الوحدة الثانية

الأعداد النسبية
Rational Numbers

صناعات ومعادن
Industries and Metals

مشروع الوحدة :
(التغذية السليمة)

للصناعة أهمّية كبرى في كونها تنوّع مصادر الدخل للدولة وترفع من مستوى معيشة الشعوب بما تدرّه من مال ، وما توفّره من رفاهية للإنسان بمقتنياتها المختلفة .

يقدم أحد مصانع الأغذية نوعين مختلفين من الأغذية :

(١) أغذية تساعد على زيادة الوزن . (٢) أغذية تساعد على فقدان الوزن .

خطة العمل :

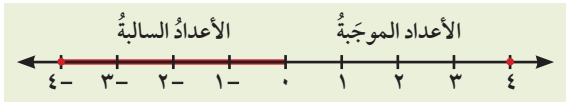
- ترتيب الأعداد (الأوزان) تصاعديًّا – تنازليًّا .
- تمثيل هذه الأعداد (الأوزان) على خط الأعداد .

خطوات تنفيذ المشروع :

- أكمل الجدول المقابل .
- رتب الأوزان المكتسبة تصاعديًّا .
- رتب الأوزان المفقودة تنازليًّا .
- مثل الأعداد التي تمثل الأوزان (المكتسبة – المفقودة) على خط الأعداد .

نتائج بعض الأشخاص بعد أسبوعين من بداية تناول الأغذية		
الاسم	تعبير لفظي	العدد النسبي
فرح	فقدت كيلوجرامًا	-1
نورة	زادت ٢ كيلوجرام ونصف	$+2\frac{1}{2}$
سلمى		$-1\frac{1}{4}$
محمد	فقد ٢ كيلوجرام وثلاثة أرباع	
لولوة	زادت كيلوجرامًا ونصفًا	
عبدالله	زاد ٢ كيلوجرام وربع	
فهد		$-1\frac{1}{2}$
خالد		$-\frac{1}{2}$
سعد	زاد ٣ أرباع كيلوجرام	

- يُعبر عن زيادة الوزن بإشارة (+)
- يُعبر عن فقدان الوزن بإشارة (–)



علاقات وتواصل :

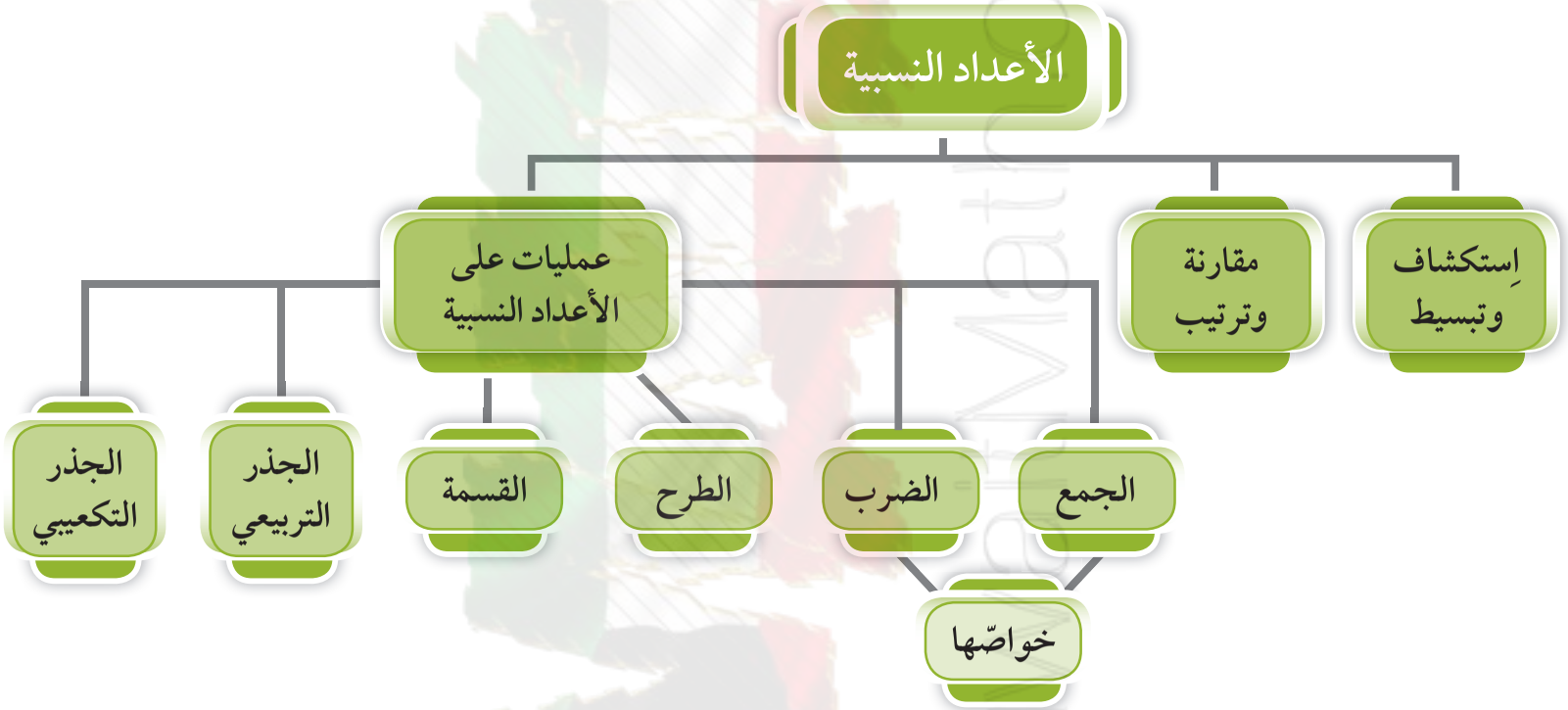
- تتبادل المجموعات الجداول للتعرّف على صحة الحل ، وكذلك للتأكد من ترتيب الأوزان (تصاعديًّا – تنازليًّا) وتمثيلها على خط الأعداد .

عرض العمل :

- تعرض كل مجموعة جدولها لمناقشته .
- تفسر المجموعة ترتيب الأوزان (تصاعدي – تنازلي) .
- تناقش المجموعة كيفية تمثيل الأعداد التي تمثل الأوزان على خط الأعداد .

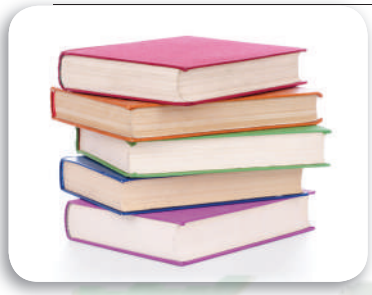
KuwaitMath.com

مخطَّط تنظيمي للوحدة الثانية



١-٢ اِستكشاف الأعداد النسبية وتبسيطها
Exploring and Simplifying Rational Numbers

سوف تتعلّم : اِستكشاف الأعداد النسبية وتبسيطها .



نشاط (١) :

اِشترى سمير خمس نسخ من الكتاب نفسه ليهديها لأصدقائه بمبلغ ٤ دنانير ، **فما ثمن الكتاب الواحد ؟**

أجب عمّا يلي :

ثمن الكتاب الواحد = ... = ... دينار

هل ثمن الكتاب الواحد هو عدد $\in$ ط ؟ .....

هل ثمن الكتاب عدد $\in$ صـ ؟ .....

$\therefore$ **الناتج هو النسبة بين ٤ ، ٥ وهو عدد على صورة** $\frac{٤}{٥}$

نلاحظ ما يلي : $\frac{٤}{٥} \notin$ ط ، $\frac{٤}{٥} \notin$ صـ .

$\frac{٤}{٥} \in$ لمجموعة جديدة من الأعداد نسميها مجموعة الأعداد النسبية حيث ٤ ، ٥ $\in$ صـ

معلومات مفيدة :
يستخدم صانعو الملاءات الأعداد النسبية كلّ يوم لإيجاد قياسات دقيقة وتكرار الأنماط .

مجموعة الأعداد النسبية ق :

هي مجموعة الأعداد التي يمكن كتابتها على صورة $\frac{أ}{ب}$ **حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب** $\neq$ ٠

نعبر عنها : ق = { $\frac{أ}{ب}$: أ ، ب $\in$ صـ ، ب $\neq$ ٠ }

ق = ق$_+$ $\cup$ { ٠ } $\cup$ ق$_-$ **حيث** ق$_-$ **هي مجموعة الأعداد النسبية السالبة ،**

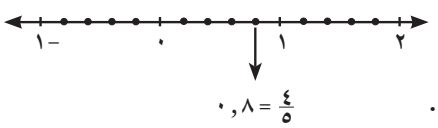
ق$_+$ **هي مجموعة الأعداد النسبية الموجبة .**

أمثلة الأعداد النسبية :

- $\frac{-٣}{٥}$ ، $\frac{٧}{١١}$ ، ٦ ، ٠ ، -٢ ، ٤ , ٠ ، ... .
- كل عدد طبيعي هو عدد نسبي لأنه يمكن وضعه على صورة $\frac{أ}{ب}$.
- كل عدد صحيح هو عدد نسبي لأنه يمكن وضعه على صورة $\frac{أ}{ب}$.

