

الوسيط والربع الأدنى والربع الأعلى ومخيط الصندوق ذو العارضتين

Median , Lower and Upper Quartile–Box and Whisker Plot

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) يبيّن الجدول التكراري التالي درجات ١٥ طالب في أحد الاختبارات علماً بأن النهاية العظمى هي ١٠ درجات.

الدرجة	٤	٥	٦	٧	٨	٩	المجموع
التكرار	٢	٣	٢	٣	٣	٢	١٥

(أ) رتب هذه البيانات بحسب القيم تصاعدياً.

(ب) أوجد الوسيط (Q_2) لهذه البيانات.

(ج) أوجد الربع الأدنى (Q_1), والربع الأعلى (Q_3).

(د) مثل هذه البيانات بمخيط الصندوق ذي العارضتين.

(٢) يبيّن الجدول التكراري التالي درجات الحرارة العظمى في ١٢ مدينة في أحد الأيام.

الدرجة	٥٣٠	٥٣٢	٥٣٤	٥٣٦	٥٣٨	٥٤٠	المجموع
التكرار	١	٣	١	٢	١	١	١٢

(أ) أوجد الوسيط (Q_2), الربع الأدنى (Q_1) والربع الأعلى (Q_3).

(ب) مثل البيانات السابقة بمخطط الصندوق ذي العارضتين.

(٣) من المجدول التكراري التالي:

الفئة	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
النكرار	٤	٨	٩	٧	٢	٣٠

(أ) كون جدول التكرار المتجمع الصاعد.



(ب) أوجد الوسيط حسابياً.

(٤) يبيّن المجدول أطوال ٢٤ طالب (بالستيمتر).

الطول	-١٦٠	-١٦٥	-١٧٠	-١٧٥	-١٨٠	-١٨٥	المجموع
النكرار	٤	١	٤	٦	٧	٢	٢٤

(أ) كون جدول التكرار المتجمع الصاعد.

(ب) أوجد الربيع الأدنى حسابياً.

(٥) من الجدول التكراري التالي:

الفئة	-٦	-٨	-١٠	-١٢	-١٤	-١٦	المجموع	النوع
التكرار	٤	٥	٧	٤	٣	٥	٢٨	١٦

(أ) كون جدول التكرار المتجمع الصاعد.



(ب) أوجد الربيع الأعلى حسابياً.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) جاءت أوزان ١٣ طالبًا في أحد صفوف المرحلة الثانوية بالكيلوجرام وفق الجدول التالي:

الوزن	٥٦	٥٧	٥٨	٦٠	٧٠	المجموع
التكرار	٢	٣	٥	٢	١	١٣

مثل هذه البيانات على خطط الصندوق ذي العارضتين.

(٢) تبيّن في إحدى المؤسسات أن عدد سنوات خدمة العاملين فيها يمكن ترتيبه على الجدول التالي:

الفئة (سنوات الخدمة)	-٠	-٥	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	-٣٠	المجموع
عدد العاملين	١٤	٥٣	٤٥	٢٢	١٢	٨	٦	١٦٠

(أ) كون جدول تكراري متجمع صاعد.

(ب) أوجد الوسيط، الربع الأدنى، والربع الأعلى حسابياً.

الإلتوااء

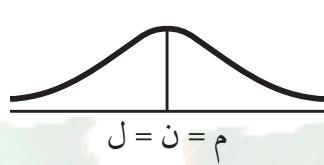
Skewness

المجموعة ١ تمارين أساسية

- (١) لدينا ثلاثة منحنيات بحيث تم تحديد ثلاثة نقاط على كل واحد منها.
حدد أيّ من النقاط تمثل المتوسط الحسابي، أيّ منها تمثل الوسيط وأيّ منها تمثل المتوسط؟



(ج)



(ب)

