المستقيمات والمستويات في الفضاء

Lines and Planes in Space

المجموعة A تمارين مقالية

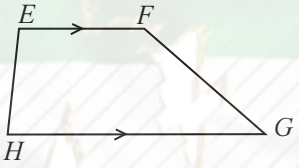
في التمارين (5–1)، هل الشكل يجب أن يكون موجودًا في مستوٍ واحد فقط؟

(1)

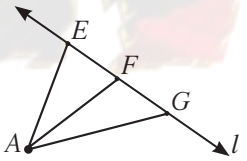
(2)

(3)

(4)



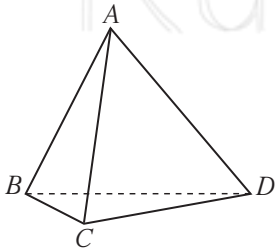
(5)



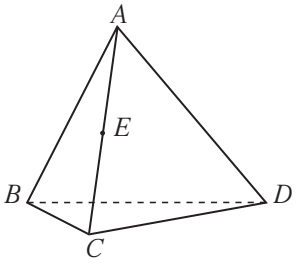
KuwaitMath.com

(6) $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة.

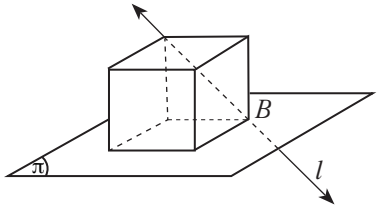
سمّ المستويات الأربعة التي تجدها في الرسم.



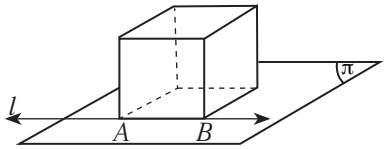
(7) أثبت أن النقطة E تقع في المستوي ADC وفي المستوي ABC



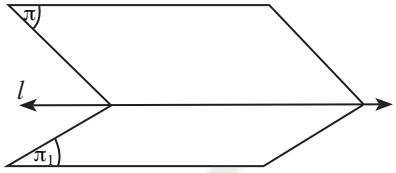
(8) **(a)** أوجد نقطة تقاطع المستوي π والمستقيم l.



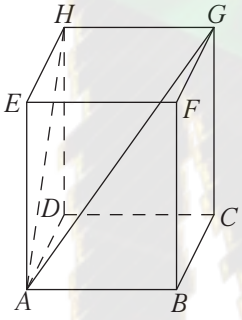
(b) أوجد تقاطع المستوي π والمستقيم l.



(c) أوجد تقاطع المستوي π والمستوي π_1.



(9) في شبه المكعب المقابل، أكمل:



(a) $(AGH) \cap (ABC) = \ldots$

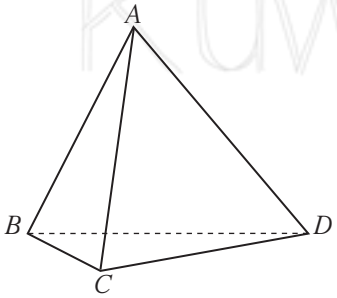
(b) ارسم المستقيم الناتج عن تقاطع المستويين BFH, $ABCD$

(c) إذا كانت L نقطة تنتمي إلى $\overline{EF}$،

ارسم المستقيم الناتج عن تقاطع المستويين ADL, BCL

(10) ارسم $\overleftrightarrow{AB}$ يقطع مستويًا π_1 في النقطة B، ثم ارسم المستوي π_2 يقطع المستوي π_1 في مستقيم يمر بالنقطة B.

(11) $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة أوجد:

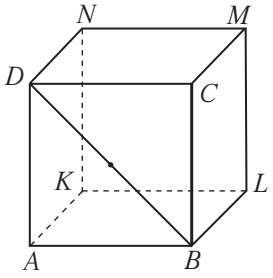


(a) تقاطع $\overleftrightarrow{AB}$ مع المستوي BCD؟

(b) تقاطع $\overleftrightarrow{AB}$ مع المستوي ACD؟

(c) تقاطع (ABC) مع المستوي BCD؟

(12) في الرسم المقابل $ABCDKLMN$ مكعب أوجد إن أمكن العلاقة بين:



(a) $\overleftrightarrow{ND}$ ، $\overleftrightarrow{BD}$؟

(b) $\overleftrightarrow{AD}$ ، $\overleftrightarrow{BC}$؟

(c) $\overleftrightarrow{BD}$ ، $\overleftrightarrow{ML}$؟

(d) $\overleftrightarrow{ML}$ والمستوي $ABLK$؟

KuwaitMath.com

(e) سمّ المستقيم الذي هو تقاطع المستويين NBD، $ABCD$

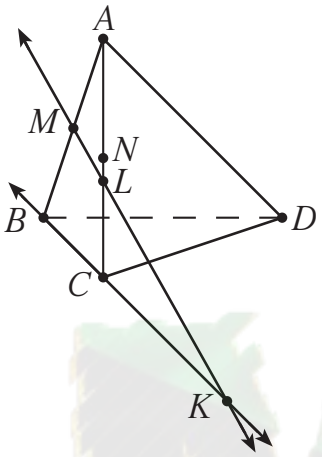
(f) أثبت أن النقاط L, B, D, N تنتمي إلى مستوٍ واحد.

(g) هل $\overleftrightarrow{ND}$, $\overleftrightarrow{ML}$ يعينان مستويًا واحدًا؟

(h) أثبت أن المستويين ADK , CMN يتقاطعان.

(13) $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة.

M منتصف $\overline{AB}$، N منتصف $\overline{AC}$، $L \in \overline{AC}$، $L \neq N$



(a) أثبت أن: $\overleftrightarrow{ML}$ يقع في المستوي ABC

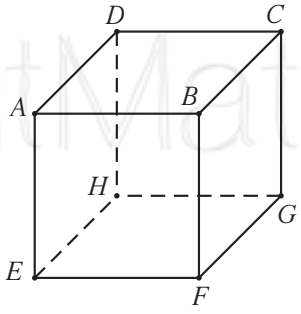
(b) أثبت أن: $\overleftrightarrow{CB}$, $\overleftrightarrow{ML}$ يتقاطعان في النقطة K

(c) ما نقطة تقاطع المستقيم $\overleftrightarrow{ML}$ مع المستوي BCD؟

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

$ABCDEFGH$ مكعّب.



(1) المستقيمان HG , AB يعينان مستويًا. (a) (b)

(2) النقاط B, D, H, F تعيّن مستويًا. (a) (b)

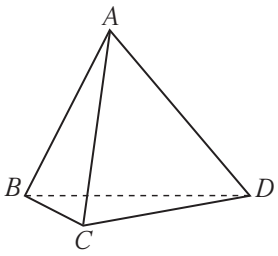
(3) النقاط A, B, G, C تعيّن مستويًا. (a) (b)

(4) المستقيمان EF , GC يعينان مستويًا. (a) (b)

(5) المستقيمان AB , BC يعينان مستويًا. (a) (b)

KuwaitMath.com

في التمرينين (7–6)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.