KuwaitMath.com

• أين يقع العدد $\frac{٤}{٥}$ على خط الأعداد ؟

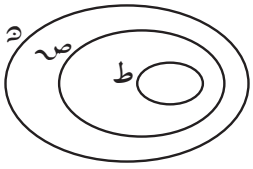


لاحظ أنّ : $\frac{٤}{٥} = \frac{٨}{١٠} = \frac{١٢}{١٥} = \ldots = ٠,٨$

كلّها كسور متكافئة وصور مختلفة لعدد نسبي واحد .

فكّر وناقِش

اِستعن بالشكل المقابل وأعطِ أمثلة لكل من ط ، صـ على صورة $\frac{أ}{ب}$.



الأعداد النسبية

يكون على الصورة $\frac{أ}{ب}$ ، أ ، ب ∋ صـ مثل : $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٧}{٦}$ ، $\frac{١}{٢}$	عدد عشري منته مثل : ٦ , ١ ، ٢ , ١ ، ٥ , ١	عدد عشري غير منته (متكرر) أو دوري . مثل : $٠,\overline{٣}$ ، $٠,٥\overline{٧١}$ ، $٠,\overline{٦٦}$

الأعداد غير النسبية

π	$\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٢}$ ،	٣ ، ١٩٨٠٤٧٥٠٦٨٣ ...

تدرّب (١) :

ضَعْ كلًّا ممّا يلي على صورة $\frac{أ}{ب}$:

أ ٥	ب $١\frac{١}{٢}$	جـ ١,٦-	د $٠,\overline{٣}$
.....	.....	.....	.....

تدرّب (٢) :

ضَعْ ∋ أو ∌ لتحصل على عبارات صحيحة :

١٧ ..... ط	١٧ ..... صـ	١٧ ..... ع
٥- ..... ط	٥- ..... صـ	٥- ..... ع
$\frac{٣-}{٤}$ ..... ط	$\frac{٣-}{٤}$ ..... صـ	$\frac{٣-}{٤}$ ..... ع
$٠,\overline{٣}$ ..... ط	$٠,\overline{٣}$ ..... صـ	$٠,\overline{٣}$ ..... ع

KuwaitMath.com

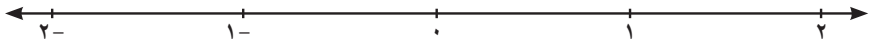
مثال (١) :

مثِّل الأعداد التالية على خطّ الأعداد .

$$١\frac{١}{٣} \ ، \ \frac{٥}{٣} \ ، \ \frac{-٢}{٣} \ ، \ \frac{-٤}{٣} \ ، \ \frac{-٦}{٣}$$

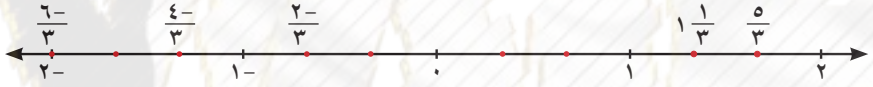
الحلّ :

خطوة (١): نرسم خطّ الأعداد محدِّدين الصفر ووحدات متساوية .



خطوة (٢): نقسِّم كلّ وحدة إلى ٣ أجزاء متساوية تمثّل مقام ٣ .

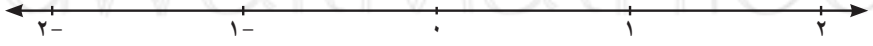
خطوة (٣): نعيِّن النقاط المطلوبة .



تدرّب (٣) :

مثِّل الأعداد التالية على خطّ الأعداد .

$$١,٢٥ \ ، \ \frac{-٣}{٤} \ ، \ ٠,٥ \ ، \ \frac{-٨}{٤}$$



ملاحظة :
لإيجاد المعكوس والمطلق ، نستخدم طريقة الأعداد الصحيحة .

تدرّب (٤) :

أكمِل الجدول التالي :

العدد	-٥	صفر	٣	$\frac{-٥}{٦}$	٠,٧	-١,٤
المعكوس الجمعي	٥	.....	-٣	.....	.....	.....
المطلق	٥	صفر	.....	.....	.....	.....

تذكر أنّ :
- يرمز للمطلق ؞ بالرمز |؞| .
- ومعكوس ؞ هو -؞ .

KuwaitMath.com

مثال (٢) :

أُكتب العدد $\frac{١٢}{-١٨}$ في أبسط صورة .

بدر

أنا سأبسّط بالقسمة على ٢ ثمّ ٣

$$\frac{١٢-}{١٨} = \frac{١٢- \div ٢}{١٨ \div ٢} = \frac{٦- \div ٣}{٩ \div ٣} = \frac{٢-}{٣} = -\frac{٢}{٣}$$

يوسف

أنا سأبسّط بالقسمة على ٦

$$\frac{١٢-}{١٨} = \frac{١٢- \div ٦}{١٨ \div ٦} = \frac{٢-}{٣} = -\frac{٢}{٣}$$

تذكَّرْ أنّ :

- $\frac{-أ}{ب} = \frac{أ}{-ب}$ حيث ب ≠ صفر
- $\frac{أ}{-ب} = \frac{-أ}{ب} = -\frac{أ}{ب}$
- $\frac{٠}{ب} = ٠$ ، ب ≠ صفر
- $\frac{أ}{ب}$ عدد صحيح عندما أ يقبل القسمة على ب ، ب ≠ صفر
- $\frac{ب}{٠}$ كمّية غير معرَّفة

فكِّر وناقِش

في مثال (٢) السابق ، من منهما طريقته أفضل ؟ فسِّر إجابتك .

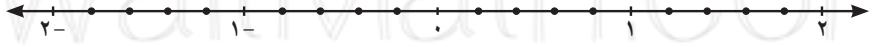
تمـــرَّنْ :

١ أيّ من الأعداد التالية نسبي ؟ وأيّها غير نسبي ؟

أ $\frac{٢٢}{٧}$	ب ١٥,١	جـ $-١,٧٥$	د $٧,٥٢٣٩٨\ldots$
هـ $١\frac{٧}{٩}$	و $\sqrt{١١}$	ز $٠,\overline{١١٣}$	ح $٠,\overline{٦}$

٢ مثِّل الأعداد النسبية التالية على خطّ الأعداد .

$$١\frac{١}{٥} \ ، \ \frac{٤}{٥} \ ، \ \frac{١-}{٥} \ ، \ ٠,٦ \ ، \ -١,٤$$



٣ أُكتب كلًّا ممّا يلي في أبسط صورة .

أ $\frac{١٢}{٢٤}$	ب $\frac{٢٥-}{٤٥}$	جـ $\frac{١٥-}{١٢-}$ .....
د $\frac{٨}{٤-}$	هـ ٠,١٤	و $\frac{٢٤}{٨}$ .....

في التمرينين (٤ ، ٥) اِختر الإجابة الصحيحة :

٤ $\frac{|-٣|}{٥} =$

أ $-٠,٠٦$	ب ٠,٠٦	جـ $-٠,٦$	د ٠,٦

٥ العدد النسبي الدوري هو :

أ $\frac{٣}{٨}$	ب $\frac{١}{٤}$	جـ $\frac{١}{٦}$	د $\frac{٤}{٥}$

KuwaitMath.com

٢-٢ مقارنة وترتيب الأعداد النسبية
Comparing and Ordering Rational Numbers

سوف تتعلّم : المقارنة بين الأعداد النسبية وترتيبها .

معلومات مفيدة :
يتمّ استخدام ٢٠٪ من المياه العذبة في الصناعة عالميًّا ، في حين تذهب ١٠٪ للاستخدام المنزلي والمحلّي ، بينما تذهب ٧٪ للاستهلاك الزراعي . وهذه النسبة تتأثّر بمدى تقدّم الدولة صناعيًّا . لذلك يجب علينا المحافظة على نعمة الماء وترشيد استهلاكه لنضمن تقدّمنا صناعيًا واقتصاديًّا .

نشاط :

يعمل محمّد على إعداد مشروع علمي عن الماء والصناعات المتعلّقة به . وجد أنّ درجة تجمّد الماء تختلف باختلاف الارتفاع عن سطح البحر كما هو موضّح في الجدول التالي :

الارتفاع أو العمق (بالمتر)	−٣٣	٣٠٩	صفر (مستوى سطح البحر)	−٣٣٦	٣٦٠
درجة التجمّد (درجة مئوية)	−١,٥	١	صفر	−١,١	١,٢

١ **مثّل درجات التجمّد الواردة في الجدول السابق على خطّ الأعداد .**

٢ **من الجدول السابق ، أكمِل ما يلي لتكون العبارة صحيحة .**

أ درجة التجمّد ..... مئوية هي **الأصغر** من بين درجات التجمّد .

ب درجة التجمّد ١ مئوية **أصغر من** درجة التجمّد ..... مئوية .

جـ درجة التجمّد −١,١ مئوية هي **أكبر من** درجة التجمّد ..... مئوية .

٣ **رتّب درجات التجمّد السابقة تنازليًّا .**

.....

KuwaitMath.com

مثال (١) :

قارِن بين العددين النسبيين $٢\frac{١}{٤}$ ، ٢,٥

الحلّ :

• **الطريقة الأولى :** تحويل العدد النسبي من الصورة العشرية إلى الصورة الكسرية .

