

الوحدة الأولى

الأعداد الحقيقية Real Numbers

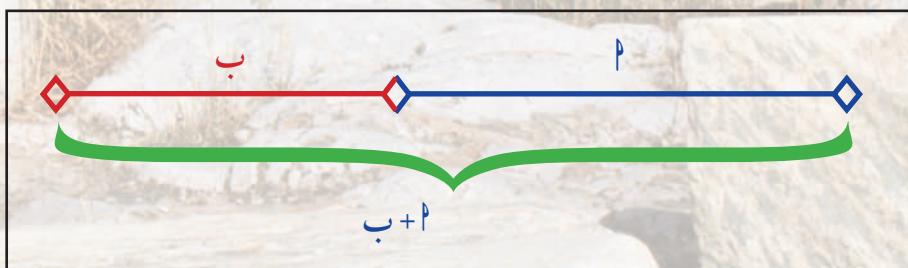
ثقافة

في العام ٢٠٠٨ قام علماء الآثار في دولة الكويت بالتنقيب عن الآثار في منطقة مزار الخضر لكي يُزودونا بالمعلومات المهمة عن الحضارات والثقافات القديمة. ولكي يجدوا أبعاد هذه الآثار، استخدمو الجذور التربيعية للأعداد الموجبة.

فتون

يُستخدم الرقم الذهبي لإيجاد أبعاد مستطيلات في العديد من اللوحات. أحياناً، وبشكل تقريري، يظهر الرقم الذهبي في الطبيعة، مثلًا في الشكل الهندسي لنجم البحر وفي زهرة دوار الشمس. تحقق قيمتان عدديتان φ ، بـ النسبة الذهبية إذا كان الطول الكلّي $a + b$ بـ بالنسبة إلى طول القطعة الأطول a مساوياً للنسبة بين $a + b$ إلى القطعة الأقصر b .

أي إذا كان $\frac{a+b}{b} = \varphi$
أما القيمة العددية للرقم الذهبي فهي $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
أي $1,6180339887$ تقريرياً.



علوم

درست عالم الفضاء أيلين أو شوا تأثيرات النظام الشمسي على النظام البيئي في الأرض مستخدمةً أعداداً نسبيةً وأعداداً غير نسبيةً.



أفكار رياضية أساسية

المجموعة الشاملة هي المجموعة التي تشمل كل العناصر قيد الدراسة.

المجموعة الجزئية هي جزء من مجموعة.

المجموعة التقاطع هي مجموعة العناصر المشتركة بين مجموعتين.

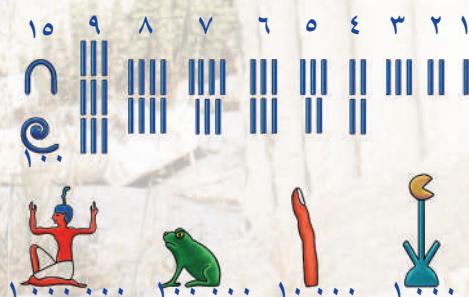
المجموعة الاتحاد هي مجموعة العناصر الموجودة في كلتا المجموعتين.

المجموعة المتممة إذا كانت المجموعة سه مجموعه جزئية من المجموعة الشاملة ش، فإن المجموعة سه تحتوي على عناصر تنتهي إلى شه ولا تنتهي إلى سه تسمى سه متممة المجموعة سه.

نستطيع أن نعبر عن الأعداد الكبيرة والصغيرة بالصورة العلمية باستخدام الأسس.

تاريخ

نشأ علم الأعداد الحديث من ترسبات معرفية لحضارات قديمة، مثل حضارة المصريين القدماء. وتدل الصورة على الرابط اللاحق للأعداد المصرية القديمة، والقيم المكانية في النظام العشري.



مشروع الوحدة

حل المسائل
أفهم خطط خلل تحفظ

في هذا المشروع سوف يتعرف الطالب ضمن مجموعات على النسبة الذهبية $\frac{1+5\sqrt{5}}{2}$ ويرسمون مستطيلات، أضلاعها هي في النسبة $1 + \frac{1}{2}\sqrt{5}$. سوف يبحثون عن بعض اللوحات الفنية التي تراعي هذه النسبة. كذلك سوف يقارنون نسبة طول بعض الأوراق النقدية الكويتية إلى عرضها بالنسبة الذهبية.

التركيز على حل المسائل

ذكرت إجابة كلٌّ من المسائل التالية. حدد ما إذا كانت الإجابة قريبة بما يكفي (صحيحة) أو أصغر بكثير أو أكبر بكثير من الإجابة الفعلية واذكر الأسباب.

يريد ناصر أن يحصل على العدد ١٥ كناتج. فأي الأعداد عليه أن يدخلها في اللعبة ليحصل على هذا الناتج؟
إجابة: ٣، ٢، ٢، ٣.

٢ باستخدام القانون $U = \frac{F}{V}$ يمكن الحصول على السرعة القصوى للوح التزحلق، حيث F : المسافة بالمتر (m)، U : السرعة ($m/\text{ثانية}$). أوجد سرعته عند اجتيازه مسافة ١٠٠ متراً.
إجابة: ١٠٠ كم/ساعة.

١ اشتري أحمد ٣ لوحات لمناظر طبيعية كل واحدة منها على شكل مربع. مساحة كل من اللوحتين الأولى والثانية ١٠٠ سم^٢ ومساحة اللوحة الثالثة ٤٠٠ سم^٢. وضع أحمد اللوحات الثلاث ملائمة لبعضها بعضًا لتشكل مستطيلاً. أوجد طول وعرض المستطيل الذي حصل عليه.
إجابة: الطول: ٣٠ سم، العرض: ٢٠ سم.

٢ يُثابر ناصر على الألعاب الرياضية على الحاسوب لتنمية قدراته الحسابية، إذ إنه يدخل عدداً معيناً « M » إلى اللعبة، فيتحول إلى عدد آخر « B » باستخدام التعبير الجبرى $B = 2M - 5$ ، حيث س تمثل الأعداد.

التحقق من معقولية الإجابة
عندما تراجع إجابتك عن مسألة للتحقق منها، الجاء إلى الحس المنطقي.



الانتخابات



- ١ من يستطيع الترشح لانتخابات مجلس الأمة؟
- ٢ مم تتألف اللجان؟
- ٣ هل تستطيع التفكير في مخطط يمثل العلاقة بين المرشحين وأعضاء مجلس الأمة واللجان؟

تُجرى الانتخابات في الكويت لانتخاب مجلس الأمة كل ٤ سنوات. لذا فقد قسمت الكويت إلى ٢٥ دائرة انتخابية. ولكن في عام ٢٠٠٦ جرى تقسيمها إلى ٥ دوائر انتخابية فقط.

يستطيع المنتخب الاقتراع لأربعة مرشحين. وعلى المرشح إلى مجلس الأمة أن يكون قد تجاوزَ الثلاثين من العمر.

لمجلس الأمة الحق في تعيين لجان من أعضائه. من هذه اللجان: الداخلية والدفاع، المالية، التشريعية، التعليمية، الصحية، حقوق الإنسان، وغيرها.

المجموعات الجزئية

Subsets

سوف تتعلم

المجموعات الجزئية

صلة الدرس تعرّفت في الصف الثامن المجموعات، وعملتي التقاطع والاتحاد على

هذه المجموعات. سوف تتعلّم في هذا الدرس المجموعات الجزئية.

استكشف المجموعات الجزئية

البطاقات

شكل طلاب الصف التاسع لجان تقوم ببعض الأنشطة اللاصفية: لجنة الرياضة، لجنة البيئة، لجنة الثقافة الدينية، لجنة المسرح.

بفرض أنّ طلاب جميعهم يشتركون في اللجان ولا يشارك أي طالب في أكثر من لجنة، صيِّف العلاقة بين مجموعات اللجان ومجموعة طلاب الصف التاسع.

١ أكمل مستخدماً أحد الرموز \subseteq ، \supset :

أ مجموعة أعضاء لجنة الرياضة ... مجموعة طلاب الصف التاسع.

ب مجموعة أعضاء لجنة البيئة ... مجموعة أعضاء لجنة الثقافة الدينية.

٢ هل يوجد طلاب يشاركون في أكثر من لجنة؟

٣ هل يوجد طلاب من الصف لا يشاركون في أي لجنة؟

من الاستخدامات

يستخدم منظمو

المهرجانات الرياضية

المجموعات الجزئية

لتوزيع الرياضيين.

المصطلحات الأساسية

مجموعة جزئية \subseteq

Subset

ليست مجموعة جزئية $\not\subseteq$

Not Subset

مجموعة خالية \emptyset

Empty Set

مجموعات متساوية

Equal Sets

تعلم المجموعات الجزئية

يضع بعض طلاب فصلك نظاراتٍ طبَّيةً. مجموعة طلاب في فصلك الذين يضعون نظاراتٍ طبَّيةً هي **مجموعه جزئيه** من مجموعة طلاب الفصل.

لتكن M مجموعة طلاب الفصل الذين يضعون نظاراتٍ طبَّيةً، K مجموعة طلاب الفصل.

كل عنصرٍ في M ينتمي إلى K . لذلك نقول إن M **مجموعه جزئيه** من K أو $M \subseteq K$.

نُعبِّر عن ذلك بالرموز على الصورة $M \subseteq K$.

مثال (١)

لتكن S مجموعه الأرقام في النظام العشري، صه مجموعه الأرقام المكونه للعدد 451 . اكتب كلاً من S ؛ صه بذكر العناصر، ثم بين أن صه مجموعه جزئيه من S .

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, \text{ صه} = \{1, 4, 5, 3\}.$$

بما أن كل عنصر من صه ينتمي إلى S ، فإن صه هي مجموعه جزئيه من S ونكتب صه $\subseteq S$.

حاول أن تحل

١ أعط مجموعتين جزئيتين من المجموعه S في المثال (١).

يمكن لمجموعه ما الا تكون مجموعه جزئيه لمجموعه أخرى.

مثال (٢)

لتكن المجموعتان: $H = \{12, 10, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0\}$ ، $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. بين أن N ليست مجموعه جزئيه من H .

لاحظ أن العنصر 0 ينتمي إلى المجموعه N ($0 \in N$)، ولكنه لا ينتمي إلى المجموعه H ($0 \notin H$). لذلك نستنتج أن المجموعه N ليست مجموعه جزئيه من المجموعه H . نكتب $N \not\subseteq H$.

حاول أن تحل

٢ لتكن $M = \{j, d, s, 5, 7, 4, 6, 5, 4, j\}$. بين أن $M \not\subseteq N$.

تعريف

تساوي المجموعتان S ، صه إذا كانت كل منهما مجموعه جزئيه من الأخرى. أي أن: إذا كان $S \subseteq T$ ، صه $T \subseteq S$ فإن $S = T$ والعكس صحيح.

تذكّر

- ١ $K \not\subseteq U$ يعني أنه يوجد عنصر على الأقل ينتمي إلى U ولا ينتمي إلى K .
- ٢ المجموعه الخالية \emptyset هي مجموعه جزئيه من أي مجموعه.

ملاحظة:

كل مجموعه هي مجموعه جزئيه من نفسها.

مثال (٣)

لتكن H هي مجموعه العوامل الموجبة للعدد 6 ، U هي مجموعه أرقام العدد 16632 ، اكتب كلاً من H ، U بذكر العناصر ثم بين أن $H \subseteq U$.

$$H = \{1, 2, 3, 6, 3, 2\}, U = \{1, 2, 3, 6, 3, 2\}.$$

بما أن كل عنصر في H ينتمي إلى U إذا $H \subseteq U$

بما أن كل عنصر في U ينتمي إلى H إذا $U \subseteq H$

وبالتالي $H = U$

حاول أن تحل

٣ اكتب مجموعه U مساوية لمجموعه H .

من فهمك

تحقق

١ هل يمكن أن يتساوى عدد عناصر مجموعه مع عدد عناصر مجموعه جزئيه منها. فسر إجابتك.

٢ اكتب مجموعه S لا تحوي مجموعه T .

المجموعة الشاملة ومجموعة الفرق والمجموعة المتممة

Overall Set, Difference Set and Complement of a Set

سوف تتعلم

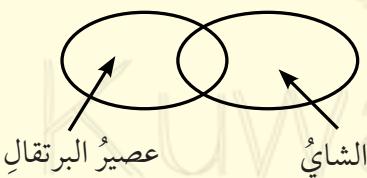
إيجاد مجموعة الفرق بين مجموعتين، والمجموعة المتممة لمجموعة جزئية في المجموعة الشاملة.