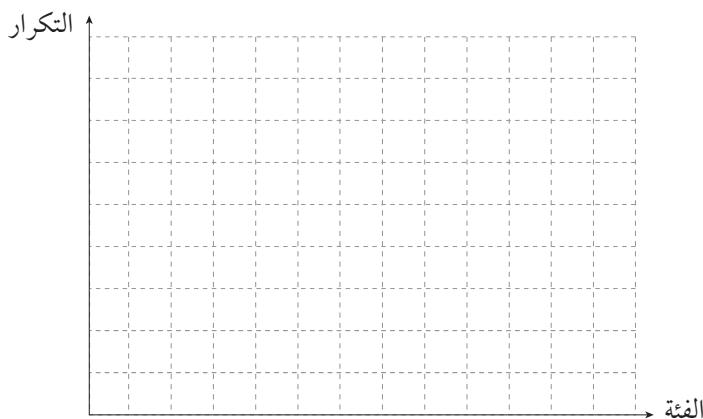


(أ)

- (٢) يبيّن الجدول أدناه التوزيع التكراري لدرجات ٢٧ طالباً في اختبار مادة الرياضيات حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة.

المجموع	-١٨	-١٦	-١٤	-١٢	-١٠	-٨	-٦	-٤	الفئة
التكرار	١	٣	٧	٦	٤	٣	٢	١	

- (أ) مثل هذه البيانات بالدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.



- (ب) استناداً إلى المنحنى التكراري هل يوجد التوااء؟ حدد نوعه إن وجد.

(٣) إن المتوسط الحسابي لرواتب لاعبي إحدى فرق كرة القدم العالمية ١٥٠٠٠٠٠ دينار كويتي. أما وسيط الرواتب هو ٨٠٠٠٠٠ ديناراً كويتياً. ما الذي يفسر هذا الفارق بين المتوسط والوسيط.

(٤) ٢٥ شخص يتبعون حدثاً معيناً، أعمارهم موزعة كالتالي:

٢٥، ٢٢، ٢٢، ١٩، ١٨، ١٧، ١٦، ٨، ٧، ٧، ٦، ٦، ٦، ٤، ٤، ٣

(أ) أوجد كل من المتوسط الحسابي والوسيط؟

(ب) هل يوجد التواء؟ حدد نوعه.

(٥) تتمثل البيانات التالية عدد البطاقات المباعة خلال الأسبوع الأول من عرض أحد الأفلام في عدة صالات عرض: ٤٩٧، ٤٢٩، ٧٤٦، ٤٦٤، ٥٠٤، ٣٢٦

(أ) أوجد الوسيط، الربيع الأدنى، الربيع الأعلى لهذه البيانات.

(ب) مثل هذه البيانات بمخطط الصندوق ذي العارضتين.

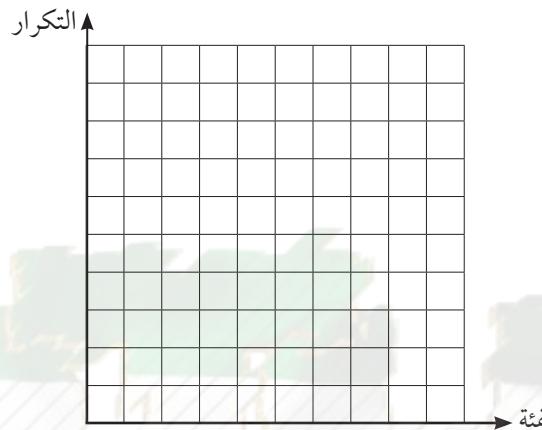
(ج) هل يوجد التواء؟ حدد نوعه إن وجد.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) من المجدول التكراري التالي:

المجموع	-١٠٠	-٨٠	-٦٠	-٤٠	-٢٠	الفئة
٢٠	١	٢	٣	٩	٥	التكرار

(أ) مثل هذه البيانات بالدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.



(ب) هل يوجد التواء؟ حدد نوعه إن وجد.

(٢) يقوم أحد الموظفين في أحد المطارات بتسجيل أوقات تأخير الرحلات عن الوقت المحدد. فجاء زمن تأخير رحلة بالدقائق كالتالي: ٩، ٦، ٤، ٣، ٥، ١٧، ٧، ٦، ١٥، ٥، ٢، ١٢، ٩

(أ) أوجد كلاً من المنوال والوسيط والمتوسط الحسابي.

(ب) هل يوجد التوااء؟ حدد نوعه إن وجد.

