تمرَّنْ
3−1

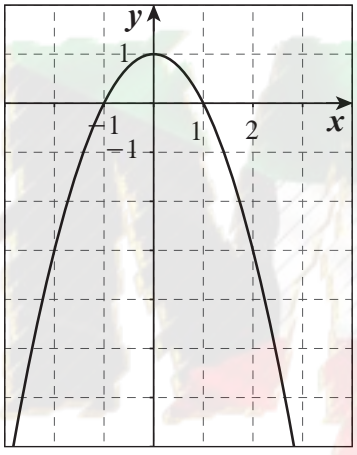
دوال القوى ومعكوساتها

Power Functions and their Inverses

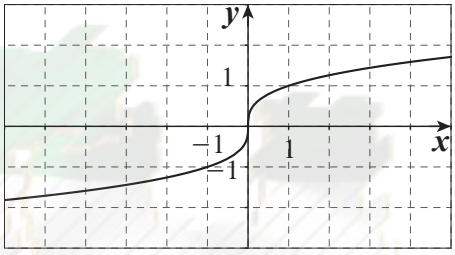
المجموعة A تمارين مقالية

في التمارين (4−1)، الأشكال التالية تمثل دوال. صف تماثل كل دالة ثم وضّح هل هي زوجية أم فردية أم ليست زوجية وليست فردية.

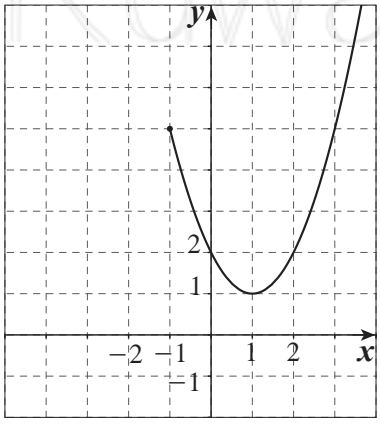
(1) $y = -x^2 + 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$



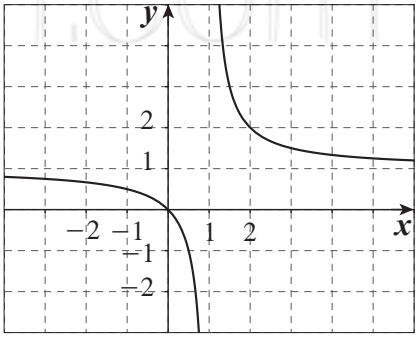
(2) $y = \sqrt[3]{x} \quad \forall x \in \mathbb{R}$



(3) $y = x^2 - 2x + 2 \quad \forall x \in [-1, \infty)$



(4) $y = \frac{x}{x-1} \quad \forall x \in \mathbb{R}/\{1\}$



KuwaitMath.com

في التمارين (9–5)، اذكر ما إذا كانت كل من الدوال التالية فردية أم زوجية أم ليست فردية وليست زوجية.

(5) $y = x^3$ **(6)** $y = (x-1)^3 + 2$ **(7)** $y = x^4$

(8) $y = -x^4 + 3$ **(9)** $y = -\sqrt[4]{x}$

في التمارين (15–10)، أوجد معكوس كل دالة مما يلي:

(10) $y = \frac{1}{3}x^3$ **(11)** $y = 2\sqrt[4]{x}$ **(12)** $y = \frac{1}{3}x^4$

(13) $y = \frac{1}{3}\sqrt[3]{x}$ **(14)** $y = \sqrt[3]{x-1}$ **(15)** $y = (x+2)^4 - 3$

(16) **(a)** العلاقة: $M = 0.008p^3$، وزن بطيخة «M» بالجرام حيث محيطها «p» بالسنتيمتر (cm).

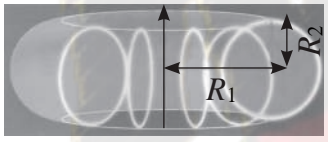
قدّر وزن بطيخة محيطها 80 cm

(b) من العلاقة: $M = 0.008p^3$ اكتب p بدلالة M.

(c) أوجد محيط البطيخة التي وزنها 3.250 kg

(17) **السؤال المفتوح:** اكتب دالة قوى يقع رسمها البياني في الربع الثاني والربع الرابع.

(18) عندما تدور دائرة حول خط مثل الخط الموضح في الشكل أدناه، فإن السطح الناتج يسمى نتوءًا مستديرًا (torus or donut) ويعطى حجمه بالعلاقة: $V = 2\pi^2 R_1 R_2^2$



(a) افرض أن: $R_1 = 3R_2$، تحقّق أن: $V = 6\pi^2 R_2^3$

(b) أوجد V إذا $R_1 = 3R_2$، حيث $R_2 = 1.27$ cm. قرّب الناتج إلى أقرب جزء من 10

(19) وضّح كيف أن المقدار $(-64)^{\frac{1}{2}}$ لا يمثّل عددًا حقيقيًّا، في حين أن المقدار $(-64)^{\frac{1}{3}}$ يمثّل عددًا حقيقيًّا.