(6) النقاط B, C, D تعيّن:

(a) مستويًا واحدًا

(b) مستويين مختلفين

(c) عدد لا منته من المستويات المختلفة

(d) لا يمكن أن تعيّن مستويًا

(7) أوجه منشور قائم خماسي القاعدة يعيّن:

(a) خمسة مستويات مختلفة

(b) ستة مستويات مختلفة

(c) سبعة مستويات مختلفة

(d) ثمانية مستويات مختلفة

KuwaitMath.com

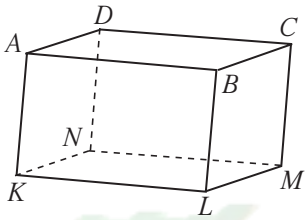
تمرَّنْ
10–2

المستقيمات والمستويات المتوازية في الفضاء

Parallel Lines and Planes in Space

المجموعة A تمارين مقالية

(1) $ABCDKLMN$ شبه مكعب.



(a) أثبت أن: $\overleftrightarrow{AK} \parallel \overleftrightarrow{CM}$

(b) أثبت أن النقاط A, K, M, C تنتمي إلى مستو واحد.

(c) أثبت أن: $\overleftrightarrow{AD}$ يوازي المستوي MKN

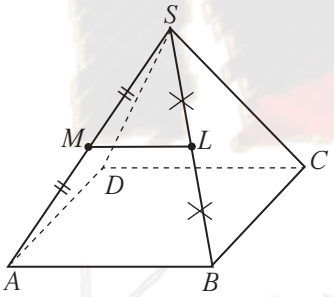
(2) **(a)** متى يكون المستقيم l موازيًا للمستوي π؟ وضح ذلك بالرسم.

(b) ارسم مستقيمًا آخرًا يوازي المستوي π

(3) $SABCD$ هرم قاعدته $ABCD$ مربعة الشكل.

M منتصف $\overline{SA}$، L منتصف $\overline{SB}$

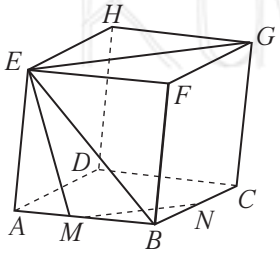
أثبت أن: $\overleftrightarrow{ML} \parallel (ABCD)$



(4) $ABCDEFGH$ مكعب.

$M \in \overline{AB}$، المستوي GEM يقطع $\overline{BC}$ في النقطة N

أثبت أن: $\overleftrightarrow{GE} \parallel \overleftrightarrow{MN}$

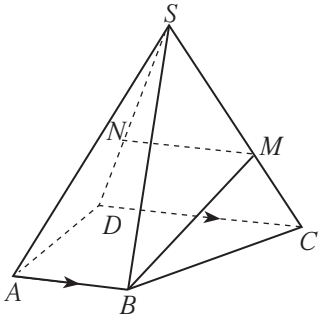


(5) $SABCD$ هرم قاعدته شبه المنحرف $ABCD$ حيث إن $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DC}$

$M \in \overline{SC}$، المستوي ABM يقطع $\overleftrightarrow{SD}$ في N

(a) أثبت أن: $\overleftrightarrow{AB}$ يوازي المستوي SDC

(b) أثبت أن: $\overleftrightarrow{MN} \parallel \overleftrightarrow{CD}$



KuwaitMath.com

(6) $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة، $I \in \overline{AB}$

المستقيم الموازي لِـ $\overleftrightarrow{AC}$ والمار بالنقطة I يقطع $\overleftrightarrow{BC}$ في J

المستقيم الموازي لِـ $\overleftrightarrow{BD}$ والمار بالنقطة J يقطع $\overleftrightarrow{CD}$ في K

المستقيم الموازي لِـ $\overleftrightarrow{AC}$ والمار بالنقطة K يقطع $\overleftrightarrow{AD}$ في H

(a) ضع رسمًا مناسبًا.

(b) أثبت أن: $\overleftrightarrow{IH} \parallel \overleftrightarrow{BD}$

(7) ليكن π_1, π_2 مستويان متقاطعان في $\overleftrightarrow{MN}$ حيث:

$\overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1$, $\overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2$

و $\overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2$, $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1$

أثبت أن: $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

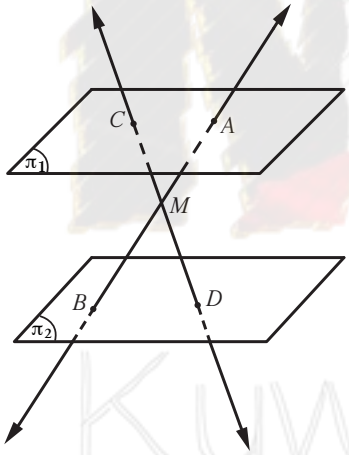
(8) $ABEF$, $ABCD$ متوازيا أضلاع غير مستويين معًا ويتقاطعان في $\overleftrightarrow{AB}$

أثبت أن: $CDFE$ متوازي أضلاع

(9) في الشكل المقابل π_1, π_2 مستويان متوازيان، M نقطة واقعة بينهما،

حيث $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

أثبت أن: $\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD}$



KuwaitMath.com

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) يكون المستويان متوازيين إذا اشتركا في نقطة واحدة على الأقل. (a) (b)

(2) إذا وازى مستقيم مستويًا فإنهما لا يشتركان في أي نقطة من نقاطهما. (a) (b)

(3) إذا وازى مستقيم l مستوي π فإن $\overleftrightarrow{l}$ يوازي مستقيمًا وحيدًا في π (a) (b)

(4) إذا كان: $\overleftrightarrow{m} \parallel \pi$, $\overleftrightarrow{l} \parallel \pi$ فإن $\overleftrightarrow{l} \parallel \overleftrightarrow{m}$ (a) (b)

(5) إذا توازى مستقيمان ومرّ بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلًّا من هذين المستقيمين. (a) (b)

في التمارين (8–6)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا توازى مستويان مختلفان وقطعهما مستو ثالث فإن خطّي التقاطع:

(a) متقاطعان (b) متخالفان

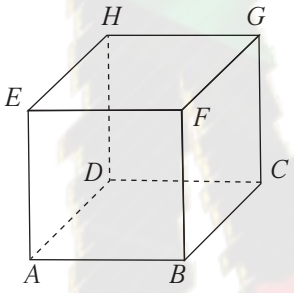
(c) متوازيان (d) متعامدان

(7) إذا كان $\pi_1 \parallel \pi_2$، $\overleftrightarrow{l} \subset \pi_1$، $\overleftrightarrow{m} \subset \pi_2$ فإن:

(a) $\overleftrightarrow{l} \parallel \overleftrightarrow{m}$ (b) $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$

(c) $\overleftrightarrow{l}, \overleftrightarrow{m}$ متخالفان (d) $\overleftrightarrow{l} \cap \overleftrightarrow{m} = \phi$

(8) في المكعّب $ABCDEFGH$، $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{EG}$ هما:



(a) متوازيان (b) متقاطعان

(c) متخالفان (d) يحويهما مستوٍ واحد

KuwaitMath.com

تمرَّنْ
10–3

تعامد مستقيم مع مستوٍ

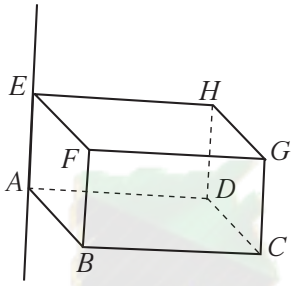
Perpendicular Line with a Plane

المجموعة A تمارين مقالية

(1) **(a)** متى يكون المستقيم عموديًّا على المستوي؟

(b) ارسم مستقيمًا عموديًّا على مستو.

