تمرَّنْ
6-1

المساحات في المستوي
Areas in the Plane

المجموعة A تمارين مقالية

(1) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 8x^3$ ومحور السينات والمستقيمين $x = 3$, $x = 1$

(2) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 5x$ ومحور السينات.

(3) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 12 - x^2$ ومحور السينات.

في التمارين (6–4)، أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في الفترة المحددة:

(4) $f(x) = x^2 - x - 6 \ , \ [-3, 2]$

(5) $f(x) = x^3 - 6x \ , \ [0, 3]$

(6) $f(x) = \cos 2x \ , \ \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$

(7) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 4x - x^2$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = 5 + x^2$ والمستقيمين $x = 0$, $x = 2$ علمًا بأن منحنيي الدالتين f , g غير متقاطعين.

(8) أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين $g(x) = \sqrt[3]{x}$, $f(x) = x$، والمستقيمين $x = 5$, $x = 2$.

(9) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 2x^2$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = 3 - x$ والمستقيمين $x = 3$, $x = 0$.

(10) أوجد مساحة المنطقة بين المنحنى $f(x) = 3 - x^2$ والمستقيم $g(x) = -1$.

في التمارين (13–11)، أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيات التالية:

(11) $f(x) = x^2 - 2 \ , \ g(x) = 2$

(12) $f(x) = 2x - x^2 \ , \ g(x) = -2x$

(13) $f(x) = 7 - 2x^2 \ , \ g(x) = x^2 + 4$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = a \ , \ x = b$ هي: $\int_a^b f(x)\,dx$ (a) (b)

(2) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 4 - x^2$ ومحور السينات في $[-2,2]$ هي: $2\int_0^2 f(x)\,dx$ (a) (b)

(3) إذا كانت: $f(x) \le 0 \quad \forall x \in [a,b]$ فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في $[a,b]$ هي: $\int_b^a f(x)\,dx$ (a) (b)

(4) إذا كان منحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 2x - 3$ يقطع محور السينات عند $x = -1$ ، $x = 3$.
فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات هي: $A = \int_{-1}^3 f(x)\,dx$ (a) (b)

(5) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = |x|$ في الفترة $[-2,2]$ هي: 2 وحدة مساحة (a) (b)

في التمارين (6–10)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي:

(a) 9π units^2 (b) 6π units^2

(c) 3π units^2 (d) $\frac{9}{2}\pi$ units^2

(7) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة g : $g(x) = (x-2)^3$ ومحور السينات في الفترة $[0,4]$ بالوحدات المربعة هي:

(a) $2\int_0^2 g(x)\,dx$ (b) $-2\int_0^2 g(x)\,dx$

(c) $\int_0^4 g(x)\,dx$ (d) $-2\int_2^4 g(x)\,dx$

(8) مساحة المنطقة المحددة بين منحنى الدالة $f(x) = 2$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = -\sqrt{x}$ والمستقيمين $x = 0$ ، $x = 4$ هي:

(a) 20 units^2 (b) $\frac{8}{3}$ units^2

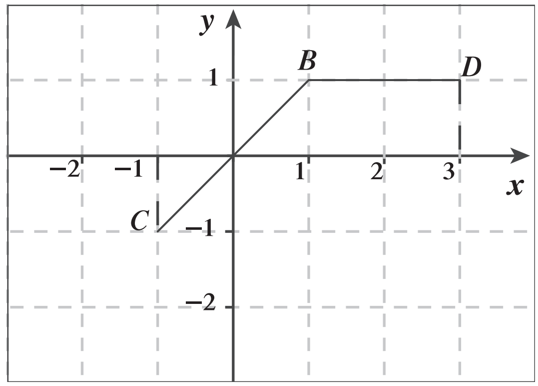
(c) $\frac{40}{3}$ units^2 (d) 8 units^2

(9) مساحة المنطقة المحددة بين منحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = x + 2$ هي:

(a) $\pi - 2$ units^2 (b) π units^2

(c) $\pi + 2$ units^2 (d) 2 units^2

(10) إذا كان بيان الدالة f يمثله $\overline{CB} \cup \overline{BD}$ كما هو موضح بالشكل فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = 3$, $x = -1$ هي:



(a) 3 units^2 (b) 4 units^2 (c) 2 units^2 (d) 5 units^2

تمرَّنْ
6-2

حجوم الأجسام الدورانية
Volumes of Revolution Solids

المجموعة A تمارين مقالية

في التمارين (1–8)، أوجد حجم المجسّم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات المحددة بكل من المستقيمات والمنحنيات التالية:

