تمرَّنْ
8−1

## التمثيل البياني للدوال المثلثية (الجيب، جيب التمام، الظل)

## Graphs of Trigonometric Functions (Sine, Cosine and Tangent)

### المجموعة A تمارين مقالية

**(1)** حدّد دورة كل دالة مما يلي وسعتها:

**(a)** $y = 3\cos x$ **(b)** $y = \sin 2x$

**(c)** $y = 3\sin\frac{x}{3}$ **(d)** $y = \frac{1}{3}\cos\frac{x}{2}$

**(2)** اكتب معادلة الدالة على الصورة $y = a\sin(bx)$ في كل من الحالات التالية:

**(a)** الدورة $\frac{2\pi}{3}$ , $a = 1$

**(b)** الدورة $\pi$ , $a = \frac{1}{3}$

**(c)** الدورة $4\pi$ , $a = -4$

**(3)** اكتب معادلة الدالة على الصورة $y = a\cos(bx)$ في كل من الحالات التالية:

**(a)** الدورة $3\pi$ , $a = 5$

**(b)** الدورة $\pi$ , $a = -\frac{1}{2}$

**(c)** الدورة $\frac{\pi}{2}$ , $a = \frac{3}{5}$



**(4)** مثّل بيانيًّا دورة واحدة لكل دالة من الدوال التالية:

**(a)** $y = 2\sin x$ **(b)** $y = -3\sin x$ **(c)** $y = 0.5\sin 2x$

**(d)** $y = 4\sin\frac{1}{2}x$ **(e)** $y = -\sin 5x$ **(f)** $y = 3\cos x$

**(g)** $y = 3\cos 5x$ **(h)** $y = -\cos 3x$ **(i)** $y = \cos 2x$

**(5)** حدّد دورة كل دالة مما يلي:

**(a)** $y = \tan 5x$ **(b)** $y = \tan\frac{3x}{2}$

**(6)** اكتب معادلة الدالة على الصورة $y = \tan(bx)$ في كل من الحالات التالية:

**(a)** الدورة $\frac{\pi}{5}$     **(b)** الدورة $\frac{2\pi}{3}$

**(c)** الدورة $\frac{\pi}{4}$

**(7)** مثّل بيانيًّا دورة واحدة لكل دالة من الدوال التالية:

**(a)** $y = \tan 2x$     **(b)** $y = \tan \frac{x}{2}$     **(c)** $y = -3\tan x$

## المجموعة B تمارين موضوعيّة

**في التمارين (7–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و(b) إذا كانت العبارة خاطئة.**

**(1)** معادلة الدالة المثلثية $y = a\sin(b\theta)$ حيث السعة 5 والدورة $3\pi$ هي $y = 5\sin\left(\frac{2}{3}\theta\right)$   (a) (b)

**(2)** الدالة التي دورتها $\frac{\pi}{2}$ وسعتها 3 يمكن أن تكون $y = 3\sin\left(\frac{\pi\theta}{2}\right)$   (a) (b)

**(3)** الدالة $y = 3\tan\left(\frac{3}{4}x\right)$ دورتها $\frac{4}{3}\pi$   (a) (b)

**(4)** الدالة التي دورتها $\frac{\pi}{3}$ وسعتها 4 يمكن أن تكون $y = -4\cos(6x)$   (a) (b)

**(5)** سعة الدالة $y = -5\cos 2x$ هي $-5$   (a) (b)

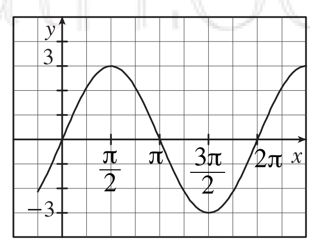
**(6)** في الدالة $f$ حيث $f(x) = a\cos bx$ يكون: $2|a| = \max f + \min f$   (a) (b)

**(7)** الدالتان $f, g$ حيث $g(x) = \tan 4x$ ، $f(x) = \cos 8x$ لهما نفس الدورة.   (a) (b)

**في التمارين (17–8)، ظلّل رمز الدائرة الدالّ على الإجابة الصحيحة.**



**(8)** البيان التالي يمثل بيان الدالة:



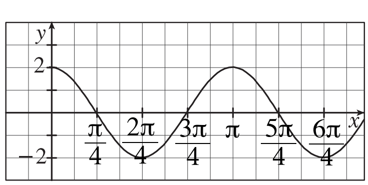

(a) $f(x) = 3\cos x$    (b) $f(x) = 3\sin x$

(c) $f(x) = -3\sin x$    (d) $f(x) = \sin 3x$

**(9)** لتكن $f(x) = 3\tan 2x$ فإن:

(a) السعة = 1    (b) السعة = 2    (c) السعة = 3    (d) $f$ ليس لها سعة

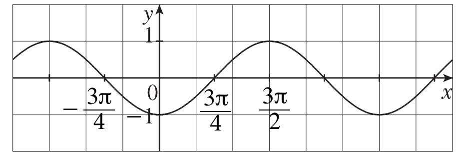
**(10)** ليكن بيان $f$ كما في الشكل التالي:




فإن $f$ يمكن أن تكون:

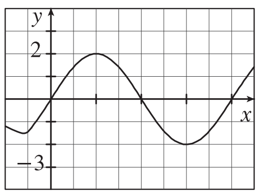
(a) $2\cos 2x$    (b) $\cos 2x$    (c) $\cos\frac{x}{2}$    (d) $\sin 2x$

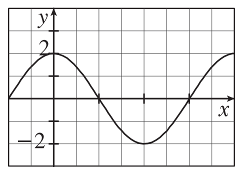
**(11)** ليكن $g$ دالة دورية بيانها كما في الشكل التالي فإن الدورة تساوي:

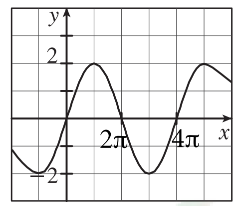


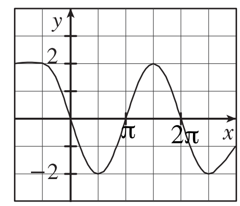

**a** $\pi$　　**b** $2\pi$　　**c** $3\pi$　　**d** $\frac{6\pi}{4}$

**(12)** لتكن الدالة $g$ حيث: $g(x) = a \sin bx$ فإن بيان $g$ لا يمكن أن يكون:

**a**



**b**



**c**



**d**



**(13)** معادلة الدالة المثلثية $y = a\cos(bx)$ حيث السعة 4 والدورة 6 يمكن أن تكون:

**a** $y = \frac{1}{4}\cos\left(\frac{x}{3}\right)$　　**b** $y = -4\cos\left(\frac{\pi}{3}x\right)$

**c** $y = -4\cos\left(\frac{3}{\pi}x\right)$　　**d** $y = 4\cos\left(\frac{x}{3}\right)$

**(14)** الدالة $y = a\cos(bx)$ حيث $a = 2$ ودورتها $\frac{\pi}{4}$ يمكن أن تكون:

**a** $y = 2\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)$　　**b** $y = 8\cos(8x)$

**c** $y = 2\cos(8x)$　　**d** $y = 8\cos\left(\frac{x}{4}\right)$

**(15)** معادلة الدالة المثلثية $y = a\sin(bx)$ حيث السعة 3 والدورة $\frac{\pi}{2}$ يمكن أن تكون:

**a** $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$　　**b** $y = 3\sin\left(\frac{2}{\pi}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{2}{\pi}x\right)$

**c** $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$　　**d** $y = 3\sin(4x)$ أو $y = -3\sin(4x)$

**(16)** معادلة الدالة المثلثية $y = \tan(bx)$ حيث الدورة $\frac{3}{4}$ يمكن أن تكون:

**a** $y = \tan\left(\frac{4}{3}\pi x\right)$　　**b** $y = \tan\left(\frac{3}{4}x\right)$

**c** $y = \tan\left(\frac{4}{3}x\right)$　　**d** $y = \tan\left(\frac{3}{4}\pi x\right)$

**(17)** في الدالة المثلثية $y = -2\sin\left(\frac{3}{5}x\right)$ السعة والدورة هما:

**a** $-2 , \frac{3\pi}{5}$　　**b** $2 , \frac{10\pi}{3}$

**c** $2 , \frac{3\pi}{5}$　　**d** $2 , \frac{2\pi}{15}$

تمرَّنْ
8-2

# التحويلات الهندسية للدوال الجيبية

# Geometric Transformations of Sinusoid Functions

## المجموعة A تمارين مقالية

**(1)** صف العلاقة بين التمثيل البياني لكل من الدالتين $h$ , $f$ لكل مما يلي:

**(a)** $f(x) = \cos 2x \ , \ h(x) = \frac{5}{3}\cos 2x$

**(b)** $f(x) = \sin \frac{x}{3} \ , \ h(x) = \frac{-2}{3}\sin \frac{x}{3}$

**(c)** $f(x) = \sin x \ , \ h(x) = \sin 3x$

**(d)** $f(x) = \cos x \ , \ h(x) = \cos \frac{x}{5}$

**(e)** $f(x) = \sin x \ , \ h(x) = -\frac{1}{3}\sin(-2x)$

**(f)** $f(x) = \cos x \ , \ h(x) = 1.5\cos 4x$

**(g)** $f(x) = \cos 2x \ , \ h(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$

**(h)** $f(x) = \sin 3x \ , \ h(x) = \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$

**(i)** $f(x) = 0.3\cos 2x \ , \ h(x) = 0.3\cos 2x + 4$

**(j)** $f(x) = 3\sin \frac{x}{2} \ , \ h(x) = 3\sin \frac{x}{2} - 1$

**(2)** صف العلاقة بين التمثيلين البيانيين لكل من: $y_1 = \cos x \ , \ y_2 = \cos 3x$
ثم ارسم دورتين من الدالة $y_2$

**(3)** وضّح كيف يمكن الحصول على التمثيل البياني لكل من الدالتين التاليتين باستخدام تحويلات الدوال المثلثية $y = \sin\theta$ أو $y = \cos\theta$، ثم أوجد سعة كل دالة ودورتها:

**(a)** $y = -2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) + 1$

**(b)** $y = 3.5\cos\left(2\theta - \frac{\pi}{2}\right) - 1$



## المجموعة B تمارين موضوعيّة

**في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و(b) إذا كانت العبارة خاطئة.**

**(1)** يمثّل منحنى الدالة $f(x) = 4\sin(3x)$ تمددًا رأسيًّا بمعامل 4 وانكماشًا أفقيًّا بمعامل 3 لمنحنى الدالة: $g(x) = \sin x$

(a) (b)

**(2)** يمثّل منحنى الدالة $f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 4$ إزاحة إلى اليسار $\frac{\pi}{3}$ وحدة وإزاحة إلى الأعلى 4 وحدات لمنحنى الدالة: $g(x) = \cos x$

(a) (b)

**(3)** يمثّل منحنى الدالة $y = 2\cos x$ تمددًا رأسيًّا بمعامل 2 لمنحنى الدالة $y = \cos x$

(a) (b)

**(4)** يمثّل منحنى الدالة $f(x) = 4\cos(x - 3)$ انكماشًا رأسيًّا معامله 4 وإزاحة أفقية مقدارها 3 وحدات إلى اليمين لمنحنى الدالة $g(x) = \cos x$

(a) (b)

**(5)** يمثّل منحنى الدالة $f(x) = 3\sin(x + 4)$ تمددًا رأسيًّا معامله 3 وإزاحة أفقية مقدارها 4 وحدات إلى اليسار لمنحنى الدالة $y = \sin x$

(a) (b)

**في التمارين (10–6)، ظلّل رمز الدائرة الدالّ على الإجابة الصحيحة.**

**(6)** يمثّل منحنى الدالة $f(x) = -\sin(x - 5)$ لمنحنى الدالة $g(x) = \sin x$:

(a) انعكاسًا في محور السينات وإزاحة أفقية مقدارها 5 وحدات إلى اليمين.

(b) انعكاسًا في محور السينات وإزاحة أفقية مقدارها 5 وحدات إلى اليسار.

(c) انعكاسًا في محور الصادات وإزاحة أفقية مقدارها 5 وحدات إلى اليمين.

(d) انعكاسًا في محور الصادات وإزاحة أفقية مقدارها 5 وحدات إلى اليسار.

**(7)** يمثّل منحنى الدالة $f(x) = \sin(2x - 6) - 5$ لمنحنى الدالة $g(x) = \sin x$:

(a) انكماشًا أفقيًّا بمعامل $\frac{1}{2}$، إزاحة أفقية 3 وحدات لجهة اليمين، إزاحة رأسية مقدارها 5 إلى الأسفل.

(b) تمددًا أفقيًّا بمعامل 2، إزاحة أفقية 6 وحدات لجهة اليمين، إزاحة رأسية مقدارها 5 وحدات إلى الأعلى.

(c) انكماشًا أفقيًّا بمعامل $\frac{1}{2}$، إزاحة أفقية 3 وحدات لجهة اليسار، إزاحة رأسية مقدارها 5 وحدات إلى الأسفل.

(d) تمددًا أفقيًّا بمعامل 2، إزاحة أفقية 6 وحدات لجهة اليسار، إزاحة رأسية مقدارها 5 وحدات إلى الأسفل.

**(8)** يمثّل منحنى الدالة $f(x) = -4\cos\left(\frac{x}{3}\right)$ لمنحنى الدالة $g(x) = -\cos x$:

(a) انكماشًا رأسيًّا معامله $\frac{1}{4}$ وتمددًا أفقيًّا معامله 3.

(b) تمددًا رأسيًّا معامله 4 وتمددًا أفقيًّا معامله 3.

(c) انكماشًا رأسيًّا معامله 4 وانكماشًا أفقيًّا معامله 3.

(d) تمددًا رأسيًّا معامله 3 وانكماشًا أفقيًّا معامله 4.

**(9)** يمثّل منحنى الدالة $f(x) = -2\cos\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{8}\right) + 3$ لمنحنى الدالة $g(x) = -2\cos\left(\frac{x}{4}\right)$:

(a) إزاحة رأسية بمقدار 3 وحدات إلى الأسفل وأفقية بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لجهة اليسار.

(b) إزاحة رأسية بمقدار $\frac{\pi}{8}$ وحدات إلى الأعلى وأفقية بمقدار 3 وحدات لجهة اليمين.

(c) إزاحة رأسية بمقدار 3 وحدات إلى الأعلى وأفقية بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لجهة اليمين.

(d) إزاحة رأسية بمقدار 3 وحدات إلى الأسفل وأفقية بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لجهة اليمين.