استكشف أنواع المجموعات

الشراط المفضل

استطلع محمود آراء ١٠ من طلاب فصله حول مشروباتهم المفضلة وكانت النتائج كما يأتي:

عليٌّ	يوسفُ	ياسِمُ	سامي	خالدُ	Jasim	محمدُ	أحمدُ	فهدُ	عمرُ	حمدُ	الطلاب	أسماء المفضل
				✓		✓	✓	✓		✓	عصير البرتقال	
✓	✓				✓			✓		✓	الشايُ	



طلاب الفصل

استخدم مخطط قن المقابل

أ اكتب أسماء الطلاب الذين يشربون الشاي ولا يشربون عصير البرتقال.

ب اكتب أسماء الطلاب الذين يشربون عصير البرتقال ولا يشربون الشاي.

ج اكتب أسماء الطلاب الذين يشربون عصير البرتقال والشاي معاً.

د أكمل الجملة: {فهدٌ، محمدٌ، خالدٌ} هي مجموعة الطلاب الذين يشربون ولا يشربون

ه ما الذي يميز طلاب المجموعة {سامي، عليٌّ}.

المصطلحات الأساسية

المجموعة الشاملة

Overall Set

مجموعة الفرق

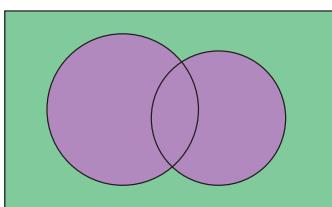
Difference Set

المجموعة المتممة

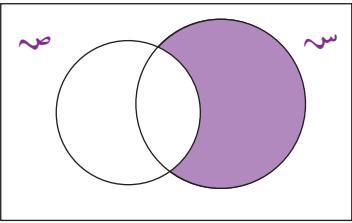
Complement of a Set

تعلم

المجموعة الشاملة ومجموعة الفرق والمجموعة المتممة



تسمى مجموعة طلاب الفصل **مجموعة شاملة**. غالباً ما يرمز إليها بالرمز **ش** ونمثلها بمستطيل. بينما تمثل المجموعات الجزئية بمنحيات مغلقة داخل المستطيل. تختلف المجموعة الشاملة من مسألة إلى أخرى. قد تكون مجموعة الأعداد الكلية أو مجموعة أشهر السنة أو غيرها



في فقرة «استكشِف»، لتكن Sh مجموعة مفضلي الشاي، Ch مجموعة مفضلي عصير البرتقال. مجموعة الطلاب الذين يُفضّلون الشاي فقط دون عصير البرتقال تُسمى **مجموعة الفرق** وتنكتب على الصورة $Sh - Ch$. وهي ممثّلة بالمنطقة المظللة.

فتكون $Sh - Ch$ هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى Sh ولا تنتمي إلى Ch .

مثال (١)

لتكن $Sh =$ مجموعة الأرقام في النظام العشري، من الشكل أدناه أو جدًّا ذكر العناصر كلاً من:

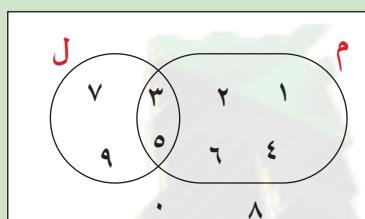
(أ) Sh, L, M (ب) $M - L$ (ج) $Sh - L$

$$(أ) Sh = \{1, 0, 2, 1, 0, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1\}, M = \{6, 5, 4, 3, 2, 1\}, L = \{9, 7, 5, 3\}$$

$$(ب) M - L = \{6, 4, 2, 1\}$$

$$(ج) Sh - L = \{8, 6, 4, 2, 1, 0\}$$

حاول أن تحلّ



ش

١ في المثال أعلاه، أو جدًّا (أ) $L - M$ ، ماذا تلاحظ؟

(ب) $M - Sh$ ، ماذا تلاحظ؟

مثال (٢)

لتكن $U = \{5, 4, 3\}$ أعطِ مجموعة J بحيث:

$$U - J = U.$$

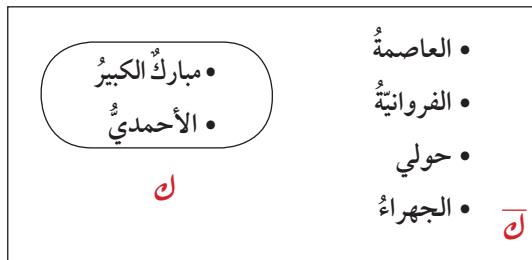
هناك أكثر من حلٌّ. يجب ألا تتضمن المجموعة J عناصر تنتمي إلى U أي $U \cap J = \emptyset$.

$$\text{إجابة ممكنة: } J = \{8, 7\}$$

حاول أن تحلّ

٢ في المثال (٢)، أو جدًّا كلاً من: $U - \emptyset$ ، $\emptyset - U$

ش



تقسّم دولة الكويت إلى ٦ محافظات.

ش = {الأحمدي، العاصمة، الفروانية، حولي، الجهراء، مبارك الكبير}.

لتكن K مجموعة المحافظات الأكثر قربًا من الحدود الجنوبية، إذاً

$K = \{\text{الأحمدي، مبارك الكبير}\}$.

المجموعة التي تنتمي عناصرها إلى المجموعة ش ولا تنتمي إلى المجموعة K هي {حولي، الجهراء، الفروانية، العاصمة}. تُسمى هذه المجموعة **متّمة المجموعة K** ونرمز إليها بالرمز K' وتقرأ متّمة المجموعة K.

متتمّة المجموعة L هي \overline{L} = مجموعة العناصر التي تنتهي إلى L ولا تنتهي إلى L .

لاحظ أنَّ:

$$3 \quad L \cap \overline{L} = L$$

$$2 \quad L \cap S = L$$

$$1 \quad L \cap \overline{L} = \emptyset$$

$$5 \quad \text{متتمة } L = \overline{\overline{L}} = L$$

$$4 \quad L \cup \overline{L} = S$$

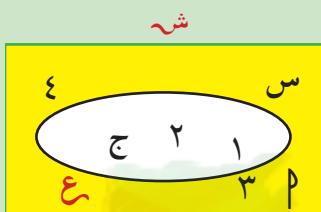
مثال (٣)

لتأخذ المجموعة $S = \{s, j, 1, 2, 3, 4\}$ والمجموعة $U = \{ج، ١، ٢، ٣، ٤\}$

(أ) مثل كلاً من المجموعتين بخطٍ فن ثم بين أن $U \subseteq S$.

(ب) أوجد U ثم ظلل المنطقة التي تمثلها.

الحلُّ:



(أ) بما أنَّ كُلَّ عنصرٍ من U ينتمي إلى S ، إذا $U \subseteq S$

(ب) ومتتمة U هي $\overline{U} = \{س، ج، ٣، ٤\}$

حاول أن تحلَّ

٣ إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ، $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$.

أوجد S .

تحقق من فهِمك

١ هل يمكن أن تتساوى مجموعة ومتتمتها؟ فسر.

٢ هل يمكن أن تكون المجموعة المتتممة خالية؟ فسر.

حل المسائل والتفكير المنطقي

لتكن $S =$ مجموعة الأرقام في النظام العشري،
 $S = \{0, 1, 2, 4, 6, 8, 10\}$ ، ص = $\{1, 2, 3, 4\}$.

أ أوجد كلاً من

$$1 \quad \overline{S}, \overline{C}$$

$$2 \quad \overline{S \cap C}, \overline{S} \cup \overline{C}$$

$$3 \quad \overline{S \cup C} = \overline{S} \cap \overline{C}$$

$$4 \quad \overline{S \cap C} = \overline{S} \cup \overline{C}$$

ب قارِنْ بين $(\overline{S \cap C})$ ، $\overline{S} \cup \overline{C}$.

ج قارِنْ بين $(\overline{S \cup C})$ ، $\overline{S} \cap \overline{C}$.

ملاحظة: ما توصلتَ إليه في
ب، ج يدعى قانون دي مورغان
(DE MORGAN).

شاشات التلفزيون

ونسبة طولها إلى قطرها تساوي $\frac{4}{5}$. ومن ناحية أخرى، إن نسبة نوع آخر من التلفزيونات هي $16:9$.
 هل $\frac{337}{7}$ هو عدد صحيح؟ فالآلة الحاسبة تعطيك $18,357559751$ والحاصل يعطي $18,35755975068581929$.

في الحقيقة الجذر التربيعي للعدد ٣٣٧ ليس عددًا صحيحًا لأنّه عدد غير نسبي. لتمثيل النسبة $\frac{337}{\sqrt{337}}$ نحتاج إلى الأعداد النسبية وغير النسبية أو بشكل عام إلى الأعداد الحقيقية.

تقاسُ شاشاتِ التلفازِ بأخذِ قياساتِ قطرِها وليس كما يُشاع بقياس ارتفاع الشاشة أو طولها أي أن شاشة التلفاز ٣٠ بوصة لا يمكن أن يكون عرضها (ارتفاعها) أه طبعاً ٣٠ بوصة.

بالإضافة إلى ذلك، نستطيع أن نقيس قطر الشاشة
باستخدام نسب ومعدلات الصورة المتنوّعة: (٤:٣، ١:٢، ٣٩، ٨٥، ٩:١٦، ٢:٣)

وأثواب التلفزة الشائعة هي ذات النسب ٤:٣:٦١ ونسبة ارتفاع الشاشة إلى قطرها تساوي $\frac{3}{5}$

- ١ هل تستطيع إيجاد طول وارتفاع شاشة تلفاز قطرها ٣٠ بوصة؟

٢ أوجِد الارتفاع والطول التقريري لتلفاز قطر شاشته ٣٠ بوصةً ونسبة ١٦:٩.

الجذور التربيعية والأعداد غير النسبية

Square Roots and Irrational Numbers

سوف تتعلم

◀ صلة الدرس لقد سبق أن تعلمتَ عن المربعاتِ الكاملةِ وجدورِها التربيعيةِ. ستعلمُ في هذا الدرسِ عن جذورِ تربيعيةٍ أخرى وأنواعٍ أخرى من الأعدادِ.

استكشف الجذور التربيعية والأعداد غير النسبية

◀ الأدوات المستخدمةً: آلة حاسبة، شبكة مربعاتٍ هل ذلك عددٌ نسبيٌ؟

◀ تذكر أنَّ العدد النسبي هو نسبةٌ مثل $\frac{a}{b}$ حيث a, b عدادان صحيحان، ($b \neq 0$). ١ ارسم على شبكة مربعاتٍ مربعًا يكونُ الأقرب إلى ١٠ وحداتٍ مربعةٍ.

◀ ارسم المربع الأكبر الذي يأتي تاليًا. ٢ أوِّل طول ضلعٍ كُلٌّ من المربعين. ٣

◀ ابحث عن عددٍ نسبيٍ $\frac{a}{b}$ بحيث يكون $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = 10$. استخدم الآلة الحاسبة. ٤ سجلِ الأعداد التي استخدمنتها ومربعَ كُلٍّ منها.

◀ هل وجدتَ عددًا نسبيًّا مربعُه يُساوي ١٠؟ إذا لم يكن كذلك، فما العدد النسبي الأقربُ الذي وجدته؟ ٥

تعلم الجذور التربيعية والأعداد غير النسبية

أنت تعلم أن $(\sqrt{-3})^2 = 9$ ؛ $(-\sqrt{3})^2 = 9$ وأنه يوجد جذران تربيعيان للعدد ٩ هما $\sqrt{-3}$ ، $-\sqrt{-3}$.

يُعرفُ الجذر التربيعُ الموجَب بالجذر التربيعِي الأساسي، ويُسمى الجذر التربيعِي السالُب بالجذر التربيعِي السالُب.

الجذران التربيعيان $(\sqrt{\pm})$	الجذر التربيعِي السالُب $(-\sqrt{-})$	الجذر التربيعِي الأساسي $(\sqrt{-})$
$\sqrt{9} \pm = \sqrt{9} \sqrt{\pm}$	$\sqrt{9} - = \sqrt{9} \sqrt{-}$	$\sqrt{9} = \sqrt{9}$

يجبُ أن تدركَ أن لا معنى لإيجادِ الجذر التربيعِي لعددٍ سالِب. للجذرین التربيعيین لعدِّ ما القيمة المطلقةُ نفسُها.

من الاستخدامات

◀ يدركُ صانعو الأدوات البصرية الفرق بينَ الجذر التربيعِي غير النسبي والجذر التربيعِي النسبي، وهم يستخدمون الجذور التربيعية عند التعامل مع الحالات المعقدَة جدًا.



المصطلحات الأساسية

◀ الجذر التربيعِي الأساسي Principal Square Root

◀ جذر تربيعِي سالُب Negative Square Root

◀ عددٌ غير نسبيٌ Irrational Number

تذَكَّر

الجذر التربيعِي للعدد النسبي الموجَب هو العدد الذي إذا ضربَ في نفسه كان الناتُجُ س.