$٢,٥ = ٢\frac{٥}{١٠} = ٢\frac{١}{٢}$

وحِّد المقامات ثم قارِن

$٢\frac{١}{٤}$ ، $٢\frac{٢}{٤}$

$٢\frac{١}{٤} < ٢\frac{٢}{٤}$

إذًا $٢\frac{١}{٤} < ٢,٥$

• **الطريقة الثانية :** تحويل العدد النسبي من الصورة الكسرية إلى الصورة العشرية .

$٢\frac{١}{٤} = ٢\frac{٢٥}{١٠٠} = ٢,٢٥$

ساوِ المنزلات العشرية ثم قارِن

٢,٢٥ ، ٢,٥٠

٢,٢٥ < ٢,٥٠

إذًا $٢\frac{١}{٤} < ٢,٥$

تذكَّرْ أنّ :

$\frac{١}{٤} = ٠,٢٥$

$\frac{١}{٢} = ٠,٥$

$\frac{٣}{٤} = ٠,٧٥$

$\frac{١}{٥} = ٠,٢$

$\frac{١}{٨} = ٠,١٢٥$

تدرّب (١) :

ضَعْ > أو < أو = لتصبح العبارة صحيحة :

أ	$\frac{٣}{٤}$ ◯ $\frac{٢}{٥}$		ب	$٢\frac{١}{٤}$ ◯ $٢,\overline{٥}$	
جـ	$-٠,٠٦$ ◯ $\frac{-٢}{٥٠}$		د	$\frac{٢}{٣}$ ◯ $٠,\overline{٥}$	
هـ	$-٥,٠٠٩$ ◯ $-٠,٠٠١$		و	$٧,\overline{٣}$ ◯ $٧\frac{١}{٣}$	
ز	$\frac{١}{٣}$ ◯ $\frac{١}{٢}$		ح	$\frac{-١}{٣}$ ◯ $\frac{-١}{٢}$	
ط	٠,٦ ◯ ٠,٤		ي	$-٠,٦$ ◯ $-٠,٤$	

فكِّر وناقِش

من خلال تدرّب (١) ماذا تلاحظ ؟

– في البندين (ز ، ح) ، – في البندين (ط ، ي)

Kuwaitmath.com

تدرّب (٢) :

أ رتِّب الأعداد التالية ترتيبًا تنازليًّا :

$-٠,٢٥$ ، $٠,٥$ ، ٠ ، $\frac{-١}{٢}$ ، $١\frac{١}{٤}$

الترتيب التنازلي هو : $١\frac{١}{٤}$ ، ..... ، ..... ، ..... ، $\frac{-١}{٢}$

ب رتِّب الأعداد التالية ترتيبًا تصاعديًّا .

٢ ، $-٠,\overline{٦}$ ، صفر ، $\left|\frac{-٣}{٤}\right|$

الترتيب التصاعدي هو : $-٠,\overline{٦}$ ، ..... ، ..... ، .....

تدرّب (٣) :

صنع بدر مجسَّمًا لمبنى يحوي عمودين ، اِرتفاع العمود الأوّل ٤٢,٤ سم ، وارتفاع العمود الثاني $٤٢\frac{٣}{٥}$ سم . قارِن بين الارتفاعين .

تمـــرَّنْ :

١ ضَعْ > أو < أو = لتصبح العبارة صحيحة :

أ $\frac{-٢}{٣}$ ◯ $\frac{-٢}{٥}$	ب $-٥,٢٨$ ◯ $-٥,٢$
جـ $\frac{-٣}{٥}$ ◯ $٠,٥١$	د $-٤,٠٣$ ◯ -٤٣
هـ $\frac{٧}{١١}$ ◯ $\frac{٧}{٢٥}$	و $٢\frac{٣}{٤}$ ◯ $\frac{٥}{٨}$
ز $٠,\overline{٣}$ ◯ $\frac{١}{٣}$	ح $-٢\frac{١}{٤}$ ◯ $-٤\frac{٢}{٥}$

KuwaitMath.com

٢ رتِّب ما يلي ترتيبًا تصاعديًّا :

أ $\frac{-٣}{٤}$ ، $-٠,\overline{٥}$ ، $\frac{-٥}{٦}$ ، -١

ب $\frac{-٧}{٩}$ ، $٠,٨$ ، ٠ ، ١ ، $\frac{-٣}{٥}$

٣ رتِّب ما يلي ترتيبًا تنازليًّا .

$-٦\frac{١}{٣}$ ، $٧\frac{١}{٥}$ ، $-٩,٧$ ، $٧,٢٣$

٤ يقضي صائغ حليّ ٣,٤ ساعات لصياغة سوار من الذهب ، بينما يقضي ٣ ساعات وثلاثة أرباع الساعة لصياغة سوار من الفضّة ، أيّ نوع من الأساور يقضي الصائغ وقتًا أطول في صياغتها ؟

٣-٢ جمع الأعداد النسبية
Adding Rational Numbers

سوف تتعلّم : جمع الأعداد النسبية .

نشاط :

يوضّح الجدول التالي فائضًا (+) أوعجزًا (−) في الميزانية السنوية لـ ٤ شركات صناعية بآلاف الدنانير الكويتية .

الشركة	الشركة (١)	الشركة (٢)	الشركة (٣)	الشركة (٤)
السنة الأولى	+٣,٦	+٢,٣	+٤,٥	−١,٠٥
السنة الثانية	+١,٣	−٣,٤	−١,٥	−٣,٠٥

من خلال الجدول السابق ، أجِب عمّا يلي :

أ حدِّد ما إذا كانت الشركة (١) قد حقّقت فائضًا أو عجزًا خلال السنتين .

.....

ب أوجِد مجموع ما حقّقته الشركة (١) من فائض أو عجز خلال السنتين .

المجموع = (+٣,٦) + (+١,٣) = +(..... + ...) = +.....

إذًا المجموع = ... ألف دينار فائض .

جـ حدِّد ما إذا كانت الشركة (٤) قد حقّقت فائض أو عجزًا خلال السنتين .

.....

د أوجِد مجموع ما حقّقته الشركة (٤) من فائضًا أو عجزًا خلال السنتين .

المجموع = (−١,٠٥) + (−٣,٠٥) = −(..... + ...) = −.....

إذًا المجموع = ... ألف دينار .....

ممّا سبق نلاحظ أنّ :

لأيّ عددين نسبيين ا ، ب حيث ا ، ب ∈ ص+ ، فإنّ :

١ (+ا) + (+ب) = +(ا + ب)

٢ (−ا) + (−ب) = −(ا + ب)

العبارات والمفردات :

خاصّية الإبدال
Commutative Property

خاصّية التجميع
Associative Property

خاصّية التوزيع
Distributive Property

معلومات مفيدة :

يقوم صانعو الحلويات بجمع الأعداد الصحيحة والكسور والكسور العشرية عندَ تحضير أنواع الحلويات المختلفة .

تذكَّرْ أنّ :

لأيّ عددين ا ، ب ≠ صفر ،

ا ، ب ∈ صـ فإنّ :

- (+ا) + (+ب) = +(ا + ب)
- (−ا) + (−ب) = −(ا + ب)

ا ، ب ∈ صـ فإنّ :

- (+ا) + (−ب) = +(ا − ب) ، |ا| > |ب|
- (+ا) + (−ب) = −(ب − ا) ، |ا| < |ب|

تدرّب (١) :

أوجِد الناتج في أبسط صورة لكلّ ممّا يلي :

أ $\frac{-٣}{٧} + (\frac{-٢}{٧})$

$= -(\frac{٣}{٧} + \frac{٢}{٧})$

$= -\frac{\text{---}}{\text{---}}$

ب $\frac{-٣}{٨} + (-٥\frac{١}{٢})$

وحِّد المقامات

$= \frac{-٣}{٨} + (-\frac{\text{---}}{\text{---}})$

اِجمع البسط واجمع الصحيح

$= \frac{-(\text{---} + \text{---})}{٨}$

بسِّط

$= \text{---}$

جـ $\frac{٢}{٣} + ٠,٥$

ضع العددين في الصورة نفسها

$= \frac{٢}{٣} + \frac{\text{---}}{١٠}$

وحِّد المقامات

$= \frac{\text{---}}{\text{---}} + \frac{\text{---}}{\text{---}}$

اجمع

$= \text{---}$

د $١\frac{٣}{٨} + ٠,٧$

$= \text{---} + ٠,٧$

$= \text{---}$

$= \text{---}$

KuwaitMath.com

فكّر وناقِش

من خلال النشاط السابق ، أيّهما أكبر :

أ $|٢,٣|$ أم $|-٣,٤|$ ؟

ب $|٤,٥|$ أم $|-١,٥|$ ؟

ثم فسّر إجابتك .

بالرجوع إلى النشاط السابق :

أوجِد مجموع السنتين معًا للشركة (٣) كما هو موضح في الشركة (٢) :

للشركة (٢)	للشركة (٣)
المجموع = +٢,٣ + (−٣,٤)	المجموع = +٤,٥ + (−١,٥)
= +٢٣/١٠ + (−٣٤/١٠)	= ..... + ٤٥/١٠
لاحِظ أنّ العددين في البسط صحيحان	لاحِظ أنّ العددين في البسط صحيحان
= (−٣٤ − ٢٣) / ١٠ = −١١/١٠ = −١١/١٠	= .....
إذًا المجموع = −١,١	إذًا المجموع = ...