(20) **التفكير الناقد:** صف بيان الدالة $f(x) = ax^n$ بحسب الشروط الموضوعة على n , a.

(a) n عدد صحيح زوجي، $a > 0$ **(b)** n عدد صحيح زوجي، $a < 0$

(c) n عدد صحيح فردي، $a > 0$ **(d)** n عدد صحيح فردي، $a < 0$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $y = \sqrt{x^4}$ دالة قوى (a) (b)

(2) $f : [-3,3] \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^5$ دالة فردية (a) (b)

(3) $y = x\sqrt{x}$ دالة زوجية (a) (b)

(4) $y = (x+4)^2$ دالة زوجية (a) (b)

KuwaitMath.com

(5) المستقيم الذي معادلته $y = x$ هو خط تناظر بين النقاط التي تمثل العلاقة r والنقاط التي تمثل معكوسها.

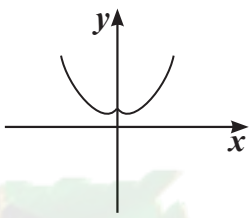
(a) (b)

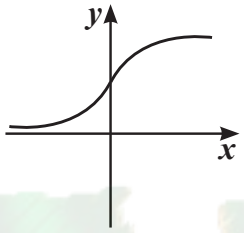
في التمارين (10–6)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

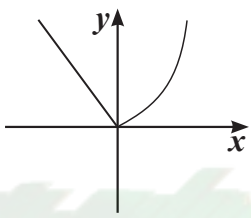
(6) معكوس دالة القوى $y = 0.2x^4$ هو:

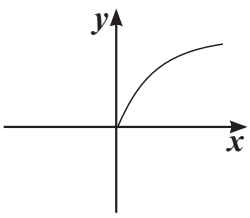
(a) $y = \sqrt[4]{\frac{x}{0.2}}$ (b) $y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{0.2}}$ (c) $y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{2}}$ (d) $y = -\sqrt[4]{5x}$

(7) أي مما يلي تمثل دالة زوجية.

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

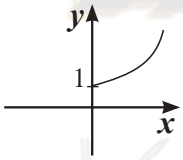
(8) الدالة $y = 4.9t^2$ دالة زوجية إذا كان مجالها:

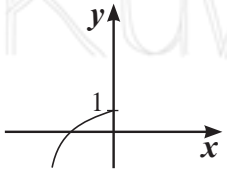
(a) $[-4,4)$ (b) $[-4,2)$ (c) $[-2,2]$ (d) $[0,\infty)$

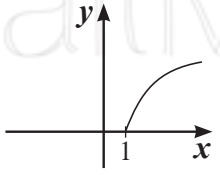
(9) إذا كانت $f:[-4,4] \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3}{64}$ فإن مجال f^{-1} هو:

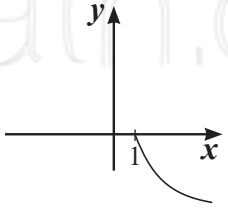
(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}^+$ (c) $[-4,4]$ (d) $[-1,1]$

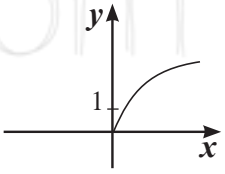
(10) ليكن بيان f^{-1} كما هو موضح في الشكل المقابل. بيان f يمكن أن يكون:



(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

في التمرينين (12–11)، لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب السؤال في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
(11) بيان دالة زوجية متماثل حول:	(a) المستقيم الذي معادلته $x = 0$
(12) بيان دالة فردية متماثل حول:	(b) المستقيم الذي معادلته $y = 0$
	(c) المستقيم الذي معادلته $y = x$
	(d) نقطة الأصل

KuwaitMath.com

تمرَّنْ
3–2

الدوال الحدودية

Polynomial Functions

المجموعة A تمارين مقالية

في التمارين (9–1)، اكتب كل كثيرة حدود مما يلي بالصورة العامة ثم صنفها تبعًا للدرجة وعدد الحدود.