(2) $ABCDEFGH$ شبه مكعّب.



(a) سمّ المستقيمات المتعامدة مع $\overleftrightarrow{AE}$

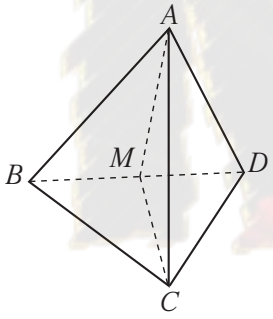
(b) سمّ المستويات المتعامدة مع $\overleftrightarrow{AE}$

(c) أثبت أن $\overleftrightarrow{AD}$ عمودي على المستوي CGH

(3) $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة.

$AD = AB$ ، $CD = CB$

النقطة M منتصف $\overline{DB}$

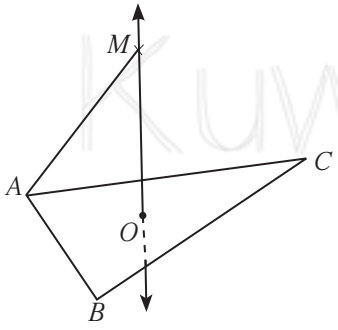


(a) أثبت أن: $\overleftrightarrow{BD} \perp (AMC)$

(b) استنتج أن: $\overleftrightarrow{BD} \perp \overleftrightarrow{AC}$

(4) ABC مثلث متطابق الأضلاع مركزه O، $\overleftrightarrow{MO}$ متعامد مع (ABC)

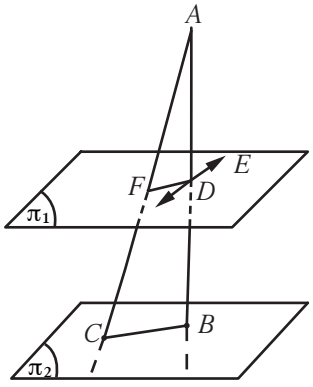
أثبت أن: $\overleftrightarrow{CB} \perp \overleftrightarrow{AM}$



(5) في الشكل المقابل، $\overleftrightarrow{AB}$ عمودي على المستوي π_2 , $\overleftrightarrow{DE} \subset \pi_1$, $\overleftrightarrow{AD} \perp \overleftrightarrow{DE}$

فإذا كانت D منتصف $\overline{AB}$، F منتصف $\overline{AC}$

أثبت أن: $\pi_1 \parallel \pi_2$

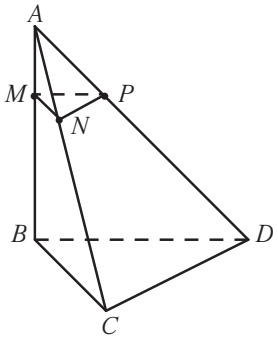


KuwaitMath.com

(6) في الشكل المقابل، $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة حيث $\overrightarrow{AB} \perp (BCD)$ فإذا كان:

$AB = 3\,AM$ ، $AC = 3\,AN$ ، $AD = 3\,AP$ ،

أثبت أن $\overrightarrow{AB}$ عمودي على (MNP)

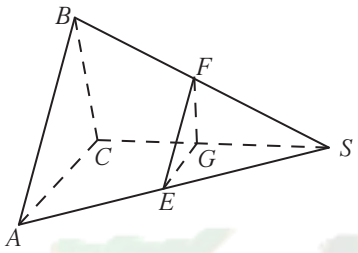


(7) في الشكل المقابل، $(EFG) \parallel (ABC)$, S نقطة خارج $(EFG), (ABC)$

بحيث $\overrightarrow{SC} \perp \overrightarrow{AC}$

فإذا كان: $SB = 10\,\text{cm}\,, SC = 8\,\text{cm}\,, BC = 6\,\text{cm}$

أثبت أن: $\overrightarrow{SC} \perp \overrightarrow{FE}$



(8) ليكن $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{CD}$ عموديان على المستوي π ويقطعانه في D, F على الترتيب. فإذا كان $\overrightarrow{CE}$ يوازي π. أثبت أن $CDFE$ مستطيل.

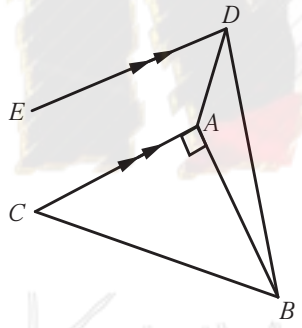
(9) ABC مثلث، أخذت النقطة D خارج مستوي المثلث بحيث كان: $\overrightarrow{DA}$ عموديًّا على كل من $\overrightarrow{AB}$، $\overrightarrow{AC}$

فإذا كانت M منتصف $\overline{AB}$، N منتصف $\overline{DB}$، أثبت أن: $\overrightarrow{MN} \perp (ABC)$

(10) في الشكل المقابل، ABC مثلث قائم الزاوية في A

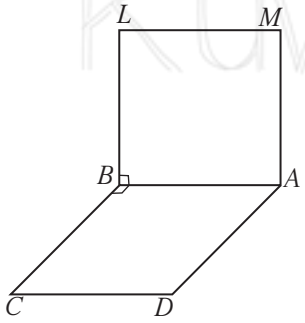
رسم $\overrightarrow{AD}$ عمودي على مستوي المثلث ABC، ورسم $\overrightarrow{ED} \parallel \overrightarrow{CA}$

أثبت أن: $\overrightarrow{ED} \perp \overrightarrow{AB}$



(11) $ABCD$، $ABLM$ مربعان ليسا في مستو واحد، لهما ضلع مشترك $\overline{AB}$،

أثبت أن: $\overrightarrow{LM} \perp (LBC)$

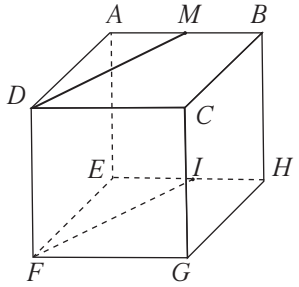


المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (7–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

أسئلة التمرينين (2–1)، على الشكل المقابل حيث $ABCDEHGF$ مكعّب،

النقطة M منتصف $\overline{AB}$، I منتصف $\overline{EH}$.