ممّا سبق نلاحظ أنّ :

لأيّ عددين نسبيين أ ، ب ∈ ح ، فإنّ :

(+أ) + (−ب) = + (أ − ب) ، |أ| > |ب|

(+أ) + (−ب) = − (ب − أ) ، |ب| > |أ|

تدرّب (٢) :

أوجِد الناتج في أبسط صورة :

أ ١٥,٠ + (−٥,٠)

= ..... + ... ساوِ المنزلات العشرية

= − (..... − .....) اِجمع وفق القاعدة

= .....

ب − ١ ١/٦ + ٣ ٣/٧

= − ٧/٤٢ + ١ ..... وحِّد المقامات

= (..... ٣ ١٨/٤٢) اِجمع وفق القاعدة

= .....

تدرّب (٣) :

أوجِد الناتج في أبسط صورة :

أ (−٥/٩) + (−٢/٩) .....

ب (−٢/٩) + (−٥/٩) .....

ماذا تلاحظ في أ ، ب ؟

لكلّ أ ، ب ∈ ح ، فإنّ :

أ + ب = ب + أ (خاصّية الإبدال لعملية الجمع على ح)

تدرّب (٤) :

أوجِد الناتج في أبسط صورة :

أ) $٠ + \frac{٢}{٣}$ = ...

ب) $\frac{٢}{٣} + ٠$ = ...

جـ) $-٠,٨ + ٠$ = ...

د) $٠ + (-٠,٨)$ = ...

ماذا تلاحظ في أ ، ب ، جـ ، د ؟

لكلّ أ ∈ ح ، فإن :

أ + ٠ = ٠ + أ = أ (خاصّية العنصر المحايِد لعملية الجمع على ح)

تدرّب (٥) :

أوجِد الناتج في أبسط صورة :

أ) $\frac{٤}{٥} + (\frac{-٤}{٥})$ = ...

ب) $-٥,٢ + (+٢,٥)$ = ...

جـ) $٣\frac{٢}{٧} + (-٣\frac{٢}{٧})$ = ...

ماذا تلاحظ في أ ، ب ، جـ ؟

لكلّ أ ∈ ح ، فإنّ :

أ + (-أ) = صفر (خاصّية المعكوس الجمعي في ح)

تدرّب (٦) :

أوجِد الناتج في أبسط صورة :

أ) $\frac{-٢}{٧} + (\frac{٢}{٧} + ٣)$ = ...

.....

ب) $(\frac{-٢}{٧} + \frac{٢}{٧}) + ٣$ = ...

.....

ماذا تلاحظ في أ ، ب ؟

لكلّ أ ، ب ، جـ ∈ ح ، فإنّ :

أ + (ب + جـ) = (أ + ب) + جـ (الخاصّية التجميعية لعملية الجمع على ح)

KuwaitMath.com

مثال :

أُذكر اسم الخاصّية المستخدَمة لحلّ التمرين التالي :

$$١\frac{٢}{٩} + ٣\frac{٥}{٩} + (-١\frac{٢}{٩})$$

الحلّ :

$= ١\frac{٢}{٩} + (٣\frac{٥}{٩} + (-١\frac{٢}{٩}))$ — الخاصّية التجميعية

$= ١\frac{٢}{٩} + (٣\frac{٥}{٩} + (-١\frac{٢}{٩}))$ — الخاصّية الإبدالية

$= (١\frac{٢}{٩} + (-١\frac{٢}{٩})) + ٣\frac{٥}{٩}$ — الخاصّية التجمعية

$= صفر + ٣\frac{٥}{٩}$ — خاصّية المعكوس الجمعي

$= ٣\frac{٥}{٩}$ — خاصّية العنصر المحايد

فكِّر وناقِش

قال عبد الرحمن إنني أستطيع حل السؤال التالي بعدة طرق :

$$-٤,٥ + ٨\frac{١}{٢} + (-١٤\frac{٤}{٥})$$

هل توافقه الرأي ؟ اذكر إحدى هذه الطرق .

تمـــرَّنْ :

١ أوجِد الناتج وضَعْه في أبسط صورة إن أمكن .

أ) $٧ + (-٥) =$ .....

ب) $-٩ + (-٢) =$ .....

جـ) $-١٣ + ٨ =$ .....

د) $٢٤ + ١٦ =$ .....

هـ) $-٣,٢ + (-٢,٥) =$ .....

و) $\frac{٢}{٩} + (\frac{-٢}{٩}) =$ .....

KuwaitMath.com

ز) $\frac{١}{٢} + ٧,٤$ .....

ح) $٠ + (\frac{-١}{١٥})$ .....

ط) $-\frac{٤}{٧} ٧ + (-\frac{٣}{٥} ٩)$ .....

ي) $\frac{٧}{٨} ٦ + (-٣,٧)$ .....

ك) $\frac{-٢}{٩} + (-٠,٣)$ .....

ل) $|-\frac{٧}{٨} ٤| + (-\frac{٥}{٨} ١)$ .....

م) $\frac{٣}{٥} ٢ + (-\frac{٢}{٣} ١٤) + (-\frac{٣}{٥} ٢)$ .....

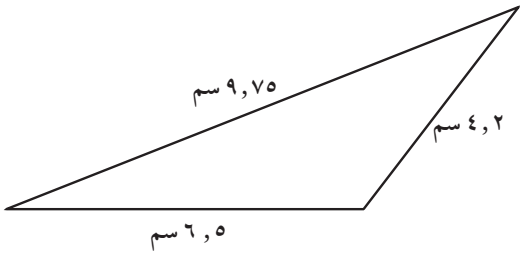
ن) $-٤,٦٢ + \frac{٣}{٤} ٧ + (-\frac{٤}{٥} ١٣)$ .....

٢) تتضمّن مقادير عمل فطائر $\frac{٥}{٨}$ كيلوجرام من الجوز ، $\frac{١}{٢}$ كيلوجرام من البندق ، كم كيلوجرامًا من هذه المكسَّرات يلزمك ؟

.....

.....

٣) أ) أوجِد محيط الشكل المرسوم .



.....

ب) قرّب الناتج لأقرب جزء من عشرة .

.....

KuwaitMath.com

٢-٤ طرح الأعداد النسبية
Subtracting Rational Numbers

العبارات والمفردات :
المعكوس الجمعي .
(النظير الجمعي)
Additive Inverse

سوف تتعلّم : طرح الأعداد النسبية .

نشاط :

في المناطق الجديدة تقوم وزارة الكهرباء والماء بتوصيل الكابلات الكهربائية للمساكن ولمنشآت أخرى . فإذا كان لدينا بكرة فيها $١٥\frac{٣}{٤}$ مترًا من الكابلات الكهربائية ونحتاج إلى $٥\frac{١}{٢}$ أمتار من الكابلات الكهربائية كتمديد لأحد المنازل ، **فما هو طول الكابل الباقي ؟**

لإيجاد ذلك يمكننا التواصل إلى الناتج بالطريقتين التاليتين:

الطريقة الأولى : (الطرح)

$١٥\frac{٣}{٤} -$ .....

$= ١٥\frac{٣}{٤} -$ .....

= .....

الطريقة الثانية : (جمع النظير الجمعي)

$١٥\frac{٣}{٤} + (-٥\frac{١}{٢})$

= .....

= .....

ماذا تلاحظ؟ .....

معلومات مفيدة :
يوظف العمّال الذين يقومون بإصلاح شبكات الهاتف مفاهيم طرح الأعداد الصحيحة والكسور والكسور العشرية عند ضبط أعطال الشبكة لإصلاح الخطوط عقب هبوب عاصفة .

تذكَّرْ أنّ :
- إذا كان أ ، ب ∈ صـ فإنّ أ − ب = أ + (− ب)
- المعكوس (النظير) الجمعي للعدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ حيث ب ≠ صفر هو $\frac{-أ}{ب}$

لاحِظ أنّ :
$\frac{أ}{ب} + \frac{-أ}{ب}$ = صفر

ملاحظة :

- طرح الأعداد النسبية يشبه طرح الأعداد الصحيحة وطرح الكسور .
- لكلّ $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ ∈ صـ . ب ، د ≠ صفر ، فإنّ :

$$\frac{أ}{ب} - \frac{جـ}{د} = \frac{أ}{ب} + (-\frac{جـ}{د})$$

KuwaitMath.com

تدرّب (١) :

أوجِد الناتج في أبسط صورة .

أ $٤\frac{٥}{٨} - (-٣\frac{١}{٨})$

استبدل عملية الطرح بعملية جمع النظير الجمعي

$= ٤\frac{٥}{٨} + \dots$

$= \dots$

$= \dots$

ب $-٠,٦ - |\frac{-٣}{٥}|$

$= -٠,٦ - \frac{\dots}{\dots}$

$= -٠,٦ + \dots$

$= \dots$

جـ $-٢\frac{٢}{٥} - ٦\frac{٢}{٣}$

$\dots$

$\dots$

$\dots$

$= \dots$

د $-٨\frac{١}{٤} - (-١٢,٩٧٥)$

ضَع العددين في الصورة نفسها إمّا في الصورة العشرية أو في الصورة الاعتيادية .

