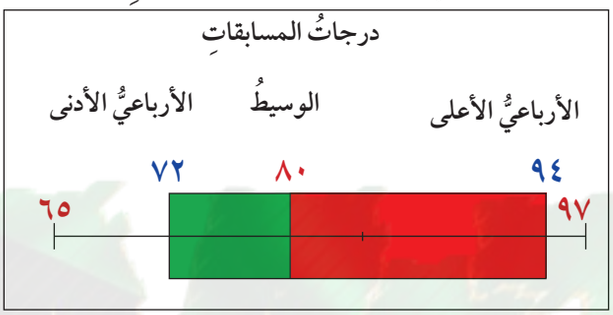
النصفُ الأدنى للبياناتِ **الوسيطُ** النصفُ الأعلى للبياناتِ

الوسيطُ = ٨٠

الوسيطُ للنصفِ الأدنى للبياناتِ = ٧٢ **أي أنّ الأرباعيَّ الأدنى** = ٧٢

الوسيطُ للنصفِ الأعلى للبياناتِ = ٩٤ **أي أنّ الأرباعيَّ الأعلى** = ٩٤

عيِّنِ البياناتِ السابقةَ حسبَ ترتيبِها على خطِّ الأعدادِ وارسمِ الصندوقَ ذا العارضتين.



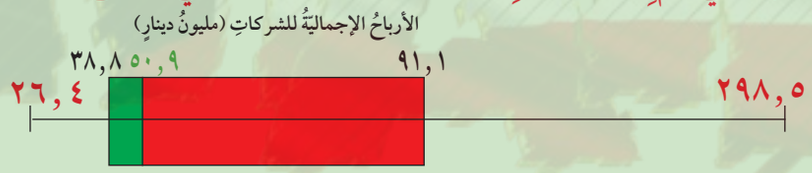
هل تعلمُ؟

لماذا يُسمّى مخطَّطُ الصندوقِ ذي العارضتين؟

لأنّه يُشبِهُ الصندوقَ مع عارضتين.

مثالٌ (١)

الشكلُ التالي هو مخطَّطُ الصندوقِ ذي العارضتين لتوضيحِ الأرباحِ الإجماليّةِ لأفضلِ ٥٠ شركةً في عامِ ١٩٩٤. أوجِدِ المدى والوسيطَ والأرباعيَّ الأعلى والأرباعيَّ الأدنى.



القيمةُ الصغرى للبياناتِ ٢٦,٤ مليونَ دينارٍ
والقيمةُ الكبرى للبياناتِ ٢٩٨,٥ مليونَ دينارٍ.
∴ المدى = ٢٩٨,٥ − ٢٦,٤ = ٢٧٢,١

انظرْ إلى العارضتين.

الوسيطُ هو ٥٠,٩ مليونَ دينارٍ.
الأرباعيُّ الأعلى = ٩١,١ مليون دولار
الأرباعيُّ الأدنى = ٣٨,٨ مليون دولار

انظرْ إلى الخطِّ الأوسطِ في الصندوقِ.
انظر الطرفَ الأعلى من الصندوقِ.
انظر الطرفَ الأدنى من الصندوقِ.

حاوِلْ أن تحلَّ

١ سُئِلَ مئةٌ من الأولادِ بينَ عمرِ ١٢ إلى ١٥ عامًا عن عددِ مرّاتِ زياراتِهم محلّاتِ بيعِ الملابسِ الرياضيّةِ خلالَ الثلاثين يومًا السابقةِ. النتائجُ موضَّحةٌ في مخطَّطِ الصندوقِ ذي العارضتين.

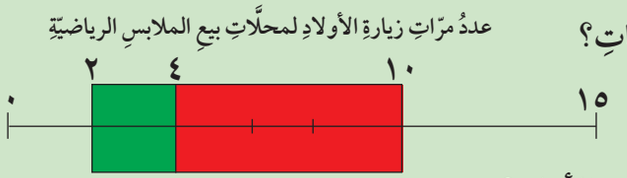
(أ) ما أكبرُ قيمةٍ في البياناتِ؟

(ب) ما أصغرُ قيمةٍ في البياناتِ؟

(جـ) ما مدى البياناتِ؟

(د) ما هو الوسيطُ؟

(هـ) ما هما الأرباعيّان الأدنى والأعلى؟



مثالٌ (٢)

عندما يبحثُ أصحابُ الأعمالِ عن موظَّفين، فإنّهم غالبًا ما ينشرون إعلانًا مبوَّبًا في صحيفةٍ كبرى. ويُمكِنُ أن يتغيّرَ سعرُ الإعلانِ من يومٍ إلى آخرَ وفقَ عددِ الأسطرِ ومساحةِ الإعلانِ. إليك بعضَ الأسعارِ الممكنةِ بالدينارِ: ٥، ٤، ٣، ١٥، ٦، ٧، ١٢، ٨، ٢٥، ٩، ١٠، ١٤، ٢٧، ١٦. اصنعْ مخطَّطًا لصندوقٍ ذي عارضتين لهذه الأسعارِ. بينَ أيِّ قيمٍ يقعُ النصفُ الأوسطُ للأسعارِ؟