(1) $\overrightarrow{MI} \perp (EFGH)$ (a) (b)

(2) $\overrightarrow{MD} \perp (BCGH)$ (a) (b)

KuwaitMath.com

(3) إذا كان $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة جميع أحرفه متطابقة فإن: $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ (a) (b)

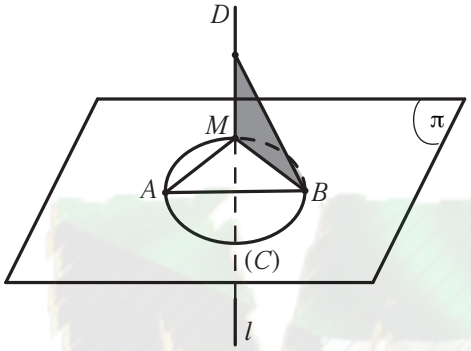
(4) إذا كان $\overleftrightarrow{m} \subset \pi$, $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$ فإن $\overleftrightarrow{l} \subset \pi$ (a) (b)

(5) إذا كان المستقيمان m , l متخالفان وكان $\overleftrightarrow{n} \perp \overleftrightarrow{m}$ فإن $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{n}$ (a) (b)

(6) إذا كان المستقيمان m , l متخالفان وكان $\overleftrightarrow{n} \perp \overleftrightarrow{m}$ فإن $\overleftrightarrow{l}$, $\overleftrightarrow{n}$ متخالفان. (a) (b)

في التمارين (11–8)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(7) في الشكل المقابل :

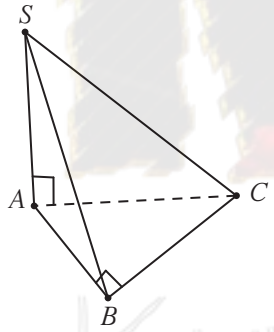


إذا كان $\overleftrightarrow{l} \perp (AMB)$ ، $\overline{AB}$ قطر في الدائرة (C) فإن:

(a) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BD}$ (b) $\overleftrightarrow{l} \perp (BMD)$

(c) $\overleftrightarrow{AM} \perp (BMD)$ (d) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BM}$

(8) في الشكل المقابل إذا كان $m(\widehat{B}) = 90^\circ$ ، $\overleftrightarrow{SA} \perp (ABC)$ فإن:



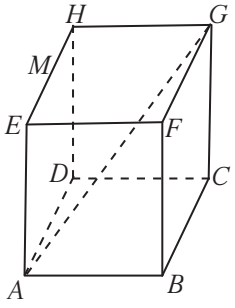
(a) المثلث SAB قائم في $\widehat{B}$

(b) $\overleftrightarrow{CB} \perp (SAB)$

(c) المثلث SAB متطابق الضلعين.

(d) المثلث SCB قائم في $\widehat{C}$

(9) يمثل الشكل المقابل مكعبًا، إذا كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره $\overline{AG}$ يساوي:



(a) $\sqrt{3}$ cm (b) $3\sqrt{3}$ cm

(c) 9 cm (d) 18 cm

KuwaitMath.com

تمرَّنْ
10–4

الزاوية الزوجية

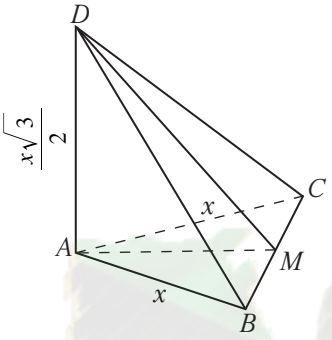
The Dihedral Angle

المجموعة A تمارين مقالية

(1) ABC مثلث متطابق الأضلاع وطول ضلعه x

$\overleftarrow{AD}$ متعامد مع المستوي ABC، $AD = \frac{x\sqrt{3}}{2}$،

M منتصف $\overline{BC}$



(a) أثبت أن $\overleftarrow{CB}$ متعامد مع المستوي AMD

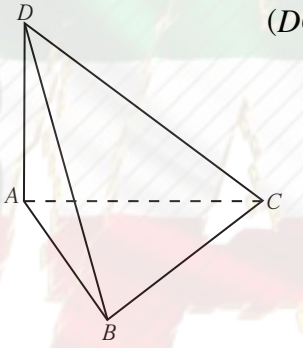
(b) عيّن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $(DCB, \overleftarrow{BC}, ACB)$

(c) أوجد قياس الزاوية الزوجية $(DCB, \overleftarrow{BC}, ACB)$

(2) ABC مثلث متطابق الأضلاع.

$\overleftarrow{AD}$ متعامد مع المستوي ABC

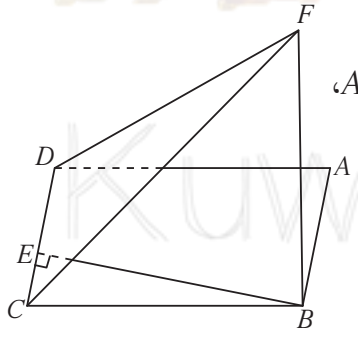
أوجد قياس الزاوية الزوجية $(DAB, \overleftarrow{DA}, DAC)$



(3) في الشكل المقابل $ABCD$ شكل رباعي، $\overleftarrow{FB}$ عمودي على المستوي $ABCD$،

$\overleftarrow{BE} \perp \overleftarrow{CD}$ فإذا كان $FB = BE$،

أوجد قياس الزواية الزوجية بين $(ABCD)$، (FCD)



(4) $MABC$ هرم ثلاثي رأسه M وقاعدته مثلث متطابق الأضلاع ABC،

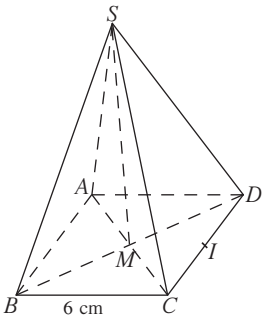
طول ضلعه 10 cm، إذا كان $m(M\widehat{A}B) = m(M\widehat{A}C) = 90°$، $MA = 5\,\text{cm}$، D منتصف $\overline{BC}$

(a) أثبت أن: $\overline{BC} \perp (MAD)$

(b) أوجد قياس الزاوية الزوجية بين (MBC), (ABC)

(5) $SABCD$ هرم مربع القاعدة طول ضلعها 6 cm ومركزها M

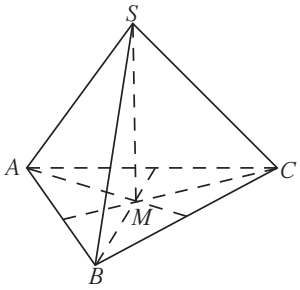
بحيث إن $\overleftarrow{SM} \perp (ABCD)$، I منتصف $\overline{CD}$



