

## مبدأ العد والتباديل والتوافيق

### Counting Principle, Permutations and Combinations

#### المجموعة A تمارين مقالية

(1) لتكن  $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 9\}$ . تم تكوين أعداد ذات أربع منازل باستخدام عناصر  $A$ . أوجد:  
(a) عدد الأعداد الممكن تكوينها.

(b) عدد الأعداد مختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

(c) عدد الأعداد الزوجية مختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

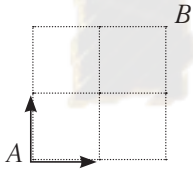
(2) لتكن  $B = \{2, 4, 5, 7, 8\}$ . تم تكوين أعداد ذات أربع منازل باستخدام عناصر  $B$ . أوجد:

(a) عدد الأعداد مختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

(b) عدد الأعداد مختلفة الأرقام التي تقبل القسمة على 5 الممكن تكوينها.

(c) عدد الأعداد مختلفة الأرقام والأصغر من 5000 الممكن تكوينها.

(3) على ورقة المربعات المقابلة، ما عدد الخطوات التي تسمح بالانتقال من  $A$  إلى  $B$  بالاتجاه فقط إلى اليمين أو إلى الأعلى؟



(4) السيارات: تقترح بعض الشركات على زبائنها تبديل مواقع إطارات السيارة كل مسافة معينة.

(a) بكم طريقة مختلفة يمكن تبديل مواقع الإطارات الأربعة؟

(b) إذا استخدم الإطار الاحتياطي، فكم يصبح عدد طرائق تبديل الإطارات؟

(5) أوجد قيمة كل مقدار مما يلي:

(a)  ${}_8P_1$

(b)  ${}_3P_2$

(c)  ${}_8P_3$

(d)  ${}_9P_6$

(6) طلب 15 طالباً موعداً للتحدث مع مدير المدرسة، كلاً بمفرده. بكم طريقة مختلفة يمكن للمدير استقبال الطلاب؟

(7) لقضاء سهرة يمكن لعائلة اختيار مطعم من بين 4 مطاعم وصالة سينما من بين 3 صالات. فما عدد طرق اختيار لمطعم وصالة سينما؟

(8) حلّ المعادلات التالية:

(a)  ${}_nP_4 = 5 \times {}_nP_3$ ,  $n \geq 4$

(b)  ${}_5P_r = 12 \times {}_5P_{r-2}$

(c)  $\frac{{}_nP_{n-2}}{{}_nP_{n-4}} = \frac{n^2}{12}$

(9) بكم طريقة مختلفة يمكن لثلاثة طلاب الجلوس في صف واحد يحوي 8 مقاعد؟

(10) أوجد قيمة كل مقدار مما يلي:

- (a)  ${}_6C_2$  (b)  ${}_7C_3 \times {}_9C_5$  (c)  ${}_4C_4$  (d)  ${}_6C_2 + {}_6C_3$

(11) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار مجموعة من 4 عناصر من مجموعة مؤلفة من 300 عنصر؟

(12) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار مجموعة من 4 أرقام من المجموعة:

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

(13) فاز 16 طالبًا بعضوية فريق كرة القدم في المدرسة. بكم طريقة ممكنة يمكن اختيار 11 لاعبًا منهم علمًا أنه يوجد بين الطلاب حارس مرمى واحد؟

(14) نواف طالب جامعي، يريد اختيار رفيقين أو 3 للسكن معه في المبنى الجامعي. بكم طريقة ممكنة يمكنه الاختيار إذا كان عدد رفاقه 25؟



(15) الهندسة: في الشكل المقابل، هناك 8 نقاط على الدائرة.

(a) ما عدد المثلثات المختلفة التي يمكنك الحصول عليها باستخدام 3 من هذه النقاط المختلفة؟

(b) ما عدد المضلعات الخماسية المختلفة التي يمكنك الحصول عليها باستخدام 5 من هذه النقاط؟

(c) فسّر، لماذا يجب أن تتساوى الإجابتان في (a)، (b).