مثال (١)

إليك مخطط قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها ٢٨٩ م٢. ما طول ضلع هذه الأرض؟

حل آخر

$$\text{مساحة الأرض} = L \times L$$

$$289 = L^2$$

$$\therefore L = \sqrt{289}$$

$$17 \pm =$$

لا يمكن قبول العدد ١٧ لأن الطول لا يكون عدداً سالباً.

∴ طول ضلع قطعة الأرض = ١٧ م

نفرض أن طول الأرض المربعة ل متر.

$$\text{مساحة الأرض} = L \times L$$

$$289 = L^2$$

$$L^2 = 289$$

$$0 = (L + 17)(L - 17)$$

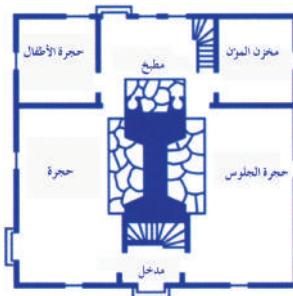
$$L - 17 = 0 \quad \text{أو} \quad L + 17 = 0$$

$$L = 17 \quad \text{أو} \quad L = -17$$

لا يمكن قبول العدد ١٧ لأن الطول

لا يمكن أن يكون عدداً سالباً.

∴ طول ضلع قطعة الأرض هو ١٧ م.



حاول أن تحلّ

١ مثلاً قائم الزاوية متواافق الضلعين مساحته ٧٢ وحدة مربعة. ما طول ضلع القائمة؟

تعلم أن مجموعة الأعداد النسبية $\{b : b \in \mathbb{C}, b \neq 0\}$ وأن الأعداد النسبية يمكن كتابتها في صورة أعداد عشرية (أو كسور عشرية) منتهية مثل ٣، ٢٥، ٤٨٧، ٠ أو بصورة أعداد عشرية دورية (أو كسور عشرية دورية) مثل ٠.٣، ٠.٢٦، ٠.٣٦٦٦...

وهناك مجموعة أخرى من الأعداد تسمى أعداداً غير نسبية وهي أعداد لا يمكن كتابتها على الصورة b حيث b عددان صحيحان، b عدد غير صوري، مثل $\sqrt{-7}$

$\frac{1}{\sqrt{7}}$. ومثل الأعداد العشرية التي أرقامها العشرية لا تنتهي ولا تتكرر مثل $\pi = 3.14159265359\dots$ فالأرقام العشرية في π لا تنتهي ولا تتكرر. لذا π عدد غير نسبي.

والأعداد غير النسبية من الممكن أن تتضمنَ كسوراً عشرية ذات نمط في كتابة أرقامها مثلاً ... ٠٠٢٠٢٢٠٢٢٢٠٢٢٢٠...

مثال (٢)

استخدم الآلة الحاسبة لتحديد ما إذا كان كل جذر تربيعيٍ مما يأتي عدداً نسبياً أم غير نسبيًّا.

$$(أ) \sqrt[7]{256} \quad (ب) \sqrt[7]{723}$$

باستخدام الآلة الحاسبة وعن طريق الزر $\sqrt[n]{}$:

(أ) $\sqrt[7]{723} = 26,88865932$ أرقام الكسر العشري غير منتهية وغير مكررة، لذا $\sqrt[7]{723}$ عدد غير نسبي.

(ب) $\sqrt[7]{256} = 16$ عدد نسبي.

حاول أن تحلّ

٢ هل $\sqrt[7]{27}$ هو عدد نسبي؟ هل $\sqrt[7]{37}$ هو عدد نسبي؟

ما رأيك؟

من خواص الجذور التربيعية
إذا كان \sqrt{b} عددان موجبين فإن

$$\begin{aligned}\sqrt{b \times \sqrt{b}} &= \sqrt{b} \times \sqrt{\sqrt{b}} \\ \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} &= \sqrt{\sqrt{b}}\end{aligned}$$

مثال: $\sqrt{21} = \sqrt{7 \times 3} = \sqrt{49} \times \sqrt{9} = \sqrt{49 \times 9}$

$$0,6 = \frac{6}{10} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{100}} = 0,36$$

$\sqrt{2500}$ أو جذر

حسن يُفكّر...

ربما يمكن تحليل 2500 إلى عوامل تكون مربعات كاملة.

بالتالي: $25 \times 100 = 2500$

$$\sqrt{25 \times 100} = \sqrt{2500}$$

$$\sqrt{25} \times \sqrt{100} =$$

$$50 = 5 \times 10 =$$



أحمد يُفكّر...

سأكتفي باستخدام الآلة الحاسبة:

$$50 = \sqrt{2500}$$

ما رأيك؟

١) وضح كيف استخدم حسن حقيقة أنه يمكن تحليل 2500 إلى مربعات كاملة.

٢) استخدم حسن الخاصية التالية $\sqrt{b} \times \sqrt{b} = b$. أعط مثالاً ثابه فيه

أن هذه الخاصية لا تنطبق على عملية الجمع: $\sqrt{b} + \sqrt{b} \neq \sqrt{b+b}$.

من فهمك

تحقق

١) وضح الفرق بين الجذر التربيعي الأساسي والجذر التربيعي السالب.

٢) وضح الفرق بين $-\sqrt{9}$ و $\sqrt{-9}$. ماذا تعطي الآلة الحاسبة عندما تدخل $\sqrt{-9}$ ؟

المرشدُ لحلّ المسائلِ (٣-١)



يمكنك أن توجَّدَ عددَ الثوانِي التي يستغرقُها رِقاْصُ الساعَةِ ليتأرجَحَ جيئَةً وإياباً. أوَجِدْ أولاً الجذرَ التربيعِيَّ لطُولِ الرِقاْصِ بالأمتارِ، ثُمَّ ضاعِفِ الناتِجَ. كم من الوقتِ يستغرقُ رِقاْصُ ساعَةٍ طُولُه ٢,١ م ليتأرجَحَ.

افهم

- ١ ما المطلوبُ إليك إيجادُه؟
- ٢ ما طُولُ رِقاْصِ الساعَةِ؟
- ٣ ضعْ خطًّا تحتَ الخطواتِ التي استخدَمتَها لإيجادِ عددِ الثوانِي.

خطط

- ٤ كيف يمكنُك إيجادُ الجذرِ التربيعِيَّ لعدِّ ما باستخدامِ الآلةِ الحاسِبةِ؟
- ٥ كيف يمكنُك مضاعفةُ عددِ ما؟

حل

- ٦ استخدم المصطلحاتِ الأساسيةَ لإيجادِ الجذرِ التربيعِيَّ لـ ١,٢. قُرِّبِ الإجابةَ إلى أقربِ جزءٍ من ألفِ.
- ٧ ضاعِفِ الجذرِ التربيعِيَّ لـ ١,٢.
- ٨ كم من الوقتِ يستغرقُ رِقاْصُ ساعَةٍ طُولُه ٢,١ م ليتأرجَحَ جيئَةً وإياباً؟

تحقق

- ٩ لمَ من المهمِّ اتِّباعُ الخطواتِ بترتيبٍ معينٍ؟ ماذا يحدُث إذا عكَستَ الترتيبَ؟

حلَّ مسأَلةً آخَرَى

- ١٠ كم من الوقتِ يستغرقُ رِقاْصُ ساعَةٍ طُولُه ٦,٩ أمتارٍ ليتأرجَحَ جيئَةً وإياباً؟

١ المجلة: هل الجذر التربيعي للعدد 2000^2 يساوي ضعف الجذر التربيعي للعدد 1000^2 ? وضح إجابتك.

٢ التقدير: باستخدام الصيغة $m = \text{المسافة بالكميلومترات إلى خط الأفق, } u = \text{الارتفاع بالأمتار}$ ، حيث $u = 12,67$ ، لعني الناظر عن الأرض، يمكنك إيجاد إلى أي مسافة يمتد مدى نظرك إلى خط الأفق. إذا تسلق سامي شجرة بحيث أصبحت عيناه على ارتفاع $9,75$ م فوق الأرض، فعلى أي مسافة يمتد مدى نظرك؟

٣ التواصل: يقع المطعم عند قمة برج إيفل Eiffel في باريس على ارتفاع ٣٠٠ متر. استخدم الصيغة الواردة في التمرين ٢ لتحديد المسافة التي يمتد عليها مدى نظر زبائن هذا المطعم. وإذا كان ارتفاع برج إيفل ضعف ذلك، فهل تصبح المسافة التي يمتد عليها مدى نظر زبائن المطعم ضعف ما كانت عليه سابقاً؟ وضح إجابتك.

٤ التفكير الناقد: اكتب المربعات العشرة الأولى الكاملة وعوامل كل منها. أمعن النظر في عدد عوامل كل منها. ماذا يمكنك أن تستنتج حول عدد عوامل كل من المربعات الكاملة؟

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- حزن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

الأعداد الحقيقة (المقارنة والترتيب)

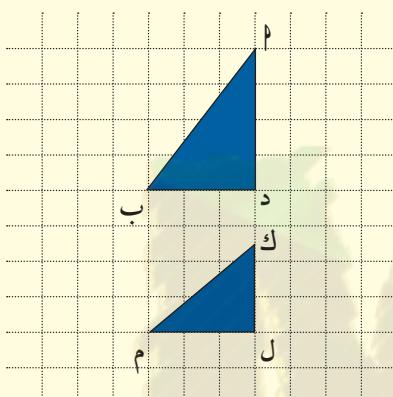
Real Numbers (Comparing and Ordering)

صلة الدرس تعرّفت في الدرس السابق الأعداد غير النسبية. في هذا الدرس سوف تدرس الأعداد الحقيقة.

سوف تتعلّم
■ مقارنة الأعداد الحقيقة
وترتيبها.

استكشف الأعداد الحقيقة

الأدوات المستخدمة: آلة حاسبة



البطاقات

١ دب مثلث قائم الزاوية.

أ حدد أطوال أضلاع الزاوية القائمة بوحدات الطول.

ب أوِحدْ طول الوتر باستخدام نظرية فيثاغورث.
هل طول الوتر هو عددٌ نسبي؟

ك كل م مثلث قائم الزاوية.

أ حدد أطوال أضلاع الزاوية القائمة بوحدات الطول.

ب أوِحدْ طول الوتر.

ج استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد طوله.
هل هذا الطول هو عددٌ نسبي؟



تعلم الأعداد الحقيقة: مقارنتها وترتيبها

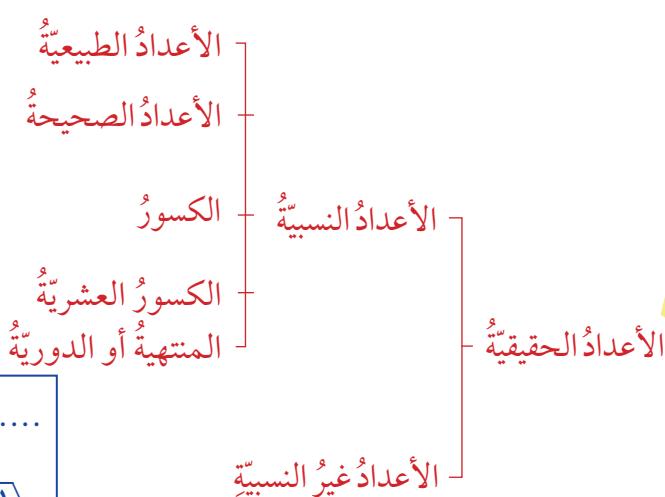
اتحاد مجموعتي الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية يُشكّل مجموعَةً تُسمى مجموعَةً

الأعداد الحقيقة أي أن $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$.

أمثلة

يُوضّح المخطط التالي العلاقات بين مجموعات الأعداد.

...	٣، ٢، ١، ٠
٣ -	٨، ٠، ١٢٠ -
$\frac{1}{2}$ -	$\frac{2}{3}$ ، $\frac{7}{8}$ ، $\frac{12}{5}$
١، ٢٥، ٠، ١٣ -	$\frac{1}{2}$ ، ٠
$\sqrt{2}$ ، ٠، ١٠١٠٠١٠٠٠	$2 + \pi$ ، $\sqrt{\frac{1}{5}}$ ، $\sqrt[3]{117}$



المصطلحات الأساسية

الأعداد الحقيقة

Real Numbers

الفترات

Intervals

فترة مغلقة

Closed Interval

فترة مفتوحة

Open Interval

فترة نصف مغلقة

Half - Closed Interval

فترة نصف مفتوحة

Half - Open Interval

مثال (١)

قارن بين العددين $\frac{1}{\pi}$ ، $\frac{3}{14}$ ، $\frac{3}{14159} \approx \pi$

إذاً $\pi > \frac{3}{14}$

حاول أن تحل

١) استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد $\sqrt[3]{73}$ ثم قارن بين $\sqrt[3]{73}$ ، $\sqrt[3]{72}$ ، $\sqrt[3]{74}$.