(1) $(2x^2 + 9) - (3x^2 - 7)$

(2) $(7x^2 + 8x - 5) + (9x^2 - 9x)$

(3) $(7x^3 + 9x^2 + 8x + 11) - (5x^3 - 13x - 16)$

(4) $(30x^3 - 49x^2 + 7x) + (50x^3 - 75x - 60x^2)$

(5) $\dfrac{3x^5 + 4x}{6}$

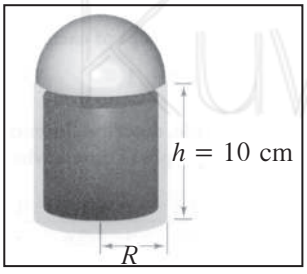
(6) $5x^2(6x - 2)$

(7) $(x^2 + 1)^2$

(8) $(2c - 3)(2c + 4)(2c - 1)$

(9) $(w - 1)^4$

(10) تصميم العبوات: الشكل أدناه يوضّح زجاجة عطر تتكوّن من قاعدة أسطوانية وغطاء نصف كرويّ.



(a) اكتب مقدارًا يعبّر عن حجم الأسطوانة.

(b) اكتب مقدارًا يعبّر عن حجم الغطاء نصف الكرويّ.

(c) اكتب كثيرة حدود تمثّل الحجم الكليّ.

في التمارين (15–11) عيّن سلوك النهاية لبيان كل دالة.

(11) $y = 3x + 2$

(12) $f(x) = -x^2 + x$

(13) $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2$

(14) $y = -4x^4 + 5x^5$

(15) $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + x - 1$

KuwaitMath.com

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) كثيرة الحدود، $\forall a \in \mathbb{R}$, $f(x) = ax^3 + (a+2)x^2 + 5$ هي من الدرجة الثالثة. (a) (b)

(2) المعامل الرئيسي لكثيرة الحدود $f(x) = 2x^5 - 3x^3(1-x^2)$ هو 2 (a) (b)

(3) كثيرة الحدود $(1-x^2)^3(x+1)$ هي من الدرجة السابعة. (a) (b)

(4) إذا كانت الدالة الحدودية من الدرجة n فإن لها n حدًّا. (a) (b)

في التمارين (7–5)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) $(x+1)^3$ يساوي:

(a) $x^3 + 1$

(b) $(x+1)(x^2+x+1)$

(c) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

(d) $x^3 + x^2 + x + 1$

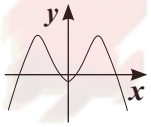
(6) أي مما يلي يساوي $2x^4 - 3x + 6$ ؟

(a) $(x^4 - 2x^2 + 3) - (x^4 - x^2 - 9)$

(b) $2x^4 - 3(x+6)$

(c) $(3x^4 - x + 3) + (3 - 2x - x^4)$

(d) $x(2x^3 - 3x) + 6$

(7) سلوك نهاية الدالة 

هو:

(a) $(\nwarrow, \nearrow)$ (b) $(\swarrow, \searrow)$ (c) $(\swarrow, \nearrow)$ (d) $(\nwarrow, \searrow)$

في التمارين (11–8) لديك قائمتان، اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في من القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
سلوك نهاية الدالة:	(a) $(\nwarrow, \nearrow)$
(8) $f(x) = x^4 - 2x^5$	(b) $(\swarrow, \searrow)$
(9) $g(x) = 2x + x^3 + 5$	(c) $(\swarrow, \nearrow)$
	(d) $(\nwarrow, \searrow)$
سلوك نهاية الدالة:	(a) $(\nwarrow, \nearrow)$
(10) $f(x) = -x^6 + 7x$	(b) $(\swarrow, \searrow)$
(11) $g(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2$	(c) $(\swarrow, \nearrow)$
	(d) $(\nwarrow, \searrow)$

KuwaitMath.com

تمرَّنْ
3–3

العوامل الخطية لكثيرات الحدود

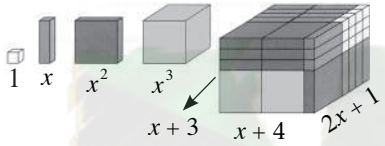
Linear Factors of Polynomials

المجموعة A تمارين مقالية

في التمارين (3–1)، اكتب كل دالة كثيرة حدود في الصورة العامة واذكر درجتها.

(1) $y = (x+3)(x+4)(x+5)$ **(2)** $y = (x-3)^2(x-1)$ **(3)** $y = x(x-1)(x+1)$

(4) الهندسة: إذا كان طول صندوق $2x+1$ من الوحدات، وعرضه $x+4$ من الوحدات، وارتفاعه $x+3$ من الوحدات، وقد كونته باستخدام الكتل الخشبية x^3، x^2، x، الوحدة (1). فإلى كم كتلة تحتاج من كل منها؟



(5) الهندسة: صندوق على شكل شبه مكعب طوله: $2x+3$ من الوحدات، عرضه $2x-3$ من الوحدات، ارتفاعه $3x$ من الوحدات. عبّر عن حجم الصندوق في صورة كثيرة حدود.

