تمرّنْ
5-1

المتجه في المستوى
The Vector in the Plane

المجموعة A تمارين مقالية

(1) لنأخذ في المستوى الإحداثي النقاط: $A(-3,4), B(2,-1), C(3,5)$

(a) عيّن الزوج المرتب الذي يمثل متجه الموضع لكلّ من: $<\overrightarrow{AB}>, <\overrightarrow{BC}>, <\overrightarrow{CA}>$

(b) إذا كان متجه الموضع $\overrightarrow{OM}$ حيث $M(4,3)$ يمثّل القطعة الموجهة $\overrightarrow{BE}$

فأوجد إحداثيات E بفرض أن $E(x,y)$

(2) لنأخذ في المستوى الإحداثي النقاط: $E(-3,2), F(2,-1), G(4,-2)$

أوجد مركّبات كل من المتجات التالية: $<\overrightarrow{EF}>, <\overrightarrow{GF}>, <\overrightarrow{EG}>$

(3) **(a)** لكل من المتجهات التالية: $\vec{u}=<3,2>, \vec{v}=<-2,4>, \vec{w}=<-3,-2>, \vec{t}=<2,-3>$

ارسم متجه الموضع.

(b) أوجد طول كل متجه وقياس الزاوية التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

(4) إذا كان $\vec{u}=<x, \frac{3}{5}>$ فأوجد قيمة x بحيث يصبح $\vec{u}$ متجه وحدة.

(5) لنأخذ في المستوى الإحداثي النقاط: $A(3,-1), B(5,-4), C(2,4), D(4,1)$

أثبت أن: $<\overrightarrow{AB}>=<\overrightarrow{CD}>$

(6) ليكن: $\vec{A}=<4,-3>, \vec{B}=<3x-2, 4y+1>$ أوجد قيمتي x, y بحيث يكون: $\vec{A}=\vec{B}$

(7) لنأخذ في المستوى الإحداثي: $A(5,2), B(-2,6), C(-3,3), D(4,-1)$

أثبت أن: $<\overrightarrow{AB}>$ معاكس لـ $<\overrightarrow{CD}>$

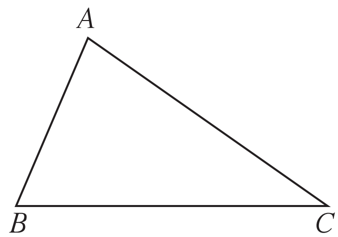
(8) لنأخذ في المستوى الإحداثي النقاط: $A(2,-3), B(-1,3), C(1,-1)$

أثبت أن النقاط الثلاث على استقامة واحدة.

(9) ABC مثلث

(a) ارسم $<\overrightarrow{AE}>$ حيث: $<\overrightarrow{AE}>=-\frac{1}{2}<\overrightarrow{AB}>$

(b) ارسم $<\overrightarrow{BD}>$ حيث: $<\overrightarrow{BD}>=\frac{3}{2}<\overrightarrow{BC}>$



(10) لنأخذ في المستوى الإحداثي النقاط: $A(3,2), B(1,5), C(7,4)$

(a) أوجد إحداثيات النقطة D حيث: $<\overrightarrow{BD}> = -\frac{1}{2} <\overrightarrow{BA}>$

(b) أوجد إحداثيات النقطة E حيث: $<\overrightarrow{AE}> = \frac{3}{2} <\overrightarrow{AC}>$

(c) أثبت أن: $<\overrightarrow{DE}>, <\overrightarrow{BC}>$ لهما الاتجاه نفسه.

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

لنأخذ في المستوى الإحداثي النقاط التالية: $A(2,1), B(-3,0), C(3,-4), D(x,y)$

(1) الزوج المرتب الذي يمثل متجه الموضع لـ $\overrightarrow{BA}$: هو $(-5,-1)$ — (a) (b)

(2) مركّبات $\overrightarrow{BC}$ هي $<6,4>$ — (a) (b)

(3) المثلث ABC هو متطابق الضلعين. — (a) (b)

(4) إذا كان $<\overrightarrow{AB}> = <\overrightarrow{CD}>$ فإن: $x=-2, y=-5$ — (a) (b)

في التمارين (5–8)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) في المستوى الإحداثي إذا كان $\vec{u} = <-2,2>$