معلومة مفيدة

مجموعه الأعداد الحقيقية بدون

الصفير يرمز إليها ح أي أن

$\{0\} = \text{ح}$

كذلك $\text{ن} = \{0\}$

$\{\cdot\} = \text{ص}$

إن مقارنة الأعداد الحقيقة وترتيبها مشابهه لمقارنة الأعداد الصحيحة وترتيبها.

مثال (٢)

رتب تصاعدياً الأعداد التالية: π ، $\frac{3}{8}$ ، $\sqrt[3]{177}$

$\pi \approx 3,1415$ ، $\frac{3}{8} = 0,375$

إذاً $\pi > \frac{3}{8}$

$5 > \sqrt[3]{177} > 4$ ، $\sqrt[3]{257} > \sqrt[3]{177} > \sqrt[3]{167}$

إذاً $\sqrt[3]{177} < 4$ فيكون $\sqrt[3]{177} < \frac{3}{8}$

إذاً الترتيب تصاعدي π ، $\frac{3}{8}$ ، $\sqrt[3]{177}$

حاول أن تحل

٢) رتب تناظرياً الأعداد التالية: π^2 ، $\sqrt[3]{277}$ ، $0,5$ ، 6 .



$\frac{3}{2} < \frac{5}{8}$

$\frac{3}{2} > \pi$

إذاً $\pi < \frac{5}{8}$

استخدام الآلة الحاسبة

لإيجاد قيمة العدد $\frac{5}{8}$ انقر

بالترتيب على: $\frac{5}{8}$

وأكتب 5 في خانة البسيط، 8

في خانة المقام ثم انقر على

فيظهر على الشاشة: 3.625

لإيجاد قيمة تقريرية ل $\sqrt[3]{177}$ انقر

على: $\sqrt[3]{177}$

على الشاشة: 4.123105626

لإيجاد قيمة تقريرية ل π^2 انقر

على: π^2

على الشاشة: 6.283185307



الفترة هي مجموعه جزئيه من مجموعه الأعداد الحقيقية الواقعه بين عددين مختلفين، ويمكن أن تتضمن هذين العددين أو أحدهما حسب تصنيف الفترة. حيث يعبر عن الفترة بقوسرين يوضع بداخلهما عددان، الأصغر يمثل بدايه الفترة والأكبر يمثل نهايه الفترة مثلاً: $(-5, -1)$ ، $(-4, -7)$ ، $(2, 3)$ ، $(-2, 1)$.

وتصنف الفترات إلى ثلاثة أنواع:

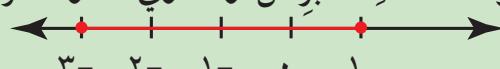
الفترات المغلقة: $[a, b]$ هي مجموعه كل الأعداد الحقيقية التي تقع بين a ، b بما فيها a ، b ؛ أي الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي a وأصغر من أو تساوي b .

مثال (٣)

اشرح معنى الفترة $[-3, 1]$ ومثلها على خط الأعداد.

$[-3, 1]$: هي مجموعه كل الأعداد الحقيقية التي تقع بين -3 ، 1 وتحتوى أيضا العددين -1 ، 3 .

أو $[1, 3]$: هي مجموعه الأعداد الأكبر من أو تساوي 1 وأصغر من أو تساوي 3 .



ويتمثل طرق في الفترة المغلقة على خط الأعداد بدوائر مظلله.

حاول أن تحل

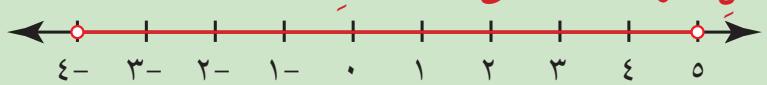
٣ مثل الفترة $[-4, \sqrt{16})$ على خط الأعداد.

الفترات المفتوحة: (أ، ب) هي مجموعة كل الأعداد الحقيقية التي تقع بين أ، ب فقط.

أي الأعداد الحقيقية الأكبر من أ، أصغر من ب.

مثال (٤)

مثل الفترة $(-4, 5)$ على خط الأعداد.



ونمثل طرفي الفترة المفتوحة على خط الأعداد بدوائر غير مظللة.

حاول أن تحل

٤ اكتب الفترة التي تمثل مجموعة الأعداد الحقيقية التي هي أصغر من ٥ وأكبر من -١ . ومشهها على خط الأعداد.

الفترات نصف المفتوحة أو نصف المغلقة:

(أ، ب]: هي مجموعة كل الأعداد الحقيقية التي تقع بين أ، ب ومن ضمنها ب.

[أ، ب): هي مجموعة كل الأعداد الحقيقية التي تقع بين أ، ب ومن ضمنها أ.

مثال (٥)

مثل الفترات $(-2, 2]$, $[1, 2)$ على خط الأعداد.



حاول أن تحل

٥ مثل الفترة $(-4, 2], [-1, 1)$ على خط الأعداد.

فترات تتضمن ∞

[أ، ∞) هي مجموعة كل الأعداد الحقيقية الأكبر من أ ومن ضمنها ∞

$(-\infty, ب)$ هي مجموعة كل الأعداد الحقيقية الأصغر من ب ومن ضمنها ∞

مثال (٦)

مثل الفترة $[-\frac{1}{2}, \infty)$, $(-\infty, -\frac{1}{2})$ على خط الأعداد.



حاول أن تحل

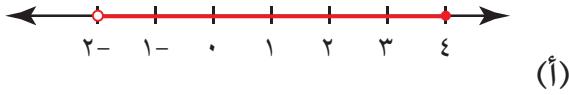
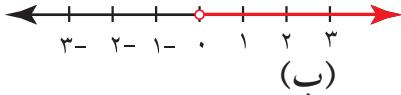
٦ اكتب الفترة التي تمثل كل الأعداد الحقيقية الأصغر من ٣ .

معلومة مفيدة

الرمز ∞ يقرأ

ما لا نهاية

- ١ المجموعة التي أعدادها أكبر من أو تساوي ١ وأصغر من أو تساوي ٢. حدّد هذه الفترة، ومثلها على خط الأعداد.
- ٢ حدّد الفترة الممثلة بخط الأعداد أدناه.



- ٣ صنف كلاً من الأعداد التالية إلى أعدادٍ نسبية وأعدادٍ غير نسبية $0, \sqrt{16}, 2, 3\sqrt{7}, \pi, -7, 495, \frac{1}{5\sqrt{7}}$ ، صفر.

حل المسائل والتفكير المنطقي

- ٤ الحس العدي: اكتب خمس قيم لـ n بحيث يكون n عددًا نسبياً.

- ٥ تحليل الخطأ: قدر أحد الطالب $\sqrt{16+9} = 7$ وحصل على الإجابة 7. ما الخطأ الذي وقع فيه الطالب؟

- ٦ إذا كانت $s \geq 3$ اكتب الفترة.

- ٧ إذا كانت $s \leq 5$ اكتب الفترة.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمة.
- اعمل جدولًا.
- حمّن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلاً بيانيًا.
- حل مسألة أبسط.

- ٨ هل يمكن أن تكون الفترة مجموعةً خالية؟

القيمة المطلقة

Absolute Value

صلة الدرس تعرّفتَ كيّفية إيجاد القيمة المطلقة لعددٍ نسبيٍّ. في هذا الدرسِ، سوف تقومُ بإيجاد القيمة المطلقة لعددٍ حقيقيٍ وتحلُّ معادلاتٍ تتضمّنُ القيمة المطلقةَ.

استكشفِ القيمة المطلقة

أيهما أقربُ على خط الأعداد؟

١ **أ** يقول سالم إنّه يقفُ على بعدِ ثلاَثٍ وَحداتٍ إلى يمينِ الصفرِ ويقولُ أَحْمَدُ إنّه يقفُ على بعدِ وَحدَةٍ واحِدةٍ إلى يسارِ الصفرِ. أيهما أقربُ إلى الصفرِ؟

ب يقول سالم إنّه يقفُ على بعدِ ٤ وَحداتٍ إلى يمينِ الصفرِ ويقولُ أَحْمَدُ إنّه يقفُ على بعدِ ٤ وَحداتٍ إلى يسارِ الصفرِ. أيهما أقربُ إلى الصفرِ؟ وبالتالي المسافةُ بينَ ٤، صفرٍ تُساوي المسافةُ بينَ (-٤)، صفرٍ.

القيمة المطلقة

تعلم

القيمة المطلقةُ لعددٍ حقيقيٍ هي المسافةُ على خط الأعدادِ بينَ هذا العددِ والصفرِ. إيجادُ

القيمة المطلقةِ للعددِ الحقيقيٍ يتّشابهُ مع إيجادِ القيمة المطلقةِ للعددِ النسبيٍّ.

$$\text{فمثلاً } |\frac{2}{3}| = |\sqrt[3]{-8}| = |-5| = |0, \sqrt[3]{-8}| = |0, -5| = |0, 5| = |\frac{2}{3}|.$$

مثال (١)

$$\text{أوْجَدْ كُلَّا من: (أ) } |\pi - 2| \quad \text{(ب) } |\sqrt[3]{-16}|$$

$$(أ) \quad |\pi - 2| \approx |3,14 - 2| \approx |1,14| \quad (ب) \quad |\sqrt[3]{-16}| \approx |1,14|$$

$$(ب) \quad |\sqrt[3]{-16}| = |\sqrt[3]{-16}| = |\sqrt[3]{-16}|$$

حاول أن تحلَّ

أوْجَدْ كُلَّا من:

$$(أ) \quad |31,21 - |$$

$$(ج) \quad |\pi - 4|$$

خواصُ القيمة المطلقةِ : لـكُلِّ س، ص \exists ح

$$|as| = |a||s|$$

$$|\frac{a}{s}| = \frac{|a|}{|s|}$$

$$|a - s| = |s - a|$$

حيث $s \neq 0$

سوف تتعلّم

- إيجادِ القيمة المطلقةِ.
- حلُّ معادلةٍ تتضمّنُ القيمة المطلقةَ.

من الاستخدامات

- تُستخدمُ القيم المطلقةُ في المعاملاتِ المصرفيةِ.



المصطلحاتُ الأساسيةُ

قيمة مطلقة

Absolute Value

تذَكَّر

$$3,14 \approx \pi$$

مثال (٢)

أوجِد قيمة $|2s - 6| = 4$ ، إذا كانت $s = 4$.

$$6 - |2s - 6| = 4 \times 2$$

$$6 - |8| =$$

$$6 - 8 =$$

$$2 =$$

حاوِل أن تحلَّ

أوجِد قيمة:

$$|s + 2| + |7 - s| = 3.$$

استخدام القيمة المطلقة في حل معادلة مع متغير:

نستطيع أن نعرِّف أيضًا القيمة المطلقة على الشكل الآتي:

$$(أ) |s| = \begin{cases} s & \text{إذا كانت } s \leq 0 \\ -s & \text{إذا كانت } s > 0 \end{cases}$$

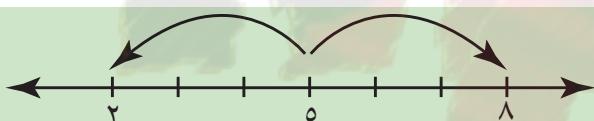
$$(ب) |s| \leq 0 \Leftrightarrow s = 0$$

عندما نقول $|s| = 3$ نعني أن المسافة بين s ، صفر تساوي ٣ وحدات، وعندما نقول

$|s - 5| = 3$ نعني أن المسافة بين s ، ٥ تساوي ٣ وحدات

أمثلة

٣ حُلَّ المعادلة: $|s - 5| = 3$



$$s - 3 = 5$$

$$s = 8$$

$$s - 3 = -5$$

$$s = 2$$

يكون لدينا حلاً لهذه المعادلة: $s = 8$ أو $s = 2$.

٤ حُلَّ المعادلة: $|s + 1| = 2$

$$s + 2 = 1 \quad \text{أو} \quad s + 1 = -2$$

$$s = 1 \quad \text{أو} \quad s = -3$$

يكون لدينا حلان لهذه المعادلة: $s = 1$ أو $s = -3$.