الحلُّ: رتِّبِ القيمَ تصاعديًّا

٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١٢، ١٤، ١٥، ١٦، ٢٥، ٢٧

القيمةُ الصغرى للبياناتِ هي ٣ — نوجِدُ المدى

القيمةُ الكبرى للبياناتِ هي ٢٧

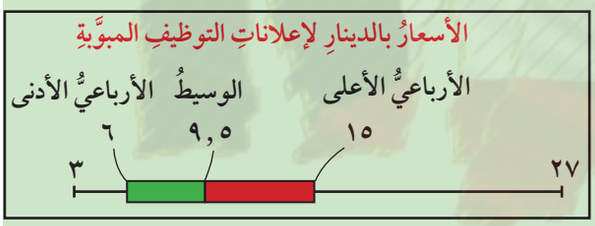
الوسيطُ = $\frac{٩ + ١٠}{٢}$ = ٩,٥ دنانيرَ — نوجِدُ الوسيطَ

٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩ — نُحدِّدُ النصفَ الأدنى للبياناتِ

الأرباعيُّ الأدنى = ٦ — نوجِدُ وسيطَ النصفِ الأدنى للبياناتِ

١٠، ١٢، ١٤، ١٥، ١٦، ٢٥، ٢٧ — نُحدِّدُ النصفَ الأعلى للبياناتِ

الأرباعيُّ الأعلى = ١٥ — نوجِدُ وسيطَ النصفِ الأعلى للبياناتِ



- ارسمْ خطًّا موضِّحًا القيمةَ الصغرى والقيمةَ الكبرى.
- عيِّنْ موقعَ الوسيطِ على هذا الخطِّ.
- عيِّنْ موقعَ الأرباعيِّ الأدنى والأرباعيِّ الأعلى على هذا الخطِّ.

ارسمْ صندوقًا بينَ الأرباعيّاتِ.

اكتبْ عنوانًا.

- يقع النصف الأوسط للأسعار بين ٦، ١٥

فكرةٌ مفيدةٌ لحلِّ المسائلِ

لاحِظْ أنّ ٩,٥ أكثرُ قربًا للعددِ ٣ منها للعددِ ٢٧

التقديرُ

عندما تُحدِّدُ الوسيطَ والأرباعيّاتِ في مخطَّطٍ للصندوقِ ذي العارضتين، قرِّبِ الأعدادَ بحيث يسهلُ تمثيلُها بيانيًّا.

حاوِلْ أن تحلَّ

٢ سُئِلَ عشرةُ أفرادٍ ممّن تتراوحُ أعمارُهم بينَ ١٢ إلى ١٥ عامًا «في أيِّ عمرٍ تُفضِّلُ أن تكونَ؟» وكانَتِ الإجاباتُ ١٧، ١٨، ١٦، ٢٠، ١٥، ١٨، ١٧، ١٦، ١٧، ١٦.

اصنعْ مخطَّطًا للصندوقِ ذي العارضتين لهذه الأعمارِ المرغوبةِ. بينَ أيِّ القيمِ يقعُ الأرباعيُّ الأوسطُ لهذه البياناتِ؟

تحقَّقْ من فهمِك

١ كيف تُؤثِّرُ القيمُ المتطرِّفةُ على طولِ العارضتين في مخطَّطِ الصندوقِ ذي العارضتين؟

٢ في مخطَّطِ الصندوقِ ذي العارضتين، كم من البياناتِ يقعُ في الصندوقِ؟ وكم يقعُ في كلِّ عارضةٍ؟ اشرحْ ذلك؟

KuwaitMath.com

المرشِدُ لحلِّ المسائلِ (٢-٤)

حلُّ المسائلِ
افهمْ
خطِّطْ
حُلَّ
تحقَّقْ

مثِّلْ مجموعةَ البياناتِ بمخطَّطِ الصندوقِ ذي العارضتين. بينَ أيِّ قيمتين من البياناتِ يقعُ الأرباعيُّ الأوسطُ؟
تمَّ تسجيلُ قوّةِ الزلازلِ الكبيرةِ التي حدثَتْ في العالمِ منذ عامِ ١٩٨٠ بمقياسِ ريختر وكانَتْ كالآتي:
٧,٣، ٧,٢، ٧,٧، ٧,١، ٧,٨، ٨,١، ٧,٣، ٦,٥، ٧,٣، ٦,٨، ٦,٩.

افهمْ

١ حوِّطِ المعلوماتِ التي تحتاجُها لصنعِ مخطَّطِ الصندوقِ ذي العارضتين.

خطِّطْ

٢ رتِّبِ البياناتِ من الأصغرِ إلى الأكبرِ. .....

٣ ما المدى؟ .....

٤ ما الوسيطُ؟ .....

٥ ما الوسيطُ للنصفِ الأدنى من البياناتِ؟ .....

٦ ما الوسيطُ للنصفِ الأعلى من البياناتِ؟ .....

حُلَّ

٧ ارسمْ مخطَّطَ الصندوقِ ذي العارضتين مستخدِمًا المدى، الوسيطَ وكلًّا من الأرباعيِّ الأدنى والأعلى للبياناتِ. اكتبْ عنوانًا للمخطَّطِ.

٨ بينَ أيِّ قيمتين يقعُ النصفُ الأوسطُ؟ .....

تحقَّقْ

٩ ما الطرقُ الأخرى التي يُمكِنُك بها عرضُ البياناتِ؟ .....