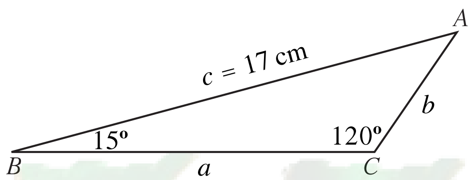
# قانون الجيب

# Law of Sine

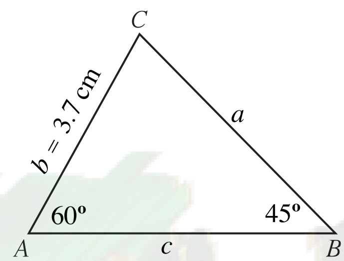
## المجموعة A تمارين مقالية

في التمرينين (2–1)، حلّ كلًّا من المثلثين التاليين:

**(1)**




**(2)**




في التمرينين (4–3)، حلّ المثلث $ABC$:

**(3)** $m(\widehat{A}) = 32^{\circ}\,,\, a = 17\text{ cm}\,,\, b = 11\text{ cm}$

**(4)** $m(\widehat{A}) = 43^{\circ}\,,\, a = 32\text{ cm}\,,\, b = 28\text{ cm}$

في التمرينين (6–5)، يمكن تكوين مثلثين باستخدام القياسات المعطاة، حلّ كلًّا منهما:

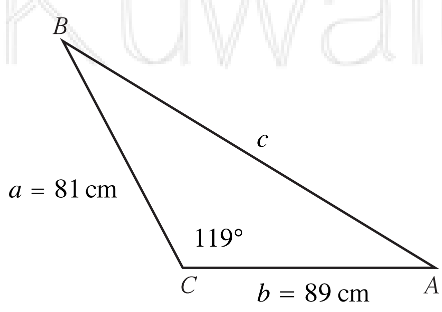
**(5)** $m(\widehat{C}) = 68^{\circ}\,,\, a = 19\text{ cm}\,,\, c = 18\text{ cm}$

**(6)** $m(\widehat{B}) = 57^{\circ}\,,\, a = 11\text{ cm}\,,\, b = 10\text{ cm}$

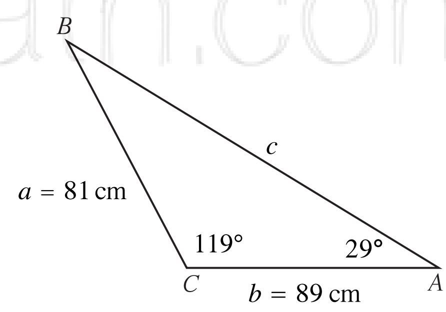
في التمرينين (8–7)، قرر ما إذا كان يمكن حلّ المثلث باستخدام قانون الجيب، ثم حلّه إذا كان ذلك ممكنًا. وإذا لم يكن ممكنًا فاشرح السبب.



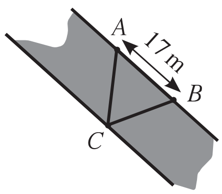
**(7)**




**(8)**



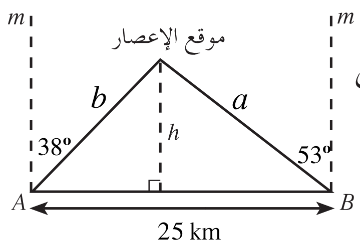
**(9) مسح جداول المياه:** تقع العلامتان $A, B$ على الحافة نفسها لجدول مياه، تساوي المسافة بينهما $17\,\text{m}$ وتقع علامة ثالثة $C$ على الحافة المقابلة بحيث $m(\widehat{BAC}) = 72^\circ$ ،$m(\widehat{ABC}) = 53^\circ$




**(a)** أوجد المسافة بين $A, C$

**(b)** أوجد المسافة بين حافتي الجدول على افتراض أنهما متوازيتان.

**(10) التوقّع بحالة الطقس:** وقف اثنان من مصلحة الأرصاد الجوية أحدهما في غرب الطريق عند النقطة $A$ والآخر في شرق الطريق عند النقطة $B$، تفصل بينهما مسافة $25\,\text{km}$




رأى الواقف عند النقطة $A$ إعصارًا في اتجاه $38^\circ$ شرق الشمال ورأى الواقف عند النقطة $B$ الإعصار نفسه في اتجاه $53^\circ$ غرب الشمال.

**(a)** أوجد المسافة بين كل من الشخصين وموقع الإعصار.

**(b)** أوجد المسافة بين الإعصار والطريق.

## المجموعة B تمارين موضوعيّة

**في التمارين (1–3)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و(b) إذا كانت العبارة خاطئة.**

**(1)** في المثلث $ABC$: $m(\widehat{A}) = 100^\circ$ , $m(\widehat{B}) = 30^\circ$ , $BC = 20\,\text{cm}$ فإنّ: $AC = 10.154\,\text{cm}$ (a) (b)

**(2)** في المثلث $ABC$: $m(\widehat{B}) = 80^\circ$ , $AB = 12\,\text{cm}$ , $AC = 16\,\text{cm}$ فإنّ: $m(\widehat{C}) = 50^\circ$ (a) (b)

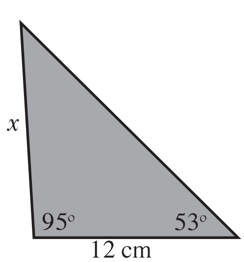
**(3)** في كل مثلث $ABC$ يكون: $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{\sin\gamma}{c}$ (a) (b)