(a) أثبت أن: $(M\widehat{I}S)$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $(ABCD, \overleftarrow{CD}, SCD)$

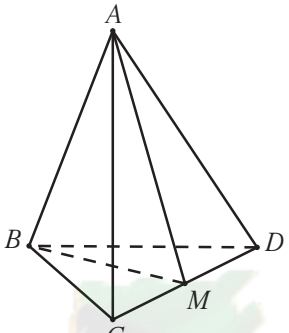
(b) أوجد: $m(M\widehat{I}S)$ إذا كان $SM = \sqrt{3}\ cm$

KuwaitMath.com



(6) $SABC$ هرم قاعدته مثلث متطابق الأضلاع مركزه M
بحيث إن $\overleftrightarrow{SM} \perp (ABC)$
أوجد قياس الزاوية الزوجية $(SMB, \overleftrightarrow{SM}, SMC)$

المجموعة B تمارين موضوعية



في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

أسئلة التمرينين (2–1)، على الشكل المقابل.

إذا كان $ABCD$ هرم جميع حروفه متساوية الطول، M منتصف $\overline{CD}$

فإن:

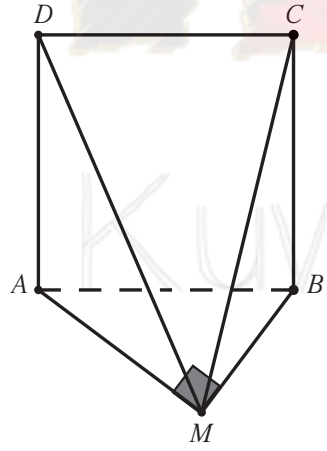
(1) $\overline{CD}$ عمودي على $\overline{AB}$

(a) (b)

(2) الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $(BDC, \overleftrightarrow{DC}, ADC)$ هي $\widehat{AMD}$

(a) (b)

أسئلة التمرينين (4–3)، على الشكل المقابل.



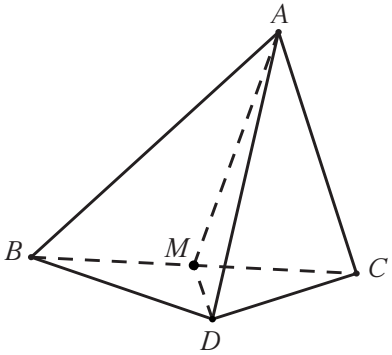
المثلث AMB قائم الزاوية في M، $\overleftrightarrow{AD}$ متعامد مع المستوي AMB

إذا أخذنا النقطة C بحيث يكون $ABCD$ مربعًا.

فإن:

(3) $\overleftrightarrow{BM}$ متعامد مع (MAD) (a) (b)

(4) $\overleftrightarrow{CB}$ متعامد مع (AMB) (a) (b)



في التمارين (10–5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

أسئلة التمارين (7–5)، على الشكل المقابل. حيث إن:

M منتصف $\overline{BC}$

ABC، DBC مثلثان لهما ضلع مشترك $\overline{BC}$ حيث $BC = x$

وهما متطابقا الأضلاع ولا يحويهما مستو واحد.

KuwaitMath.com

(5) الزاوية الزوجية $(BAC\ ,\ \overleftrightarrow{BC}\ ,\ BCD)$ هي:

(a) $A\widehat{M}D$ (b) $B\widehat{M}C$ (c) $A\widehat{M}B$ (d) $B\widehat{A}M$

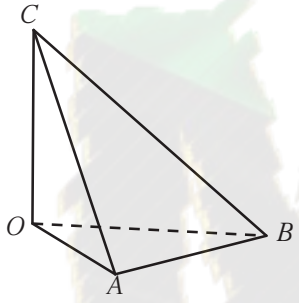
(6) إذا كان: $m(A\widehat{M}D) = 60^\circ$ فقيمة AD بدلالة x هي:

(a) $\frac{x}{2}$ (b) $\frac{x\sqrt{2}}{2}$ (c) $x\sqrt{3}$ (d) $\frac{x\sqrt{3}}{2}$

(7) إذا كان $AD = \frac{x\sqrt{3}}{2}$، فإنّ: $m(A\widehat{M}D)$ يساوي:

(a) 90° (b) 45° (c) 60° (d) 30°

أسئلة التمرينين (9–8) على الشكل المقابل.



إذا كان OAB مثلث فيه:

$OA = x$ ، $OB = 2x$ ، $m(A\widehat{O}B) = 60^\circ$

$\overleftrightarrow{OC}$ متعامد مع المستوي OAB

(8) طول $\overline{AB}$ يساوي:

(a) x (b) $x\sqrt{2}$ (c) $x\sqrt{3}$ (d) $\frac{x}{2}$

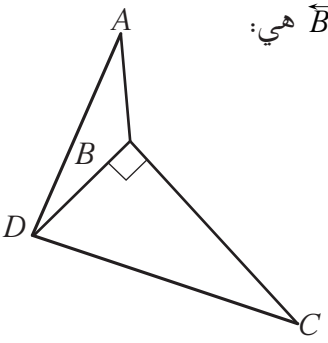
(9) قياس الزاوية الزوجية $(AOC\ ,\ \overleftrightarrow{OC}\ ,\ BOC)$ هو:

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°

KuwaitMath.com

(10) في الشكل المقابل، المثلث DBC قائم الزاوية في B،

فإذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ عمودي على (DBC) فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{BD}$ هي:



(a) $D\widehat{B}C$ (b) $A\widehat{B}C$

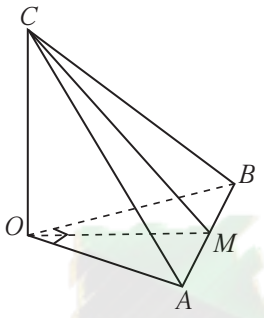
(c) $A\widehat{B}D$ (d) $A\widehat{D}C$

تمرَّنْ
10–5

المستويات المتعامدة

Perpendicular Planes

المجموعة A تمارين مقالية



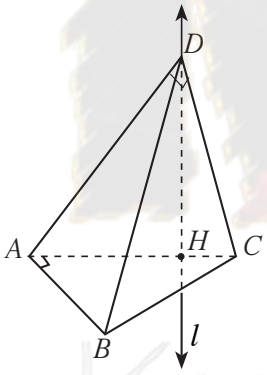
(1) OAB مثلث قائم في $\widehat{O}$، $OA = OB = 1$