(٣) جاءت أوزان ١٦ طالباً بالكمبيوتر كما يلي:

70,77,77,70,72,72,70,70,70,09,08,08,07,07

(أ) احسب الوسيط والربع الأدنى والربع الأعلى.

(ب) مثل هذه البيانات بمخطط الصندوق ذي العارضتين.

(ج) هل البيانات تمثل تماثلاً أم التواء إلى اليمين أو التواء إلى اليسار؟



KuwaitMath.com

مقاييس التشتت وتطبيقاتها

Measures of Dispersion and its Applications

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) في البيانات التالية: ١٤، ١٢، ١١، ٩، ١٣، ١٥، ١٠، ٧، ٨ في البيانات التالية:

(أ) أوجد المدى، الوسيط، الربع الأدنى، الربع الأعلى، نصف المدى الربيعي.

(ب) أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه البيانات.

(٢) تضع شركة لإنتاج الأجبان ملصقاً على كل علبة يبيّن مكونات هذا النوع من الأجبان إضافة إلى أن ٥٠٪ من هذه المكونات هي مواد دهنية.

وقد أظهرت دراسة تحليلية أجريت على ١٠٠ علبة من هذه الأجبان النتائج التالية:

الفئة (نسبة مئوية)	-٤٢	-٤٥	-٤٨	-٥١	-٥٤	المجموع	النكرار	١٠٠

(أ) أكمل الجدول بإضافة صفاً واحداً يبيّن مركز كل فئة.

الفئة (نسبة مئوية)	-٤٢	-٤٥	-٤٨	-٥١	-٥٤	المجموع	النكرار	مركز الفئة

(ب) أوجد المتوسط الحسابي \bar{x} للنسبة المئوية من المواد الدهنية.

(ج) أوجد الانحراف المعياري s لهذه النسب المئوية.

(٣) تبيّن لإحدى المؤسسات الصناعية أن المتوسط الحسابي لأرباحها الشهرية ١٢٥٠ ديناراً بانحراف معياري ٢٢٥ دينار وأن المنحنى التكراري لهذه الأرباح على شكل جرس (توزيع طبيعي).

(أ) طبق القاعدة التجريبية.

(ب) هل وصلت أرباح هذه المؤسسة إلى ٢٠٠٠ دينار.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) في البيانات التالية: ٢٤، ٢٥، ٢٧، ٢١، ١٨، ٢٠، ٢٩، ٢٨

(أ) أوجد المدى، الوسيط، الربع الأدنى، الربع الأعلى، نصف المدى الربيعي.

(ب) أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه البيانات.

(٢) أراد صاحب متجر تصنيف السلع المباعة بحسب أسعارها. فوضع الجدول التالي:

الفئة بالدينار	-٠	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
النكرار	١٩٠	٣٠٠	٤٧٠	٢٨٠	٢٦٠	١٠٠	١٦٠٠

(أ) أوجد المتوسط الحسابي.

(ب) أوجد التباين والانحراف المعياري لأسعار السلع.

(٣) يعلن مصنع لإنتاج الأسلامك المعدنية إن متوسط تحمل السلك هو ٤٠٠ كجم بانحراف معياري ٢٠٠ كجم على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع تحمل الأسلامك المعدنية يقترب كثيراً من التوزيع الطبيعي.

(أ) طبق القاعدة التجريبية.

(ب) أوجد النسبة المئوية للأسلامك المعدنية التي يزيد تحملها عن ١٠٠٠ كجم.

(٤) في المدينة ١ يزن أحد الرجال ٧٥ كجم حيث المتوسط الحسابي لأوزان الرجال هو ٧٠ كجم مع انحراف معياري ٥ كجم للرجال، وفي المدينة ب يزن أحد الرجال ٨٠ كجم حيث المتوسط الحسابي للأوزان هو ٧٦ كجم للرجال مع انحراف معياري ٨ كجم.

أوجد القيمة المعيارية μ_1 لوزن ٧٥ كجم في المدينة ١ والقيمة المعيارية μ_2 لوزن ٨٠ كجم في المدينة ب.