فإن قياس الزاوية التي يصنعها $\vec{u}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات يساوي:

(a) 45° (b) -45° (c) 135° (d) 225°

(6) لنأخذ في المستوى الإحداثي $\vec{u} = <\frac{12}{13}, y>$. إذا كان $\vec{u}$ متجه وحدة فإن y يساوي:

(a) $\frac{1}{13}$ (b) $\frac{\sqrt{13}}{13}$ (c) $\frac{5}{13}$ (d) $\pm\frac{5}{13}$

(7) لتكن في المستوى الإحداثي النقاط: $A(1,3), B(3,2), C(0,-1), D(-4,1)$ فيكون:

(a) $<\overrightarrow{AB}> = <\overrightarrow{CD}>$ (b) $<\overrightarrow{AB}> = -<\overrightarrow{CD}>$

(c) $<\overrightarrow{CD}> = -2<\overrightarrow{AB}>$ (d) $<\overrightarrow{AB}> = -2<\overrightarrow{CD}>$

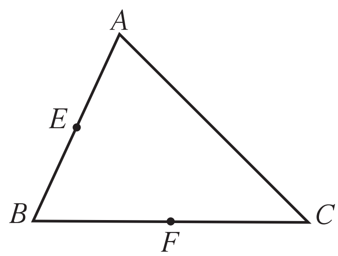
(8) لنأخذ في المستوى الإحداثي النقاط: $E(2,4), F(-1,-5), G(x,y)$ إذا كان: $<\overrightarrow{EF}> = <\overrightarrow{EG}>$ فإن (x,y) يساوي:

(a) $(-1,-5)$ (b) $(-5,-13)$ (c) $(5,13)$ (d) $(1,5)$

تمرَّنْ
5-2

جمع المتجهات وطرحها
Addition and Subtraction of Vectors

المجموعة A تمارين مقالية

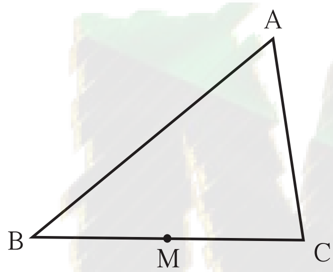


(1) في المثلث ABC المقابل E منتصف $\overline{AB}$ وF منتصف $\overline{BC}$

(a) عيّن النقطة M حيث: $\langle \overrightarrow{BM} \rangle = \langle \overrightarrow{BE} \rangle + \langle \overrightarrow{BF} \rangle$

(b) عيّن النقطة N حيث: $\langle \overrightarrow{AN} \rangle = \langle \overrightarrow{AE} \rangle + \langle \overrightarrow{AF} \rangle$

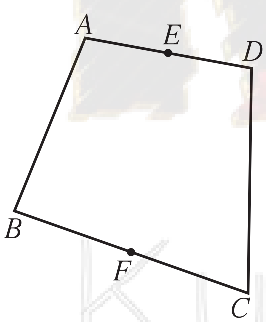
(c) أثبت أن: $\langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle \overrightarrow{MN} \rangle$



(2) في المثلث ABC المقابل، M منتصف $\overline{BC}$

(a) عيّن النقطة P حيث: $\langle \overrightarrow{BP} \rangle = \langle \overrightarrow{MA} \rangle + \langle \overrightarrow{MC} \rangle$

(b) عيّن النقطة Q حيث: $\langle \overrightarrow{BQ} \rangle = \langle \overrightarrow{AC} \rangle + \langle \overrightarrow{MB} \rangle$



(3) في الشكل الرباعي $ABCD$ المقابل E منتصف $\overline{AD}$ وF منتصف $\overline{BC}$

(a) عيّن النقطة P حيث: $\langle \overrightarrow{CP} \rangle = \langle \overrightarrow{CD} \rangle + \langle \overrightarrow{BA} \rangle$

(b) أثبت أن: $\langle \overrightarrow{CP} \rangle = \langle \overrightarrow{CE} \rangle + \langle \overrightarrow{BE} \rangle$

(c) أثبت أن: $2 \langle \overrightarrow{EF} \rangle = \langle \overrightarrow{AB} \rangle + \langle \overrightarrow{DC} \rangle$

(4) A, B, C, D نقاط في المستوى، بسّط:

(a) $2 \langle \overrightarrow{AB} \rangle + 4 \langle \overrightarrow{BC} \rangle + 2 \langle \overrightarrow{CD} \rangle + 2 \langle \overrightarrow{DA} \rangle$

(b) $2 \langle \overrightarrow{AB} \rangle - 3 \langle \overrightarrow{AC} \rangle + \langle \overrightarrow{AD} \rangle + 2 \langle \overrightarrow{BD} \rangle$

(5) انطلق مركب صيد من الميناء ناحية الشرق واجتاز مسافة 250 km، ثم انحرف عموديًّا باتجاه الشمال ليجتاز مسافة 40 km، ثم عاد مباشرة بخط مستقيم إلى النقطة التي انطلق منها في الميناء بمتوسط سرعة يساوي 50 km/h

(a) استخدم المتجهات لتنمذج مسار المركب في رحلته.

(b) ما الوقت الذي استغرقه المركب للعودة إلى الميناء؟

(6) يسبح خالد من ضفة النهر الجنوبية إلى الضفة الشمالية المقابلة بمتوسط سرعة يساوي 35 km/h وتتحرك المياه باتجاه الشرق بمتوسط سرعة يساوي 12 km/h.

(a) استخدم المتجهات لتنمذج معطيات المسألة.

(b) أوجد متوسط السرعة الناتجة التي ينتقل بها خالد من ضفة النهر الجنوبية إلى الضفة الشمالية المقابلة.

(7) مثّل النقاط التالية في المستوى الإحداثي حيث O نقطة الأصل، $\vec{i},\vec{j}$ متجهي الوحدة الأساسيان

$\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$, $\overrightarrow{OB} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$ ، $\overrightarrow{OC} = -4\vec{i} - \vec{j}$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

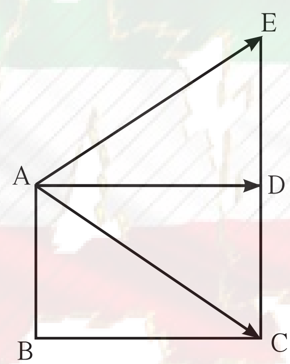
(1) إذا كان $<\overrightarrow{AB}> + <\overrightarrow{BC}> = <\overrightarrow{AC}>$ فإن: $AB + BC = AC$ — (a) (b)

(2) $<\overrightarrow{AC}> + <\overrightarrow{BA}> + <\overrightarrow{CB}> = \vec{0}$ — (a) (b)

(3) $ABCF$ متوازي أضلاع حيث: $\overrightarrow{BA} = <-2, 3>$ ، $\overrightarrow{BF} = <1, 4>$

$\therefore\ <\overrightarrow{BC}> = <3, 1>$ — (a) (b)

(4) في المستطيل $ABCD$: $<\overrightarrow{AE}> = <\overrightarrow{BD}>$ إذًا $<\overrightarrow{AC}> + <\overrightarrow{AD}> = <\overrightarrow{AE}>$ — (a) (b)



(5) في المثلث ABC: $<\overrightarrow{AB}> - <\overrightarrow{AC}> + <\overrightarrow{BC}> - <\overrightarrow{BA}> = <\overrightarrow{AB}>$ — (a) (b)

في التمارين (6–9)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان $\vec{L} = <\overrightarrow{AC}> + 2<\overrightarrow{AB}> - <\overrightarrow{BC}>$ فإن:

(a) $\vec{L} = \frac{1}{2}<\overrightarrow{AB}>$

(b) $\vec{L} = -\frac{1}{2}<\overrightarrow{AB}>$

(c) $\vec{L} = 3<\overrightarrow{AB}>$

(d) $\vec{L} = -3<\overrightarrow{AB}>$

(7) إذا كان $<\overrightarrow{AM}> = 2(3\vec{i} - \vec{j}) + 3(-2\vec{i}) - 2\vec{j}$ ، فإن $<\overrightarrow{AM}>$ يساوي:

(a) $2\vec{i} - 3\vec{j}$

(b) $3\vec{i} - 2\vec{j}$

(c) $-4\vec{j}$

(d) $6\vec{i} - 6\vec{j}$

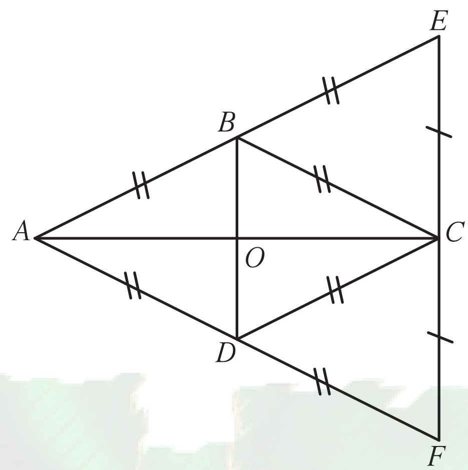
(8) $ABCD$ متوازي أضلاع حيث: $A(-2,1), B(0,-2), C(3,-1)$. إذًا إحداثيات D هي:

(a) $(2,2)$ (b) $(-1,2)$ (c) $(1,2)$ (d) $(1,-2)$

(9) $\overrightarrow{V} = x\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{U} = 4\overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j}$ هما متجهان متوازيان. قيمة x هي:

ⓐ 2 ⓑ -2 ⓒ 8 ⓓ -8

في التمارين (13–10) لديك قائمتان، اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.



من الشكل أعلاه

القائمة (1)	القائمة (2)
(10) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} =$	ⓐ $\overrightarrow{BD}$
(11) $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} =$	ⓑ $\overrightarrow{AC}$
	ⓒ $\overrightarrow{0}$
	ⓓ $\overrightarrow{DB}$

القائمة (1)	القائمة (2)
(12) $\overrightarrow{EA} =$	ⓐ $2\,\overrightarrow{BA}$
(13) $2\,\overrightarrow{OC} =$	ⓑ $2\,\overrightarrow{BE}$
	ⓒ $-\overrightarrow{CA}$
	ⓓ $\overrightarrow{CA}$

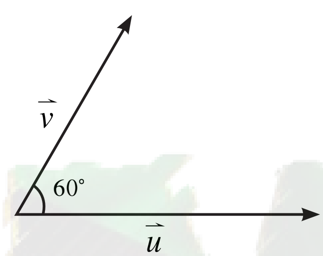
تمرَّنْ
5-3

الضرب الداخلي
Scalar Product

المجموعة A تمارين مقالية

(1) في كل شكل مما يلي أوجد: $\vec{u}\cdot\vec{v}$

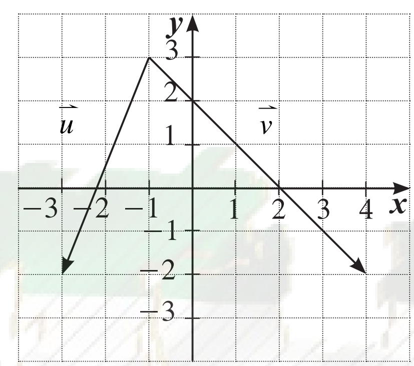
(a)



$\|\vec{u}\| = 4\ units$

$\|\vec{v}\| = 3\ units$

(b)



(2) لنأخذ: $\vec{u} = <2,-1>, \vec{v} = <-3,2>, \vec{w} = <1,2>$ أوجد:

(a) $\vec{u}\cdot\vec{v}$ **(b)** $\vec{u}\cdot\vec{w}$ **(c)** $\vec{v}\cdot\vec{w}$

(d) $(3\vec{u})\cdot(-2\vec{v})$ **(e)** $(-4\vec{u})\cdot(3\vec{v})$

(3) $\vec{u}, \vec{v}$ متجهان في المستوى الإحداثي حيث: $\vec{u}\cdot\vec{v} = -6$, $\|\vec{v}\| = 5$, $\|\vec{u}\| = 4$. أوجد:

(a) $(2\vec{u}+3\vec{v})^2$ **(b)** $(3\vec{u}-2\vec{v})\cdot(-2\vec{u}+\vec{v})$

(4) لنأخذ $\vec{u} = <x,4>,\ \vec{v} = <2,-3>$

(a) أوجد قيمة x بحيث يكون $\vec{u}$ متعامد مع $\vec{v}$.

(b) أوجد قيمة x بحيث يكون $\|\vec{u}\| = 5$ units.