في التمارين (8–6)، عيّن أصفار كل دالة وتكرارها.

(6) $y = (x-1)(x+2)$ **(7)** $y = (x+3)^3$ **(8)** $y = x(x-2)^2(x+9)$

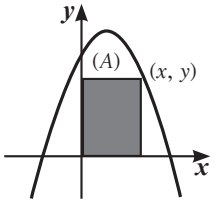
في التمارين (12–9)، أوجد أصفار كل دالة مما يلي ثم ارسم بيانًا تقريبيًّا لكل منها مراعيًا سلوك النهاية لبيان كل دالة.

(9) $y = (x-2)(x+2)$ **(10)** $y = (x+1)(x-2)(x-3)$

(11) $y = x(x+2)^2$ **(12)** $y = (x+1)^2(x-2)(x-1)$

(13) التفكير الناقد: كيف تعرف نقاط تقاطع الرسم البياني لدالة كثيرة الحدود مع محور الصادات دون رسمها بيانيًّا؟

(14) الهندسة التحليلية: يوضح الشكل أدناه منطقة مستطيلة الشكل، أحد أركانها يقع على الرسم البياني للدالة: $y = -x^2 + 2x + 4$



(a) اكتب مساحة المنطقة المستطيلة (A) كدالة كثيرة حدود في الصورة العامة.

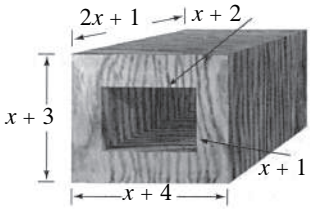
(b) أوجد مساحة المنطقة المستطيلة إذا كانت $x = 2\frac{1}{2}$

(15) السؤال المفتوح: اكتب دالة كثيرة حدود لها المميزات التالية:

ثلاثة أصفار مختلفة، أحد أصفارها هو العدد 1، وصفر آخر من أصفارها مكرر مرتين.

KuwaitMath.com

(16) الصناعات الخشبية: بدأ نجار عمله باستخدام كتلة خشبية كالموضحة في الشكل.



(a) عبّر عن حجم الكتلة الخشبية الأصلية وحجم التجويف في شكل كثيرتي حدود في الصورة العامة.

(b) اكتب كثيرة حدود لحجم الخشب المتبقي.

في التمارين (20–17)، اكتب دالة كثيرة الحدود في الصورة العامة مستخدمًا الأصفار المعطاة:

(17) $1, -1$ **(18)** $0, 1, 2$ **(19)** $-4, -1, 3$ **(20)** $\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, 2$ (مكرر مرتين)

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f تقبل القسمة على $(2x+3)$ فإن $f\left(\frac{3}{2}\right)=0$ (a) (b)

(2) إذا كانت $(x+2)$ عامل من عوامل الحدودية g فإن $g(-2)=0$ (a) (b)

(3) إذا قبلت $f(x)=x^4-2x^2+k+1$ القسمة على x فإن $k=-1$ (a) (b)

(4) باقي قسمة حدودية من الدرجة n على حدودية من الدرجة الأولى هو عدد ثابت. (a) (b)

(5) $(x+1)$ عامل من عوامل الحدودية: $p(x)=x^3-x^2-2x$ (a) (b)

في التمارين (13–6)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

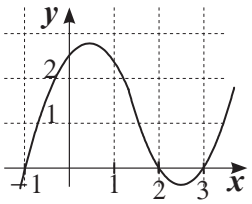
(6) إذا كان $x=-2a$ صفر من أصفار كثيرة حدود فإن أحد عواملها هو:

(a) $(x-2a)$ (b) $(2x+a)$ (c) $(2x-a)$ (d) $(x+2a)$

(7) أي من المقادير التالية إذا ضرب في $(x-1)$ يصبح الناتج كثيرة حدود تكعيبية ثلاثية:

(a) $(x-1)^2$ (b) x^2-x (c) x^2-1 (d) x^2+1

(8) ليكن بيان f كما في الشكل المرسوم فإن مجموعة حل المعادلة $f(x)=0$ هي:



(a) $\{-1,2,3\}$ (b) $\{1,-2,-3\}$

(c) $\{-1,0,2,3\}$ (d) $\{0\}$

(9) شبه مكعب أبعاده $3x$, $2x-3$, $2x+3$ فتكون دالة الحجم $f(x)$ تساوي:

(a) $4x^2-9$ (b) $3x(4x^2+9)$ (c) $12x^2-9x$ (d) $12x^3-27x$

(10) قيمة k التي تجعل $(x-1)$ عاملًا من عوامل $f(x)=(x^2+x-2)+2k$ هي:

(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

KuwaitMath.com

(11) $f(x) = x^3 - x$ تقبل القسمة على $x - k$ إذا كان k ينتمي إلى المجموعة:

(a) $\{0\}$ (b) $\{-1\}$ (c) $\{1\}$ (d) $\{0, -1, 1\}$

(12) إذا كانت $f(x)$ تقبل القسمة على $(x-2)^2$ فإن:

(a) $x = 2$ صفر من أصفار الدالة f

(b) $x = 2$ صفر مكرر من أصفار الدالة f

(c) $x = -2$ صفر من أصفار الدالة f

(d) $x = -2$ صفر مكرر من أصفار الدالة f

(13) $x + m$ عامل من عوامل:

(a) $f(x) = x^2 + m$

(b) $f(x) = x^3 + mx$

(c) $f(x) = x^3 + mx^2$

(d) $f(x) = x^2 + m^2$

KuwaitMath.com

تمرَّنْ
3–4

قسمة كثيرات الحدود

Dividing Polynomials

المجموعة A تمارين مقالية

في التمارين (4–1)، اقسم مستخدمًا قسمة كثيرة الحدود المطولة.

(1) $(x^2 - 3x - 40) \div (x + 5)$

(2) $(x^3 + 3x^2 - x + 2) \div (x - 1)$

(3) $(x^3 - 13x - 12) \div (x - 4)$

(4) $(9x^3 - 18x^2 - x + 2) \div (3x + 1)$

في التمرينين (6–5)، بيّن ما إذا كانت كل ثنائية حد عاملًا من عوامل $x^3 + 4x^2 + x - 6$

(5) $x - 3$

(6) $x + 2$

في التمارين (11–7)، اقسم مستخدمًا القسمة التركيبية.

(7) $(x^3 + 3x^2 - x - 3) \div (x - 1)$

(8) $(-2x^3 + 5x^2 - x + 2) \div (x + 2)$

(9) $(2x^4 + 6x^3 + 5x^2 - 45) \div (x + 3)$

(10) $(x^3 - 3x^2 - 5x - 25) \div (x - 5)$

(11) $(2x^3 + 4x^2 - 10x - 9) \div (x - 3)$

في التمرينين (13–12)، استخدم القسمة التركيبية والعامل المعطى لتحليل كل دالة كثيرة حدود بالكامل.

(12) $y = x^3 + 2x^2 - 5x - 6 \; ; \; x + 1$

(13) $y = x^3 - 4x^2 - 9x + 36 \; ; \; x + 3$

(14) الهندسة: يعطى حجم صندوق بالمعادلة: $V(x) = x^3 + x^2 - 6x$ بالأمتار المكعبة (m^3) : $x > 2$

ما الأبعاد الممكنة لهذا الصندوق؟

في التمارين (18–15)، استخدم القسمة التركيبية ونظرية الباقي لإيجاد $f(a)$

(15) $f(x) = x^3 + 4x^2 - 8x - 6 \; ; \; a = -2$

(16) $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9 \; ; \; a = 3$

(17) $f(x) = 2x^3 - x^2 + 10x + 5 \; ; \; a = \frac{1}{2}$

(18) $f(x) = 2x^4 + 6x^3 + 5x^2 - 45 \; ; \; a = -3$

(19) (a) التفكير المنطقي: كثيرة حدود $f(x)$ قسمت على ثنائية الحدّ $(x - a)$ والباقي صفر.

ماذا يمكنك أن تستنتج؟ فسّر.

(b) تفكير ناقد: وضّح لماذا $x^2 + 1$ لا يمكن تحليلها باستخدام أعداد حقيقية؟

(c) اكتشاف الخطأ: حلّل طالب كثيرة الحدود: $x^3 - x^2 - 2x$ إلى ثلاثة عوامل، وكان $(x - 1)$ أحد هذه العوامل. استخدم القسمة لتثبت أن الطالب ارتكب خطأ.

KuwaitMath.com

في التمارين (22–20)، اقسم ما يلي:

(20) $(2x^3 + 9x^2 + 14x + 5) \div (2x + 1)$ **(21)** $(x^5 + 1) \div (x + 1)$

(22) $(3x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 3x - 2) \div (3x - 2)$

في التمارين (25–23)، اقسم ثمّ أوجد نمطًا في الإجابات.

(23) $(x^2 - 1) \div (x - 1)$ **(24)** $(x^3 - 1) \div (x - 1)$ **(25)** $(x^4 - 1) \div (x - 1)$

(26) مستخدمًا الأنماط، اقسم $(x^5 - 1) \div (x - 1)$

في التمارين (29–27)، اقسم ثمّ أوجد نمطًا في الإجابات.