تطبيقات إحصائية

Statistical Applications

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) يبيّن الجدول التالي عدد زيارات الأطفال عند الطبيب خلال سنة:

المجموع	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	٠	عدد الزيارات عند طبيب الأطفال
١٤٠	١	٤	١٥	٣٨	٤٥	٢٧	٨	٢	عدد الأطفال

(أ) أوجد المتوسط الحسابي ووسيط هذه البيانات مستخدماً برنامجاً إحصائياً.

C	B	A
		1
		2
		3
		4
		5
		6

A
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15

(ب) أوجد التباين والانحراف المعياري لهذه البيانات مستخدماً برنامجاً إحصائياً.

E	D	C	B	A
				1
				2
				3
				4
				-

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) قرر أحد أطباء التخدير قياس معدل الألم لدى سبعة مرضى وذلك باستخدام مؤشر قياس من ١٠٠ ملم، فكانت النتائج كما في الجدول التالي:

٥٦	٦	٣	٣	٢	١	١
----	---	---	---	---	---	---

(أ) أوجد كل من المتوسط الحسابي، الوسيط، الانحراف المعياري مستخدماً برنامجاً إحصائياً.
ماذا تلاحظ؟

(ب) حول هذا الطبيب المعطيات من المقياس الأصلي بالملم إلى مقياس جديد مستخدماً دالة \ln في الآلة الحاسبة فيصبح الجدول كما يلي:

D	C	B	A	
			1	
			2	
			3	
			4	
			5	
			6	
			7	
			8	

معدل الألم بعد تطبيق \ln
.
.
٠,٦٩٣١٤٧١٨١
١,٠٩٨٦١٢٢٨٩
١,٠٩٨٦١٢٢٨٩
١,٧٩١٧٥٩٤٦٩
٤,٠٢٥٣٥١٦٩١

أوجد كلاً من المتوسط الحسابي، الوسيط، الانحراف المعياري مستخدماً برنامجاً إحصائياً.
ماذا تلاحظ مقارنة مع نتائج (أ)؟

اختبار الوحدة الرابعة

أسئلة المقال

(١) جاءت نتائج طلاب الفصل الحادي عشر ثانوي في مادة اللغة العربية حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي:
٩، ١١، ١٠، ١٢، ٨، ١٥، ١٣، ١١، ١٦، ١٢، ١٧، ١٦، ١٥، ١٢، ١٨، ١٤، ١٣، ١٨، ١٧، ١٦، ١٥، ١٢، ١٧، ١٦، ١٥، ١٤، ٨
١٧، ١٤، ١١، ١٠، ١٢، ١٥، ١٤، ٨

(أ) أوجد وسيط لهذه البيانات.

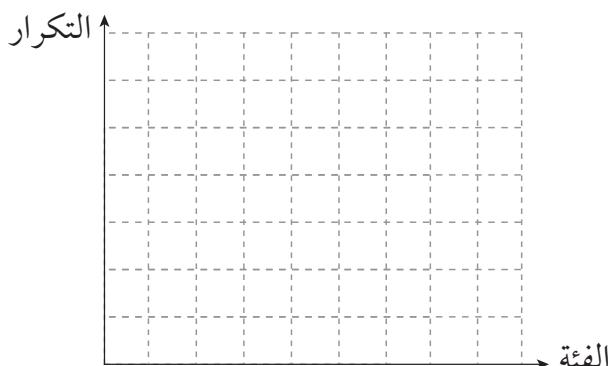
(ب) أوجد الربع الأدنى والربع الأعلى.

(ج) مثل هذه البيانات بمخطط الصندوق ذي العارضتين.

(٢) جاءت أطوال قامات طلاب الفصل الحادي عشر بالستيمتر وفقاً للجدول التالي:

الفئة	-١٦٣	-١٦٦	-١٦٩	-١٧١	-١٧٤	-١٧٨	المجموع
التكرار	٣	٦	٤	٤	٣	٥	٢٥

(أ) مثل هذه البيانات بالمدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.



(ب) هل يوجد التواء؟ حدّد نوعه.

(٣) في دراسة لأوزان عدد من الطلاب بالكيلوجرام جاءت النتائج كما يلي:
٥٦، ٥٧، ٥٨، ٥٩، ٦٠، ٦١، ٦٢، ٦٣، ٦٤، ٦٥، ٦٦، ٦٧، ٦٨، ٦٩.