(1) $y = x^2 \ , \ y = 0 \ , \ x = 2, \ x = 0$

(2) $y = \frac{1}{x} \ , \ y = 0 \ , \ x = 1 \ , \ x = 4$

(3) $y = \sqrt{1 - x^2} \ , \ y = 0$

(4) $y = x^2 + 1 \ , \ y = x + 3$

(5) $y = \sec x \ , \ y = \sqrt{2} \ , \ -\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{4}$

(6) $y = x + 1 \ , \ y = x - 1 \ , \ x = 1 \ , \ x = 4$

(7) $y = x \ , \ y = 1 \ , \ x = 0$

(8) $y = \sqrt{x} \ , \ y = 0 \ , \ x = 4$

(9) باستخدام التكامل المحدد استنتج الصيغة التي تعطى حجم مخروط دائري قائم ارتفاعه h (وحدة طول) وطول نصف قطر قاعدته r (وحدة طول) من دوران منطقة مستوية دورة كاملة حول محور السينات.
(إرشاد: استخدم الدالة f : $f(x) = \frac{r}{h}x$ في الفترة $[0, h]$)

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x}$ في الفترة $[1, 8]$ هو: $V = \pi \int_8^1 (\sqrt[3]{x})^2 dx$ (a) (b)

(2) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 2\sqrt{x}$ في الفترة $[1, 4]$ هو: $V = \pi \int_0^4 4x dx - \pi \int_0^1 4x dx$ (a) (b)

(3) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = \frac{1}{2}x^2$ هو: $V = \pi \int_0^2 \left(x - \frac{1}{2}x^2\right) dx$ (a) (b)

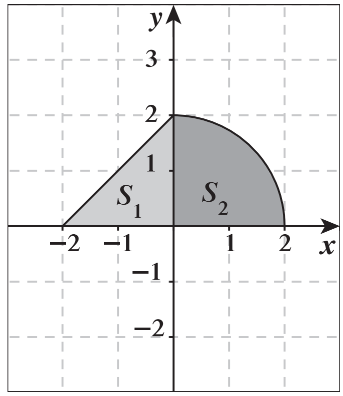
(4) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^3$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = 8$, $x = 0$ يساوي حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات لمنحنى الدالة f ومنحنى الدالة h: $h(x) = -8$, $x = 0$ (a) (b)

في التمارين (5–12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 3$ ومحور السينات في الفترة $[-1, 1]$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 6π (b) 18 (c) 18π (d) 81π

(6) المنطقة المظللة $S = S_1 \cup S_2$ حيث S_1 منطقة مثلثة، S_2 منطقة ربع دائرة كما هو موضح بالشكل.



حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة S بالوحدات المكعبة يساوي:

(a) $\frac{40}{3}\pi$ (b) $4 + 2\pi$ (c) $\frac{16}{3}\pi$ (d) 8π

(7) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $y = -\sqrt{4 - x^2}$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 4π (b) 6π (c) $\frac{16}{3}\pi$ (d) $\frac{32}{3}\pi$

(8) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى الدالة $f : f(x) = \frac{1}{x}$ والمستقيمات $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$ هو:

(a) π units^3 (b) $\frac{\pi}{3}$ units^3 (c) $\frac{\pi}{2}$ units^3 (d) $\frac{\pi}{4}$ units^3

(9) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى الدالة $f : f(x) = \sqrt{x+1}$ والمستقيميين $x = 3$, $x = -1$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 8π (b) 7π (c) 8 (d) $\frac{5}{2}\pi$

(10) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بالمستقيمات $x = 0$, $y = -2$ ومنحنى الدالة $f : f(x) = -\sqrt{x}$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 4π (b) 16π (c) 8π (d) 2π

(11) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين المنحنيين $y = \sqrt{x}$, $x = 2y$ هو:

(a) $\int_0^4 \left(x - \frac{x}{2}\right)^2 dx$ (b) $\pi \int_0^4 \left(\frac{x^2}{4} - x\right) dx$ (c) $\int_0^4 \left(x - \frac{x^2}{4}\right) dx$ (d) $\pi \int_0^4 \left(x - \frac{x^2}{4}\right) dx$

(12) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى $y = \sqrt{x}$ ومنحنى $x = 2y$، هو:

(a) $\frac{64\pi}{15}$ units^3 (b) $\frac{32\pi}{15}$ units^3 (c) $\frac{64\pi}{5}$ units^3 (d) $\frac{8\pi}{3}$ units^3

تمرَّنْ
6-3

طول قوس ومعادلة منحنى دالة
Arc Length and Equation of Function Curve

المجموعة A تمارين مقالية

(1) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3}$ في الفترة $\left[0, \frac{1}{3}\right]$.