(5) لنأخذ في المستوى الإحداثي $\vec{u} = <2,-2>, \vec{v} = <-\sqrt{2},0>$

أوجد $m(\vec{u},\vec{v})$

(6) $A(-1,3), B(-3,1), C(3,-1)$ ثلاث نقاط في المستوى الإحداثي.

(a) أوجد: $\|\overrightarrow{AB}\|, \|\overrightarrow{AC}\|, \|\overrightarrow{BC}\|$

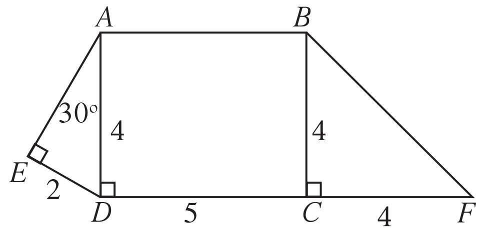
(b) أوجد: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج نوع المثلث ABC.

في التمارين (10–7)، أوجد $\vec{u}\cdot\vec{v}$.

(7) $\|\vec{u}\| = 2\,,\|\vec{v}\| = 3\,, m(\vec{v},\vec{u}) = 30^\circ$ **(8)** $\|\vec{u}\| = \sqrt{2}\,,\|\vec{v}\| = 5\,, m(\vec{u},\vec{v}) = 135^\circ$

(9) $\|\vec{u}\| = \sqrt{3}\,,\|\vec{v}\| = 4\,, m(\vec{u},\vec{v}) = 180^\circ$ **(10)** $\|\vec{u}\| = 4\sqrt{2}\,,\|\vec{v}\| = 7\sqrt{6}\,, m(\vec{u},\vec{v}) = 90^\circ$

في التمارين (14–11)، استخدم الشكل المقابل لإيجاد:



(11) $\overrightarrow{CF}\cdot\overrightarrow{DE}$ **(12)** $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{BC}$

(13) $\overrightarrow{BF}\cdot\overrightarrow{CF}$ **(14)** $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BF}$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (6–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كان $\vec{u}\cdot\vec{v} = 0$، فإن $\vec{u} \perp \vec{v}$ (a) (b)

(2) إذا كان $\vec{u} \perp \vec{v}\,,\ \vec{u} = <-2, x>, \vec{v} = <5,1>$، فإن $x = -10$ (a) (b)

(3) إذا كان $\vec{u}\cdot\vec{w} = -5, \vec{v}\cdot\vec{w} = 3$، فإن $(\vec{u}-\vec{v})\cdot\vec{w} = -8$ (a) (b)

(4) إذا كانت $A(-1,2), B(2,3), C(-4,5)$، فإن $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = -6$ (a) (b)

(5) إذا كانت $L(-3,4), M(0,5)$، فإن $\|\overrightarrow{LM}\| = 10$ (a) (b)

(6) $\vec{A}\,,\vec{B}$ متجهان في المستوى حيث $\vec{A} = <2,-3>, \vec{B} = <1,0>$ (a) (b)

$\therefore\ \cos(\vec{A},\vec{B}) = 2\dfrac{\sqrt{13}}{13}$

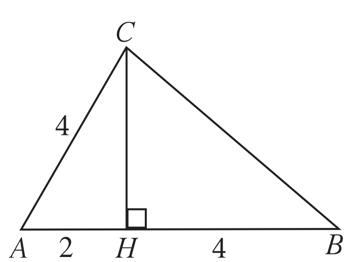
في التمارين (14–7)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

(7) إذا كان $\vec{u}\cdot\vec{v} = 3\,,\ \vec{u} = <2,-2>,\ \vec{v} = <-1, m>$، فإن m تساوي:

(a) $-\frac{5}{2}$ (b) $\frac{5}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$

(8) في مثلث ABC، H هو المسقط العمودي لـ C على $\overleftrightarrow{AB}$.