حُلَّ مسألةً أخرى

١٠ مثِّلْ مجموعةَ البياناتِ التاليةِ والتي تُوضِّحُ الأيّامَ التي تَمَّ قضاؤُها في معملِ المشروعاتِ بمخطَّطِ الصندوقِ ذي العارضتين:
٣٤، ٣٢، ٥٠، ١٦، ٢٩، ٣٧، ٤٤، ٢٩، ١٨، ٢٢، ٤٠، ٣٢. بينَ أيِّ قيمتين يقعُ النصفُ الأوسطُ من البياناتِ؟

.....

.....

KuwaitMath.com

حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ

- ابحثْ عن النمطِ.
- نظِّمْ قائمةً.
- اعملْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدِمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

١ **التواصلُ**: أيُّ صندوقٍ ذي عارضتين سوف يُمثَّلُ بعارضتين أطولَ: الصندوقِ ذي العارضتين الذي يُمثِّلُ مجموعةَ البياناتِ التي فيها قيمٌ متطرِّفةٌ أم الذي يُمثِّلُ مجموعةَ البياناتِ من دونِ قيمٍ متطرِّفةٍ؟ فسِّرْ إجابتَك. .....

.....

.....

٢ **طبٌّ**: غالبًا ما يقومُ الأطبّاءُ باختبارِ الحساسيّةِ عن طريقِ خدشِ جلدِ المريضِ ووضعِ قليلٍ من المادّةِ المرادِ اختبارُها على هذه الخدوشِ ثمّ ملاحظةِ وقياسِ حجمِ الالتهابِ أو البروزِ الناتجِ في الجلدِ. وفي إحدى الدراساتِ، أظهرَتِ المادّةُ أحجامًا مختلِفةً من البروزاتِ في أجسامٍ مختلِفةٍ، وقد تمَّ تلخيصُ البياناتِ باستخدامِ مخطَّطِ الصندوقِ ذي العارضتين التالي:

ما الذي يُوضِّحُه هذا المخطَّطُ؟ أعطِ أكثرَ من تفسيرٍ للبياناتِ.

.....

.....

.....

٣ **المجلّةُ**: في مخطَّطِ الصندوقِ ذي العارضتين، صِفْ بأسلوبِك المعلوماتِ التي يُمكِنُك الحصولُ عليها من الصندوقِ، والمعلوماتِ التي يُمكِنُك الحصولُ عليها من العارضتين.

.....

.....

.....

٤ **الحسُّ العدديُّ**: افترِضْ أنّ مخطَّطَ الصندوقِ ذي العارضتين يعرضُ مجموعةَ بياناتٍ تتضمّنُ ٤٨ قيمةً؛ فكم قيمةً تمَّ تمثيلُها في الصندوقِ؟

.....

.....

.....

KuwaitMath.com

استخدامُ البياناتِ للإجابةِ عن الأسئلةِ
Using Data to Answer Questions

من قامَ بسؤالِك على أيِّ حالٍ؟

نعم | كلّا

أنت الوحيدُ في مركزِ التسوّقِ التجاريِّ، تتفرّجُ على واجهاتِ المحالِّ مفكّرًا في طلبِك الشخصيِّ، وفي واجهةِ أحدِ المحالِّ شاهدْتَ طيفَ شخصٍ غريبٍ مقتربًا منك وبيدِه شيءٌ ما يُربِّتُ على كتفِك، تدورُ حولَ نفسِك وتستقرُّ عيناك على الشيءِ الذي بيدِه فتجدُه لوحةَ الكتابةِ. إنّ الشخصَ الغريبَ يُجري استطلاعًا للرأيِ ويُريدُ أن يعرفَ رأيَك.

سوف تكونُ إجاباتُك وإجاباتُ الآخرين على استطلاعِ الرأيِ «بياناتٍ» وستُتّخذُ قراراتٌ مبنيّةٌ على تلك البياناتِ. من يتّخذُ تلك القراراتِ؟ وماذا يُريدون أن يعرفوا؟

أحدُ أنواعِ الاستطلاعاتِ يُسمّى اختبارَ منتَجٍ حيث تقومُ بتجربةِ منتَجٍ جديدٍ ويُرسَلُ تقريرٌ عن رأيِك فيه. واختبارُ التذوّقِ هو أحدُ أنواعِ اختبارِ المنتَجاتِ حيث تُجرِّبُ عيّناتٍ مختلِفةً لأغذيةٍ ثمّ تُسأَلُ عن رأيِك فيها، وأحيانًا قد تُمنَحُ نقودًا مقابلَ اشتراكاتٍ في اختبارِ منتَجٍ ما.

يتطلّبُ استطلاعُ الرأيِ الجيّدِ تخطيطًا متقنًا مسبقًا. وأحيانًا توجَدُ أسئلةٌ لا يستطيعُ البحثُ الإجابةَ عنها، وفي تلك الحالاتِ يتوجّبُ على القائمين بإجراءِ استطلاعِ الرأيِ أن يستخدموا أفضلَ تحليلاتٍ لديهم.