(٤) الدرجة النهائية لأحد طلاب القسم الثانوي في مادة الرياضيات ١٦، المتوسط الحسابي لدرجات الطالب في مادة الرياضيات ١٣، الانحراف المعياري لهذه الدرجات ١، ٧٥، أما الدرجة النهائية لهذا الطالب في مادة العلوم فكانت ١٦ والمتوسط الحسابي لدرجات الطالب في هذه المادة ١٣ والانحراف المعياري لهذه الدرجات ١، ٨، في أي مادة تعتبر درجة هذا الطالب أفضل؟

(٥) لمعرفة جدية الطالب في أحد الفصول، تم إحصاء عدد الكتب الموجودة مع كل طالب فأأتيت النتائج على الشكل التالي:

المجموع	٦	٥	٤	٣	٢	١	٠	عدد الكتب
٣٠	١	٢	١	٢	٨	١٢	٤	النكرار

(أ) أوجد المتوسط الحسابي والوسيط مستخدماً برنامجاً لإحصائيّاً.

C	B	A
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		
26		
27		
28		
29		
30		
31		

E	D	C	B	A	
					1
					2
					3
					4

(ب) أوجد التباين والانحراف المعياري مستخدماً برنامجاً إحصائياً.

G	F	E	D	C	B	A
						1
						2
						3

(٦) تباري ٩ أصدقاء في ما بينهم لمعرفة عدد الكرات الموجودة داخل علبة مغلقة، عندما يتبيّن أن إحدى الإجابات عن عدد الكرات داخل العلبة صحيحة يكون صاحب الإجابة فائزًا.

جاءت إجابات الأصدقاء كالتالي: ١٢، ٩، ٢، ٧، ٠، ٤، ١، ٠، ٧، ٩- (علمًا أن الأعداد السالبة تعني تقدير عدد الكرات أقل من العدد الفعلي والأعداد الموجبة تعني تقدير عدد الكرات أكبر من العدد الفعلي).

أوجد التباين والانحراف المعياري لأنخطاء تقدير عدد الكرات مستخدماً برنامجاً إحصائياً.



C	B	A
		1
		2
		3
		4
		5
		6
		7
		8
		9
		10

البنود الموضوعية

في البنود (١-٧) عبارات، ظلل **Ⓐ** إذا كانت العبارة صحيحة، **Ⓑ** إذا كانت العبارة خاطئة.

- (١) في البيانات التالية: ٣، ٨، ١٥، ١٢، ٢٠ نصف المدى الربيعي هو ١٧
- (٢) في البيانات التالية: ٣٢٦، ٣٢٥، ٣٢٤، ٣٢١، ٣١٧، ٣١٦، ٣١٤، ٣٠٨ الربيع الأدنى هو ٣١٦، ٥، ٣٣٢، ٣٢٧، ٣٢٦
- (٣) إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة من القيم هو ٤ فإن التباين هو ٢
- (٤) إذا كان المتوسط الحسابي لعينة ما يساوي ٢٠ والانحراف المعياري يساوي ٢ والمنحنى على شكل جرس فإن ٩٥٪ من القيم تقع في [٢٤، ١٦]
- (٥) في مجموعة بيانات إذا كان المتوسط الحسابي $\bar{x} = 14$ ، والانحراف المعياري $s = 5$ فإن القيمة المعيارية لـ $x = 16$ هي $\frac{1}{2}$

(٦) في التوزيع الطبيعي الفترة $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ تحتوي على ٩٥٪ من قيم البيانات.

(٧) في مجموعة بيانات إذا كان المتوسط الحسابي $\bar{x} = 12$ القيمة المعيارية لـ $x = 15$ هي

(ب) ١٥
(أ) ٤ ، فإن الانحراف المعياري $\sigma = 7,5$

الاختيار من متعدد: في البنود (٨-١٣)، لكل بند أربعة خيارات واحد فقط منها صحيح، ظلّل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح.