(27) $(x^3 + 1) \div (x + 1)$ **(28)** $(x^5 + 1) \div (x + 1)$ **(29)** $(x^7 + 1) \div (x + 1)$

(30) مستخدمًا الأنماط، أوجد $(x^9 + 1) \div (x + 1)$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كان باقي قسمة كثيرة الحدود $f(x)$ على $(x + \alpha)$ يساوي صفرًا فإن α عامل من عوامل f (a) (b)

(2) الدالة $f(x) = (x - 2)^2 - 1$ تقبل القسمة على $(x - 1)$ (a) (b)

(3) باقي قسمة $(x^3 + a^3)$ على $(x - a)$ هو $2a^3$ (a) (b)

(4) ناتج قسمة حدودية من الدرجة n حيث $n \geqslant 2$ على حدودية من الدرجة الثانية تكون حدودية من الدرجة $(n - 2)$ (a) (b)

(5) ناتج قسمة حدودية من الدرجة السادسة على حدودية من الدرجة الثالثة تكون حدودية من الدرجة الثانية. (a) (b)

في التمارين من (11–6)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) باقي قسمة $f(x)$ على $g(x) = x - k$ هو:

(a) $g(k)$ (b) $f(k)$ (c) $f(-k)$ (d) $-k$

(7) باقي قسمة $(x^4 + 2)$ على $(x - 3)$ هو:

(a) 3 (b) 27 (c) 81 (d) 83

KuwaitMath.com

(8) ناتج قسمة $(2x^4 - 8x^2)$ على $(x + 2)$ يساوي:

(a) $2x^3 - 4x^2$ (b) $2x^3 - 8x^2$ (c) $x^3 - 4x^2$ (d) $2x^3 - 4x^2 + 2x$

(9) إذا كان 0 هو باقي قسمة $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + kx - 1$ على $(x + 1)$ فإن k تساوي:

(a) 7 (b) -7 (c) -3 (d) 3

(10) إذا كان باقي قسمة $f(x) = x^4 - kx^2 + x - k$ على $(x - 1)$ هو 3 فإن k تساوي:

(a) $\frac{1}{2}$ (b) 3 (c) $-\frac{1}{2}$ (d) $\frac{5}{2}$

(11) إذا كان $f(-1) = f(0) = f(3) = -2$ فإن $f(x)$ يمكن أن تكون:

(a) $x^3 - x^2 + 3x - 2$ (b) $x^3 - 2x^2 - 3x$

(c) $2x^3 - 2x^2 - 3x - 2$ (d) $2x^3 - 4x^2 - 6x - 2$

KuwaitMath.com

تمرَّنْ
3–5

حل معادلات كثيرات الحدود

Solving Polynomial Equations

المجموعة A تمارين مقالية

في التمارين (9–1)، حل كل معادلة مما يأتي وقرّب إجابتك لأقرب جزء من مئة عندما يكون ذلك ضروريًّا.

(1) $6y^2 = 48y$

(2) $3x^3 - 6x^2 - 9x = 0$

(3) $12x^3 - 60x^2 + 75x = 0$

(4) $4x^3 = 4x^2 + 3x$

(5) $2a^4 - 5a^3 - 3a^2 = 0$

(6) $2d^4 + 18d^3 = 0$

(7) $x^3 - 6x^2 + 6x = 0$

(8) $x^3 + 13x = 10x^2$

(9) $2x^3 - 5x^2 = 12x$

في التمارين (12–10)، استخدم التقسيم لحل كل من المعادلات التالية:

(10) $x^3 - 2x^2 - 3 = x - 5$

(11) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$

(12) $x^3 + 2x(x-1) = 1$

في التمارين (17–13)، استخدم الأصفار النسبية الممكنة لحل المعادلات التالية:

(13) $x^4 + 2x^3 + x^2 = 4x^2 + 8x + 4$

(14) $x^3 - 3x + 2 = 0$

(15) $x^3 + x^2 - 8x - 12 = 0$

(16) $x^3 - 7x + 6 = 0$

(17) $x^4 + x^3 - 6x^2 - 4x + 8 = 0$

(18) السؤال المفتوح: لحل معادلة كثيرة حدود، يمكنك استخدام طريقة أو أكثر من الطرق التالية: الرسم البياني، التحليل إلى عوامل، القانون العام لحل المعادلة التربيعية. اكتب معادلة وحلها لتوضح كل طريقة.