١ ما الصعوباتُ التي يُمكِنُ أن تُواجِهَك عند إجراءِ استطلاعٍ للرأيِ؟

٢ ما الأغراضُ الأخرى من وجهةِ نظرِك التي يُمكِنُ استخدامُ استطلاعٍ للرأيِ فيها؟

٣ إذا كنْتَ جزءًا من استطلاعٍ للرأيِ، فصِفْ ماذا فعلْتَ، وأيُّ أسئلةٍ قمْتَ بالإجابةِ عنها؟

KuwaitMath.com

٢ – ٥

مخطَّطاتُ الانتشارِ والنزعاتُ
Scatterplots and Trends

سوف تتعلّمُ

- صنعَ مخطَّطاتِ الانتشارِ وتحديدَ النزعاتِ الموضَّحةِ على مخطَّطاتِ الانتشارِ.

من الاستخداماتِ

- يستخدمُ أطبّاءُ الأطفالِ مخطَّطاتِ الانتشارِ وخطوطَ النزعاتِ لتحديدِ ما إذا كانَ نموُّ الطفلِ في المعدَّلاتِ الطبيعيّةِ أم لا.

◄ صلةُ الدرسِ سبقَ لك استخدامُ ورقةِ مربّعاتٍ لصنعِ تمثيلاتٍ بيانيّةٍ بالخطوطِ، وسوف تتعلّمُ الآن توضيحَ البياناتِ على ورقةِ مربّعاتٍ ومشاهدةَ نزعاتِ البياناتِ. ►

استكشِفْ: مخطّطاتُ الانتشارِ والنزعاتُ

قيمةُ الدينارِ الكويتيِّ **الأدواتُ المستخدَمةُ:** مسطرةٌ شفّافةٌ، ورقةُ رسمٍ بيانيٍّ

ارتفعَتْ قيمةُ الدينارِ الكويتيِّ مقابلَ الدولارِ الأميركيِّ بعد فكِّ ارتباطِه معه والعودةِ إلى سلّةِ عملاتٍ ممّا جعلَ سعرَ صرفِه يتحسّنُ أمامَ معظمِ العملاتِ الخليجيّةِ والعالميّةِ.

يُوضِّحُ الجدولُ التالي قيمةَ الدينارِ الكويتيِّ مقابلَ بعضِ العملاتِ حسبَ جدولِ الأسعارِ في مارسَ ٢٠١١.

العملةُ	الدولارُ الأميركيُّ	اليورو الأوروبّيُّ	الريالُ السعوديُّ	الدرهمُ الإماراتيُّ	الجنيهُ الإسترلينيُّ	الريالُ العمانيُّ	الدينارُ الأردنيُّ
دينارٌ كويتيٌّ	٠,٢٩	٠,٣٦	٠,٠٧٨	٠,٠٨	٠,٤٢	٠,٨	٠,٢١

مثِّلْ هذا الجدولَ على شبكةِ إحداثيّاتٍ.

١ يجبُ أن يشملَ تدريجُ المحورِ الأفقيِّ جميعَ العملاتِ حسبَ الجدولِ.

٢ يجبُ أن يشملَ تدريجُ المحورِ الرأسيِّ الأعدادَ من ٠,٠٧٨ إلى ٠,٣٦.

٣ مثِّلْ كلَّ زوجٍ (عملةً، كمّيّةَ الدينارِ الكويتيِّ) كنقطةٍ.

٤ استخدِمِ المسطرةَ لرسمِ أفضلِ خطٍّ مستقيمٍ يُمكِنُك رسمُه عبرَ أو بأقربَ من جميعِ النقاطِ.

٥ قارِنْ بينَ الخطِّ الذي رسمْتَه وخطوطِ أفرادِ مجموعتِك.

٦ ما نوعُ التمثيلِ البيانيِّ الذي يُمكِنُك رسمُه في الخطوةِ ٤ بدلًا من رسمِ خطٍّ مستقيمٍ.

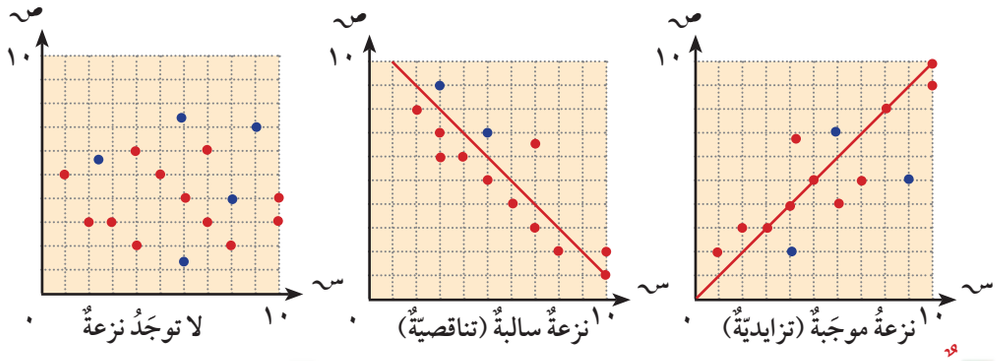
٧ هل يُمكِنُك توقّعُ نتائجَ معيَّنةٍ في شهرِ أبريلَ من سنةِ ٢٠١١؟