(٨) إذا كانت القيمة المعيارية لـ $x = 18$ من مجموعة بيانات هي $\sigma = 7,5$ ، والانحراف المعياري $\sigma = 8$ فإن المتوسط الحسابي \bar{x} يساوي:

٢٤- (د)

(ج) ١٢-

(ب) ١٢

(أ) ٢٤

(٩) وسيط البيانات التالية: ١، ٥٠، ١٥، ١٠، ٥، ١٥، ١٠، ٥، ٢٥، ٢٠، ١٠، ١٥، ٢٥، ٢٠، هو:

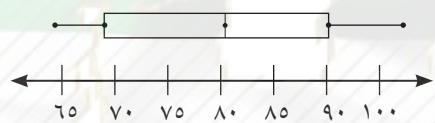
٢٠ (د)

(ج) ١٥

(ب) ١٢,٥

(أ) ١٠

(١٠) من خلال مخطط الصندوق ذي العارضتين التالي، قيمة الربع الأعلى هي:



١٠٠ (د)

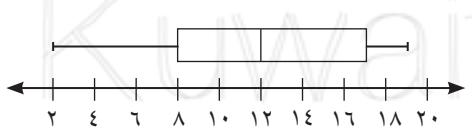
(ج) ٩٠

(ب) ٨٠

(أ) ٧٠

(١١) البيانات: ٦، ٥، ٧، ٦، ٥، ٩، ٩، ٩، ٨، ٧، ٦، ٥ تمثل عدد ساعات استخدام شبكة الإنترنت من قبل طلاب صف الرياضيات.

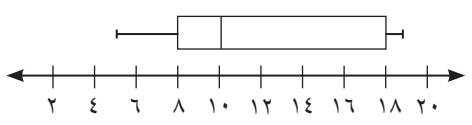
أي مخطط صندوق ذو العارضتين أدناه يمثل هذه البيانات؟



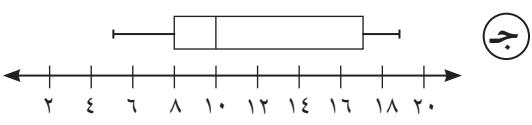
(ب)



(أ)



(د)



(ج)

(١٢) أي ممالي لا يمثل مقاييس النزعة المركزية.

(ب) الوسيط

(أ) المتوسط الحسابي

(د) المتوسط

(ج) التباين

(١٣) في المنحنى التكراري حيث الاتوء لجهة اليمين يكون المتوسط الحسابي:

(ب) أصغر من الوسيط

(أ) أكبر من الوسيط

(د) ليس أي مما سبق صحيحًا

(ج) يساوي الوسيط

تمارين إثرائية

(١) في دراسة لأطوال قمامات عدد من المراهقين بالستيمتر كانت النتائج كما يبيّن الجدول التالي:

الطول	١٥٨	١٥٩	١٦٠	١٦١	١٦٢	١٦٣	١٦٤	١٦٤	١٦٥	١٦٦	١٦٧	١٦٨	١٦٩	١٧٠	١٧١	١٧٢	المجموع	٥٠
التكرار	٢	٣	٤	١	٢	٣	٥	١	٢	٦	٧	٤	١	١	١	١	المجموع	١٧٢

(أ) أوجد الوسيط لهذه البيانات.

(ب) أوجد الربع الأدنى والربع الأعلى.

(ج) مثل هذه البيانات على مخطط الصندوق ذي العارضتين.



(٢) في اختبار مادة الكيمياء كانت درجات الطلاب حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يبيّن الجدول التكراري التالي:

الفئة	-٦	-٨	-١٠	-١٢	-١٤	-١٦	-١٨	المجموع	٣٢
التكرار	٢	٥	٧	٨	٦	٣	١	المجموع	٣٢

(أ) مثل هذه البيانات بالمدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.

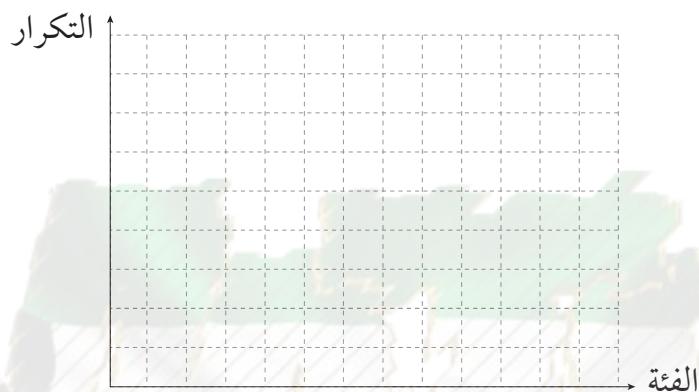


(ب) هل يوجد التواء؟ حدد نوعه إن وجد.