$\overrightarrow{OC}$ متعامد مع المستوي OAB، $OC = 1$،

M منتصف $\overline{AB}$

(a) أثبت أن المستوي COM متعامد مع المستوي OAB

(b) أثبت أن المستوي COM متعامد مع المستوي CAB



(2) ABC مثلث قائم في $\widehat{A}$، $H \in \overline{AC}$

نأخذ المستقيم l المتعامد مع المستوي ABC والمار بالنقطة H

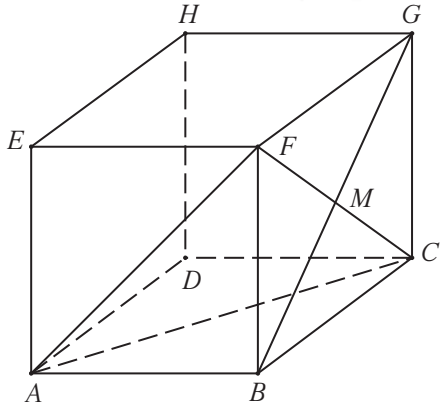
$D \in \overrightarrow{l}$ حيث يكون المثلث ADC قائم الزاوية في D

(a) أثبت أن $\overrightarrow{AB}$ متعامد مع (ACD)

(b) استنتج أن $\overrightarrow{AB}$، $\overrightarrow{CD}$ متعامدان وأن المثلث ABD قائم في $\widehat{A}$

(c) أثبت أن $\overrightarrow{CD}$ متعامد مع (ADB)

(d) استنتج أن (CDB), (BDA) متعامدان.



(3) $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه a:

(a) أثبت أن: $(ABCD) \perp (FBCG)$

(b) أثبت أن المثلث ACF متطابق الأضلاع.

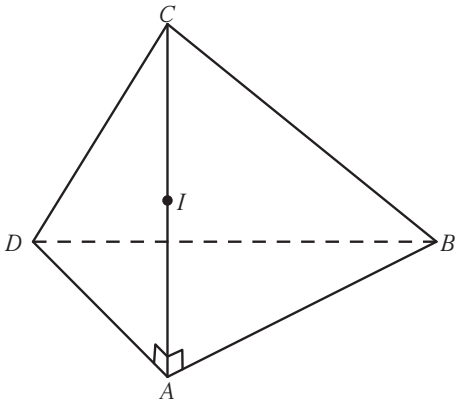
(c) M نقطة تقاطع $\overline{FC}$، $\overline{BG}$،

أثبت أن: $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{FC}$

(d) أثبت أن: $(ABG) \perp (BCGF)$

(e) أثبت أن: $\overrightarrow{FC} \perp (ABG)$

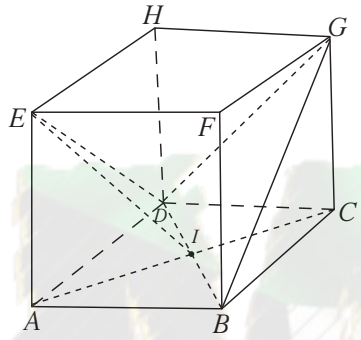
KuwaitMath.com



(4) $CABD$ هرم ثلاثي القاعدة فيه:

$(ABD) \perp \overleftarrow{CA}$، I منتصف $\overline{AC}$

أثبت أن المستوي العمودي من I على $\overleftarrow{AC}$ يقطع (ADC) بمستقيم يمر في منتصف $\overline{DC}$ ويقطع (ABC) بمستقيم يمر في منتصف $\overline{BC}$

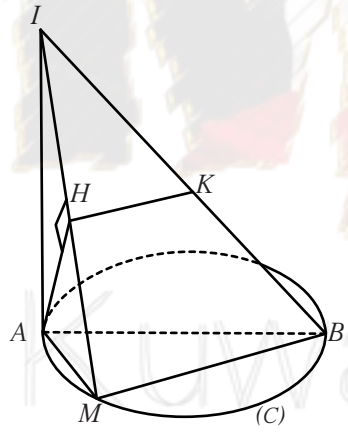


(5) $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه 5 cm

(a) أثبت أن المثلث EDB متطابق الأضلاع.

(b) I نقطة تقاطع القطرين في المربع $ABCD$،

أثبت أن: $(AEI) \perp (DBG)$



(6) في الشكل المقابل:

(C) دائرة قطرها $\overline{AB}$، M نقطة على الدائرة مختلفة عن A و B

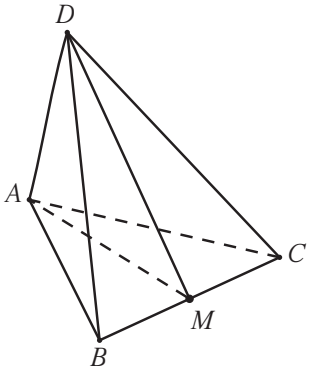
$\overleftarrow{IA}$ عمودي على مستوى الدائرة.

(a) أثبت أن: $(IAM) \perp (IMB)$

(b) إذا كان $\overline{AH} \perp \overline{IM}$, K نقطة على $\overline{IB}$

أثبت أن: $(AHK) \perp (IMB)$

المجموعة B تمارين موضوعية



في التمارين (6–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

أسئلة التمارين (5–1)، على الشكل المقابل.

إذا كان $\overleftarrow{AD}$ متعامد مع (ABC)، $AB = AC$، M منتصف $\overline{BC}$ فإن:

(1)	$(ABC) \perp (DAC)$	(a) (b)
(2)	$(DBC) \perp (DAC)$	(a) (b)
(3)	$(AMD) \perp (ABC)$	(a) (b)
(4)	$(AMD) \perp (DBC)$	(a) (b)
(5)	$DC = DB$	(a) (b)

KuwaitMath.com

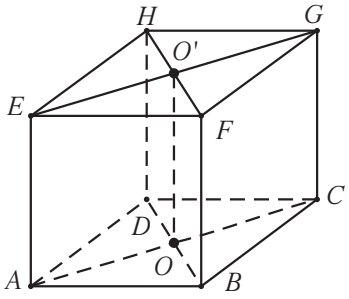
(6) المستويان العمودان على ثالث متوازيان. (a) (b)

في التمارين (12–7)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

أسئلة التمرينين (8–7)، على الشكل المقابل حيث إن:

ABCDEFGH شبه مكعب فيه:

O مركز المستطيل *ABCD*، *O′* مركز المستطيل *EFGH*



(7) (*EFGH*)، (*FGCB*) هما:

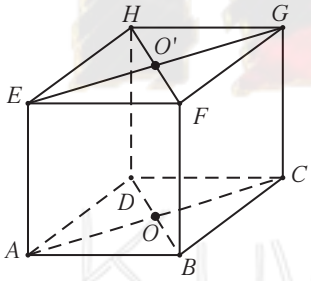
(a) متعامدان (b) متوازيان (c) منطبقان (d) ليس أيًّا مما سبق

(8) (*DBFH*)، (*ABCD*) هما:

(a) متوازيان (b) منطبقان (c) متعامدان (d) ليس أيًّا مما سبق

أسئلة التمرينين (10–9)، على الشكل المقابل حيث إن: *ABCDEFGH* مكعب طول ضلعه *a*.