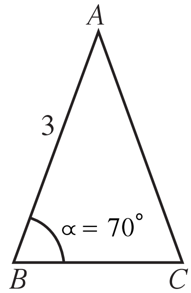
$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} =$



(a) -6 (b) 12 (c) -12 (d) 6

(9) في الشكل المقابل $m(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) = 70^\circ$, $AB = AC = 3\,cm$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ يساوي تقريبًا:

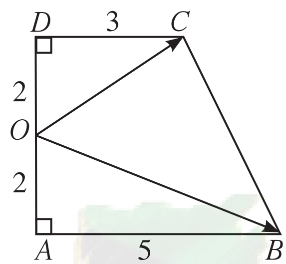


ⓐ 2.3 ⓑ 6.89 ⓒ 3 ⓓ -2.3

(10) $ABCD$ شبه منحرف قائم (انظر الشكل المقابل) حيث:

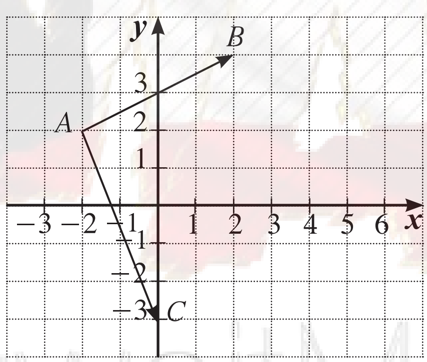
$AB = 5\,\text{cm}\,, AO = 2\,\text{cm}\,, OD = 2\,\text{cm}\,, CD = 3\,\text{cm}$

$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$ يساوي:



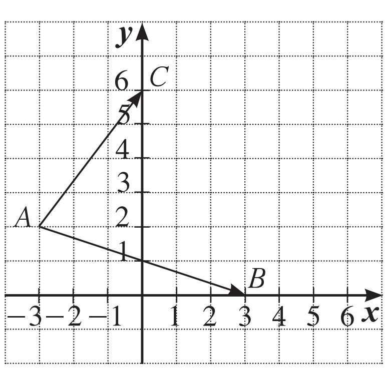
ⓐ 11 ⓑ -11 ⓒ 12 ⓓ -12

(11) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$



ⓐ 2 ⓑ -2 ⓒ 18 ⓓ 0

(12) في الشكل المقابل، $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) =$



ⓐ 0 ⓑ $\frac{3}{5}$ ⓒ $\frac{1}{2}$ ⓓ $\frac{1}{\sqrt{10}}$

(13) إذا كان $\vec{u} \perp \vec{v}$، $\vec{u} = <-5, m>, \vec{v} = <2, 3>$ فإن m تساوي:

ⓐ $\frac{10}{3}$ ⓑ $-\frac{3}{10}$ ⓒ $\frac{-10}{3}$ ⓓ $\frac{15}{2}$

(14) إذا كان $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -2$ فإن $m(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$ **لا يمكن** أن يساوي:

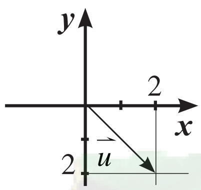
ⓐ 60° ⓑ 28° ⓒ 122° ⓓ 50°

اختبار الوحدة الخامسة

(1) ليكن $A(2,3), B(-1,5), C(3,-4)$

(a) عيّن الزوج المرتب الذي يمثل متجه الموضع لـ $\overrightarrow{BA}$

(b) إذا كان متجه الموضع $\overrightarrow{OM}$ يمثل القطعة الموجهة $\overrightarrow{AC}$، فأوجد إحداثيات M.



(2) إذا كان $\vec{u} = < 2, -2 >$

فارسم متجه الموضع، ثم أوجد المعيار، وقياس الزاوية θ التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

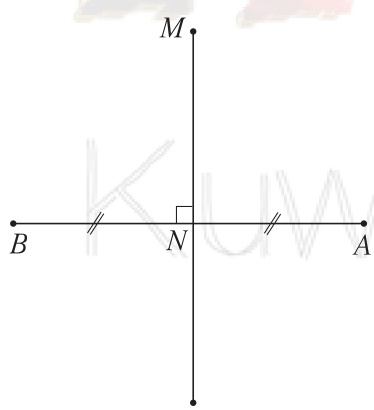
(3) إذا كان $\vec{u} = < \frac{2\sqrt{2}}{3}, y >$، فأوجد قيمة y بحيث يصبح $\vec{u}$ متجه وحدة.

(4) A, B, C, D أربع نقاط في المستوى مختلفة وليست على استقامة واحدة. لتكن النقطة N بحيث:

$$< \overrightarrow{AN} > = < \overrightarrow{AD} > + < \overrightarrow{AB} > + < \overrightarrow{DC} >$$

(a) اكتب المتجه $< \overrightarrow{AN} >$ بدلالة $< \overrightarrow{AB} >, < \overrightarrow{AC} >$

(b) استنتج أن المضلع $ABNC$ هو متوازي أضلاع.