$= \dots - (\dots)$

$= \dots + \dots$

$= \dots$

هـ $٩\frac{١}{٧} - (-٤,\overline{٣})$

$= \dots$

$= \dots$

$= \dots$

$= \dots$

و $٣\frac{١}{٥} - (-٢\frac{٣}{٤} + ١\frac{١}{٤})$

$= ٣\frac{١}{٥} - (\frac{\dots}{٤} + ١)$

$= \dots$

$= \dots$

تذكَّرْ أنّ :

$\frac{١}{٣} = ٠,\overline{٣}$

$\frac{٢}{٣} = ٠,\overline{٦}$

تدرّب (٢) :

مع عبد الرحمن ٢٨ دينارًا ، أراد أدوات منزلية بمبلغ ١٣,٢٥ دينارًا ، و أدوات صباغة بمبلغ $١٤\frac{١}{٢}$ دينارًا . فهل ما معه يكفي لشراء الأدوات المنزلية و أدوات الصباغة ؟

(وظف مفهوم التقريب لعدد كلي لاتخاذ قرارك) .

KuwaitMath.com

فكِّر وناقِش

أُكتب مسألة لفظية تتطلّب طرح عددين نسبيين مختلفي المقام ، ثمّ أوجِد الناتج .

.....

تمـــرَّنْ :

١ أوجِد الناتج وضَعْه في أبسط صورة لكلّ ممّا يلي :

أ $\frac{١٧}{٢٥} - \frac{١٧}{٢٠}$ .....

ب $\frac{٤}{٧}\ ٢ - \frac{١}{٥}\ ٤$ .....

جـ $-٥ - (-\frac{٢}{٧}\ ٣)$ .....

د $\frac{٢}{٣}\ ٨ - (-\frac{١}{٤}\ ٥)$ .....

هـ $\frac{٣}{٥}\ ٥ - \frac{٢}{٢٠}\ ٣$ .....

و $\frac{٣}{٥}\ ٤ - (-\frac{١}{٢}\ ٧ + \frac{١}{١٠}\ ١)$ .....

ز $|-١,٣| - ٦,٥٧$ .....

ح $-\frac{٧}{٨}\ ٧ - (-١٢,٩٥)$ .....

ط $١٢,٦٤ - \frac{٥}{٨}\ ١٤$ .....

ي $-٥٧,٩ - ١٥,\overline{٣}$ .....

KuwaitMath.com

٢ يمارس سعود وفهد رياضة الجري يوميًّا لمسافة $٦\frac{١}{٤}$ كم من منزلهما إلى الحديقة العامّة . فإذا استراحا بعد قطع مسافة ٢,٣ كم ، فما هي المسافة التي يجب أن يقطعاها ليصلا إلى الحديقة العامّة ؟

٣ إذا كان سعر السهم لإحدى الشركات في سوق الأوراق المالية هو ٣,١٣٥ دينار كويتي ، ثمّ انخفضت قيمة هذا السهم إلى $١\frac{١}{٢}$ دينار كويتي ، فما هو التغيّر في سعر هذا السهم ؟

KuwaitMath.com

٥-٢ ضرب الأعداد النسبية
Multiplying Rational Numbers

العبارات والمفردات :
المعكوس (النظير) الضربي
Multiplicative Inverse

سوف تتعلّم : ضرب الأعداد النسبية .

نشاط :

شاهدت غنيمة فيلمًا وثائقيًّا عن أساليب البقاء لدى الحيوانات ، فعلمت أنّ الفهد الصيّاد يُعتبَر من أسرع الحيوانات الثديية حيث تصل سرعته إلى ١٢٠ كم / الساعة تقريبًا ، بينما تبلغ سرعة الفيل ثلث سرعة الفهد الصيّاد ، **فما هي سرعة الفيل ؟**

لإيجاد سرعة الفيل :

أ حدِّد العملية المطلوبة . .....

ب سرعة الفيل = ...

معلومات مفيدة :
تُعتبَر صناعة الأفلام الوثائقية واحدًا من التحدّيات في عالم الإنتاج السينمائي ، فهي تعرض العديد من جوانب الحياة بشتّى المجالات وتحمل جانبًا من المعلومات العلمية والتاريخية ، فلذلك يستخدم صنّاع الأفلام الأعداد النسبية لتركيب مشاهد الفيلم الواحد .

ملاحظة :

- إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د} \in$ ق . ب ، د ≠ صفر ، فإنّ :

$$\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times جـ}{ب \times د}$$

تذكَّرْ أنّ :

(+٢) × (+٣) = +٦

(−٢) × (−٣) = +٦

(−٢) × (+٣) = −٦

(+٢) × (−٣) = −٦

تدرّب (١) :

أوجِد ناتج :

أ $\frac{٢}{٥} \times \frac{٣}{٧}$

= ..... = ...

ب $\frac{٧}{٩} \times \frac{-٥}{٨}$

= $\frac{..... \times ٧}{..... \times ٩}$ = $\frac{.....}{.....}$

(لاحِظ أنّ العددين في كلّ من البسط والمقام عددان صحيحان)

KuwaitMath.com

تدرّب (٢) :

أوجِد ناتج $-١,٢ \times ٣\frac{٣}{٤}$ بطريقتين .

• الطريقة الأولى :

$= -١,٢ \times ٣\frac{٣}{٤}$

$= -١\frac{٢}{١٠} \times ٣\frac{٣}{٤}$ (ضَعِ العددين في الصورة نفسها)

$= \frac{\text{---------}}{\text{---------}} \times \frac{\text{---------}}{\text{---------}}$

$= \frac{\text{--------} \times \text{--------}}{\text{--------} \times \text{--------}}$ بسِّط ثمّ اضرب .

$= \frac{\text{---------}}{\text{---------}} = \text{----------}$ ضَعِ العدد في أبسط صورة .

• الطريقة الثانية :

$= -١,٢ \times ٣\frac{٣}{٤}$

$= -١,٢ \times ٣,٧٥$ (ضَعِ العددين في الصورة نفسها)

$= \text{----------}$ ٣٧٥

$\frac{\text{----------}}{\text{----------}} \times$

$\frac{\text{----------}}{\text{----------}} +$

تدرّب (٣) :

أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي وضَعْه في أبسط صورة .

أ $\frac{-٤}{٥} \times \frac{-٣}{٨}$

ب $\frac{-٣}{٨} \times \frac{-٤}{٥}$

قارِن بين الإجابتين في أ و ب . ماذا تلاحظ ؟

لكلّ ا ، ب ∈ ح ، فإنّ :

ا × ب = ب × ا (خاصّية الإبدال في عملية الضرب على ح)

KuwaitMath.com

تدرّب (٤) :

أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي وضَعْه في أبسط صورة .

أ $\frac{٧}{٣} \times \left(\frac{-٥}{٧} \times \frac{١}{٥} \right)$

.....

.....

.....

ب $\left(\frac{٧}{٣} \times \frac{-٥}{٧} \right) \times \frac{١}{٥}$

.....

.....

.....

قارِن بين الإجابتين في أ و ب . ماذا تلاحظ ؟

لكلّ أ ، ب ، جـ ∈ ح ، فإنّ :

(أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ) (خاصّية التجميع لعملية الضرب على ح)

تدرّب (٥) :

أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي :

أ $١ \times \frac{١}{٩} =$ .....

ب $-\frac{١}{٢} \times ٢ \times ١ =$ .....

جـ $٠ \times \frac{-٢}{٥} =$ .....

د $\frac{١}{٤} ٣ \times ٠ =$ .....

تذكَّرْ أنّ :
- المعكوس (النظير) الضربي للعدد أ هو $\frac{١}{أ}$ ، أ ≠ صفر حيث أ ∈ ح

ممّا سبق ماذا تلاحظ ؟

لكلّ أ ∈ ح ، فإنّ :

أ × ١ = ١ × أ = أ (خاصّية العنصر المحايِد لعملية الضرب على ح)

أ × ٠ = ٠ × أ = ٠ (خاصّية الضرب في صفر لعملية الضرب على ح)

تدرّب (٦) :

أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي :

أ $\frac{٢}{٩} \times \frac{٩}{٢} =$ .....

ب $\frac{-٣}{٧} \times \frac{-٧}{٣} =$ .....

ماذا تلاحظ ؟

لكلّ أ ∈ ح ، فإنّ :

أ × $\frac{١}{أ}$ = $\frac{١}{أ}$ × أ = ١ ، أ ≠ صفر

(خاصّية المعكوس الضربي لعملية الضرب على ح)

تدرّب (٧) :

أوجِد الناتج في كلّ ممّا يلي وضَعْه في أبسط صورة .

أ $\frac{٢}{٩}$ × (١ $\frac{١}{٤}$ + ٢ $\frac{١}{٢}$)

تذكَّرْ أنّ :
- أولوية إجراء ترتيب العمليات عند الحاجة.
- لكلّ أ ، ب ، جـ ∈ صـ فإنّ :
أ × (ب + جـ) = (أ × ب) + (أ × جـ)

• الطريقة الأولى :

$\frac{٢}{٩}$ × (١ $\frac{١}{٤}$ + ٢ $\frac{١}{٢}$)

(وحّد المقامات)

= $\frac{٢}{٩}$ × (..... + ...)

= $\frac{٢}{٩}$ × ٣

= ..... × .....

= ..... × ..... = ...