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

- ◄ مخطَّطُ انتشارٍ Scatter Plot
- ◄ نزعةٌ Trend
- ◄ خطُّ النزعةِ Line Trend

تعلَّمْ مخطَّطاتُ الانتشارِ والنزعاتُ

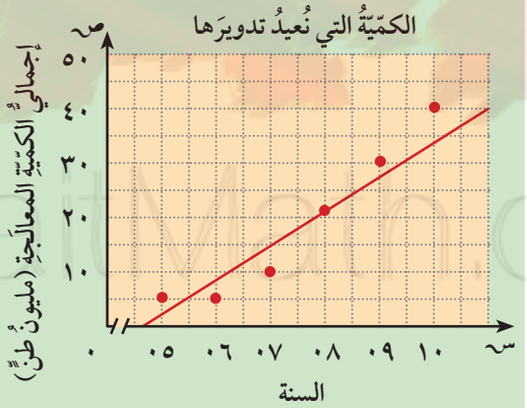
مخطَّطُ الانتشارِ هو مجموعةٌ من النقاطِ التي تُوضِّحُ العلاقةَ بينَ مجموعتين من البياناتِ. أحيانًا، تُكوِّنُ هذه النقاطُ نمطًا، ومثلُ هذا النمطِ يُسمّى **نزعةً**، والخطُّ الذي يُلائِمُ هذه النقاطَ هو خطُّ النزعةِ. ويُمكِنُ استخدامُ **خطِّ النزعةِ** لتوضيحِ المستقبلِ المتوقَّعِ لقيمِ البياناتِ.



مثالٌ (١)

يُوضِّحُ مخطَّطُ الانتشارِ الآتي كمّيّةَ المخلَّفاتِ التي نُعيدُ تدويرَها من سنة ٢٠٠٥ إلى سنة ٢٠١٠ التي تُنتَجُ سنويًّا في أحدِ البلدانِ. استخدِمْ مخطَّطَ الانتشارِ وخطَّ النزعةِ لتحديدِ النزعةِ بينَ هاتين المجموعتين من البياناتِ.

يُوضِّحُ خطُّ النزعةِ نزعةً موجَبةً.



فكرةٌ مفيدةٌ لحلِّ المسائلِ

إذا أوحى مخطَّطُ الانتشارِ بوجودِ نزعةٍ عندَ المرورِ بنقطتين، عندئذٍ يُمكِنُ افتراضُ وجودِ نزعةٍ.

حاوِلْ أن تحلَّ

١ اذكرِ العلاقةَ الموضَّحةَ على مخطَّطِ الانتشارِ السابقِ.

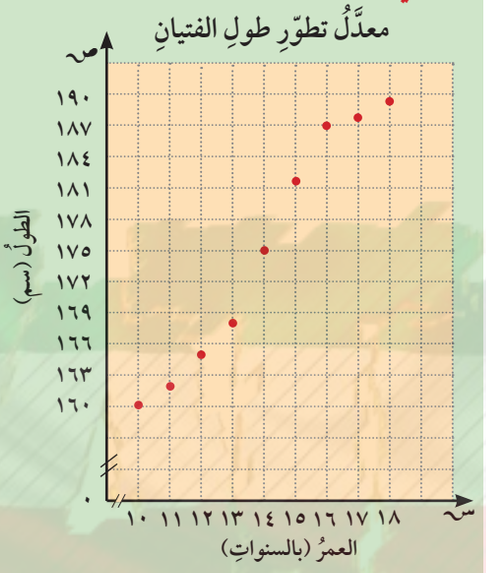
عندَ صنعِ مخطَّطِ الانتشارِ، عليك أوّلًا أن تُقرِّرَ أيَّ مجموعةِ بياناتٍ ستُوضِّحُها على المحورِ الأفقيِّ وأيَّ مجموعةٍ ستُوضِّحُها على المحورِ الرأسيِّ، وعندئذٍ يلزمُك التأكّدُ من تدريجِ كلِّ محورٍ بحيث يشملُ كلَّ القيمِ الواقعةِ في مجموعةِ البياناتِ.

مثالٌ (٢)

يتراوحُ طولُ الطفلِ عندَ الولادةِ بينَ ٤٧ إلى ٥٠ سم ليصلَ في نهايةِ السنةِ الأولى إلى ٧٤ سم وفي نهايةِ السنةِ الثانيةِ إلى ٨٤ سم. ويختلفُ الطولُ باختلافِ عواملِ الوراثةِ والبيئةِ وباختلافِ الفروقِ الجنسيّةِ بينَ الذكورِ والإناثِ.

يُبيِّنُ الجدولُ التالي معدَّلَ تطوّرِ طولِ الفتيانِ مقارنةً بالتقدّمِ بالعمرِ. اصنعْ مخطَّطَ الانتشارِ لهذه البياناتِ، وحدِّدْ خطَّ النزعةِ بينَ العمرِ والطولِ. مثِّلِ العمرَ على المحورِ الأفقيِّ، ومثِّلِ الطولَ على المحورِ الرأسيِّ. حدِّدِ النقاطَ.

العمرُ	الطولُ (سم)
١٠	١٦٠
١١	١٦٢
١٢	١٦٥
١٣	١٦٨
١٤	١٧٥
١٥	١٨٢
١٦	١٨٧
١٧	١٨٨
١٨	١٨٩



يوجَدُ نزعةٌ واضحةٌ بينَ العمرِ وطولِ الإنسانِ وهي تزايديّةٌ إلى عمرٍ معيَّنٍ.

حاوِلْ أن تحلَّ

٢ يُبيِّنُ الجدولُ التالي تطوّرَ طولِ الطفلِ من السنةِ الرابعةِ إلى السنةِ العاشرةِ. اصنعْ مخطَّطَ الانتشارِ للبياناتِ، واذكرْ نوعَ النزعةِ.