O مركز المربع *ABCD*، *O′* مركز المربع *EFGH*



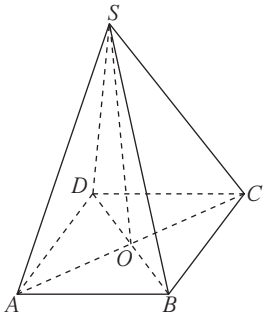
(9) (*EACG*)، (*DHFB*) هما:

(a) منطبقان (b) متعامدان

(c) متوازيان (d) ليس أيًّا مما سبق

(10) (*HGE*)، (*OAB*) هما:

(a) متعامدان (b) متوازيان (c) منطبقان (d) ليس أيًّا مما سبق



(11) إذا كان *ABCD* مربع مركزه *O*، $\overleftrightarrow{SO} \perp (ABCD)$ فإن:

(a) $(SAB) \perp (SBC)$ (b) $(SAC) \perp (SBD)$

(c) $(SAB) \parallel (SCD)$ (d) $(SAD) \perp (ABCD)$

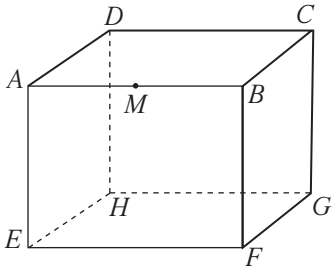
(12) إذا كان: $\overleftrightarrow{l} \perp \pi_1$, $\overleftrightarrow{l} \subset \pi_2$ فإن:

(a) $\pi_1 \parallel \pi_2$ (b) $\pi_1 \perp \pi_2$ (c) $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{l}$ (d) $\pi_1 = \pi_2$

KuwaitMath.com

اختبار الوحدة العاشرة

(1) $ABCDEFGH$ مكعب، M منتصف $\overline{AB}$

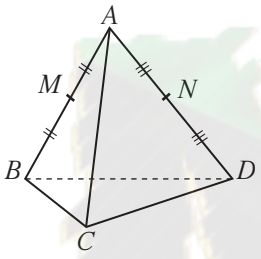


(a) هل $\overleftrightarrow{AB}$ والنقطة M تعينان مستويًا واحدًا؟

(b) هل $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{GH}$ يعينان مستويًا واحدًا؟

(c) سمّ ثلاثة مستويات تحتوي كل منها على النقطة M

(2) $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة. النقطة M منتصف $\overline{AB}$ والنقطة N منتصف $\overline{AD}$



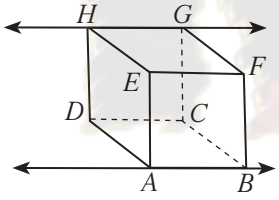
أكمل:

(a) $\overleftrightarrow{NM}$ ..... $\overleftrightarrow{BD}$

(b) $(ABD) \cap (CNM) =$ .....

(c) $(CNB) \cap (ABD) =$ .....

(3) $ABCDEFGH$ شبه مكعب.

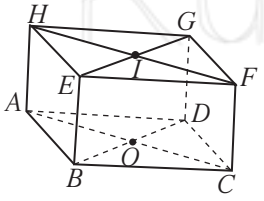


(a) أثبت أن: $\overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AB}$

(b) أثبت أن: $BDHF$ هو مستطيل.

(c) أثبت أن: $\overleftrightarrow{HF}$ موازٍ للمستوي $ABCD$

(4) $ABCDHEFG$ شبه مكعب.



النقطة O مركز المربع $ABCD$،

النقطة I مركز المربع $EFGH$

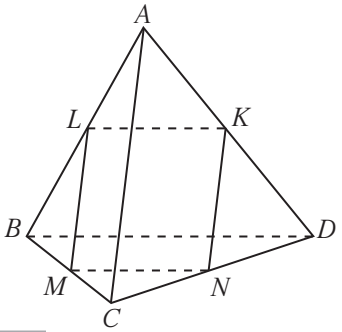
(a) أثبت أن النقاط: D، G، E تقع في المستوي $EGDB$

(b) أكمل: $(BEGD) \cap (AHFC) =$ .....

(c) أثبت أن: $\overleftrightarrow{AH} \parallel \overleftrightarrow{CF} \parallel \overleftrightarrow{OI}$

(5) $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة؛ L منتصف $\overline{AB}$، M منتصف $\overline{CB}$،

N منتصف $\overline{CD}$، K منتصف $\overline{AD}$



(a) أثبت أن: $\overleftrightarrow{NK} \parallel \overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{LM}$

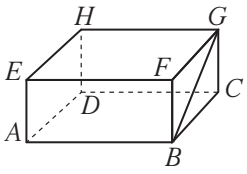
(b) أثبت أن: $KLMN$ هو متوازي أضلاع.

(c) أثبت أن: $\overleftrightarrow{NL}$ يتقاطع مع $\overleftrightarrow{KM}$

KuwaitMath.com

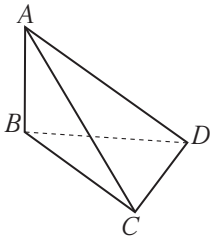
(6) $ABCDEFGH$ شبه مكعب.

أثبت أن: $\overleftarrow{GH}$ متعامد مع $\overleftarrow{GB}$



(7) $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة $BC = BD$، $\overleftarrow{AB}$ متعامد مع المستوي BCD

أثبت أن: $m(A\widehat{C}B) = m(A\widehat{D}B)$

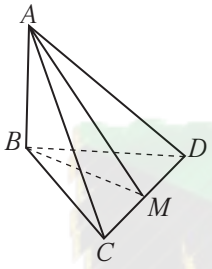


(8) $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة، قاعدته BCD مثلث متطابق الأضلاع، $\overleftarrow{AB} \perp (BCD)$؛

M منتصف $\overline{CD}$

(a) أثبت أن: $\overleftarrow{DC} \perp (ABM)$

(b) استنتج أن: $\overleftarrow{DC} \perp \overleftarrow{AM}$

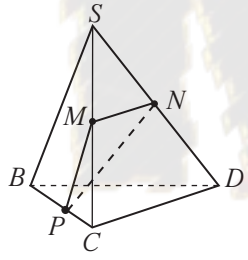


(9) $SBCD$ هرم ثلاثي قاعدته BCD، M منتصف $\overline{SC}$، N منتصف $\overline{SD}$ ، P نقطة على $\overline{BC}$

(a) أثبت أن $\overleftarrow{MN}$ موازٍ للمستوي BCD

(b) إذا كان (PMN) يقطع $\overleftarrow{BD}$ في النقطة L

أثبت أن: $\overleftarrow{PL} \,//\, \overleftarrow{CD}$



(10) $ABCDEFGH$ مكعب. I منتصف $\overline{BC}$،

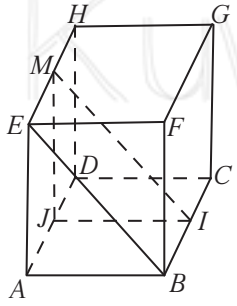
J منتصف $\overline{AD}$، M منتصف $\overline{EH}$