(16) في الصفّ الحادي عشر «الشعبة A» 24 طالبًا وفي «الشعبة B» 22 طالبًا. أراد معلم الأنشطة الفنية اختيار 7 طلاب للتدرب على عمل مسرحي. ما عدد الخيارات الممكنة شرط أن تتضمن مجموعة الطلاب المختارة على الأقل طالبين من الشعبة A؟

(17) حلّ المعادلات التالية:

- (a)  ${}_nC_3 + {}_nC_2 = 3n(n-1)$  (b)  ${}_nC_4 = {}_nC_{n-2}$  (c)  ${}_n2C_4 = \frac{1}{2} {}_n2C_5$

### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

- (1) قيمة المقدار  $10!$  هي 3 628 800 (a) (b)
- (2) قيمة المقدار  $4! \times 5!$  هي 360 (a) (b)
- (3) عدد طرق جلوس 4 أشخاص على 4 مقاعد في صفّ هو  $4!$  (a) (b)
- (4) قيمة المقدار  $3 \times {}_5C_4$  هي 15 (a) (b)
- (5)  $(n-r)! = n! - r!$  (a) (b)

في التمارين (15-6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) قيمة المقدار  $\frac{10!}{7!3!}$  هي:

- (a)  $\frac{10}{21}$       (b)  $\frac{1}{120}$       (c) 120      (d) 1

(7) قيمة المقدار  ${}_{10}C_6 \times {}_6P_4$  هي:

- (a) 75 600      (b) 7 560      (c) 2.5      (d) 210

(8) قيمة المقدار  ${}_{9}C_2 \times \frac{{}_7C_4}{{}_9C_4}$  هي:

- (a) 18      (b) 5.184      (c) 10      (d) 735

(9) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار 5 لاعبين لفريق السلة من بين 12 لاعباً إذا كان ترتيب المراكز في الفريق مهماً؟

- (a) 95 040      (b) 475 200      (c) 392      (d) 11 404 800

(10) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار 3 أعلام من مجموعة من 7 أعلام مختلفة؟

- (a) 210      (b) 35      (c) 840      (d) 24

(11) إذا كان هناك طريق واحدة تصل بين كل مدينتين. فما عدد الطرق التي تصل بين 8 مدن.

- (a) 20 160      (b) 2 520      (c) 40 320      (d) 5 040

(12) في المخزن 6 بطاريات من ماركات مختلفة، 3 بطاريات جديدة و3 مستخدمة. بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار على الأقل بطارية واحدة جديدة من 3 بطاريات؟

- (a) 1      (b) 19      (c) 9      (d) 6

(13) بكم طريقة مختلفة يجلس أحمد ومحمد وعلي وجاسم وفهد بشرط تجاوز محمد وأحمد؟

- (a) 5!      (b) 4!      (c)  $2! \times 4!$       (d)  $2! \times 5!$

(14) إذا كان:  ${}_nP_3 = 60$  فإن  $n$  تساوي

- (a) 6      (b) 5      (c) 4      (d) 2

(15) مجموعة حلّ المعادلة:  ${}_6C_r = 15$  هي:

- (a) {2}      (b) {4}      (c) {2, 4}      (d) {3}

## نظرية ذات الحدين

### The Binomial Theorem

#### المجموعة A تمارين مقالية

(1) استخدم مثلث باسكال لفك كل مما يلي:

(a)  $(a + b)^3$                       (b)  $(a + b)^4$                       (c)  $(x + y)^6$

(2) استخدم نظرية ذات الحدين لفك كل مما يلي:

(a)  $(x + y)^4$                       (b)  $(x - y)^4$                       (c)  $(x - 2)^5$

(3) فك كلاً مما يلي:

(a)  $(3x - y)^5$                       (b)  $(x^2 + y)^4$                       (c)  $(3x + 5y)^3$