حاوِل أن تحلَّ

$$|1 - s| = 4$$

$$|s + 4| = 2$$

انتبه

$$|s - 3| \neq 4 \quad s = 3$$

$$|s - 3| \neq 4 \quad s = 3$$

$$|s - 4| = 2 \quad s = 6$$

من فهمك

تحقق

١ حُلَّ المعادلة الآتية: $|2s - 1| = 5$. ماذا تستنتج؟

٢ حُلَّ المعادلة الآتية: $|3s + 7| = 0$. صفرًا. ماذا تستنتج؟

العمليات على الأعداد الحقيقة و خواصها

Operations with Real Numbers and Their Properties

صلة الدرس في الدروس السابقة رتبَت الأعداد الحقيقة وقارنتها، وفي هذا الدرس

سوف تُنفذ عملياتٍ على هذه الأعداد وتستخدم خواصها.

العمليات على الأعداد الحقيقة

استكشف

الأدوات المستخدمة: آلة حاسبة

١ أدخل $12 + 4 \div 8$ على الآلة الحاسبة. ما هو الناتج؟ هل تبدأ الآلة الحاسبة بعملية الجمع أو القسمة؟

٢ أدخل $(12 + 4) \div 8$. فيرأيك، ما هي العملية التي ستبدأ بها الآلة الحاسبة؟

٣ اذكر أي العمليات يجب إجراؤها أولاً على كل من:

$$(ج) (3 - 1) \div 2$$

$$(ب) 15 - 3 \div 4$$

$$(أ) 3 \times 2 + 1$$

العمليات على الأعداد الحقيقة و خواصها

تعلم

تحقق العمليات على الأعداد الحقيقة خواص الإبدال، التجميع، وتوزيع الضرب على الجمع، وعلى الطرح.

إذا فرضنا أن A , B , C أعداد حقيقة فإن:

خاصية الإبدال لعملية الجمع

خاصية الإبدال لعملية الضرب

خاصية التجميع لعملية الجمع

خاصية التجميع لعملية الضرب

خاصية توزيع الضرب على الجمع

خاصية توزيع الضرب على الطرح

يمكنك تبسيط التعبير العددية باستخدام خواص العمليات: الإبدال، التجميع، التوزيع.

$$A + B = B + A$$

$$A \times B = B \times A$$

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$

$$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$$

$$A \times (B + C) = A \times B + A \times C$$

$$A \times (B - C) = A \times B - A \times C$$

خاصية الإبدال

$$\text{بسط } (1) \quad \left(\frac{1}{15} + \frac{6}{5} + \frac{8}{15} \right) \times \frac{5}{3} = \left(\frac{1}{15} + \frac{6}{5} + \frac{8}{15} \right) \times \frac{5}{3}$$

خاصية التجميع ثم تبسيط

$$\left(\frac{6}{5} + \frac{8}{15} \right) \times \frac{5}{3} =$$

الاختصار

$$\left(\frac{6}{5} + \frac{3}{5} \right) \times \frac{5}{3} =$$

خاصية توزيع الضرب على الجمع الاختصار

$$\left(\frac{6}{5} \times \frac{5}{3} \right) + \left(\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} \right) =$$

$$2 + 1 =$$

$$3 =$$

سوف تعلم

■ تنفيذ عمليات على الأعداد الحقيقة.

■ استخدام خواص الأعداد الحقيقة.

من الاستخدامات

■ يستخدم علماء الفضاء

خواص الأعداد الحقيقة لتبسيط تعبير عددي و حل

معادلات متعلقة بحركة

الكوكب والنجوم.



المصطلحات الأساسية

◀ خاصية الإبدال

The Commutative Law

◀ خاصية التجميع

The Associative Law

◀ خاصية توزيع الضرب على

الجمع

The Distributive Law of Multiplication Over Addition

◀ خاصية توزيع الضرب على

الطرح

The Distributive Law of Multiplication Over Subtraction

حاول أن تحلّ

١ أوجِد الناتج في أبسط صورةٍ

$$\frac{4}{52} \div \frac{8}{13} \times \frac{3}{2} \quad (\text{ج}) \quad (\text{ب}) \quad (2 - 2) \times 9 \quad \frac{8}{15} + \frac{3 \times 2}{5} + \frac{7}{15} \quad (\text{أ})$$

يمكِّنك تبسيط التعبير العددي باستخدام أولويّات وهي:

(أ) تبسيط العمليات داخل الأقواس.

(ب) إجراء عمليات الضرب والقسمة من جهة اليمين.

(ج) إجراء عمليات الجمع والطرح من جهة اليمين.

مثال (٢)

أوجِد الناتج في أبسط صورةٍ . $2 \times 7 - 0, \bar{3} \div \bar{1}\bar{6}\bar{7} \times 5$.

$$\text{بما أنّ: } \bar{1}\bar{6}\bar{7} = 0, \bar{3}, 4 = \frac{1}{3}$$

$$\text{فيكون } 5 \times 2 \times 7 - 0, \bar{3} \div \bar{1}\bar{6}\bar{7} =$$

$$2 \times 7 - \frac{1}{3} \div 4 \times 5 = \text{تبسيط الضرب}$$

$$14 - \frac{1}{3} \div 20 =$$

$$14 - 3 \times 20 = \text{تبسيط الضرب}$$

$$46 = 14 - 60 = \text{تبسيط الجمع}$$

حاول أن تحلّ

٢ أوجِد الناتج في أبسط صورةٍ : $6 - 7, \bar{0}, \bar{2}\bar{5}\bar{7} \times 0, \bar{4} - \frac{1}{4}$.

تحقق من فهمك

١ متى تبدأ بإجراء العمليات من اليمين إلى اليسار؟

٢ هل هناك خاصيّة إبدال لعمليّة الطرح؟ أعطِ مثلاً.

حل المسائل والتفكير المنطقي

١ التفكير الناقد: اكتب ثلاثة تعبيراتٍ عدديّة مختلفةٍ ناتجُ كل منها يساوي واحداً حيث يحتوي كل تعبير على العدد ٤ أربعَ مراتٍ، بالإضافة إلى بعض العمليات (الجمع والطرح والضرب والقسمة).

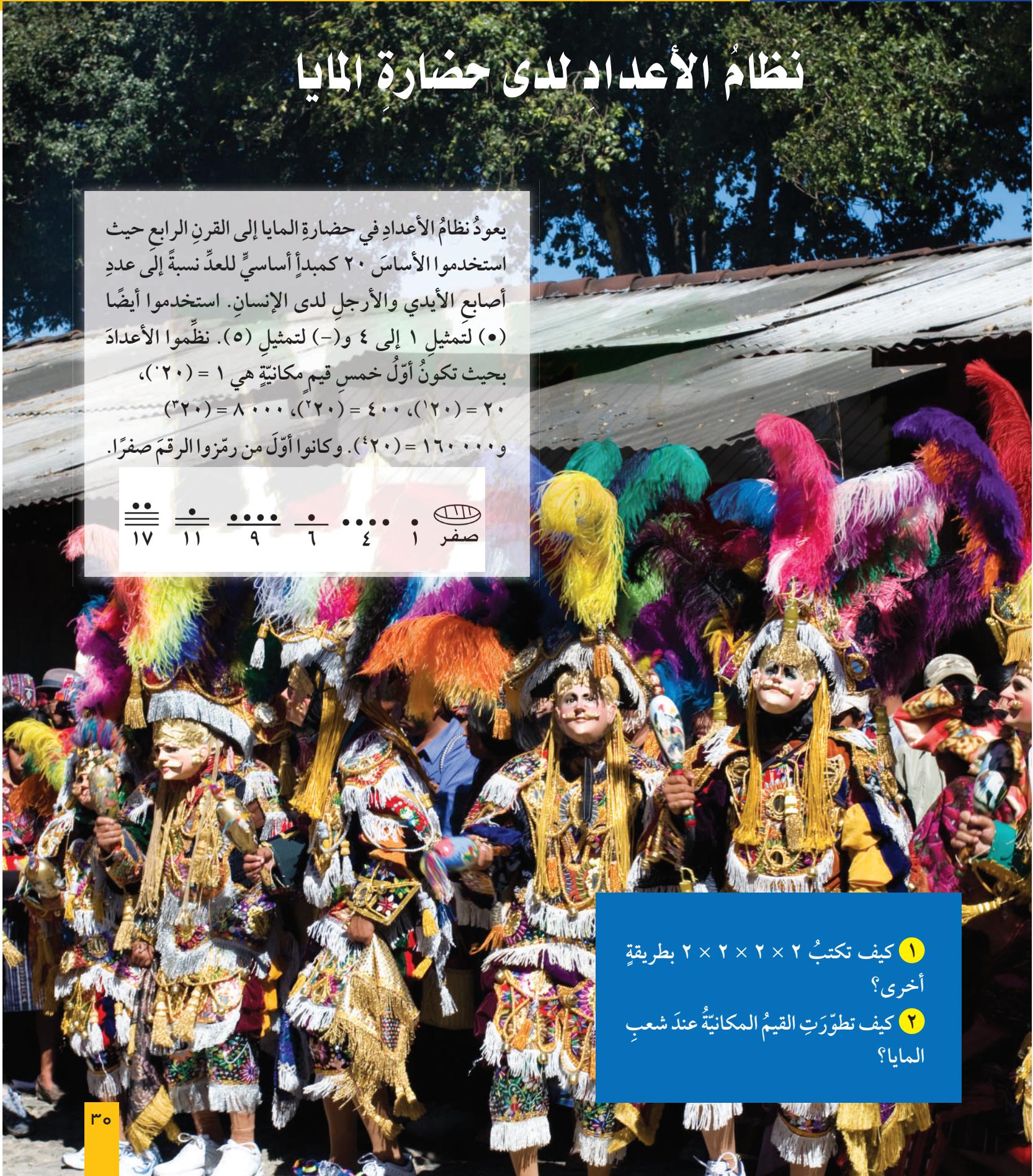
٢ استخدمَ أحمدُ القانونَ التالي: $\text{مح} = 2 \times \text{ل} + 2 \times \text{ع}$ لإيجادِ محيطِ المستطيل، بينما استخدمَ سالمَ القانونَ: $\text{مح} = 2 \times (\text{ل} + \text{ع})$. هل سالمُ هو على صوابٍ؟ ولماذا؟

نظام الأعداد لدى حضارة المايا

يعود نظام الأعداد في حضارة المايا إلى القرن الرابع حيث استخدمو الأساس ٢٠ كمبدأً أساسياً للعدد نسبة إلى عدد أصابع الأيدي والأرجل لدى الإنسان. استخدمو أيضاً (٠) لتمثيل ١ إلى ٤ و (-) لتمثيل (٥). نظموا الأعداد بحيث تكون أول خمس قيم مكانية هي ١ = (٠٢٠)، ٢٠ = (١٢٠)، ٤٠٠ = (٢٢٠)، ٨٠٠٠ = (٣٢٠) و ١٦٠٠٠٠ = (٤٢٠). وكانوا أول من رمزوا الرقم صفرًا.

$$\text{صفر } ٠ \quad ٤ \quad ٦ \quad ٩ \quad ١١ \quad ١٧ \quad ٢٠$$

- ١ كيف تكتب $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ بطريقة أخرى؟
- ٢ كيف تطورت القيم المكانية عند شعب المايا؟



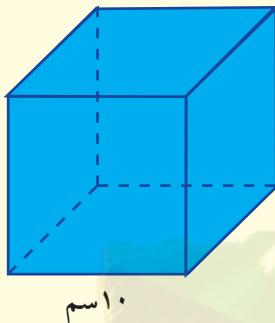
قوانين الأسس

Laws of Exponents

صلةُ الدَّرْسِ سبقَ أن تعرَّفتَ القوى والأسس، في هذا الدَّرسِ سوف تتعلَّمُ ضربَ القوى (الأعدادُ الأسية) ذاتِ الأسسِ المشترَكِ وقسمتها.

سوف تتعلَّمُ
■ ضربَ القوى ذاتِ الأسسِ المشترَكِ وقسمتها.

استكشِفْ ضربُ القوى وقسمتها



مكعبٌ من الزجاج طولُ ضلعه ١٠ سنتيمتراتٍ.

(أ) أوجِدْ حجمَ هذا المكعب؟

(ب) أوجِدْ حجمَ ١٠ مكعباتٍ؟

(ج) قالَ خالدٌ إنَّ: $10 \times 10 = 10^4$.

هل خالدٌ على صوابٍ؟ فسرْ ذلك.

من الاستخدامات

■ يستخدمُ علماءُ الفضاء ضربَ القوى ذاتِ الأسس الكبيرة لحسابِ السرعاتِ في الفضاء. ويستخدمُ علماءُ الأحياء قسمةَ القوى لقياسِ طولِ خلايا معينةٍ.