• الطريقة الثانية :

$\frac{٢}{٩}$ × (١ $\frac{١}{٤}$ + ٢ $\frac{١}{٢}$)

= ($\frac{٢}{٩}$ × ١ $\frac{.....}{٤}$) + ($\frac{٢}{٩}$ × ٢ $\frac{.....}{٢}$)

= (..... × .....) + (..... × .....)

= ..... + ... = ...

= .....

ماذا تلاحظ ؟

لكلّ أ ، ب ، جـ ∈ ح

أ × (ب + جـ) = (أ × ب) + (أ × جـ)

(الخاصّية التوزيعية لعملية الضرب على الجمع في ح)

فكّر وناقِش

هل عملية الضرب تتوزّع على عملية الطرح في ح ؟ فسّر إجابتك .

KuwaitMath.com

تمـــرَّنْ :

١ أكمل الجدول التالي :

العدد	$\frac{٢}{٥}$		$-٠,٧$	$٠,\overline{٣}$	$-٢\frac{١}{٤}$	$٣,٧٥$
المعكوس الضربي للعدد		$\frac{-١}{٧}$				

٢ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي في أبسط صورة .

أ -٤×١٢

ب -١٧×-١٠

جـ $\frac{-٣}{٥} \times (\frac{١٥}{-٩})$

د $٢\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٥}$

هـ $٢\frac{١}{٤} \times (-١\frac{١}{٣})$

و $١,٦ \times (-٢\frac{١}{٥})$

ز $٣,١ \times ١,٣$

ح $\frac{١}{٥} \times \frac{١}{٤} \times ٢\frac{٢}{٣}$

KuwaitMath.com

٣ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي وضَعْه في أبسط صورة . (مستخدمًا خواص ضرب الأعداد النسبية) .

أ $\frac{٢}{٥} \times (\frac{٣}{٧} + \frac{٤}{٧})$

ب $\frac{٣}{٧} \times (٢\frac{١}{٢} + ٣\frac{١}{٣})$

جـ $(\frac{٢}{٥} + ١\frac{١}{٤}) \times ٢\frac{١}{٥}$

د $(-\frac{٧}{٩} + ٢\frac{٢}{٣}) \times (-٠,٩) \times ١$

هـ $\frac{١}{٢} \times (-٣\frac{١}{٥}) + \frac{-١}{٢} \times (-٣\frac{١}{٥})$

و $\frac{١}{٥} \times (\frac{٥}{٦} - \frac{٥}{٧})$

٤ يبلغ طول قطعة من الخشب $٢\frac{١}{٤}$ متر ، قطع النجّار $\frac{٢}{٣}$ هذه القطعة لاستعمالها في صناعة خزانة ، فما طول قطعة الخشب الباقية ؟

KuwaitMath.com

٦-٢ قسمة الأعداد النسبية
Dividing Rational Numbers

سوف تتعلّم : قسمة الأعداد النسبية .

نشاط :

يضع أحمد وسالم $٣\frac{٣}{٤}$ لترات من الصلصة في علب سعة الواحدة $\frac{١}{٤}$ لتر .

ما عدد العلب اللازمة التي سعتها $\frac{١}{٤}$ لتر ؟

لإيجاد عدد العلب اللازمة ، اِتّبِع الخطوات التالية :

أ حدد العملية المطلوبة : .....

ب عدد العلب =

$٣\frac{٣}{٤} \div \frac{١}{٤} =$ ..... $\div \frac{١}{٤}$

$=$ ..... $\times \frac{٤}{١}$

$= \frac{\text{.....} \times ٤}{١ \times \text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} =$ .....

إذًا عدد العلب اللازمة ..... علبة .

أُكتب $٣\frac{٣}{٤}$ على شكل كسر مركَّب

حوِّل القسمة إلى ضرب في المعكوس الضربي للمقسوم عليه ، ثمّ اختصِر .

تذكَّرْ أنّ :

$\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{جـ}$

حيث أ ، ب ، جـ ، د $\in$ صـ

ب ، جـ ، د $\neq$ صفر

لقسمة عدد نسبي على آخر ، اِضرب في المعكوس الضربي للعدد الآخر واتّبِع قاعدة ضرب الأعداد النسبية .

تذكَّرْ أنّ :

المعكوس الضربي لـ $\frac{أ}{ب}$ هو $\frac{ب}{أ}$

حيث أ ، ب $\neq$ صفر

$\frac{أ}{ب} \times \frac{ب}{أ} = ١$

تدرّب (١) :

أكمِل الجدول التالي :

العدد	$\frac{٢}{٣}$	$\frac{-٩}{٤}$	$-١\frac{٧}{١٢}$	$-٠,٩$	$٣\frac{١}{٢}$
العدد في صورة $\frac{أ}{ب}$	$\frac{٢}{٣}$	$\frac{-٩}{٤}$			
المعكوس الضربي	$\frac{٣}{٢}$				

فكِّر وناقِش

هل للصفر معكوس جمعي أو معكوس ضربي ؟

تدرّب (٢) :

أوجِد ناتج القسمة في أبسط صورة :

أ $٢\frac{٥}{٦} \div \frac{١}{٣} = \frac{\text{---}}{\text{---}} \div \frac{١}{٣}$

$= \frac{١٧}{\text{---}} \times \frac{\text{---}}{١}$

$= \frac{\text{---} \times ١٧}{١ \times \text{---}}$

$= \text{---}$

ب $(\frac{-٢}{٥}) \div (-٢,٨٤)$ حول إلى الصورة العشرية ثم اقسم

$= (\text{---}) \div (-٢,٨٤)$

$= \text{---}$

$= \text{---}$

جـ $٥\frac{٥}{٨} \div (-٣\frac{٣}{٤})$

$= \frac{\text{---}}{٨} \div \frac{\text{---}}{٤}$

$= \frac{٤٥}{\text{---}} \times \frac{\text{---}}{١٥}$

$= \frac{\text{---} \times ٤٥}{١٥ \times \text{---}}$

$= \text{---}$

د $-٧ \div (-٣\frac{١}{٢})$

$= -٧ \div \frac{\text{---}}{\text{---}}$

$= -٧ \times \frac{\text{---}}{\text{---}}$

$= \text{---}$

KuwaitMath.com

تدرّب (٣) :

أرادت ندى تصميم نموذج لعلم دولة الكويت القديم.
فإذا كان العلم الواحد يحتاج إلى $\frac{١}{٤}$ ١ متر من القماش الأحمر، فما عدد الأعلام التي يمكن صنعها باستخدام $\frac{١}{٤}$ ٦ أمتار من القماش نفسه؟

أ حدد العملية المطلوبة : .....

ب عدد الأعلام = ...

.....

.....

فكّر وناقِش

هل ناتج قسمة كسرين اعتياديين يقع كلّ منهما بين ٠ ، ١ يكون دائمًا عددًا أكبر من واحد صحيح ؟ ناقِش صحّة العبارة موضِّحًا رأيك بأمثلة .

KuwaitMath.com

تمـــرَّنْ :

١ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي في أبسط صورة .

أ $\frac{٢}{٥} \div \frac{٣}{٤}$

.....

.....

.....

ب $\frac{-٤}{٥} \div \frac{٢}{١٥}$

.....

.....

.....

جـ $\frac{٩}{١٦} \div (-٣)$

د $١٢\frac{١}{٤} \div (-٤\frac{٢}{٣})$

هـ $٤٩ \div ٦\frac{٣}{١٠}$

و $\frac{-١٢}{٢٥} \div ٢,٨$

ز $٨,٣٦ \div (-٠,٤)$

ح $-٧\frac{٦}{٧} \div (-١١)$

٢ يراد تفريغ $٢٦\frac{١}{٤}$ لتر من الزيت في عبوات سعّة كلٍّ منهما $١\frac{٣}{٤}$ لتر . ما أصغر عدد من العبوات يلزم لتفريغ الزيت كله ؟

٣ رصدت إحدى المدارس المتوسّطة مبلغ ١٣٥ دينارًا لحفل ختام العام الدراسي . إذا ساهم كلّ مشترك بمبلغ ٤,٥ دنانير ، فما عدد الأشخاص الذين ساهموا في الحفل ؟

KuwaitMath.com

٧-٢ الجذر التربيعي للعدد النسبي
Square Root of Rational Numbers

سوف تتعلّم : إيجاد الجذر التربيعي لعدد نسبي موجب .

العبارات والمفردات :
مربّع العدد
Square of a Number
الجذر التربيعي
Square Root

نشاط :

ذهب عبد الكريم إلى مصنع الألومنيوم لمشاهدة بعض أعمالهم واختيار ما هو مناسب لمنزله الجديد . فاختار شبّاكًا مربعًا مساحته ٤ م^{٢} ، وشبّاكًا مربعًا آخر مساحته ٩ م^{٢} ، وبوّابة مربعة ضخمة للمدخل الرئيسي مساحتها ١٦ م^{٢} .

ساعِد عبد الكريم على معرفة طول كلّ ضلع ممّا اختاره حتّى يتمكّن من عمل اللازم عند البناء ، وذلك بإكمال الجدول .