في التمارين (4-8)، أوجد الحد المعين من مفكوك ثنائية الحد في كل مما يلي:

(4) الحد الثالث من  $(x + 3)^{12}$

(5) الحد الثاني من  $(x + 3)^9$

(6) الحد الثاني عشر من  $(2 + x)^{11}$

(7) الحد الثامن من  $(x - 2y)^{15}$

(8) الحد السابع من  $(x^2 - 2y)^{11}$

(9) تحليل الخطأ: زعم أحد الطلاب بأن:  $7C_5 x^2 y^4$  هو أحد حدود ذات الحدين. اشرح خطأ الطالب.

(10) أوجد الحد الذي يحتوي على  $x^2 y^3$  في مفكوك  $(3x - 7y)^5$

(11) في مفكوك  $(5 - 3ab)^7$  أوجد الحد الذي يحتوي على  $a^3 b^3$



## الاحتمال

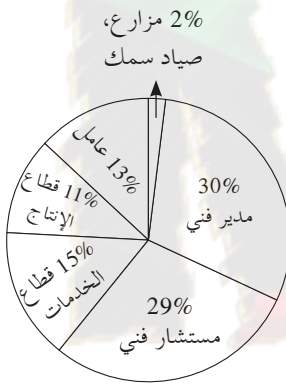
### Probability

#### المجموعة A تمارين مقالية

في التمرينين (1-2)، رميت حجري نرد. بين ما إذا كان الحدثان متنافيين أم لا.

- (1) مجموع العددين الظاهرين هو عدد أولي، المجموع أصغر من 4
- (2) ناتج ضرب العددين الظاهرين 24، أحد العددين هو عدد أولي.

(3) يبين التمثيل البياني أدناه، أنواع عقود العمل في إحدى الدول في العام 2011، أوجد احتمال كل حدث مما يلي:



- (a) اختيار شخص من قطاع الخدمات.
- (b) اختيار شخص من قطاع الخدمات أو مستشار فني.
- (c) اختيار شخص ليس مديرًا فنيًا.
- (d) اختيار شخص ليس عاملاً وليس من قطاع الإنتاج.

المجموع	شاطئ البحر	الجبل	المسكن
20	6	14	استئجار شقة في مبنى
28	12	16	فندق
26	18	8	منزل مستقل
74	36	38	المجموع

(4) يبين الجدول المقابل كيف يمضي موظفو إحدى المؤسسات عطلتهم الصيفية. اختير عشوائيًا موظف من هذه المؤسسة. ما احتمال أن يسكن خلال عطلته الصيفية في فندق على شاطئ البحر؟

(5) يحتوي كيس على 4 كرات زرقاء اللون وكرتين حمراء اللون. أخذت كرتان معًا من دون النظر داخل الكيس. أوجد احتمال كل حدث مما يلي:

- (a) الكرتان زرقاوان.
- (b) كرة زرقاء وكرة حمراء.
- (c) الكرتان من اللون نفسه.

(6) إذا كان الحدثان  $t, r$  غير متنافيين، أكمل الجدول أدناه لإيجاد كل احتمال.

	$P(t)$	$P(r)$	$P(t \cap r)$	$P(t \cup r)$
(a)	$\frac{7}{11}$	$\frac{3}{11}$		$\frac{9}{11}$
(b)	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$
(c)		$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{3}$
(d)	$\frac{2}{x}$	$\frac{3}{2x}$	$\frac{1}{x}$	

(7) إذا كان الحدثان  $t, r$  متنافيان. أوجد  $P(t \cup r)$ .

(a)  $P(t) = \frac{5}{8}$  ,  $P(r) = \frac{1}{8}$

(b)  $P(t) = 12\%$  ,  $P(r) = 27\%$

(8) إذا كان الحدثان  $m, n$  مستقلان. أوجد  $P(m \cap n)$ .