(5) استخدم الرسم المقابل:

(a) أوجد $< \overrightarrow{AM} >$ بدلالة $< \overrightarrow{NM} >, < \overrightarrow{NA} >$

(b) أثبت أن: $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} \| \overrightarrow{AB} \|^2$

(6) ABC مثلث بحيث: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 18$, $\| \overrightarrow{AB} \| = 6$, $\| \overrightarrow{AC} \| = 2\sqrt{3}$.

أوجد قياس الزاوية $m(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

(7) ليكن: $\vec{A} = < x-5, x-5 >$, $\vec{B} = < 1, 1-x >$ أوجد:

(a) قيمة x بحيث يكون المتجه $\vec{A}$ له اتجاه $\vec{B}$

(b) قيمة x بحيث يكون المتجه $\vec{A}$ متعامدًا مع المتجه $\vec{B}$

(8) ليكن: $\vec{A} = \langle 2, -1 \rangle, \vec{B} = \langle 1, 2 \rangle$ متجهين في مستوى إحداثي. أوجد:

(a) $\vec{A} \cdot \vec{B}$

(b) $\| \vec{B} \|^2$

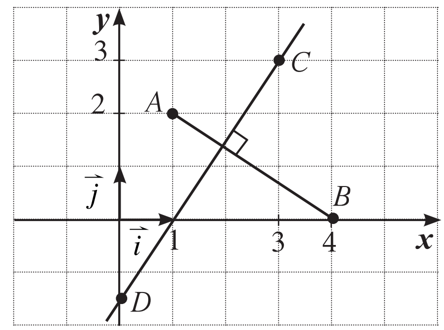
(c) $< 3\vec{A} + \vec{B} > \cdot < \vec{A} + \vec{B} >$

(d) $< \vec{A} + 2\vec{B} > \cdot < 2\vec{A} - \vec{B} >$

(9) لتكن النقاط: $A(1,2), B(4,0), C(3,3)$ في مستوى إحداثي.

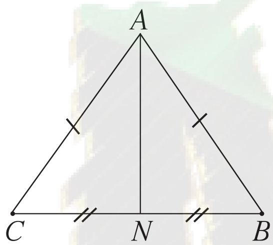
المستقيم المتعامد مع $\overleftrightarrow{AB}$ المار بالنقطة C يقطع محور الصادات بالنقطة D.

أوجد إحداثيات النقطة D.



(10) ABC مثلث متطابق الأضلاع، طول ضلعه $4\ \text{cm}$

ليكن: $\vec{a} = \langle \overrightarrow{AB} \rangle, \vec{b} = \langle \overrightarrow{AC} \rangle$



(a) أوجد $\langle \overrightarrow{CB} \rangle$ بدلالة $\vec{a}, \vec{b}$ واستنتج $\|\vec{a} - \vec{b}\|$

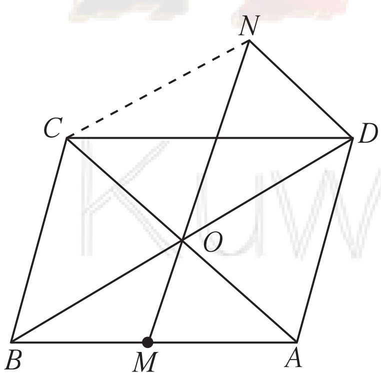
(b) أنشئ النقطة D بحيث $\langle \overrightarrow{AD} \rangle = \vec{a} + \vec{b}$

(c) ما نوع الرباعي $ABDC$؟

(d) أوجد $\|\vec{a} + \vec{b}\|$

(11) $ABCD$ متوازي أضلاع، مركزه O.