تذكَّرْ أنّ :
مساحة المنطقة المربّعة
= طول الضلع × نفسه
= ل × ل = ل^{٢}

الشكل			
مساحة منطقته	٤ م^{٢}	٩ م^{٢}	١٦ م^{٢}
المساحة بصورة أسّية		٩ = ٣ × ٣ = ٣^{٢}	
طول الضلع		٣ م	

تذكَّرْ أنّ :
مربّع العدد ٢ =
(٢)^{٢} = ٢ × ٢ = ٤

تعميم :
لأيّ عدد نسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون : مربّع العدد $\frac{أ}{ب} = (\frac{أ}{ب})^{٢} = \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} = \frac{أ^{٢}}{ب^{٢}}$

تدرّب (١) :
أكمِل الجدول التالي :

العدد	٣	٧	٨-	٩	١٠	$-٢\frac{١}{٢}$	٠,٩	٠,٩-	$\frac{٢}{٥}$
مربّعه			٦٤				٠,٨١		$\frac{٤}{٢٥}$

ملاحظة :
مربّع أيّ عدد نسبي لا يساوي الصفر ، هو دائمًا عدد موجَب ، أ ∋ ن ، أ ≠ ٠ ، أ^{٢} > ٠

تدرّب (٢) :

ضَعْ كلًّا مما يلي على صورة : $(\frac{\text{أ}}{\text{ب}})^{٢}$:

أ) $\frac{٢٥}{٤٩} = \frac{(٥)^{٢}}{(\text{.....})^{٢}} = (\frac{٥}{\text{.....}})^{٢}$

ب) $٢\frac{١}{٤} = \frac{٩}{٤} = \frac{(\text{.....})^{٢}}{(\text{.....})^{٢}} = (\frac{\text{.....}}{\text{.....}})^{٢}$

جـ) $٠,٦٤ = \frac{\text{.....}}{١٠٠} = \frac{(٨)^{٢}}{(\text{.....})^{٢}} = (\frac{\text{.....}}{\text{.....}})^{٢}$

د) $١,٤٤ = \frac{١٤٤}{\text{.....}} = \frac{(١٢)^{٢}}{(\text{.....})^{٢}} = (\frac{\text{.....}}{\text{.....}})^{٢}$

الجذر التربيعي للعدد النسبي الموجَب أ هو :
العدد الذي مربّعه يساوي أ ونرمز اليه بالرمز $\sqrt{\text{أ}}$.

* كل عدد نسبي موجب أ يوجد له جذران ، أحدهما موجب ($\sqrt{\text{أ}}$) والآخر سالب – ($\sqrt{\text{أ}}$) (وستقتصر دراستنا على الجذر الموجب للعدد النسبي) .

* لاحظ من تدرب (١) أن :
٠,٩ هو الجذر التربيعي الموجب للعدد ٠,٨١
–٠,٩ هو الجذر التربيعي السالب للعدد ٠,٨١

تدرّب (٣) :

أكمِل الجدول التالي :

العدد (أ)	٤	١٦	٢٥	٣٦	١٢١	١٤٤
الجذر التربيعي الموجب ($\sqrt{\text{أ}}$)	٢			٦	١١	
السبب	$(٢)^{٢} =$ ٢ × ٢				$(١١)^{٢} =$ ١٢١	

فكِّر وناقِش

يوجَد عددان مختلفان مربَّعاهما يساويان $\frac{٦٤}{٢٥}$. ما هما ؟ تحقَّقْ من إجابتك .

KuwaitMath.com

تذكَّرْ أنّ :

عند تحليل العدد إلى عوامله الأوّلية نقسم على ٢ أو ٣ أو ٥ أو ٧ أو ..... .

حلِّل : ١٩٦ إلى عوامله الأوّلية .

١٩٦	÷ ٢
٩٨	٢
٤٩	٧
٧	٧
١	

١٩٦ = (٢)^{٢} × (٧)^{٢}

تدرّب (٤) :

أوجِد كلًّا ممّا يلي :

أ) $\sqrt{\frac{١٦}{٢٥}} = \sqrt{\frac{٤ \times ٤}{\text{..... } \times ٥}}$

$= \sqrt{\frac{(٤)^{٢}}{(\text{.....})^{٢}}} = \sqrt{\left(\frac{\text{.....}}{\text{.....}}\right)^{٢}}$

$= \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

ب) $-\sqrt{٠,٨١} = -\sqrt{\frac{\text{.....}}{١٠٠}}$

$= \text{.....}$

جـ) $\sqrt{٨١٠٠} = \text{.....}$

تدرّب (٥) :

أوجِد الجذر التربيعي لكلٍّ من الأعداد التالية :

أ) $٥\frac{١}{١٦}$

$= \sqrt{٥\frac{١}{١٦}} = \sqrt{\frac{٨١}{\text{.....}}}$

$= \text{.....}$

ب) ٣٢٤

$\sqrt{٣٢٤} = \sqrt{\text{.....}}$

$= \text{.....}$

مثال :

أوجِد عددين صحيحين متتاليين يقع بينهما العدد $\sqrt{٢٣,٢٥}$.

الحلّ : نعلم أنّ :

$١٦ < ٢٣,٢٥ < ٢٥$

$\sqrt{١٦} < \sqrt{٢٣,٢٥} < \sqrt{٢٥}$

$٤ < \sqrt{٢٣,٢٥} < ٥$

إذًا العدد $\sqrt{٢٣,٢٥}$ يقع بين العددين ٤ ، ٥

حيث $١٦ = (٤)^{٢}$ ، $٢٥ = (٥)^{٢}$

فكِّر وناقِش

أعطِ أمثلة عن جذور تربيعية أخرى تقع بين العددين ٤ ، ٥ .

KuwaitMath.com

تمـــرَّنْ :

١ أوجِد كلًّا من :

أ $\sqrt{\frac{٢٢٥}{٦٤}}$ .....

ب $-\sqrt{٣\frac{٦}{٢٥}}$ .....

٢ أوجِد الجذر التربيعي لكلٍّ من الأعداد التالية :

أ ١,٩٦ .....

ب ٢٥٦ .....

٣ أوجِد عددين صحيحين يقع بينهما العدد :

أ $\sqrt{٥٢}$ .....

ب $\sqrt{١٣,٥}$ .....

في التمارين من (٤ – ٧) ظلل دائرة الإجابة الصحيحة :

٤ $\left(\frac{-١}{٢}\right)^{٢} =$

أ $\frac{-١}{٤}$	ب $\frac{-١}{٢}$	جـ $\frac{١}{٤}$	د $\frac{١}{٨}$

٥ $\sqrt{(٣)^{٢}+(٤)^{٢}} =$

أ ٧	ب ٥	جـ ٢٥	د ٤

٦ ما العدد الذي جذره التربيعي = ٩ ؟

أ ٩	ب ٣	جـ ٨١	د ٢٧

٧ $\sqrt{١\frac{٩}{١٦}} =$

أ $١\frac{٣}{٤}$	ب $١\frac{٤}{٣}$	جـ $١\frac{١}{٤}$	د $\frac{٤}{٥}$

٨ أوجِد طول ضلع المربّع الذي مساحته $١٣\frac{٤}{٩}$ سم^{٢} .

.....

KuwaitMath.com

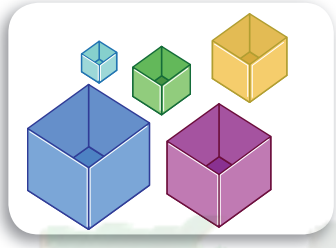
٨-٢ الجذر التكعيبي للعدد النسبي
Cubic Roots of Rational Numbers

سوف تتعلّم : إيجاد الجذر التكعيبي لعدد نسبي .

العبارات والمفردات :
الجذر التكعيبي
The Cubic Root

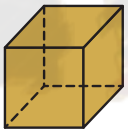
تذكَّرْ أنّ :
- مكعّب العدد ل
$= ل^{٣}$
$= ل \times ل \times ل$
- مكعّب العدد ٢
$= (٢)^{٣} = ٢ \times ٢ \times ٢$
$= ٨$

نشاط :



لدى فرح صناديق على شكل مكعّبات ذات أحجام مختلفة . استخدمت صندوقًا حجمه ٨ سم^{٣} لوضع بعض حبوب الدواء الخاصّة بها ، وصندوقًا ثانيًا حجمه ٢٧ سم^{٣} لوضع صابون معطَّر فيه ، وصندوقًا ثالثًا حجمه ١٢٥ سم^{٣} لوضع القطع الذهبية الخاصّة بها . أرادت حساب طول ضلع كلّ صندوق من هذه الصناديق المكعّبة لتجهيز مكان مناسِب داخل الخزانة الخاصّة بها .

ساعِد فرح على معرفة طول كلّ ضلع بإكمال الجدول التالي :

الشكل	صندوق حبوب الدواء	صندوق صابونة معطِّرة	صندوق قطع ذهبية 
حجمه	٨ سم^{٣}	٢٧ سم^{٣}	١٢٥ سم^{٣}
الحجم بصورة أسّية	$٨ = ٢ \times ٢ \times ٢$ $= (٢)^{٣}$		
طول الضلع	٢ سم		

تدرّب (١) :

أكمِل الجدول التالي :

العدد	١	٣		٦-	٨	٩-	ص -
مكعّبه			٦٤				

KuwaitMath.com

تعميم :

لأيّ عدد نسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون :

مكعّب العدد $\frac{أ}{ب} = (\frac{أ}{ب})^{٣} = \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} = \frac{أ^{٣}}{ب^{٣}}$

الجذر التكعيبي للعدد النسبي أ هو العدد الذي مكعّبه أ ويرمز له بالرمز $\sqrt[٣]{أ}$.