(a)  $P(m) = \frac{1}{4}$  ;  $P(n) = \frac{2}{3}$

(b)  $P(m) = 0.6$  ;  $P(n) = 0.9$

(9) في أحد البلدان، 30% من السكان هم تحت سن العشرين، 17% فوق الستين. اختير شخص من السكان عشوائياً. فما احتمال أن يكون تحت سن العشرين أو فوق الستين؟

(10) رميت حجر نرد. أوجد احتمال كل من الأحداث التالية:

(a) 3 أو عدد فردي.

(b) عدد زوجي أو عدد أصغر من 4

(c) عدد فردي أو عدد أولي.

(d) 4 أو عدد أصغر من 6

(11) في إحدى المدن، وافق 40% من السكان على مرور القطار السريع في الغابة قرب مدينتهم. اختير 10 أشخاص عشوائياً من سكان المدينة، فما احتمال أن يكون 4 منهم قد وافقوا على مرور القطار السريع؟

(12) يستخدم حوالي 11% من الطلاب اليد اليسرى للكتابة. يوجد في أحد الصفوف 30 طالباً. فما احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة؟

## المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إن اختيار لون السيارة عشوائياً، اختيار الدواليب عشوائياً هما حدثان مستقلان.

(a) (b)

(2) الحدثان  $m, n$  مستقلان،  $P(m) = \frac{12}{17}$ ،  $P(n) = \frac{3}{8}$ ، إذاً  $P(m \cap n) = \frac{9}{17}$

(a) (b)

(3) عند رمي حجر نرد، فإن احتمال ظهور العدد 4 أو ظهور عدد زوجي يساوي  $\frac{1}{2}$

(a) (b)

(4) في اختبار صح - خطأ، أجبنا عن 5 أسئلة عشوائياً. احتمال أن تكون 3

(a) (b)

من إجاباتك صحيحة هو  $\frac{5}{16}$

في التمارين (5-11)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) الحدثان  $m, n$  مستقلان،  $P(m) = \frac{1}{3}$ ،  $P(n) = \frac{9}{10}$ ، إذاً  $P(m \cap n)$  تساوي:

(a)  $\frac{1}{3}$

(b)  $\frac{25}{30}$

(c)  $\frac{3}{10}$

(d)  $\frac{11}{30}$

(6) الحدثان  $t, r$  متنافيان  $P(t) = \frac{3}{5}$ ،  $P(r) = \frac{1}{3}$ ، إذاً  $P(t \cup r)$  تساوي:

(a)  $\frac{1}{5}$

(b)  $\frac{14}{15}$

(c)  $\frac{4}{15}$

(d) 0

(7) الحدثان  $t, r$  متنافيان  $P(t) = \frac{1}{7}$ ،  $P(r) = 60\%$ ، إذاً  $P(t \cup r)$  تساوي:

(a) 28%

(b) 42%

(c)  $\frac{16}{35}$

(d)  $\frac{26}{35}$

(8) عند رمي حجر نرد فإن احتمال ظهور عدد زوجي أو عدد أولي يساوي:

(a)  $\frac{2}{3}$

(b)  $\frac{5}{6}$

(c)  $\frac{1}{2}$

(d) 1

(9) يحتوي كيس على 5 كرات من اللون الأزرق، 3 كرات من اللون الأحمر. أخذت عشوائياً كرتان معاً من الكيس. احتمال الحدث: «أن تكون كرة حمراء والأخرى كرة زرقاء» هو:

(a)  $\frac{1}{14}$

(b)  $\frac{28}{15}$

(c)  $\frac{2}{7}$

(d)  $\frac{15}{28}$



(10) يتوزع طلاب مدرستين  $A$ ،  $B$  على الصفوف الثلاثة الأخيرة وفق النسب التالية:

الصف	العاشر	الحادي عشر	الثاني عشر
$A$	37%	35%	28%
$B$	38%	34%	28%

اختير عشوائيًا طالب من كل مدرسة. احتمال أن يكون طالب من الصف العاشر أو الصف الحادي عشر من المدرسة  $A$  وطالب من الصف الثاني عشر من المدرسة  $B$  هو:

- (a) 20.16%      (b) 100%  
(c) 0%      (d) 79.84%

(11) 90% من القمصان التي تنتجها إحدى الشركات لا عيب فيها. اختار مراقب الجودة 8 قمصان عشوائيًا. احتمال أن يكون 3 قمصان من هذه المجموعة لا عيب فيها هو تقريبًا:

- (a) 0.033      (b)  $5.9 \times 10^{-4}$   
(c)  $4 \times 10^{-4}$       (d) 2.955

KuwaitMath.com

## اختبار الوحدة الحادية عشرة

- (1) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار 5 ممثلين من مجموعة مؤلفة من 11 ممثلاً لتحضير عمل مسرحي؟
- (2) بكم طريقة مختلفة يمكن توزيع 15 طالباً على مجموعات كل منها من 3 طلاب؟
- (3) أنت تبحث عن منزل. هناك 5 منازل للإيجار، بكم طريقة مختلفة يمكن زيارة هذه المنازل؟
- (4) أوجد مفكوك:  $(1 - 2t)^4$
- (5) أوجد قيمة التعبير:  $2({}_5C_4) - {}_3C_2$

في التمرينين (6-7)، رميت حجري نرد. في كل حالة، حدّد ما إذا كان الحدثان متنافيين أم لا، ثم أوجد  $P(A \cup B)$ .

(6)  $A$ : «مجموع العددين الظاهرين = 12»؛  $B$ : «كل من العددين هو عدد فردي».

(7)  $A$ : «العددان متساويان»؛  $B$ : «مجموعهما من مضاعفات العدد 3».

(8) احتمال النجاح = 0.2، أوجد احتمال النجاح في 4 محاولات من بين 10

(9) احتمال الفوز = 0.6، أوجد احتمال الفوز 3 مرات في 8 محاولات.

(10) في مدرستك اشترى 30% من الطلاب شعار المدرسة، اخترت 5 طلاب عشوائياً. فما احتمال أن يكون:

(a) اثنان منهم قد اشترى شعار المدرسة؟

(b) على الأقل اثنان قد اشترى شعار المدرسة؟

(11) يوجد في واجهة أحد المحلات التجارية 6 مصابيح كهربائية. عند الاستخدام العادي، إمكانية أن يبقى كل

مصباح يعمل لمدة سنتين هي 95%

(a) فما احتمال أن تبقى المصابيح الستة تعمل لمدة سنتين؟

(b) فما احتمال أن تبقى 5 مصابيح تعمل خلال سنتين؟

(12) تقول إحدى الشركات أن 99% من علب رقائق الذرة التي تباعها وزنها مطابق لما هو مدوّن على العلب.

(a) في صندوق من 10 علب. ما احتمال ألا يطابق وزن علبة واحدة فقط ما هو مدوّن عليها؟