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجموعة حل المعادلة $9x^2 + 16 = 0$ هي $\left\{-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right\}$ (a) (b)

(2) مجموعة حل المعادلة $2x^3 + 2 = 0$، $x \in \mathbb{R}$ هي مجموعة أحادية. (a) (b)

(3) إذا كانت $2k$ تنتمي إلى مجموعة حل المعادلة $(4x^2 + 1)\left(\frac{x^2}{4} - 1\right) = 0$ فإن $k \in \{-1, 1\}$ (a) (b)

(4) إن $\{1\}$ هي مجموعة حل المعادلة $3x^4 + 12x^2 - 15 = 0$ (a) (b)

(5) $\frac{2}{3}$ يمكن أن يكون صفرًا للحدودية $f(x) = 2x^3 + bx^2 + cx - 3$ حيث $b, c \in \mathbb{R}$ (a) (b)

KuwaitMath.com

في التمارين (8–6)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) 5 يمكن أن يكون صفرًا من أصفار الحدودية $f(x)$ تساوي:

(a) $ax^3 + x^4 + 5$ (b) $x^5 - 1$ (c) $5x^3 + 6x - 1$ (d) $(x+5)(x^2+25)$

(7) أي قيمة مما يلي **ليست** حلًّا للمعادلة: $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

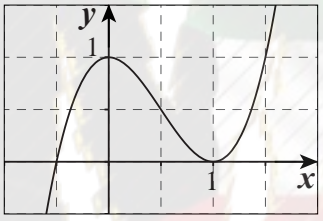
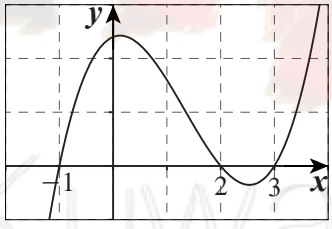
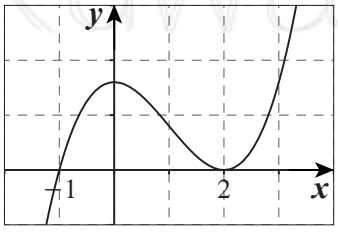
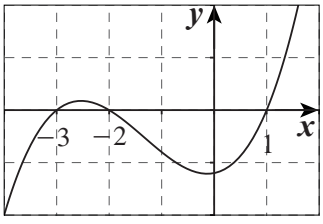
(a) -1 (b) -3 (c) 3 (d) 2

(8) إذا كان $f(m) = f(n) = f(-1) = 0$ فإن f ممكن أن تكون:

(a) $f(x) = (x-1)(x+m)(x+n)$ (b) $f(x) = (x-1)(x-m)^2(x-n)$

(c) $f(x) = (x+1)(x-m)(x-n)^2$ (d) $f(x) = (x+1)(x-mn)$

في التمارين (11–9)، لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
(9) مجموعة حل $f(x) = 0$ هي $\{-1, 2, 3\}$ ∴ بيان الدالة f يمكن أن يكون:	(a) 
(10) مجموعة حل $f(x) = 0$ هي $\{-1, 2\}$ ∴ بيان الدالة f يمكن أن يكون:	(b) 
(11) مجموعة حل $f(x) = 0$ هي $\{1, -2, -3\}$ ∴ بيان الدالة f يمكن أن يكون:	(c) 
	(d) 

KuwaitMath.com

اختبار الوحدة الثالثة

في التمارين (1–4)، أوجد معكوس كل دالة مما يلي:

(1) $y = \frac{1}{2}x^4$ **(2)** $y = (x+1)^3$ **(3)** $y = (x+1)^2 - 3$ **(4)** $y = \sqrt{x+5}$

في التمارين (5–7)، اكتب كل دالة كثيرة حدود في الصورة العامة، ثم صنّفها بحسب عدد الحدود وبحسب الدرجة.

(5) $f(x) = 3x^2 - 7x^4 + 9 - x^4$ **(6)** $f(x) = 11x^2 + 8x - 3x^2$ **(7)** $f(x) = 2x(x-3)(x+2)$

في التمرينين (8–9)، أوجد أصفار الدالة ثم ارسم بيانًا تقريبيًّا لها مراعيًا سلوك النهاية. (قرّب إلى أقرب جزء من عشرة عند الضرورة).

(8) $f(x) = x(x-3)(x+2)$ **(9)** $f(x) = (x-2)^2(x-1)$

في التمارين (10–13)، حلّ كل معادلة. أعط الإجابة الدقيقة أو قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.

(10) $(x-3)(x^2+3x-4) = 0$ **(11)** $(x+2)(x^2+5x+1) = 0$

(12) $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$ **(13)** $x^4 - 2x^2 - x + 2 = 0$

في التمرينين (14–15)، اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة إذا علمت أصفارها:

(14) $0, 4, -2$ **(15)** $2, -1$ (مكرر مرتين)

في التمرينين (16–17)، اقسم مستخدمًا قسمة كثيرة الحدود المطولة.