العمرُ	الطولُ (سم)
٤	٩٥
٥	٩٧
٦	١٠١
٧	١٠٧
٨	١١١
٩	١٢٠
١٠	١٢٨

تحقَّقْ من فهمِك

١ عرِّفْ بأسلوبِك الخاصِّ مخطَّطَ الانتشارِ. كيف ستُفرِّقُ بينَ مخطَّطِ الانتشارِ والتمثيلِ البيانيِّ بالخطوطِ؟ اشرحْ ذلك.

٢ صِفْ كيف يُمكِنُ لمخطَّطِ الانتشارِ أن يوحِيَ بوجودِ نزعةٍ. متى يكونُ مفيدًا ملاحظةُ وجودِ نزعةٍ؟

٣ إذا أظهرَ جزءٌ من مخطَّطِ الانتشارِ وجودَ نزعةٍ ولم يُظهِرْ جزءٌ آخرُ وجودَها، فهل يكونُ ذلك مفيدًا؟ اشرحْ ذلك؟

KuwaitMath.com

المرشِدُ لحلِّ المسائلِ (٢-٥)

كلّما تقدّمَ الناسُ في العمرِ فإنّ عاداتِ نومِهم تتغيّرُ.

في ما يلي جدولٌ يُوضِّحُ عددَ ساعاتِ النومِ يوميًّا والعمرَ (بالسنواتِ). ارسمْ مخطَّطَ الانتشارِ وخطَّ النزعةِ لهذه البياناتِ.

العمرُ	١	٤	٦	١٢	١٠	٢٢	١٨	٦٧	٨٢	٤٣	٥١
مدّةُ النومِ	١٣	١١	١١	١٠,٥	٩	٨	٩	٥,٥	٥	٧,٥	٦

افهمْ

١ ضَعْ خطًّا تحتَ ما هو مطلوبٌ منك عملُه؟

٢ كيف يُمكِنُك تحديدُ ما إذا كانَتْ هناك نزعةٌ؟ .....

.....

خطِّطْ

٣ ما عنوانُ كلِّ تدريجٍ؟

(أ) الأفقيُّ .....

(ب) الرأسيُّ .....

حُلَّ

٤ سَمِّ المحورين وارسمِ النقاطَ. .....

٥ ارسمْ خطَّ النزعةِ للبياناتِ. .....

٦ ما المنوالُ؟ .....

تحقَّقْ

٧ اكتبْ جملةً تصفُ فيها العلاقةَ بينَ العمرِ وعددِ ساعاتِ النومِ. .....

.....

حُلَّ مسألةً أخرى

٨ يُوضِّحُ الجدولُ التالي المصروفَ الأسبوعيَّ (بالدينارِ) والعمرَ (بالسنواتِ) لبعضِ الأطفالِ والشبابِ الصغارِ. ارسمْ مخطَّطَ الانتشارِ وخطَّ النزعةِ لهذه البياناتِ.

العمرُ (بالسنواتِ)	٤	٥	٨	١٠	٦	٩	٧	١١	١٣	١٢
المصروفُ الأسبوعيُّ (بالدينارِ)	١	١	٣	٤	٢	٤	٢	٥	٨	٩

KuwaitMath.com

حلُّ المسائلِ والتفكيرُ المنطقيُّ

١ **التواصلُ**: متى تختارُ استخدامَ التمثيلِ البيانيِّ بالخطوطِ؟ ومتى تختارُ استخدامَ مخطَّطِ الانتشارِ؟ فسِّرْ إجابتَك.

.....

.....

٢ **المجلّةُ**: أين رأيْتَ أو ممكنٌ أن ترى مخطَّطاتِ الانتشارِ وخطوطَ النزعةِ؟

.....

.....

٣ **التفكيرُ الرياضيُّ**: افرضْ أنّ النقاطَ (٣، ٤)، (٥، ٤)، (٣، ٧)، (٥، ٢)، (٢، ٣) هي جزءٌ من مجموعةِ بياناتٍ، هل مخطَّطُ الانتشارِ سيكونُ أكثرَ ملاءمةً في تمثيلِ هذه البياناتِ عن التمثيلِ البيانيِّ بالخطوطِ؟ فسِّرْ إجابتَك.

.....

.....

٤ **التفكيرُ الناقدُ**: افرضْ أنّ مخطَّطَ الانتشارِ يُوضِّحُ ١٠ نقاطٍ من بياناتِ مجموعةٍ ذاتِ خطِّ نزعةٍ تناقصيٍّ، هل من الممكنِ لنزعةٍ أن تتغيّرَ إذا ما جمعْتَ بياناتٍ أكثرَ؟ أعطِ مثالًا.

.....

.....

٥ **التواصلُ**: إذا صنعْتَ مخطَّطَ انتشارٍ لمجموعةِ بياناتٍ تحتوي على النقطةِ (٥، ٣) أكثرَ من مرّةٍ، كيف ستُوضِّحُ على مخطَّطِ الانتشارِ أنّ هذه النقطةَ حدثَتْ أكثرَ من مرّةٍ؟ كيف ستُوضِّحُ النقطةَ التي تحدثُ أكثرَ من مرّتين على مخطَّطِ الانتشارِ؟

.....