(b) ما احتمال أن تكون أوزان 3 علب من هذا الصندوق غير مطابقة لما هو مدوّن عليها؟

## تمارين إثرائية

- (1) يقول صاحب أحد محلات بيع الخضار والفاكهة أن 90% من ثمار الأناناس التي يبيعها تصبح ناضجة خلال 4 أيام. أوجد احتمال كل مما يلي لصندوق يحتوي على 12 ثمرة أناناس.
- (a) كل الثمرات تصبح ناضجة خلال 4 أيام.
- (b) على الأقل 10 ثمرات تصبح ناضجة خلال 4 أيام.
- (c) ليس أكثر من 9 ثمرات تصبح ناضجة خلال 4 أيام.
- (2) باستخدام الأحرف  $A, B, C$  نريد كتابة كلمات من 10 أحرف.
- (a) ما عدد الكلمات التي يمكن كتابتها؟
- (b) ما عدد الكلمات التي يمكن كتابتها:
- (i) تبدأ بـ  $A$ ؟
- (ii) تنتهي بـ  $ABC$ ؟
- (iii) تتضمن الحرف  $A$  في الخانة السادسة؟
- (iiii) الأحرف الثلاثة الأولى  $A, B, C$  دون الأخذ بعين الاعتبار الترتيب؟
- (c) ما عدد الكلمات التي يمكن كتابتها وتتضمن:
- (i) على الأقل حرف  $A$  مرة واحدة؟
- (ii) بالتحديد 4 مرات الحرف  $B$ .
- (iii) على الأكثر مرة واحدة  $C$ ؟
- (3) تتكوّن الشيفرة السرية لفتح الخزانة من حرف يليه عدد من 3 أرقام.
- (a) الحرف هو أحد أحرف كلمة «كويت». فما عدد الشيفرات الممكنة؟
- (b) الحرف هو ك لكن لا يوجد رقم متكرر.
- (c) الحرف هو أحد أحرف كلمة «كويت» وعدد الشيفرة هو عدد زوجي.
- (d) الحرف هو ت، يتضمن العدد على الأقل أحد الأرقام 7, 8, 9
- (4) رمز المنزل مكوّن من 4 أرقام لا صفر فيها ولا تكرر. اختار يوسف رمزًا عشوائيًا. فما احتمال أن يكون صحيحًا؟
- (5) حل في  $n$ :  ${}_nC_3 + {}_nC_2 = 5n(n-1)$
- (6) تتألف الموسوعة العلمية من 20 جزءًا. وقد وضعت عشوائيًا على رف المكتبة. فما احتمال أن يكون الجزءان 1, 2 قرب بعضهما بعضًا.

(7) يوجد في واجهة أحد المحال التجارية صف من المصابيح الكهربائية. تعطى إمكانية أن تبقى بعض هذه المصابيح تعمل لأكثر من سنتين بالتعبير:  ${}^5C_2(0.15)^2 \times (0.85)^3$

(a) ما عدد مصابيح واجهة المحل؟

(b) ما عدد المصابيح التي يتوقع أن تبقى تعمل لأكثر من سنتين؟

(c) ما احتمال أن تبقى جميع المصابيح تعمل لأكثر من سنتين؟

(8) في الكيس الأول 6 كرات سوداء اللون و4 بيضاء اللون. في الكيس الثاني، 8 كرات سوداء اللون و12 كرة بيضاء اللون. نختار كيساً عشوائياً ثم نختار أيضاً عشوائياً كرة من الكيس. فما احتمال أن تكون الكرة بيضاء اللون؟

(9) رميت قطعة نقود معدنية 6 مرات. احتمال الحصول على صورة 3 مرات وكتابة 3 مرات يساوي 0.3125، هل قطعة النقود هذه معدلة؟

(10) لنفرض أنه اختير عشوائياً عدد من 10 إلى 100 ضمناً.

(a) ما احتمال أن يكون من مضاعفات العدد 5؟

(b) ما احتمال أن يكون من مضاعفات العدد 4؟

(c) هل الحدثان متنافيان؟ اشرح.

(d) ما احتمال أن يكون العدد من مضاعفات العدد 5 والعدد 4؟

(11) في اختبار «الاختبار من متعدد» هناك 4 إجابات لكل سؤال.

(a) اختار طالب إجابة عشوائياً، فما احتمال أن تكون صحيحة؟

(b) اختار طالب ثلاثة أسئلة من الاختبار وأجاب عنها عشوائياً. فما احتمال أن تكون الإجابات الثلاث صحيحة؟

KuwaitMath.com





KuwaitMath.com

أودع في مكتبة الوزارة تحت رقم (٢٤٥) بتاريخ ١٧/٦/٢٠١٥ م  
شركة مطابع الرسالة - الكويت