(16) $(x^3 + 7x^2 - 36) \div (x+3)$ **(17)** $(x^3 + 7x^2 - 5x - 6) \div (x+2)$

في التمرينين (18–19)، اقسم مستخدمًا القسمة التركيبية.

(18) $(x^3 + x^2 + x - 14) \div (x-3)$ **(19)** $(x^4 - 5x^2 + 4x + 12) \div (x+1)$

في التمرينين (20–21)، استخدم القسمة التركيبية ونظرية الباقي لإيجاد $f(a)$

(20) $f(x) = 2x^4 + 19x^3 - 2x^2 - 44x - 24$, $a = \frac{-2}{3}$

(21) $f(x) = -x^3 - x^2 + x$, $a = 0$

KuwaitMath.com

تمارين إثرائية

(1) لتكن: $g(x) = (m+1)x^3 + 11x^2 + 4x - 4$

أوجد قيمة m بحيث يكون $\frac{1}{2}$ أحد أصفار كثيرة الحدود.

(2) أوجد مجموعة حل:

(a) $2x^4 + x^3 - 11x^2 + 11x - 3 = 0$ **(b)** $4x^4 - x^2 + 6x - 9 = 0$

(3) أوجد قيمة a بحيث تكون: $f(x) = x^5 + x^4 - 6x^3 - 14x^2 - (a+5)x - (a-3)$ قابلة للقسمة على $(x+1)^2$

(4) بسّط ما يلي: $\frac{x^3 - 7x + 6}{x^4 + x^3 - 5x^2 + x - 6}$

(5) $g(x) = 4x^4 - 11x^3 - 2x^2 + 23x - 14$

(a) حلّل $g(x)$ إلى عوامل.

(b) أوجد مجموعة حل المعادلة: $g(x) = 0$. قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

(6) لتكن: $f(x) = x^3 - (3a+2b)x^2 + (a+b)x$

(a) أوجد قيم a, b بحيث تكون $(x-2), (x-1)$ من عوامل $f(x)$

(b) حلّل في هذه الحالة $f(x)$ إلى عوامل.

(7) أوجد دالة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية تقبل القسمة على $(2x-1), (x+5)$ وباقي قسمتها على $(x-3)$ يساوي 40

(8) لتكن: $g(x) = x^3 + 8$

(a) أوجد صفرًا لكثيرة الحدود.

(b) حلّل $g(x)$ إلى عوامل.

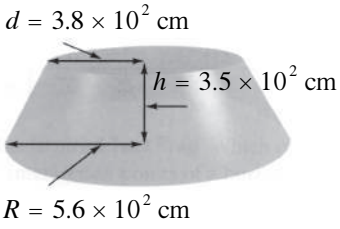
(9) **(a)** اكتب $V(x) = (x^2 + ax + b)^2$ في الصورة العامة.

(b) أثبت أن: $f(x) = x^4 + 6x^3 + 7x^2 - 6x + 1$ هي مربع لكثيرة حدود من الدرجة الثانية.

(10) أوجد نموذجًا تكعيبيًّا للدالة التي تمر في: $(2,0), (1,-1), (0,0), (-1,-3)$، ثم استخدم هذا النموذج لتقدير قيمة y عندما $x = 17$

KuwaitMath.com

(11) الهندسة: استخدم العلاقة: $V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + Rd + d^2)$، لإيجاد حجم المخروط الناقص الموضح في الشكل.



اكتب إجابتك في الصورة العلمية.

(12) الهندسة: صندوق يقل عرضه 2 m عن طوله، و يقل ارتفاعه 1 m عن طوله.

أوجد طول الصندوق عندما يكون حجمه $60\ \text{m}^3$

(13) تريد شركة للتخزين صنع صندوق للتخزين حجمه مثلي حجم أكبر صندوق تخزين لديها، إذا كانت أبعاد أكبر صندوق تخزين لديها هي 120 cm طولًا، 100 cm عرضًا،

90 cm ارتفاعًا، ويراد صنع الصندوق الجديد بزيادة كل بعد المقدار نفسه، فأوجد الزيادة في كل بعد.

(14) الحساب الذهني: إذا كان ناتج ضرب ثلاثة أعداد صحيحة متتالية: $(n-1),\ n,\ (n+1)$ هو 210، فاكتب معادلة وأوجد حلها لإيجاد الأعداد.

(15) الهندسة: حجم خزّان (V) يمثّل بالدالة: $V(x) = x^3 + 8x^2 + 15x$. لنفرض أن x تمثل العرض، $x+3$ تمثّل الطول، $x+5$ تمثل الارتفاع، حجم الخزّان $70\ \text{m}^3$، فما أبعاده؟

KuwaitMath.com