(a) أثبت أن $\overline{AD} \perp (IJM)$

(b) أثبت أن $\overline{AD} \perp (AEB)$

(c) أثبت أن (IJM)، (ABE) متوازيان

(d) أثبت أن: $\overline{IJ} \perp (ADHE)$



(11) (π_1) ، (π_2) يتقاطعان في $\overleftarrow{d}$، A نقطة خارج (π_1) وخارج (π_2)

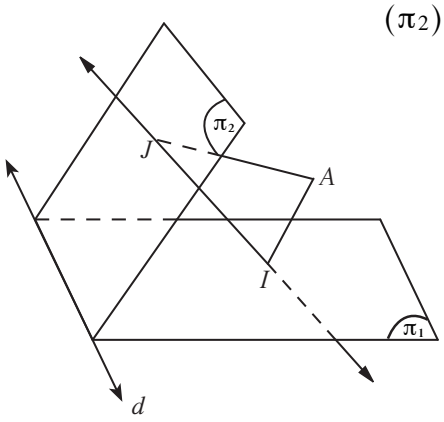
$\overleftarrow{AI} \perp (\pi_1)$ ، $\overleftarrow{AJ} \perp (\pi_2)$

(a) أثبت أن $(AIJ) \perp (\pi_1)$

وأن $(AIJ) \perp (\pi_2)$

(b) أثبت أن $\overleftarrow{d} \perp (AIJ)$

(c) أثبت أن: $\overleftarrow{d} \perp \overleftarrow{IJ}$



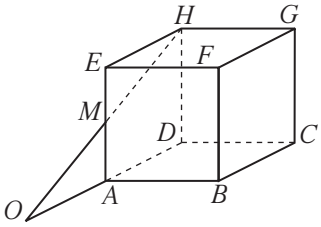
KuwaitMath.com

تمارين إثرائية

(1) $ABCDEFGH$ مكعب، M منتصف AE

$\overleftarrow{HM}$ يقطع المستوي $ABCD$ في O

أثبت أن النقاط A, D, O تقع على استقامة واحدة.

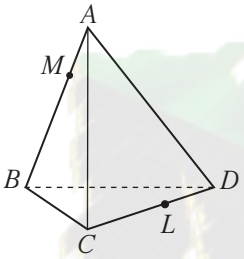


(2) $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة.

النقطة M تنتمي إلى $\overline{AB}$ وتنتمي النقطة L إلى $\overline{CD}$

(a) أثبت أن L تنتمي إلى كل من (ABL)، (CDM)

(b) أكمل: $(ABL) \cap (CDM) =$ .....



(3) $ABCDXYHM$ شبه مكعب،

O منتصف $\overline{XM}$، F منتصف $\overline{XY}$

$\overleftarrow{DM}$، $\overleftarrow{AO}$ يتقاطعان في G

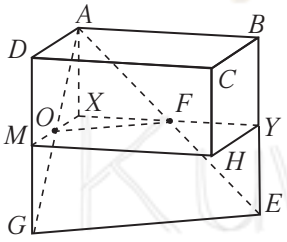
$\overleftarrow{BY}$، $\overleftarrow{AF}$ يتقاطعان في E

(a) أثبت أن النقطة O هي منتصف $\overline{\text{AG}}$

(b) أثبت أن النقطة F هي منتصف $\overline{AE}$

(c) أثبت أن: $\overleftarrow{OF} \parallel \overleftarrow{EG}$

(d) أثبت أن: $\overleftarrow{EG}$ يوازي المستوي $XYHM$

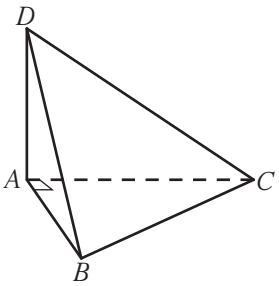


(4) $DABC$ هرم فيه المثلثات ABC ، ACD ، ABD قائمة الزاوية في A

(a) أثبت أن: $\overleftarrow{AD} \perp (ABC)$

(b) استنتج أن: $\overleftarrow{BC} \perp \overleftarrow{AD}$

(c) أثبت أن: $\overleftarrow{AB} \perp (ADC)$

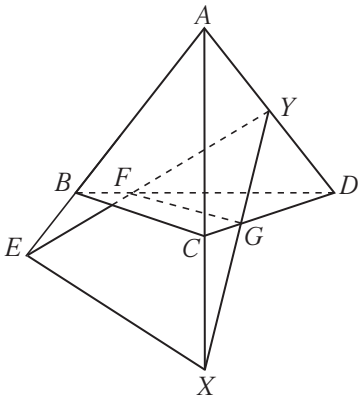


KuwaitMath.com

(5) $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة.

$\overleftrightarrow{FG} \parallel \overleftrightarrow{BC}$, $Y \in \overline{AD}$

$\overleftrightarrow{FY}$ يقطع $\overleftrightarrow{AB}$ في E، $\overleftrightarrow{GY}$ يقطع $\overleftrightarrow{AC}$ في X



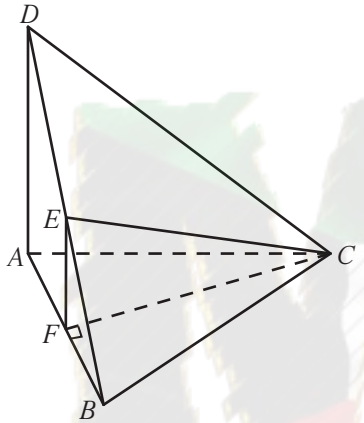
(a) أثبت أن: $(ABC) \cap (FYG) = \overleftrightarrow{XE}$

(b) أثبت أن: $\overleftrightarrow{XE} \parallel \overleftrightarrow{FG}$

(6) ABC مثلث متطابق الأضلاع.

$\overleftrightarrow{AD}$ متعامد مع المستوي ABC

F منتصف $\overline{AB}$



(a) أثبت أن: $\overline{CF}$ متعامد مع المستوي DAB

(b) أثبت أن: $\overleftrightarrow{CF}$ متعامد مع $\overleftrightarrow{BD}$

(c) أثبت أن: (ABC) متعامد مع (ABD)

(d) ليكن $\overleftrightarrow{FE}$ متعامدًا مع $\overleftrightarrow{BD}$

أثبت أن: $\overleftrightarrow{CE}$ متعامد مع $\overleftrightarrow{BD}$

(e) إذا كان: $FE = 4\,\text{cm}, CE = 6\,\text{cm}$

فأوجد قياس الزاوية الزوجية $(DBA, \overleftrightarrow{DB}, DBC)$

KuwaitMath.com