.....

إستراتيجيّاتُ حلِّ المسائلِ

- ابحثْ عن النمطِ.
- نظِّمْ قائمةً.
- اعملْ جدولًا.
- خمِّنْ وتحقَّقْ.
- اعملْ بطريقةٍ عكسيّةٍ.
- استخدِمِ التفكيرَ المنطقيَّ.
- ارسمْ تمثيلًا بيانيًّا.
- حُلَّ مسألةً أبسطَ.

KuwaitMath.com

اختبارُ الوَحدةِ الثانيةِ

١ بلغَ وزنُ بعضِ التلاميذِ في أحدِ الصفوفِ بالكيلوجرام كما يأتي: ٦٤، ٥٩، ٦٢، ٦٠، ٦١، ٦٣، ٦٥، ٥٨، ٥٧، ٦٢، ٦٤، ٦٥، ٦٨، ٦٧، ٦٦، ٥٤، ٥٥، ٥٦، ٦٠، ٦٣، ٥٦، ٥٧، ٦٣، ٦٠.

(أ) أكمِلِ الجدولَ التاليَ:

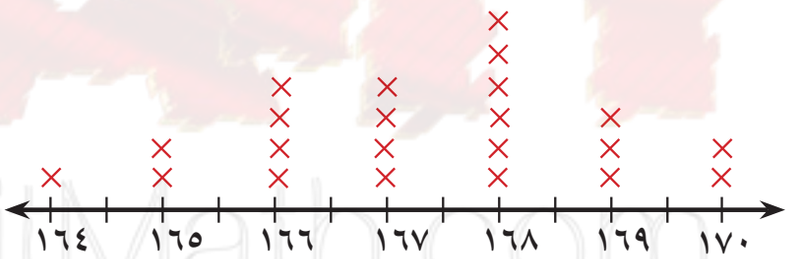
الفئاتُ	العلاماتُ التكراريّةُ	التكرارُ
٥٤ –		
٥٧ –		
٦٠ –		
٦٣ –		
٦٦ –		

(ب) اصنعْ مدرَّجًا تكراريًّا يُمثِّلُ هذه البياناتِ.

(جـ) أكمِلِ الجدولَ السابقَ بإضافةِ عمودٍ يُبيِّنُ مركزَ كلِّ فئةٍ.

(د) استخدِمْ مراكزَ الفئاتِ لتحسبَ قيمةَ المتوسِّطِ الحسابيِّ.

٢



يُبيِّنُ التمثيلُ البيانيُّ بالنقاطِ المجمَّعةِ أطوالَ قاماتِ طلّابِ أحدِ الصفوفِ وذلك بالسنتيمترِ.

(أ) عندَ أيِّ قياس تتجمّعُ أطوالُ هؤلاء الطلّابِ؟

(ب) ما منوالُ هذه البياناتِ؟

(جـ) ما وسيطُ هذه البياناتِ؟

(د) أوجِدِ المتوسِّطَ الحسابيَّ.

KuwaitMath.com

اختبارُ الوَحدةِ الثانيةِ

٣

الأوراقُ (أ)	الساقُ	الأوراقُ (ب)
٠٢٢٤	١٦	٣٢
١٣٤٥	١٧	٤٢٢١
٢٢٣	١٨	٦٥٣٣٣
٤٤٤٥	١٩	٤

استخدِمْ مخطَّطَ الساقِ والأوراقِ للإجابةِ عن الأسئلةِ التاليةِ:

(أ) ما منوالُ بياناتِ (أ) ومنوالُ بياناتِ (ب)؟

(ب) أوجِدِ الوسيطَ للبياناتِ (أ) والوسيطَ للبياناتِ (ب).

٤ كانَتْ درجاتُ الطلّابِ في امتحانِ الرياضيّاتِ على ٢٠ كما يلي: ١٦، ١٧، ١٠، ١٢، ١٣، ١١، ١٤، ١٥، ١٦، ١٣، ١٢، ١٥، ١٧، ١٠، ١٤، ١١، ١٥، ١٦، ١٤، ١٦، ١٥، ١٢، ١٦، ١١.

(أ) ارسمْ مخطَّطَ الصندوقِ ذي العارضتين لهذه البياناتِ. وضِّحِ الأرباعيّاتِ الثلاثةَ.

(ب) أوجِدْ عددَ الدرجاتِ الموجودةِ داخلَ الصندوقِ.

٥ يُبيِّنُ الجدولُ التالي تطوّرَ وزنِ الطفلِ بالكيلوجرامِ من الشهرِ الأوّلِ حتّى الشهرِ الثامنِ.