(٣) لاحظ المدرب أن أطوال قامات لاعبي كرة السلة (بالستيمر) موزعة على الجدول التكراري التالي:

الفئة	-١٧٥	-١٨٠	-١٨٥	-١٩٠	-١٩٥	-٢٠٠	المجموع	النوع
التكرار	٢	٣	٣	٦	٨	٣	٢٧	٢٠٠

(أ) مثل هذه البيانات بالدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.



(ب) هل يوجد التواء؟ حدد نوعه إن وجد.

(٤) في اختبار اللغة العربية جاءت نتائج طلاب الصف الحادي عشر حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يبين الجدول التكراري التالي:

الدرجة	-٦	-٨	-١٠	-١٢	-١٤	المجموع	النوع
التكرار	٦	٤	٣	٩	٨	٣٠	٢٠

أوجد المتوسط الحسابي \bar{x} والانحراف المعياري s لقيم هذه البيانات.

(٥) في العاصمة الكويت كان معدل درجات الحرارة لشهر يونيو من سنة ٢٠١١ حوالي 43°C مئوية والانحراف المعياري $5,2$ ، وفي السالمية كان معدل درجات الحرارة لشهر يونيو من سنة ٢٠١١ حوالي 41°C مئوية والانحراف المعياري $3,75$

أوجد القيمة المعيارية لدرجة حرارة 45°C مشتركة في أحد أيام شهر يونيو من سنة ٢٠١١

(٦) لدينا مجموعة الأعداد التالية: $8, 3, 7, 4$.

(أ) أوجد المتوسط الحسابي لهذه الأعداد والانحراف المعياري.

(ب) إذا أضفنا 5 على كل عدد من هذه الأعداد فأوجد متوسطها الحسابي والانحراف المعياري باستخدام برنامج احصائي. ماذا تستنتج؟

F	E	D

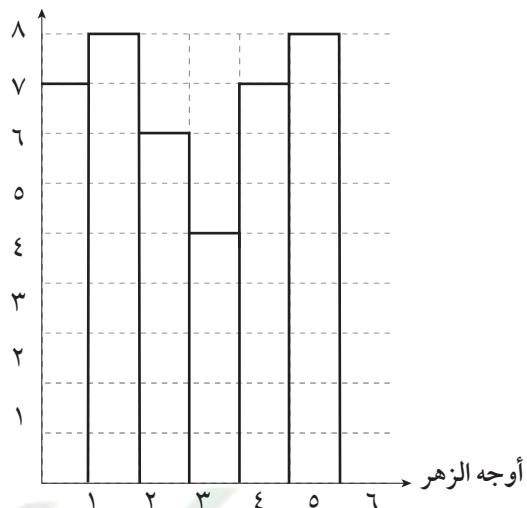
C	B	A	
			1
			2
			3
			4
			5
			6

(ج) إذا ضربنا 5 على كل عدد من هذه الأعداد فأوجد متوسطها الحسابي والانحراف المعياري. ماذا تستنتج؟

I	H	G

(٧) سجّل فيصل نتائج رمي حجر النرد عدداً من المرات فكانت النتائج كما في التمثيل البياني التالي:

التكرار



(أ) كون جدول تكرارياً لهذه البيانات.

C	B	A	
			1
			2
			3
			4
			5
			6
			7
			8
			9
			10
			11
			12
			13
			14
			15
			16
			17

(ب) أوجد المتوسط الحسابي والوسيط لهذه البيانات مستخدماً برنامجاً إحصائياً.

E	D	C	B	A	
					1
					2
					3
					4
					5
					6
					7

(ج) أوجد التباين والانحراف المعياري لهذه البيانات مستخدماً برنامجاً إحصائياً.

G	F	E	D	C	B	A	
							1
							2
							3
							4
							5
							6
							7

KuwaitMath.com