(2) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x) = \frac{1}{3}(7 + 4x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $\left[1, \frac{5}{4}\right]$.

(3) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}$ في الفترة $[1, 2]$.

(4) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x, y) هو: $-x^2 + 2x - 4$ ويمر بالنقطة $A(3, 7)$

(5) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x, y) هو: $-4x^3 + 2x + 5$ ويمر بالنقطة $A(1, 3)$

(6) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x, y) هو: $\cos 2x$ ويمر بالنقطة $A\left(\frac{-\pi}{4}, \frac{5}{2}\right)$

(7) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x, y) هو: $\sin 3x$ ويمر بالنقطة $A\left(\frac{2\pi}{9}, \frac{7}{6}\right)$

(8) إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة f عند أي نقطة عليه (x, y) هو $2x + 5$ فأوجد معادلة منحنى الدالة f إذا كان يمر بالنقطة $B(-2, 3)$

(9) لتكن: $f''(x) = 12x^2 - 24x - 1$

أوجد معادلة الدالة f إذا كان لها نقطة عظمى محلية عند $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{15}{16}\right)$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x) = \frac{1}{3}(1 + 4x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[0, 1]$
هو $L = \frac{2}{3}$ وحدة طول.
(a) (b)

(2) منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x, y) هو: $x^3 + 2$ ويمر بالنقطة $A(2, 6)$
معادلتة: $f(x) = \frac{x^4}{4} + 2x + 2$
(a) (b)

(3) منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x, y) هو: $-\sqrt{x} + x$ ويمر بالنقطة $A(1, 1)$
معادلتة: $f(x) = -\frac{2}{3}x\sqrt{x} + x^2 + \frac{2}{3}$
(a) (b)

(4) لتكن $A(1, 3)$ نقطة على منحنى الدالة f : $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ فإن
معادلة الدالة f هي $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$
(a) (b)

في التمارين (9–5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{1}{3}$ في الفترة $[-2,3]$ هو:

ⓐ 7 units ⓑ 6 units ⓒ 5 units ⓓ 1 unit

(6) طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = x - 3$ في الفترة $[0,2]$ هو:

ⓐ $\sqrt{2}$ units ⓑ $2\sqrt{2}$ units ⓒ $3\sqrt{2}$ units ⓓ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ units

(7) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة (x, y) هو: $-x+3$ ويمر بالنقطة $A(2,3)$ هي y تساوي:

ⓐ $-\frac{x^2}{2} + 3x - 4$ ⓑ $\ln|3-x| + 3$ ⓒ $-\frac{x^2}{2} + 3x + 4$ ⓓ $3 - \ln|3-x|$

(8) معادلة منحنى الدالة الذي ميله عند أي نقطة (x, y) هو: $2x - 3\sqrt{x}$ ويمر بالنقطة $A(4,-2)$ هي:

ⓐ $x^2 + 2\sqrt{x^3} - 2$ ⓑ $x^2 - 2\sqrt{x^3}$ ⓒ $x^2 - 2\sqrt{x^3} - 2$ ⓓ $\frac{x^2}{2} - 2\sqrt{x^3} + 2$

(9) إذا كانت النقطة $A(0,2)$ نقطة حرجة لمنحنى الدالة f : $f''(x) = 12x - 6$ فإن النقطة الحرجة الأخرى للدالة f هي:

ⓐ $B(-2,0)$ ⓑ $B(0,-2)$ ⓒ $B(1,-1)$ ⓓ $B(1,1)$

تمرَّنْ
6–4

المعادلات التفاضلية
Differential Equation

المجموعة A تمارين مقالية

(1) أثبت أن الدالة: $y = 3e^x$ هي حل للمعادلة التفاضلية $y'' - y' + 2x = 2x$

(2) أثبت أن الدالة: $y = e^x$ هي حل للمعادلة التفاضلية $y + y'' = 2e^x$

في التمارين (3–19)، حلّ المعادلات التفاضلية التالية:

(3) $y' = x^2 + x + 2$ التي تحقق $y = 4$ عند $x = 1$

(4) $xy' = 1 - x^2$

(5) $xy' = 4$ التي تحقق $y = 1$ عند $x = 1$

(6) $y' = 3y$

(7) $y' = 5y$

(8) $2y' - 5y = 0$ التي تحقق $y = 4$ عند $x = 2$

(9) $\sqrt{2}y' + y = 0$ التي تحقق $y = \sqrt{2}$ عند $x = 0$

(10) $y' = y + 1$

(11) $\frac{1}{2}y' + 4y = 1$ التي تحقق $y = \frac{3}{4}$ عند $x = \frac{1}{4}$

(12) $2y' + y = 4$ التي تحقق $y = 2$ عند $x = 0$

(13) $y'' = -4\sin 4x$

(14) $y'' = 6x - 8$

(15) $2y'' + y' - 15y = 0$

(16) $y'' - 6y' + 9 = 0$

(17) $y'' + 9y = 0$

(18) $y'' - 2y' + y = 0$

(19) $2y'' + 4y' = -3y$

(20) **(a)** حل المعادلة التفاضلية: $y' + 2y = 0$

(b) أوجد الحل الذي يحقق $y = \frac{1}{2}$ عند $x = 0$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (7—1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) المعادلة التفاضلية التالية: $x^2y''' + (y')^2 + y = 0$ من الرتبة الثالثة والدرجة الأولى. (a) (b)

(2) المعادلة التفاضلية التالية: $(y')^2 + 2xy = 0$ من الرتبة الثانية والدرجة الأولى. (a) (b)

(3) إذا كان $y = \frac{1}{2}$ عند $x = 0$, $y' + 2y = 0$ فإن $y = \frac{1}{4}e^{-2x} + \frac{1}{4}$ (a) (b)

(4) إذا كان $y = 1$, عند $x = 0$, $y' + y = 2$ فإن $y = 2e^{-x}$ (a) (b)

(5) إذا كان $y'' + 2y' + 2y = 0$ فإن $y = (c_1 \cos x + c_2 \sin x)e^{-x}$ (a) (b)

(6) إذا كان $y'' + y = 0$ فإن $y = c_1 \cos x + c_2 \sin x$ (a) (b)

(7) إذا كان $y'' - y = 0$ فإن $y = c_1 e^{x} + c_2 e^{-x}$ (a) (b)

في التمارين (14—8)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(8) المعادلة التفاضلية التالية: $\frac{(2y'' + x)^2}{xy} = 3$ من:

(a) الرتبة الأولى والدرجة الثانية.

(b) الرتبة الثانية والدرجة الأولى.

(c) الرتبة الثانية والدرجة الثانية.

(d) الرتبة الأولى والدرجة الأولى.

(9) حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = 2x$ الذي يحقق $y = -2$ عندما $x = 1$ هو:

(a) $y = x^2 + 3$

(b) $y = x^2 - 3$

(c) $y = \frac{x^2}{2} - 3$

(d) $y = \frac{x^2}{2} + 3$

(10) إذا كان $y'' = 2x^2 + 3x$ فإنّ:

(a) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + c$

(b) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}$

(c) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1 x + c_2$

(d) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1 x$

(11) حل المعادلة التفاضلية $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 5$ هو:

(a) $y = 2e^{\frac{5}{2}}$

(b) $y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$

(c) $y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right)} + 1$

(d) $y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right)} + 1$

(12) إذا كان $y'' - 3y' + 2y = 0$ فإنّ:

(a) $y = c_1 e^{x} + c_2 e^{-2x}$

(b) $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{2x}$

(c) $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x}$

(d) $y = c_1 e^{x} + c_2 e^{2x}$

(13) إذا كان $y'' + 2y' + y = 0$ فإنّ:

ⓐ $y = (c_1 x + c_2)e^{-x}$

ⓑ $y = (c_1 x + c_2)e^{x}$

ⓒ $y = (c_1 x + c_2)e^{2x}$

ⓓ $y = (c_1 x + c_2)e^{-2x}$

(14) إذا كان $y'' - 4y' + 13y = 0$ فإنّ:

ⓐ $y = e^{x}(c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x)$

ⓑ $y = e^{-2x}(c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x)$

ⓒ $y = e^{-x}(c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x)$

ⓓ $y = e^{2x}(c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x)$

اختبار الوحدة السادسة

(1) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 4x + 3$، محور السينات في الفترة $[0,1]$.

(2) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 6x + 5$، محور السينات في الفترة $[1,5]$.

(3) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^3 - 4x$، محور السينات في الفترة $[-2,2]$.

(4) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 + 1$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = \sqrt{x}$ في الفترة $[1,2]$.

(5) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^3 + 1$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = x + 1$.

(6) أوجد حجم المجسم الناتج من دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ والمستقيم $y = 2$ في الفترة $[-2,2]$.

(7) أوجد حجم المجسم الناتج من دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x + 2$ والدالة g : $g(x) = -x + 3$ في الفترة $[-1,2]$.