ملاحظة :

١ – لإيجاد $\sqrt[٣]{أ}$ نحلّل العدد أ إلى عوامله الأوّلية ونضعه على الصورة أ = ب^{٣}

٢ – الجذر التكعيبي لعدد نسبي موجَب هو عدد نسبي موجَب . فمثلًا $\sqrt[٣]{٨} = ٢$

٣ – الجذر التكعيبي لعدد نسبي سالب هو عدد نسبي سالب . فمثلًا $\sqrt[٣]{-٨} = -٢$

تدرّب (٢) :

أكمِل الجدول التالي :

العدد (أ)	٨	– ١٢٥	٢١٦	٣٤٣	– ١٠٠٠
الجذر التكعيبي $(\sqrt[٣]{أ})$					
السبب				$(٧)^{٣} = ٣٤٣$	

تدرّب (٣) :

أوجِد كلًّا ممّا يلي :

أ) $\sqrt[٣]{\frac{٨}{٢٧}} = \sqrt[٣]{\frac{٢ \times ٢ \times ٢}{___ \times ___ \times ___}} = \sqrt[٣]{\frac{(٢)^{٣}}{(___)^{٣}}} = \sqrt[٣]{(\frac{___}{___})^{٣}} = \frac{___}{___}$

ب) $\sqrt[٣]{-٠,٠٦٤} = \sqrt[٣]{\frac{-٦٤}{١٠٠٠}} = \frac{___}{___} = \frac{___}{___}$

KuwaitMath.com

تدرّب (٤) :

أوجِد الجذر التكعيبي لكلّ من الأعداد التالية :

أ) $-١٥\frac{٥}{٨}$

$\sqrt[٣]{-١٥\frac{٥}{٨}} = \sqrt[٣]{\frac{\text{.....}}{\text{.....}}}$

$=$

ب) $٣,٣٧٥$

$\sqrt[٣]{٣,٣٧٥} = \sqrt[٣]{\frac{٣٣٧٥}{\text{.....}}}$

$=$

٣٣٧٥	÷ ٣
١١٢٥	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

مثال :

أوجِد ناتج ما يلي : $٥\sqrt{٣٦} - ٤\sqrt[٣]{-٢٧}$

الحلّ :

$٥\sqrt{٣٦} - ٤\sqrt[٣]{-٢٧} = ٥ \times ٦ - ٤ (-٣)$

$= ٣٠ - (-١٢)$

$= ٣٠ + ١٢ = ٤٢$

تذكَّرْ أنّ :
ترتيب العمليات الحسابية كما يلي :
(١) ما داخل الأقواس
(٢) الأسس والجذور
(٣) الضرب والقسمة
(٤) الجمع والطرح

تمـــرَّنْ :

١ أوجِد الجذر التكعيبي لكلّ من الأعداد التالية :

أ) $٠,٢١٦$ .....

.....

ب) $\frac{-٢٧}{٨}$ .....

.....

جـ) $-٠,١٢٥$ .....

.....

د) $-٤٢\frac{٧}{٨}$ .....

.....

٢ مكعّب حجمه ٦٤ سم^{٣} . أوجد طول حرفه .

.....

KuwaitMath.com

٣ أوجد ناتج ما يلي :

أ $٣\sqrt[٣]{-٦٤} + ٢\sqrt[٣]{١٢٥}$

.....

.....

.....

.....

ب $٢\sqrt[٣]{٢٧} + ٣\sqrt[٣]{-٨}$

.....

.....

.....

.....

في التمارين من (٤ – ٩) ظلل دائرة الإجابة الصحيحة :

٤ $\sqrt[٣]{(-٠,٠٤)^{٣}}$ =

أ ٠,٠٤	ب –٠,٠٤	جـ ٠,٠١٦	د ٤

٥ $\sqrt[٣]{\frac{-٣٤٣}{٢٧٠٠٠}}$ =

أ $\frac{٧}{٣٠}$	ب $\frac{٣٠}{٧}$	جـ $\frac{-٧}{٣٠}$	د $\frac{-٣٠}{٧}$

٦ $\frac{\sqrt[٣]{١٢٥}}{\sqrt{٢٥}}$ =

أ ٥	ب ١	جـ $\frac{١}{٥}$	د ٠,١

٧ $\sqrt[٣]{٠,٠٠٨}$ =

أ ٠,٢	ب ٠,٠٢	جـ ٠,٨	د ٢

٨ $\sqrt[٣]{ب^{٣}}$ =

أ $ب^{٣}$	ب $ب^{٢}$	جـ ب	د – ب

٩ مكعّب حجمه ٨ م^{٣} . فإنّ مساحة أحد أوجهه تساوي :

أ ٢ م^{٢} ب ٤ م جـ ٤ م^{٢} د ٨ م^{٢}

KuwaitMath.com

٢-٩ مراجعة الوحدة الثانية
Revision Unit Two

١ مثِّل الأعداد النسبية التالية على خطّ الأعداد .

$1\frac{1}{4}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{-1}{4}$ ، ٠,٢٥ ، -١,٧٥

٢ رتِّب الأعداد التالية ترتيبًا تصاعديًّا .

$5\frac{1}{3}$ ، $-5\frac{1}{5}$ ، ٥,٢٥ ، -٥,٤

٣ رتِّب الأعداد التالية ترتيبًا تنازليًّا .

$\frac{3}{4}$ ، $\frac{-3}{5}$ ، ٠,٨ ، -٠,٨

٤ أوجِد الناتج في أبسط صورة .

أ -٥,٦٣ - (-٢,٠٧٣)

ب -٥,٤ + $3\frac{1}{3}$

جـ $-6\frac{5}{8} + 3\frac{5}{6}$

د $10\frac{2}{3} - 18\frac{1}{5}$

KuwaitMath.com

هـ $١\frac{٢}{٣} \times ٢\frac{١}{٦}$ .....

و $٥\frac{١}{٧} \div (-١\frac{١}{٧})$ .....

ز $١\frac{١}{٦} \times (\frac{٦}{٧} - \frac{٣}{١٤})$ .....

ح $-٣\frac{٢}{٥} + ٦\frac{٧}{٩} + ٣\frac{٢}{٥}$ .....

٥ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي :

أ $\sqrt{٠,٠٠٦٤}$ .....

ب $\sqrt{\frac{٨١}{١٠٠}}$ .....

جـ $\sqrt[٣]{٢\frac{١٠}{٢٧}}$ .....

٦ يريد جاسم صناعة عطر في المنزل ، وذلك من خلال خلط $٩\frac{١}{٢}$ جرام من العطر المركَّز و ٣٩,٨ جرامًا من الكحول الأبيض و ٠,٤٥ جرام من الصندل للتثبيت .

أ ما كمّية الجرامات التي استخدمها في صناعة العطر ؟

ب إذا كان يريد جاسم عمل $\frac{٣}{٤}$ الكمّية ، فما الكمّية اللازمة من الجرامات التي يحتاج إليها .

٧ خزّان ماء على شكل مكعّب حجمه ١٢٥ مترًا مكعّبًا . أوجِد طول حرفه .

KuwaitMath.com

اِختبار الوحدة الثانية

أوّلًا : في البنود (١-٤) ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ $\frac{٧}{١٠}$ المعكوس الضربي للعدد $١\frac{٣}{٧}$	(أ)	(ب)
٢ $٠,١٥ + (-٠,٥) = ٠,٢$	(أ)	(ب)
٣ $٠,\overline{٦} = ٠,٦$	(أ)	(ب)
٤ $\frac{-٧}{١٥} - (\frac{-٣}{١٥}) = \frac{-١٠}{١٥}$	(أ)	(ب)

ثانيًا: لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة :

٥ ناتج $\frac{٢}{٥} \times \frac{٥}{٧} \times \frac{٧}{٩}$ يساوي :

(أ) $\frac{٢}{٩}$ (ب) $\frac{٥}{٩}$ (جـ) $\frac{٧}{٩}$ (د) $\frac{٥}{٧}$

٦ $\frac{١}{٢} \div \frac{١}{٤} =$

(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) ٢ (جـ) ٨ (د) $\frac{١}{٢}$

٧ $\sqrt{٩٠٠} =$

(أ) ٣٠٠ (ب) ٣ (جـ) ٣٠ (د) ٩٠

٨ $\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}} =$

(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٨}$ (د) $\frac{٩}{٤}$

KuwaitMath.com

٩ العددان الصحيحان المتتاليان اللذان يقع بينهما $\sqrt{٧٠}$ هما :

(أ) ٦ ، ٨ (ب) ٣ ، ٤ (جـ) ٢ ، ٣ (د) ١ ، ٢

---

١٠ الأعداد المرتبة ترتيبًا تصاعديًّا هي :

(أ) $-\frac{١}{٩}$ ، $-\frac{٢}{٣}$ ، ٠ ، ٠,٧ (ب) $-\frac{٢}{٣}$ ، $-\frac{١}{٩}$ ، ٠ ، ٠,٧

(جـ) ٠,٧ ، ٠ ، $-\frac{٢}{٣}$ ، $-\frac{١}{٩}$ (د) ٠ ، ٠,٧ ، $-\frac{٢}{٣}$ ، $-\frac{١}{٩}$

KuwaitMath.com