قوانينُ الأسسِ تعلمْ

ضربُ القوى ذاتِ الأسسِ المشترَكِ

تستطيعُ أن تكتبَ تعبيرَ $3^4 \times 3^3$ باستخدامِ أساسٍ واحدٍ. لذلك

$$(3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3) = 3^4 \times 3^3$$

مرتان ٤ مرّاتٍ

$$= 3^6$$

ما العلاقةُ بينَ الأسسِ ٢، ٤، ٦. نلاحظُ أنَّ $6 = 4 + 2$.
يمكِّننا ضربُ عددينَ أسَيَّينَ لهما الأساسُ نفسه بجمعِ الأسسِ فنستتَّجُ أنَّ:

وبصورةٍ عامَّةٍ يكونُ القانونُ العامُ إذا كانَ س عددًا حقيقيًّا غيرَ صفرٍ، فإنَّ
 $s^a \times s^b = s^{a+b}$, حيثُ a, b عددان صحيحان موجَبان
مثالٌ (١)

بسُطٌ كُلًا من التعبيرِ التالية: (أ) $(3^{-4}) \times (3^{-7})$ (ب) $s^4 \times s^8$ (ج) $5^7 \times 5^5$

$$(أ) (3^{-4}) \times (3^{-7}) = 3^{-4+(-7)} = 3^{-11}$$

$$(ب) s^4 \times s^8 = s^{4+8} = s^{12}$$

$$(ج) 5^7 \times 5^5 = 5^{7+5} = 5^{12}$$

حاوليَ أن تحلَّ

١ يُمكِّنك استخدامُ ضربِ القوى لتبسيطِ الأعدادِ.

$$(أ) (7^3 \times 7^4) \times \left(\frac{2}{7}\right)^3 = (7^{3+4}) \times \left(\frac{2}{7}\right)^3 = (7^7) \times \left(\frac{2}{7}\right)^3$$

$$(ج) (2^0, 2) \times (2^0, 2)$$



المصطلحاتُ الأساسيةُ

ضربُ القوى

Multiplying Powers

قسمةُ القوى

Dividing Powers

انتبهُ

$$2^{-3} \neq -2^3$$

مثال (٢)

يحتازُ الضوءُ حوالى $9,5 \times 10^{12}$ كم في السنةِ الأرضيةِ الواحدةِ.
حول هذه المسافة إلى سنتيمتر.

$$\begin{aligned} 9,5 \times 10^{12} \text{ كم} &= 9,5 \times 10^{12} \times 10^3 \text{ متر} \\ &= 1000 \times 10^{12} \times 9,5 \text{ سنتيمتر} \\ &= 10^3 \times 10^{12} \times 9,5 \\ &= 10^{2+3+12} \times 9,5 \\ &= 10^{17} \times 9,5 \text{ سنتيمتر} \end{aligned}$$

حاول أن تحلّ

٢ تُعطى المسافة (m) التي يحتازُها الضوءُ بالقانون الآتي:
 $m = u \times z$ حيث إن السرعة (u) تساوي 3×10^8 كم / ثانية،
أو جد المسافة إذا كانَ الزمن $(z) = 6 \times 10^{-3}$ ثانية.

قسمة القوى ذات الأساس المشترك: تختلف عملية قسمة القوى ذات الأساس المشترك عن عملية الضرب.

$$27 = \frac{7 \times 7}{1} = \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7} = 7^5$$

ما علاقه الأس 2 بالأأسين 5 ، 3 . نلاحظ أن: $5 - 3 = 2$. يمكننا قسمة عدد أسي على آخر لهما الأساس نفسه وذلك بطرح الأساس، لذا نستنتج أن $\frac{7^5}{7^3} = 7^{5-3}$

وبصورة عامية يكون القانون العام:

إذا كان س عددًا حقيقيًّا غير صفرٍ
فإن $\frac{s^a}{s^b} = s^{a-b}$ ، حيث a, b عددان صحيحان موجبان

مثال (٣)

$$\text{أوجد ناتج: } (a) \frac{92}{42} \quad (b) \frac{(3-)}{(3-)} \quad (c) \frac{92}{92} = 5 - 92$$

لحل المسائل

فكرة مفيدة

س صفر = ١

$s^{-a} = \frac{1}{s^a}$ حيث a عدد
صحيح موجب
حيث $s \neq$ صفر

حاول أن تحلّ

أوجد الناتج.

$$(d) \frac{34}{74} \quad (j) \frac{^8(0,4)}{^7(0,4)} \quad (b) \frac{^7(3-)}{^7(3-)} \quad (e) \frac{^410}{^310}$$

مثال (٤)

تبعد الشمس عن الأرض حوالي $1,5 \times 10^8$ كم. إذا كانت سرعة الضوء حوالي 2×10^8 كم في الدقيقة، فأوجِدِ الزَّمْنَ اللازم لكي يصل ضوء الشمس إلى الأرض، مستخدِمًا القانون: $\text{الزَّمْن} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$

$$\begin{aligned}\text{الزَّمْن} &= \frac{1,5 \times 10^8}{2 \times 10^8} \\ &= \frac{1,5}{2} \\ &= 0,75 \\ &= 10 \times 0,75 \\ &= 7,5 \text{ دقائق}\end{aligned}$$

ويكونُ الزَّمْنُ اللازمُ ليصلَ ضوءُ الشمسِ إلى الأرضِ ٧,٥ دقائِقَ.

حاوِلْ أن تحلَّ

٤ تبلغ أقصى مسافةٍ بينَ الشمسِ والقمرِ حوالي 6×10^8 كم. أوجِدِ الزَّمْنَ اللازمَ كي يصلَ ضوءُ الشمسِ إلى القمرِ.

تحققْ من فهمك

١ أوجِدِ قيمةَ كُلِّ ممَا يأتي:

(أ) $17 + 23$ (ب) $\left(\frac{1}{2} \times 3\right) \times (32 + 43)$

٢ اذْكُرِ الحالةَ التي تُستَخدِمُ فيها طرحَ الأَسْسِ؟

إستراتيجيات حل المسائل

- ٠ ابحث عن النمطِ.
- ٠ نظم قائمةً.
- ٠ اعمل جدولًا.
- ٠ حُّمن وتحقَّقُ.
- ٠ اعمل بطريقةٍ عكسيةً.
- ٠ استخدم التفكير المنطقيًّ.
- ٠ ارسم تمثيلًا بيانيًّا.
- ٠ حل مسألةً أبسطً.

حل المسائل والتفكير المنطقي

١ تحتوي القشرة الأرضية على حوالي 12×10^{13} طنًّ مترًّيًّ من الذهب. تبلغ قيمةُ الطنَّ المترَّيِّ من الذهبِ حوالي ٤٠ مليون دينارٍ كويتيٍّ (إحصائيات سنة ٢٠٠٠). ما القيمةُ التقريريَّة للذهب الموجود في القشرة الأرضية بالدينار الكويتي؟

٢ يحتوي جسم الإنسان على حوالي 7×10^10 ميكرولتِّر من الدم لـكُلِّ كيلوجرام واحدٍ من وزنِ الجسم. وتوجَدُ في كُلِّ ميكرولتِّر 5×10^6 من الكرياتِ الحمراء. أوجِدِ العدد التقريريَّ للكرياتِ الحمراء الموجودة في جسم إنسانٍ يزنُ ٧٠ كيلوجرامًا.

A - 1

الصورةُ العلميّةُ باسْتِخْدَامِ الأَسِسِ الصحيحةِ الموجَبةِ

Scientific Notation Using Positive Integer Exponents

صلة الدرس في الدرس السابق تعاملت مع الأسس، وفي هذا الدرس سوف تستخدم الأسس لكتابة الأعداد الكبيرة بصورة مختلفة. ▶
قوى العدد 10^0 هامة جداً عند استخدام هذه الصورة المختلفة للأعداد الكبيرة.
 $10^0 = 1$ ، $10^1 = 10$ ، $10^2 = 100$ ، $10^3 = 1000$ ، $10^4 = 10000$ ، $10^5 = 100000$ ، وهكذا.

استكشف الصورة العلمية

ابحث عن الأنماط في الجدول الآتي:

ج	ب	أ
$110 \times 3,0$	$10 \times 3,0$	= ٣٥
$110 \times 4,06$	$100 \times 4,06$	= ٤٠٦
..... $\times 0,678$ $\times 0,678$	= ٥٦٧٨
..... $\times 2,3406$ $\times 2,3406$	= ٢٣٤٠٦
..... $\times 4,32967$ $\times 4,32967$	= ٤٣٢٩٦٧
..... $\times 1,654763$ $\times 1,654763$	= ١٦٥٤٧٦٣

- ١ أكمل العمود ب باستخدام قوى العدد ١٠ في الشكل النظامي.

٢ أكمل العمود ج باستخدام قوى العدد ١٠ في الصورة الأساسية.

٣ ماذا تلاحظ في كل الأعداد العشرية في العمودين ب، ج؟

٤ ما هي العلاقة التي تربط عدداً الأصفار في قوى ١٠ في العمود ب، وفي الأسس في العمود ج بالأعداد الكلية في العمود أ؟

٥ كيف يمكنك إعادة كتابة ٦٢٣ ١١٨٥٤ ليلايتم النمط في العمودين ب، ج؟

٦ كيف يمكنك إعادة كتابة ٩٩٩،١ ٠٠٠ ٠٠٠ ٩٩٩ ليلايتم النمط في العمود ج؟ كيف تتشابه هاتان الإعادتان؟

٧ كيف يمكنك إعادة كتابة ٣٥٧ ٠٠٠ ٠٠٠ ٣٥٧ ليلايتم النمط في العمود ج؟ كيف تتشابه هاتان الإعادتان؟

■ تعلم سوق ■
تحويل الأعداد الكبيرة بين
الشكل النظامي والصورة
العلمية.

■ **الاستخدامات**
الصورة العلمية تسهل على الجيولوجيين وصف معالم الأرض التي تشمل أعداداً كبيرة.



المصطلحات الأساسية
صور علمية

Scientific Notation

أَسْعَى مَوْحَةٌ

Positive Exponents

فكرة
مفيدة

كُونْ جدولَ القيمةِ المكانيةِ للأعدادِ الكبيرةِ إذا احتجْتهُ.

غالباً ما يستخدم العلماء قوى العدد ١٠ في وصف معالم الأرض لتعبير عن الأعداد الكبيرة في الصورة العلمية. وفي الصورة العلمية يكتب العدد كقوى للعدد ١٠ مضروبة في عدد قيمته المطلقة أصغر من ١٠ وأكبر من أو تساوي ١.

$$٢٨٧ - ٤٥٦ = ٤٥٦ \quad ٠٠٠ \quad ٠٠٠$$

لكي تكتب عدداً كبيراً في الصورة العلمية، بسهولة، حرك الفاصلة العشرية حسب التعريف، واحسب كم منزلة عشرية تحرك، واكتب هذا كقوى للعدد ١٠. السبب في هذا هو أن التحرك إلى اليسار منزلة واحدة هو نفسه مثل القسمة على ١٠.

$$\text{تحريك الفاصلة العشرية منزلة واحدة إلى اليسار} \quad ٢٠٥٣ = ٢٠٥٣ \times ١٠$$

$$\text{تحريك الفاصلة العشرية منزلة أخرى إلى اليسار} \quad ٢٠,٥٣ =$$

$$\text{إنها الآن في الصورة العلمية} \quad ٢,٠٥٣ = ٢٠٥٣ \times ١٠$$

مثال (١)

أوسع لغات التخاطب انتشاراً في العالم هي ماندارين، اللغة الأساسية في الصين، ويقدر أن ٨٤٤ مليوناً من البشر يخاطبون بها كلغتهم الأساسية. اكتب هذا العدد في الشكل النظامي وفي الصورة العلمية.

في الشكل النظامي تكتب ٨٤٤ مليوناً
كالآتي: ٨٤٤ ٠٠٠ ٠٠٠.

وفي الصورة العلمية تكتب
٨٤٤ مليوناً كالآتي:

$$٨٤٤ = ٨,٤٤ \times ١٠$$

حاول أن تحلّ

- ١ اكتب الأعداد التي تمثل الذين يتكلّمون اللغة الآتية في الشكل النظامي وفي الصورة العلمية.

- (أ) الإنجليزية: ٣٢٦ مليوناً من البشر.
- (ب) الألمانية: ٩٨ مليوناً من البشر.
- (ج) العربية: ١٩٥ مليوناً من البشر.

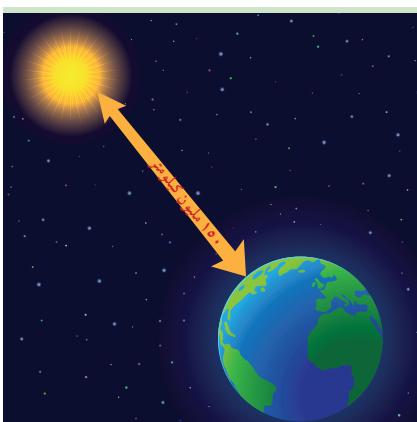
هل

يوجد حوالي ١٠٠٠ لغة مختلفة للتواصل في جنوب شرق آسيا.