**في التمارين (4–9)، ظلّل رمز الدائرة الدالّ على الإجابة الصحيحة.**

**(4)** في المثلث $ABC$: $m(\widehat{A}) = 80^\circ$ , $m(\widehat{B}) = 40^\circ$ , $AC = 10\,\text{cm}$ فإنّ طولي $\overline{AB}$ , $\overline{BC}$ يساويان:

(a) 7.43 cm , 15.32 cm
(b) 6.53 cm , 13.47 cm
(c) 13.47 cm , 15.32 cm
(d) 7.43 cm , 6.53 cm

**(5)** في المثلث المقابل، $x$ تساوي حوالى:




(a) 8.6 cm
(b) 15 cm
(c) 18.1 cm
(d) 19.2 cm

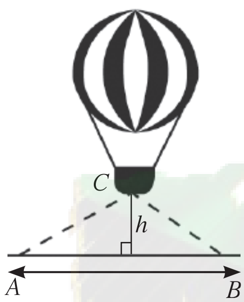
**(6)** مثلث قياسات زواياه: $50^{o}, 60^{o}, 70^{o}$، طول أصغر ضلع فيه هو $9\text{ cm}$
طول أطول ضلع حوالى:

(a) 11 cm
(b) 11.5 cm
(c) 12 cm
(d) 12.5 cm

**(7)** القياسات المعطاة في المثلث $ABC$: $m(\widehat{A}) = 56^{o}$ , $AC = 23\text{ cm}$ , $AB = 19\text{ cm}$، طول $\overline{BC}$ يساوي:

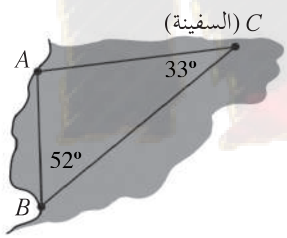
(a) 12 cm
(b) 18 cm
(c) 19 cm
(d) لا يمكن استخدام قانون الجيب

**(8)** رأى شخصان، أحدهما يقف عند النقطة $A$ والثاني عند النقطة $B$ ، منطادًا، حيث المسافة بينهما $3\text{ km}$. إذا كان قياس زاوية الارتفاع عند النقطة $A$ هي $28^{o}$ وقياس زاوية الارتفاع عند النقطة $B$ هي $37^{o}$، فإنّ ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض هو:




(a) $h \approx 1200\text{ m}$
(b) $h \approx 2\,500\text{ m}$
(c) $h \approx 940\text{ m}$
(d) $h \approx 880\text{ m}$

**(9)** تقع منارتان $B$ , $A$ على خط واحد من الشمال إلى الجنوب وتساوي المسافة بينهما $20\text{ km}$،
إذا كان قائد السفينة موجود في الموقع $C$ بحيث إن $m(A\widehat{C}B) = 33^{o}$
وعامل الراديو موجود في الموقع $B$ بحيث إن: $m(A\widehat{B}C) = 52^{o}$،
فإن المسافة بين السفينة وكل من المنارتين تساوي:




(a) $AC \approx 13.8\text{ km}, BC \approx 10.9\text{ km}$
(b) $AC \approx 32.6\text{ km}, BC \approx 36.6\text{ km}$
(c) $AC \approx 28.9\text{ km}, BC \approx 10.9\text{ km}$
(d) $AC \approx 28.9\text{ km}, BC \approx 36.6\text{ km}$