M منتصف $\langle \overrightarrow{AB} \rangle$، النقطة N حيث: $\langle \overrightarrow{DN} \rangle = \langle \overrightarrow{OC} \rangle$

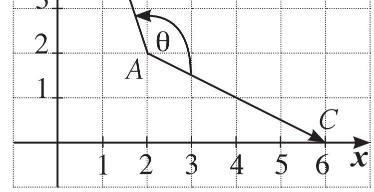


(a) أوجد $\langle \overrightarrow{ON} \rangle$ بدلالة $\langle \overrightarrow{BC} \rangle$

(b) أثبت أن: $\langle \overrightarrow{BC} \rangle = \langle \overrightarrow{OD} \rangle + \langle \overrightarrow{OC} \rangle$

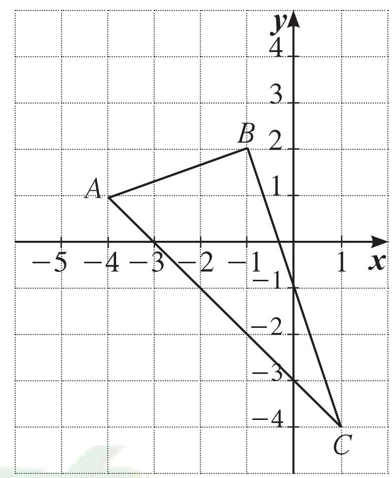
(c) أثبت أن النقاط M, N, O تقع على استقامة واحدة.

(12) أوجد قياس الزاوية θ المحددة بالمتجهين $\langle \overrightarrow{AB} \rangle, \langle \overrightarrow{AC} \rangle$



(13) إذا كانت $A(-4,1), B(-1,2), C(1,-4)$ رؤوس المثلث ABC

فأثبت أن المثلث قائم في B.



(14) إذا كانت المتجهات، $\overrightarrow{A}=-4\vec{i}-2\vec{j}\ ,\ \overrightarrow{B}=-\vec{i}-3\vec{j}\ ,\ \overrightarrow{C}=<-5,5>$

(a) أثبت أن: $\overrightarrow{B}\neq\overrightarrow{C}$

(b) أوجد: $\overrightarrow{A}\cdot\overrightarrow{B}\ ,\ \overrightarrow{A}\cdot\overrightarrow{C}$

(c) ماذا نستنتج؟

في التمرين (15)، اختر الإجابة الصحيحة.

(15) ليكن: $\overrightarrow{A}=<-4,3>$، فإن المتّجه المتعامد مع $\overrightarrow{A}$ مما يلي هو:

(a) $<2,-\frac{3}{2}>$ **(b)** $<3,-4>$ **(c)** $<\frac{3}{2},2>$ **(d)** $<4,3>$

تمارين إثرائية

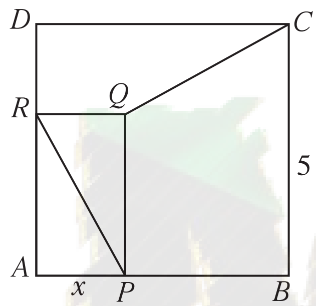
(1) لنأخذ في المستوى الإحداثي المنتظم المتعامد النقاط:

$A(2,2), B(4,5), C(4-m,0)$ حيث m عدد حقيقي.

(a) أوجد قيمة m بحيث يكون المثلث ABC قائم A.

(b) لقيمة m التي وجدتها، أثبت أن ABC مثلث متطابق الضلعين.

(2) الشكل المقابل يمثل مربعًا رسم في داخله مستطيل.



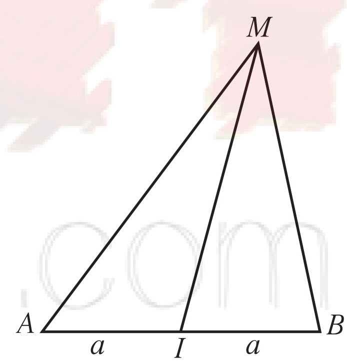
أثبت أن المستقيمين:

$\overleftrightarrow{CQ}, \overleftrightarrow{PR}$ متعامدين.

(**مساعدة:** استخدم علاقة شال)

(3) في المثلث MAB الأدناه أثبت أن:

$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - a^2$



(4) إذا كان: $\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B} = \overrightarrow{w}, \overrightarrow{A} - 2\overrightarrow{B} = -\overrightarrow{w}$، فأثبت أن:

$\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}$ لهما الاتجاه نفسه.

(5) في المستطيل المقابل E منتصف $\overline{AB}$.

أوجد θ (استخدم الآلة الحاسبة).