بعض الأعداد أكبر من أن تظهر بكل أرقامها على شاشة العديد من الآلات الحاسبة، وبعض الآلات الحاسبة تظهر مثل تلك الأعداد آلية في الصورة العلمية.

مثال (٢)



بعد الأرض حوالي ١٥٠ مليون كيلومتر عن الشمس، ما هي هذه المسافة بالأمتار؟
أدخل $150\ 000\ 000$ بالآلة الحاسبة ثم اضرب في 1000 سيظهر على الشاشة $1,5 \times 10^{11}$ أو 1.5×10^{11} متر عن الشمس.

حاول أن تحلّ

تعلم؟

هل

الجوجول googol هو 10^{100}
والجوجول بلি�كس هو 10^{100} جوجول.

- ٢ قدرت درجة حرارة باطن الشمس بـ ١٥ مليون درجة مئوية. أوجد طريقتين على الأقل لإدخال هذا العدد إلى الآلة الحاسبة.

مثال (٣)

في ما يلي قراءات الآلة الحاسبة موضحة الأعداد في الصورة العلمية. اكتب هذه الأعداد في الشكل النظامي.

(أ) $11E8,7$ (ب) $10E5,45$ (ج) $15E4,5$

(أ) $11E8,7$ تعني $110 \times 8,7 = 870\ 000\ 000$

(ب) $10E5,45$ تعني $100 \times 5,45 = 545\ 000\ 000$

(ج) $15E4,5$ تعني $100 \times 4,5 = 450\ 000$



حاول أن تحلّ

٣ اكتب الأعداد الظاهرة على الآلة الحاسبة في الشكل النظامي.

(أ) $13E1,02$ (ب) $12E3,812$ (ج) $10E9,6$

من فهمك

تحقق

١ هل يوجد عدد لا يمكن تمثيله في الصورة العلمية؟

٢ ماذا يعني تحريك الفاصلة العشرية إلى اليسار؟

٣ العدد المكتوب في الصورة العلمية له عاملان، صِف كلاً من العاملين.

المرشد لحل المسائل (٨-١)



قضى رائد فضاء روسي ٤٣٩ يوماً في الفضاء، وعاد إلى الأرض في مارس عام ١٩٩٥.

(أ) كم عدد الساعات التي قضها في الفضاء؟ اكتب إجابتك في الشكل النظامي.

(ب) كم عدد الدقائق التي قضها في الفضاء؟ اكتب إجابتك في الصورة العلمية.

فهم

١ ما المطلوب إليك إيجاده؟

خطط

٢ كيف يمكنك إيجاد عدد الساعات في:

(أ) يومين؟

(ب) ٤٣٩ يوماً؟

٣ كيف يمكنك إيجاد عدد الدقائق في:

(أ) يومين؟

(ب) ٤٣٩ يوماً؟

حل

٤ كم عدد الساعات التي قضها الرائد في الفضاء؟

٥ كم عدد الدقائق التي قضها الرائد في الفضاء؟

٦ اكتب عدد الدقائق في الصورة العلمية؟

تحقق

٧ لماذا كتبتَ عدد الدقائق في الشكل النظامي قبل كتابته في الصورة العلمية؟

حل مسألة أخرى

٨ تاريخ ميلاد صالح هو ٢٩ فبراير، وقد ولد في سنة كيسنة ٣٦٦ (٤٣٩ يوماً).

(أ) كم يوماً ينتظر بين تاريخ الميلاد والآخر؟ اكتب إجابتك في الشكل النظامي.

(ب) كم دقيقة تنتظر بين تاريخ الميلاد والآخر؟ اكتب إجابتك في الصورة العلمية.

إستراتيجيات حل المسائل

- ابحث عن النمط.
- نظر قائمة.
- اعمل جدولًا.
- حمّن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانياً.
- حل مسألة أبسط.

١ التواصل: تُحاوِل عائلة حمِّد بيع منزلها. السعر المكتوب على ورقة ملكيّة العقار هو ١٠٥ ك لنفرض ك = ١٠٠٠ دينار. (أ) بكم سُيُّاع المنزل؟

(ب) ما أوجه الشبه بين هذه الصورة والصورة العلمية؟ وما أوجه الاختلاف؟

٢ المجلة: وضّح لماذا لا تُعدُّ التعبيرات العددية الآتية أمثلة عن كتابة أعداد في الصورة العلمية؟

$$(ب) ٩١٠ + ٣,٧١$$

$$(أ) ٦,٥٢ \times ١٠$$

$$(د) ٩١٠ \times ٠,٤٣$$

$$(ج) ١٢١٠ \times ١٠$$

الصورة العلمية باستخدام الأسس الصحيحة السالبة

Scientific Notation Using Negative Integer Exponents

صلةُ الدَّرْسِ

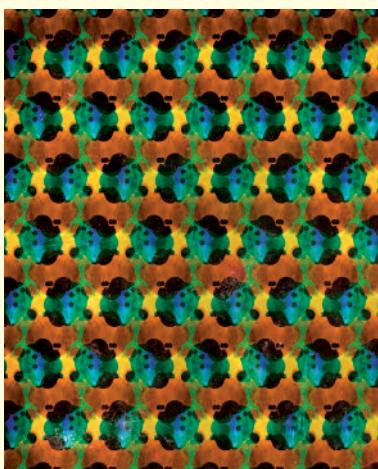
في الدرس السابق كتبت الأعداد الكبيرة بالصورة العلمية مستخدماً الأسس الصحيحة الموجبة، وفي هذا الدرس ستعلّم كيفية كتابة الأعداد الصغيرة جداً بالصورة العلمية مستخدماً الأسس الصحيحة السالبة.

سوف تتعلّم

- كيفية تحويل الأعداد الصغيرة بين الشكل النظامي والصورة العلمية.

من الاستخدامات

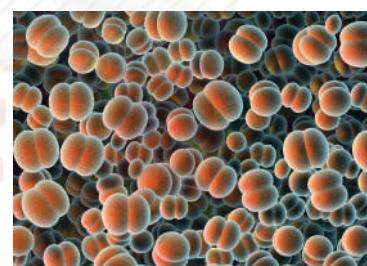
- علماء الأحياء الدقيقة (الميكروبيولوجيا) يعملون على أعداد صغيرة جداً والصورة العلمية تسهل عليهم ذلك.



استكشف الأسس الصحيحة السالبة

أنماط في كل مكان

الكسور الآتية كتبت كمسائل قسمة عبر عنها باستخدام الأسس ثم باستخدام الكسور العشرية.



العدد	الصورة العشرية	باستخدام الأسس
١٠٠	٠٠٠٠٠٠٠٠	1×10^{-2}
١٠	٠٠٠٠٠٠٠٠	1×10^{-1}
١	٠٠٠٠٠٠٠٠	1×10^0
$\frac{1}{10}$	٠٠٠٠٠٠٠٠	1×10^{-1}
$\frac{1}{100}$	٠٠٠٠٠٠٠٠	1×10^{-2}

KuwaitMath.com

١ استمر في الجدول حتى تصل إلى $\frac{1}{1000000}$ ، صِف أيَّ أنماطٍ تجدها.

٢ ما الصلة بين كل عدد والذى قبله؟

٣ عندما تحرّك إلى أسفل في عمود الصورة العشرية، ماذا يحدث للفاصلة العشرية؟

٤ عندما تحرّك إلى أسفل في عمود استخدام الأسس، ماذا يحدث للأسس؟

٥ صِف العلاقة، إن وُجدَت، بين الأسس وموضع الفاصلة العشرية.

المصطلحات الأساسية

أسس سالبة

Negative Exponents

يمكن استخدام الأسس الصحيحة السالبة لكتابه الأعداد الصغيرة جداً، وذلك مثلما نستخدم الأسس الصحيحة الموجبة لكتابه الأعداد الكبيرة جداً.

لكي نكتب ٠٠٣٤٥ في الصورة العلمية، حرّك الفاصلة العشرية إلى اليمين حتى يتبقى رقم واحد فقط غير صفرى إلى يسار الفاصلة العشرية.

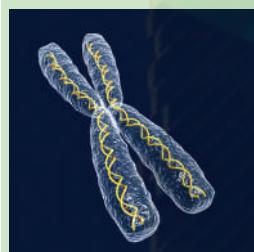
$$0,00345 \leftarrow 0,003\textcolor{orange}{4}5$$

احسب عدد المترلات التي حرّكت بها الفاصلة العشرية. وهذا سوف يكون قوّة للعدد ١٠،

وحيث إنّك تحركت نحو اليمين فسيكون الأسس سالباً، (٣-)

$$3-10 \times 3,45 = 0,00345$$

أمثلة



كروموسوم بشري

١ الحمض النووي DNA في كروموسوم بكثيريا معينة رفيع جداً ومكّدّس بإحكام داخل الخلية، يتّوي ويلتف بحيث يصل إلى $\frac{1}{1000}$ سم طولاً. عبر عن هذا الطول في الصورة العلمية.

اكتب ١ جزء من عشرة آلاف جزء في الصورة العشرية.

$$\frac{1}{10000} = 0,0001$$

$$0,0001 \text{---} 10 \times 0001, \textcolor{orange}{0}$$

حرّك الفاصلة العشرية ٤ منزلات إلى اليمين حتى تحصل على ١٠. الفاصلة العشرية تحركت ٤ منزلات إلى اليمين. الأسس يكون -٤.

$$\frac{1}{10000} \text{ سم} = 1,0 \times 10^{-4} \text{ سم}$$

الصورة العلمية هي $1,0 \times 10^{-4}$

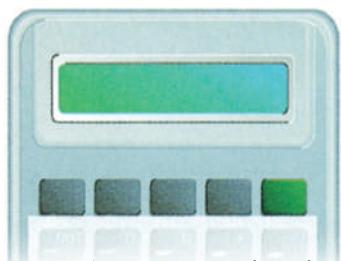
٢ اكتب ٥٢ جزءاً من مليون في الصورة العلمية.

$$52 \text{ جزءاً من مليون} = 0,000052 \text{ اكتب في الصورة العشرية}$$

$$\text{حرّك الفاصلة العشرية ٥ منزلات إلى اليمين} = 10 \times 5,2^{\circ}$$

حاول أن تحل

- (أ) اكتب ١ جزء من مليون في الصورة العلمية.
- (ب) اكتب ٣ أجزاء من مئة ألف في الصورة العلمية.



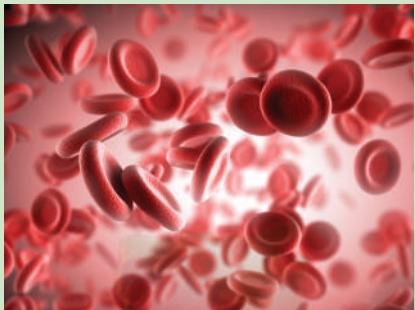
يمكن للعديد من الآلات الحاسبة وضع العدد في الصورة العلمية.



٢ يبلغ طول أقصر حشرة (مئة أرجل) ٧ أجزاء من مئة جزء من المستيمتر.
اكتب هذا في الشكل النظامي وفي الصورة العلمية.

$$\begin{aligned} \text{في الشكل النظامي تكتب } 7 \text{ أجزاء من مئة: } & 0,07 \\ \text{وحيث إن } 7 \times 10 = 70 \text{ سم} \\ \text{في الصورة العلمية تكتب } 7 \text{ أجزاء من مئة: } & 7 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

٤ يبلغ قطر خلية الدم الحمراء حوالي ٧ أجزاء من مئة مليون جزء من المستيمتر. بين كيف ندخل هذا العدد إلى الآلة الحاسبة.



هناك طرق عديدة ومختلفة لإدخاله
الطريقة الأولى

$$7 \div 100000000 =$$

فيظهر على الشاشة
الطريقة الثانية

$$\begin{array}{ccccccccc} y^x & & x^y & & \times & & - & & = \\ 7 & \times & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

فيظهر على الشاشة
الطريقة الثالثة

$$\begin{array}{ccccccccc} \text{Exp} & & \text{EE} & & \times 10^x & & - & & = \\ 7 & \times 10 & (-) & 8 & & & & & \end{array}$$

فيظهر 7×10^{-8}

حاول أن تحل

٢ (أ) يبلغ حجم بعض الفيروسات ٣ أجزاء من المليار من المستيمتر. اكتب هذا العدد في الشكل النظامي وفي الصورة العلمية.

(ب) بين كيف ندخل ٨ أجزاء من المليون إلى الآلة الحاسبة.