تمرَّنْ
8−4

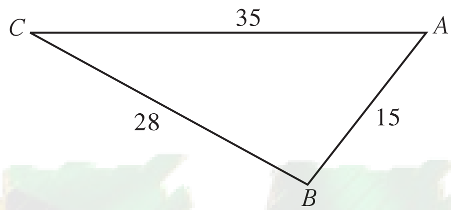
# قانون جيب التمام

# Law of Cosine

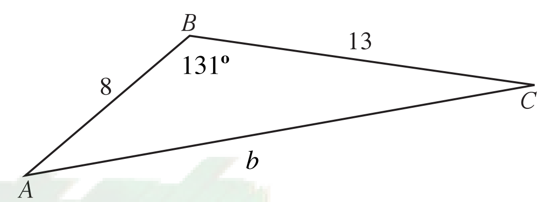
## المجموعة A تمارين مقالية

**في التمرينين (2−1)، حلّ كلًّا من المثلثين التاليين:**

**(1)**




**(2)**




**في التمارين (8−3)، حلّ كل مثلث مما يلي:**

**(3)** $a = 12, b = 21, m(\widehat{C}) = 95^\circ$

**(4)** $b = 22, c = 31, m(\widehat{A}) = 82^\circ$

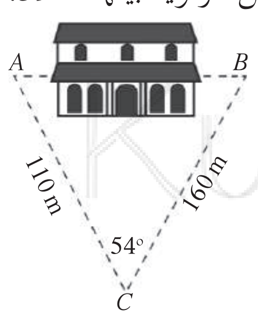
**(5)** $a = 2, b = 5, c = 4$

**(6)** $a = 3.2, b = 7.6, c = 6.4$

**(7)** $m(\widehat{A}) = 63^\circ, a = 18.6, b = 11.1$

**(8)** $m(\widehat{A}) = 71^\circ, a = 9.3, b = 8.5$

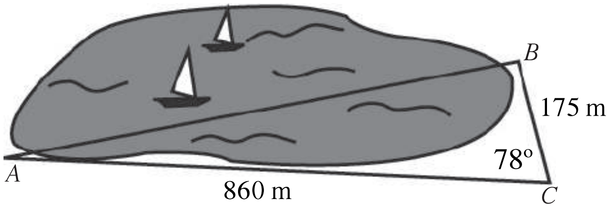
**(9)** **في الهندسة:** متوازي أضلاع يساوي طول ضلعيه المتجاورين 18 cm، 26 cm وقياس الزاوية بينهما $39^\circ$. أوجد طول قطره الأصغر.




**(10)** **قياس المسافة بطريقة غير مباشرة:** أراد عادل أن يقيس المسافة بين نقطتين $A$ و$B$ في جهتين مختلفتين من مبنى وذلك من الموقع $C$ الذي يبعد عن $A$ مسافة 110 m وعن $B$ مسافة 160 m كما في الشكل المقابل.

إذا كان $m(\widehat{C}) = 54^\circ$. فأوجد المسافة $AB$.

**(11)** **حسابات مسّاحي الأراضي:** أراد خالد أن يقيس المسافة من $A$ إلى $B$ في جهتين مختلفتين من البحيرة. فوقف في الموقع $C$ الذي يبعد عن $A$ مسافة 860 m وعن $B$ مسافة 175 m وقاس الزاوية $C$ فوجد أن قياسها $78^\circ$، أوجد طول المسافة $AB$.



## المجموعة B تمارين موضوعيّة

**في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.**

**(1)** في المثلث $ABC$: $AB = 24\,\text{cm}$ , $AC = 19\,\text{cm}$ , $BC = 27\,\text{cm}$ فإنّ: $m(\widehat{A}) \approx 76.82^\circ$ (a) (b)

**(2)** في المثلث $ABC$: $m(\widehat{A}) = 60^\circ$ , $BC = 44\,\text{cm}$ , $AB = 20\,\text{cm}$ فإنّ: $AC \approx 50.5\,\text{cm}$ (a) (b)

**(3)** في المثلث $ABC$: $b^2 + c^2 < 2bc\cos A$ (a) (b)

**(4)** إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي $5\,\text{cm}, 8\,\text{cm}, 12\,\text{cm}$ فإن قياس الزاوية الكبرى في هذا المثلث يساوي حوالى $133.4^\circ$ (a) (b)

**في التمارين (10–5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.**

**(5)** في المثلث $ABC$ : $m(\widehat{C}) = 60^\circ$ , $AC = 10\,\text{cm}$ , $BC = 20\,\text{cm}$ فإن طول $\overline{AB}$ يساوي:

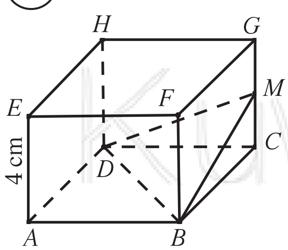
(a) $AB = 10\sqrt{7}\,\text{cm}$ (b) $AB = 10\sqrt{3}\,\text{cm}$ (c) $AB = 12.4\,\text{cm}$ (d) $AB = 29\,\text{cm}$

**(6)** في المثلث $ABC$ : $m(\widehat{A}) = 120^\circ$ , $AB = 30\,\text{cm}$ , $AC = 40\,\text{cm}$ فإنّ طول $\overline{BC}$ يساوي:

(a) $BC \approx 60.8\,\text{cm}$ (b) $BC \approx 36\,\text{cm}$ (c) $BC \approx 68\,\text{cm}$ (d) $BC \approx 21\,\text{cm}$

**(7)** إذا كان $BC = 25\,\text{cm}$ , $AC = 17\,\text{cm}$ , $AB = 12\,\text{cm}$ فإنّ قياس الزاوية الكبرى في المثلث $ABC$ يساوي حوالى:

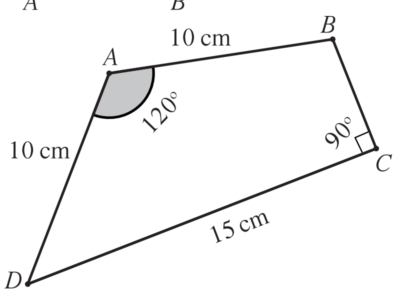
(a) $118^\circ$ (b) $110^\circ$ (c) $125^\circ$ (d) $100^\circ$




**(8)** $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه 4 cm، النقطة $M$ منتصف الضلع $\overline{GC}$

فإن: قياس الزاوية $(D\widehat{M}B)$ يساوي:

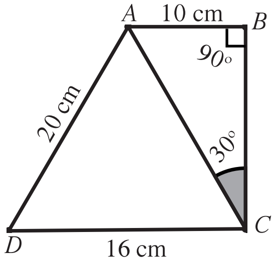
(a) $78.46^\circ$ (b) $86.82^\circ$ (c) $11.54^\circ$ (d) $3.2^\circ$




**(9)** في الشكل الرباعي $ABCD$ طول $\overline{BC}$ هو:

(a) 12.16 cm (b) 8.66 cm

(c) 11.5 cm (d) 13.7 cm




**(10)** في الشكل الرباعي $ABCD$، قياس الزاوية $(B\widehat{A}D)$ يساوي تقريبًا:

(a) $110^\circ$ (b) $104^\circ$

(c) $107^\circ$ (d) $120^\circ$

# مساحة المثلث

# Area of Triangle

## المجموعة A تمارين مقالية

**في التمرينين (2–1)، أوجد مساحة المثلث $ABC$ بطريقتين مختلفتين.**

**(1)** $m(\hat{A}) = 47°$ , $b = 32$ cm , $c = 19$ cm

**(2)** $a = 4$ cm , $b = 5$ cm , $c = 8$ cm

**في التمارين (6–3)، استخدم قاعدة هيرون لإيجاد مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه كالتالي. (الأطوال بالسنتيمتر).**

**(3)** $a = 5$ , $b = 9$ , $c = 7$

**(4)** $a = 23$ , $b = 19$ , $c = 12$

**(5)** $a = 19.3$ , $b = 22.5$ , $c = 31$

**(6)** $a = 18.2$ , $b = 17.1$ , $c = 12.3$

## المجموعة B تمارين موضوعيّة

**في التمارين (6–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و(b) إذا كانت العبارة خاطئة.**

**(1)** إذا عرفت أطوال أضلاع مثلث فيمكن استخدام قاعدة هيرون لإيجاد مساحته. (a) (b)

**(2)** لا يمكن إيجاد مساحة مثلث بمعلومية قياسات زواياه الثلاثة. (a) (b)

**(3)** لا يمكن استخدام قاعدة هيرون إذا كان المثلث قائم الزاوية. (a) (b)

**(4)** إن معرفة قياس إحدى زوايا مثلث هو شرط ضروري لإيجاد مساحته. (a) (b)

**(5)** إذا كان $a, b$ طولا ضلعين متتاليين في متوازي أضلاع و$\theta$ قياس الزاوية بينهما فإن مساحة متوازي الأضلاع تساوي $ab\sin\theta$ (a) (b)

**(6)** في المثلث $ABC$: $AC = 9$ cm , $AB = 7$ cm , $BC = 5$ cm
فإن مساحة المثلث $ABC$ تساوي حوالى $15\text{ cm}^2$ (a) (b)

**في التمارين (10–7)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.**

**(7)** إذا كان: $m(\widehat{C}) = 40^{\circ}$ , $b = 3\,\text{cm}$ , $a = 2\,\text{cm}$ فإن مساحة المثلث $ABC$ تساوي حوالى:

(a) $4.6\,\text{cm}^2$

(b) $3.86\,\text{cm}^2$

(c) $1.93\,\text{cm}^2$

(d) $2.3\,\text{cm}^2$

**(8)** مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه $9$ cm , $8$ cm , $7$ cm هي:

(a) $6\sqrt{15}\,\text{cm}^2$

(b) $12\sqrt{5}\,\text{cm}^2$

(c) $16\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

(d) $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

**(9)** مساحة مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه $a$ هي:

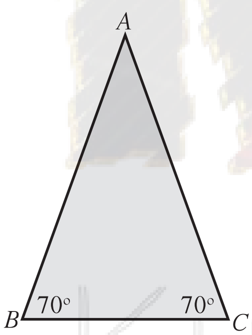
(a) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\,\text{units}^2$

(b) $a^2\,\text{units}^2$

(c) $\frac{1}{2}a^2\,\text{units}^2$

(d) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\,\text{units}^2$

**(10)** إذا كانت مساحة المثلث $ABC$ تساوي حوالى $8\,\text{cm}^2$ فإن طول $\overline{AB}$ هو حوالى:




(a) 5 cm

(b) 8 cm

(c) 4 cm

(d) 6 cm

# اختبار الوحدة الثامنة

**في التمارين (3–1)، ارسم بيان كل دالة.**

**(1)** $y = -2\cos x$ **(2)** $y = 2\sin 2x$ **(3)** $y = \tan\frac{3}{2}x$

**في التمارين (8–4)، حدّد دورة كل دالة وسعتها إذا كان ممكنًا.**

**(4)** $y = 1.5\sin x$ **(5)** $y = 5\cos\frac{x}{2}$ **(6)** $y = -4\sin\frac{\pi}{3}x$

**(7)** $y = \tan 2.5x$ **(8)** $y = -\tan\frac{\pi}{6}x$

**(9)** اكتب معادلة دالة على صورة $y = a\sin(bx)$ إذا كانت السعة 3، الدورة $4\pi$

**في التمرينين (11–10)، استخدم التحويلات لكي تصف كيف أن التمثيل البياني لمنحنيات الدوال التالية مرتبطًا بالتمثيل البياني للدوال المثلثية الأساسية $\sin x$ أو $\cos x$**