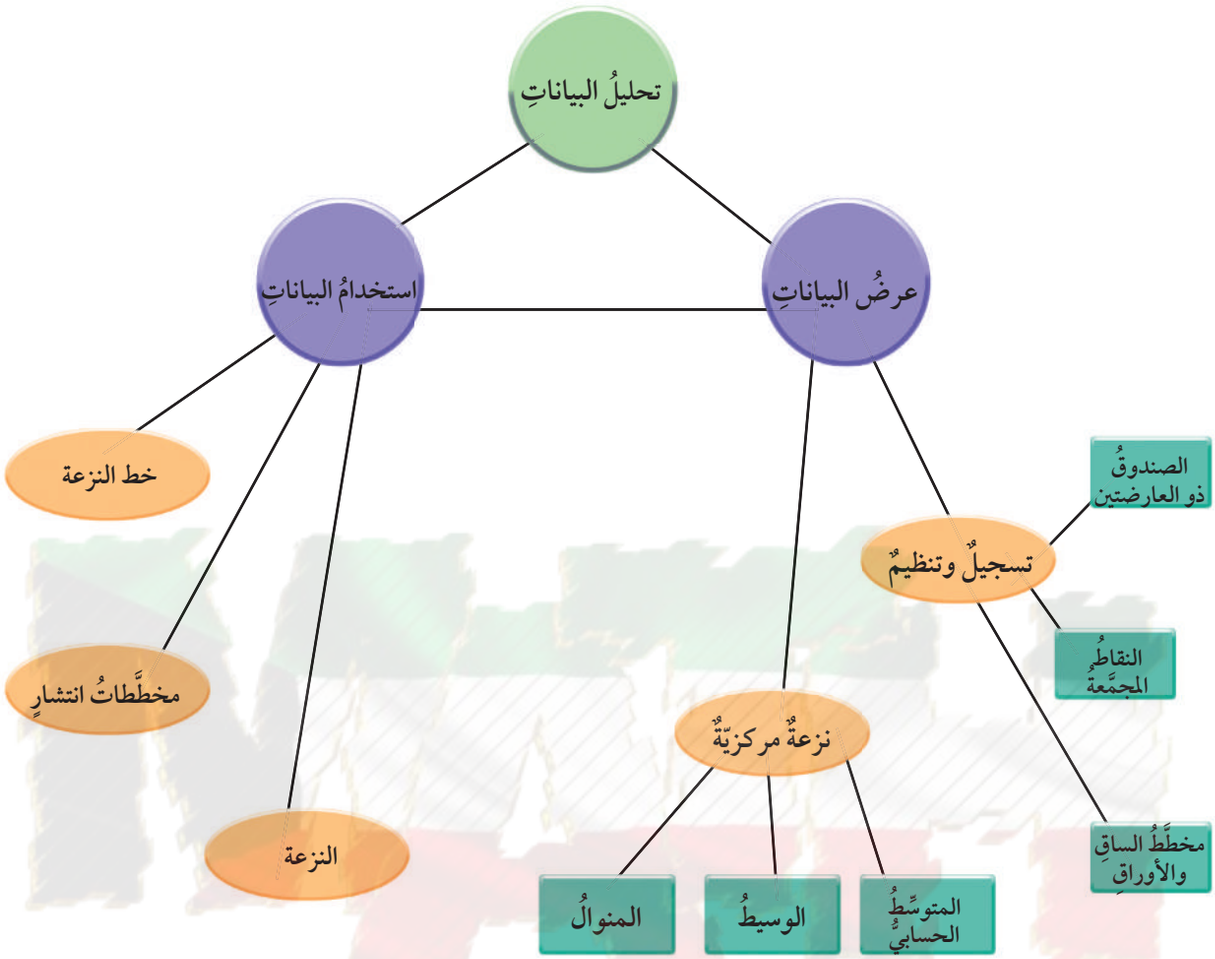
العمرُ (أشهرٌ)	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
الوزنُ	٣,٢٥٠	٤,١٥٠	٥,٢٥٠	٦,١٥٠	٧,٠٠٠	٧,٨٠٠	٨,٥٠٠	٩,١٥٠

(أ) اصنعْ مخطَّطَ انتشارٍ لهذه البياناتِ.

(ب) ما نزعةُ هذه البياناتِ كما تراها على المخطَّطِ؟

(جـ) هل يُمكِنُ توقّعُ وزنِ هذا الطفلِ في نهايةِ السنةِ الأولى؟

مخطَّطٌ تنظيميٌّ للوَحدةِ الثانيةِ



الوَحدةُ الثانيةُ (أ):

- تُسجَّلُ البياناتُ في جداولَ تتضمّنُ العلاماتِ التكراريّةَ والتكرارَ المرافِقَ لها.
- تُعرَضُ البياناتُ على تمثيلٍ بيانيٍّ بالنقاطِ المجمَّعةِ حيث يبدو تجميعُها بشكلٍ واضحٍ.
- تُعرَضُ البياناتُ على مخطَّطِ الساقِ والأوراقِ فتُساعِدُ على تنظيمِ فئاتٍ لهذه البياناتِ.
- تُعرَضُ البياناتُ على الصندوقِ ذي العارضتين لتُوضِّحَ من خلالِ الأرباعيّاتِ تشتّتَ البياناتِ مقارنةً بالوسيطِ والأرباعيِّ الأدنى والأرباعيِّ الأعلى.
- يُساهِمُ عرضُ البياناتِ في إيضاحِ أهمّيّةِ مقاييسِ النزعةِ المركزيّةِ.

الوَحدةُ الثانيةُ (ب):

- يُساهِمُ مخطَّطُ الانتشارِ لمجموعةٍ من النقاطِ والتي تُمثِّلُ بياناتٍ من متغيِّرين في دراسةِ اتّجاهِ ونزعةِ هذه البياناتِ.
- يُمكِنُ استخدامُ خطِّ النزعةِ (إذا وُجِدَ) في توقّعِ نتائجَ.

KuwaitMath.com