بعض الأعداد تكون أصغر من أن تظهر بكل أرقامها على شاشة العدد من الآلات الحاسبة. إما أن تظهر رسالة خطأ Error على الشاشة أو تظهر الأعداد عليها آلياً في الصورة العلمية.

تحقق من فهمك

تحقق

- ١ فيم تتشابه كتابة عدد صغير أو عدد كبير بالصورة العلمية؟ وفيم تختلف عنها؟
- ٢ لماذا يكفي تحريك الفاصلة العشرية إلى اليسار، الضرب في قوى للعدد ١٠ بأسس سالبة؟ ما العمليات الأخرى التي تكافيء الضرب في قوى للعدد ١٠ بأسس سالبة؟ اشرح ذلك.
- ٣ لديك عدد صغير مكتوب بالصورة العلمية. إذا كتب كنتاوج ضرب عاملين؛ فصف كلاً من العاملين.

المرشد لحل المسائل (٩-١)



رتّب كلاً من الأعداد الآتية من الأكبر إلى الأصغر. فسّر إجابتك.

$$٢ - ١٠ \times ٢, ٦ -$$

$$٤ - ١٠ \times ١, ٨٩$$

$$٢ - ١٠ \times ٢, ٢٤$$

$$٣ - ١٠ \times ١, ٢٤$$

افهم

١ هل هذه الأعداد مكتوبة في الصورة العلمية أو في الشكل النظامي؟

خطط

٢ كيف يمكنك تحديد ما إذا كان العدد المكتوب في الصورة العلمية سالباً أم لا؟

٣ قارن بين $٤ - ١٠$ ، $٣ - ١٠$. أي من العددين أكبر؟

٤ كيف يمكنك استخدام الأسّ لتقارن بين قوياً ١٠ ؟

٥ قارن بين $٦ - ١٠$ ، $٦ - ١٠ \times ٢$. أي من العددين أكبر؟

٦ عندما تكون الأسّ متساوية في العددين والعوامل الأخرى ليست سالة، فكيف يمكنك المقارنة بين العددين؟

حل

٧ استخدم فهمك للبنود ٢، ٤، ٦ لترتيب الأعداد.

تحقق

٨ كيف يمكنك الحصول على الإجابة باستخدام طريقة أخرى؟

حل مسألة أخرى

٩ رتب الأعداد من الأصغر إلى الأكبر. فسّر إجابتك.

$$٤ - ١٠ \times ٢, ٨ -$$

$$٢ - ١٠ \times ١, ٢$$

$$٤ - ١٠ \times ٢, ٥ -$$

$$٣ - ١٠ \times ١, ٩$$

- ابحث عن النمط.
- نظم قائمةً.
- كون جدولًا.
- خمن وتحقق.
- اعمل بطريقة عكسية.
- استخدم التفكير المنطقي.
- ارسم تمثيلًا بيانياً.
- حل مسألةً أبسط.

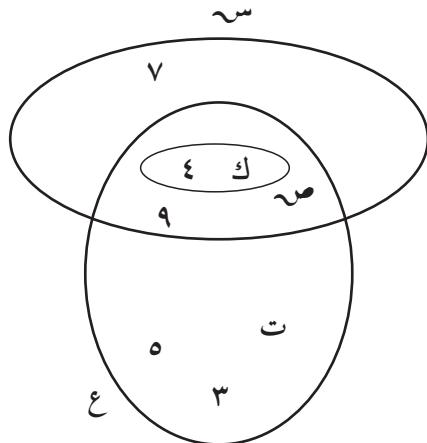
١ التواصل: قال فهد إن العدد 545×10^0 مكتوب في الصورة العلمية. هل توافقه الرأي أو لا؟ فسر إجابتك.

٢ اختر إستراتيجية: سمك شعرة الإنسان هو 2×10^{-2} سم. وسمك الورقة 7×10^{-3} سم تقريباً. أيهما سميكة أكبر؟ وما الفرق بين سمكيهما؟ وضح كيف حصلت على إجابتك.

٣ المجلة: وضح كيف ستتحدد أيهما أكبر $0,00056$ أم 1×10^{-4} .

KuwaitMath.com

اختبار الوحدة الأولى



١ استخدم الشكل المقابل وأكمل مستخدماً \cap , \cup , \subset , $\not\subset$

(أ) س ... س

(ب) س ... ع

(ج) ع ... ع

(د) ع ... س

٢ لتكن المجموعة الشاملة ش، مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية الأصغر من ١٤

$$\text{ش} = \{13, 7, 5, 3, 1\}$$

أوجد: (أ) س - ش، ش - س.

(ب) س، ش

(ج) س - ش

٣ حدد ما إذا كان كل مما يلي صحيحاً أم خطأً.

$$(أ) 6 > \overline{56}7 - > 7 - \overline{56}7$$

$$7 > \overline{38}7 > 6$$

$$(ب) 0, 2 > \overline{0, 03}7 > 0, 1, 4 > \overline{0, 25}7 > 3, 3$$

$$3, 4 > \overline{10, 25}7 > 3, 3$$

$$(ج) \overline{6, 25}7$$

$$(د) \overline{129, 6}7$$

$$(ب) \overline{8}7$$

$$(أ) \overline{3600}7$$

٤ حدد ما إذا كان كل جذرٍ تربيعيٍّ مما يلي عدداً نسبياً أم غير نسبيٍّ.

$$(ج) \overline{6, 25}7$$

$$(ب) \overline{8}7$$

$$(أ) \overline{3600}7$$

٥ مثل الفقرات التالية على خط الأعداد.

$$(ج) (-5, 2).$$

$$(ب) (3, 7)$$

$$(أ) (-3, 5)$$

$$(ب) |t| + 5 = 2$$

$$(أ) |s| + 1 = 10$$

٦ حل المعادلة: (أ) $|s| + 1 = 10$
 ٧ حل المعادلة $|n - 2| = 4$ ثم تحقق من إجابتك بتمثيلها على خط الأعداد.

٨ حدد قيم t ، ب حتى يكون للمعادلة $|s - t| = 2$ ب حللاً واحداً فقط؟

اختبار الوحدة الأولى

٩ المعادلة $m = 2l + 2u$ تُعطِي محيط مستطيل بعدها (ل)، (ع).

إذا كان المحيط $48 + 14$ سم وأحد البعدين 16×4 سم، فأي جملة عدديّة مما يأتي تستخدُمها لإيجاد البعدين الآخرين؟

(أ) $2 \div 4, 16 \times 2 - 14, 48 \times 2 + 14$ (ب) $4, 16 \times 2 - 48$

(ج) $2 \div (14, 48 - 4, 16 \times 2)$ (د) $(4, 16 \times 2 - 14) \div 2$

١٠ يُتَّسِّعُ جسم الإنسان حوالي 2×10^6 من الكريات الحمراء في الثانية. تبرع أخوه الأكبر بنصف لتر من دمه يحتوي على 4×10^{12} من الكريات الحمراء.

(أ) ما عدد الثنائي اللازم ليعوض الجسم الكريات الحمراء التي تبرع بها؟

(ب) حول الإجابة من الثنائي إلى أيام.

١١ أي من الأعداد الآتية غير مكتوب بالصورة العلمية؟

(أ) $10 \times 11,24$ (ب) $10 \times 2,004$ (ج) $10 \times 20,000$

(د) $(1) \times (2) \times (3)$. (هـ) $(1) \times (2)$ (زـ) $(1) \times (2) \times (3)$.

١٢ اكتب بالصورة العلمية.

(أ) 7042000000 (ب) $0,00000469$

١٣ أوجد الناتج.

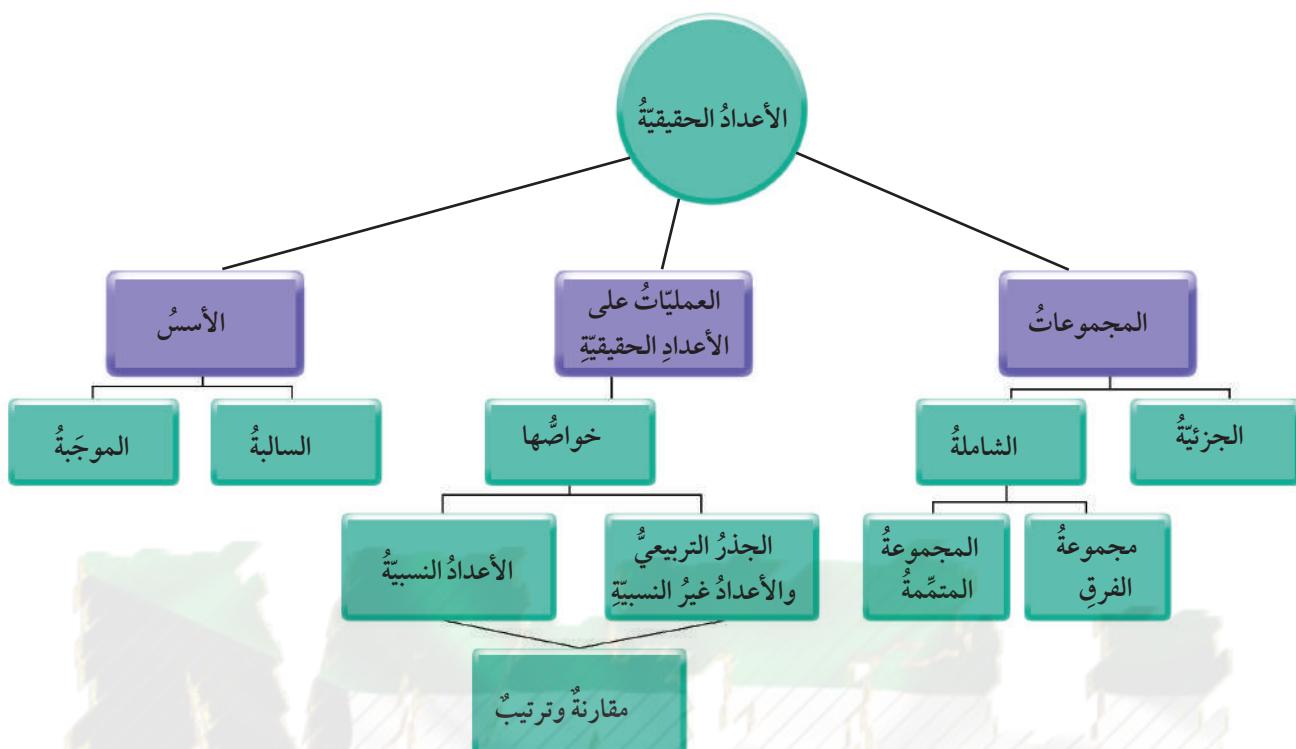
(أ) $(10 \times 7) \times 8$ (ب) $7 \div (10 \times 21)$ (ج) $2 \div (10 \times 8)$

١٤ بسط:

(أ) $\frac{10 \times 27}{10 \times 9}$ (ب) $\frac{10 \times 27}{10 \times 9}$

(أ) $\frac{10 \times 710}{10 \times 710}$

مخطط تنظيمي للوحدة الأولى



الوحدة الأولى (٤)

- مجموعة جزئية. لأي مجموعتين س، ص تكون ص هي مجموعة جزئية من س إذا كان كل عنصر من ص ينتمي إلى س و تكتب ص ⊂ س.
- المجموعات متساویتان. تساوى مجموعاتان إذا كانت كل منهما مجموعة جزئية من الأخرى.
- المجموعة الخالية Ø هي مجموعة جزئية من أي مجموعة.
- مجموعة الفرق: س - ص هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى س ولا تنتمي إلى ص.
- المجموعة المتممة للمجموعة س هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة الشاملة ولا تنتمي إلى المجموعة س.

الوحدة الأولى (ب)

- لكل عدد موجب س جذران تربيعيان أحدهما موجب (أساسي) √س والآخر سالب -√س.
- الأعداد غير النسبية هي الأعداد التي لا يمكن كتابتها على الصورة $\frac{p}{q}$.
- خواص الجذور التربيعية: $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ ، حيث a, b أعداد موجبة، $b \neq 0$.
- الفترة: تشمل كل الأعداد الحقيقة الواقعية بين عددين ويمكن أن تشمل العددين أو أحدهما على خط الأعداد.
- القيمة المطلقة لعدد حقيقي هي المسافة على خط الأعداد بين هذا العدد والصفر.
- قوانين الأساس: $s^m \times s^n = s^{m+n}$ ، $s^m = s^{-n}$ حيث m, n عدادان صحيحان موجبان، $s \neq 0$.
- الصورة العلمية: يكتب العدد كقوى للعدد 10 مضروبة في عدد قيمته المطلقة أصغر من 10 وأكبر من أو تساوي 1.