**(10)** $y = -2\sin\frac{\pi x}{4}$ **(11)** $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

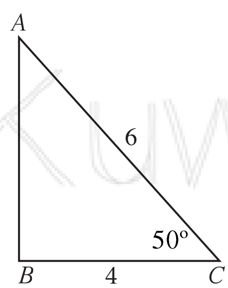
**في التمارين (15–12)، أوجد مساحة كل مثلث.**

**(12)** $m(\widehat{A}) = 20^\circ, b = 5\text{ cm}, c = 5\text{ cm}$ **(13)** $a = 4\text{ cm}, b = 3\text{ cm}, c = 5\text{ cm}$

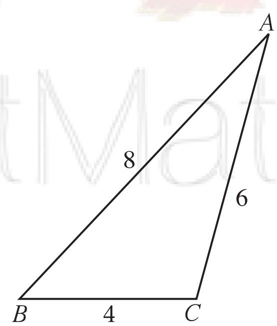
**(14)** $m(\widehat{A}) = 10^\circ, m(\widehat{C}) = 40^\circ, c = 3\text{ cm}$ **(15)** $a = 4\text{ cm}, b = 2\text{ cm}, c = 3\text{ cm}$

**في التمارين (18–16)، أوجد العناصر المجهولة (قياس زاوية أو طول ضلع) في كل مثلث مما يلي:**

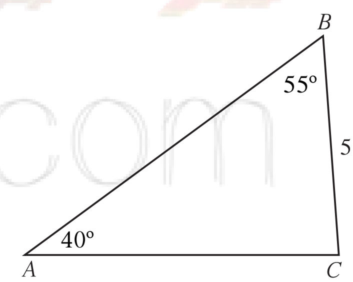
**(16)**



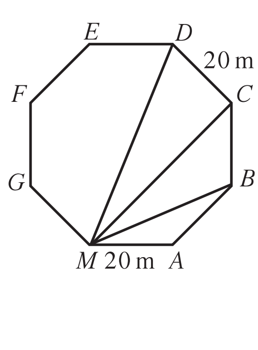

**(17)**




**(18)**




**(19)** **الملاحة الجوية:** أقلعت طائرتان في الوقت نفسه، إحداهما في اتجاه الشرق بسرعة 560 km/h والأخرى في اتجاه الشمال الشرقي بسرعة 600 km/h، أوجد البعد بينهما بعد ساعتين من افتراقهما علمًا أنهما تحلقان على الارتفاع نفسه.




**(20)** **التصميم الزراعي:** صمم مهندس زراعي حديقة على شكل مثمن منتظم، طول كل ضلع من أضلاعه 20 m

أوجد أطوال الأقطار $MB$ , $MC$ , $MD$

## تمارين إثرائية

**في التمرينين (2—1)، حدّد السعة، الدورة، الإزاحة الأفقية، الإزاحة الرأسية لكل من الدوال التالية:**

**(1)** $y = 3\cos(x+3) - 2$

**(2)** $y = \frac{2}{3}\sin\left(\frac{x-3}{3}\right) + 1$

**في التمرينين (4—3)، صف العلاقة بين التمثيل البياني لكل من الدالتين $f , g$**

**(3)** $f(x) = 2\cos\pi x \ , \ g(x) = 2\cos 2\pi x$

**(4)** $f(x) = 3\sin\frac{2\pi x}{3} \ , \ g(x) = 2\sin\frac{\pi x}{3}$

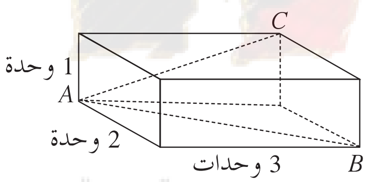
**(5)** **إيجاد الارتفاع:** وقف شخصان في جهتين مختلفتين من شجرة كبيرة بينهما مسافة $122\ \text{m}$، إذا كانت زاوية ارتفاع قمة الشجرة بالنسبة إلى كل منهما $15°$، $20°$، فأوجد ارتفاع الشجرة.

**(6)** **تصميم العجلة الدوّارة:** تتكوّن العجلة الدوارة من 16 عربة متساوية البعد، تبلغ المسافة بين كرسيين متجاورين $4.72\ \text{m}$، أوجد نصف قطر العجلة.

**(7)** **اكتب لتتعلم:** حدّد أي من الحالات التالية يمكن حلها باستخدام قانون الجيب أو قانون جيب التمام إذا علمت: $A.S.A$، $S.A.A$، $S.S.A$، $S.A.S$، $S.S.S$.

**(8)** **الربط بين حساب المثلثات والهندسة:** $CAB$ زاوية داخلية لصندوق مستطيل الشكل، أطوال أضلاعه بالوحدات هي: $3 \ , \ 2 \ , \ 1$

أوجد $m(C\hat{A}B)$




**(9)** في المثلث $ABC$ أثبت أنّ: $\frac{\cos A}{a} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2abc}$