(8) أوجد حجم المجسم الناتج من دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = -x^2 + 4$ والدالة g : $g(x) = x + 2$ في الفترة $[-2,1]$.

(9) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x) = 2 + \frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[0,12]$.

(10) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x) = 2 - \sqrt{3}x$ في الفترة $[-3,1]$.

(11) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x) = \frac{1}{3}(-1 + 2x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[2,8]$.

(12) أوجد معادلة منحنى الدالة الذي ميله عند أي نقطة (x, y) هو: $3x^2 - 2x + 1$ ويمر بالنقطة $A(-1, -5)$.

(13) أوجد معادلة منحنى الدالة إذا كان ميل العمودي عند أي نقطة (x, y) على هذا المنحنى هو: $3x - 2$ ويمر بالنقطة $(1, -1)$.

(14) لتكن: $f''(x) = 12x^2 - 4$، أوجد معادلة الدالة f إذا كان لها نقطة صغرى محلية عند $A(-1, 3)$

في التمارين (15–20)، حلّ المعادلات التفاضلية التالية:

(15) $3y' + 5y = 2$

(16) $3xy' = 5y$

(17) $y'' - 7y' + 12y = 0$

(18) $y'' - 6y' + 9y = 0$

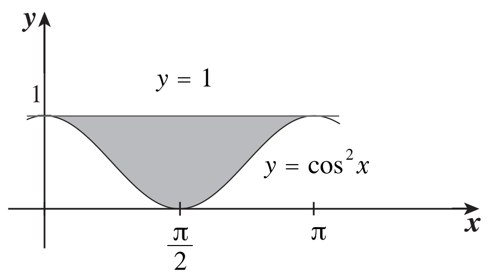
(19) $y'' + 4y' + 20y = 0$

(20) $y'' + 16y = 0$

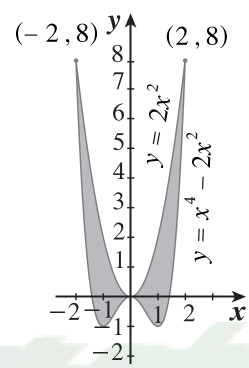
تمارين إثرائية

في التمارين (3—1)، أوجد مساحة المنطقة المظلّلة تحليليًّا (جبريًّا):

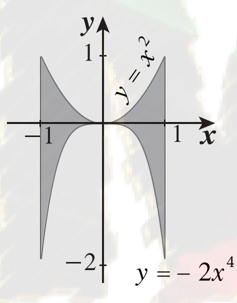
(1)



(2)



(3)



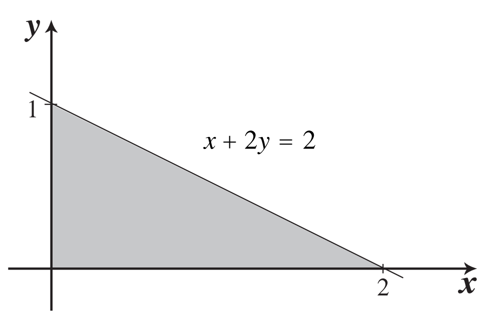
(4) أوجد مساحة المنطقة المحددة بين منحنى الدالة: $y = 2x^2 + 8$ ومنحنى الدالة: $y = x^4$.

(5) أوجد مساحة المنطقة المحددة بين منحنى الدالة: $y = 2x - 15$ ومنحنى الدالة: $y = -x^2 + 4x$.

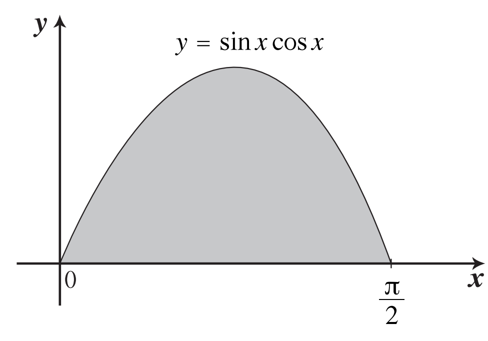
(6) أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين $g(x) = x$, $f(x) = \frac{1}{x^2}$، والمستقيم $x = 2$ ومحور السينات.

في التمرينين (8—7)، أوجد حجم المجسّم الناتج من دورة كاملة للمنطقة المظلّلة حول محور السينات.

(7)



(8)



(9) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة x هو: $\sin 3x$ ويمر بالنقطة $A\left(\frac{\pi}{3}, \frac{4}{3}\right)$

(10) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x^3}$ في الفترة $[0, 27]$

في التمارين (13–11)، حل المعادلات التفاضلية التالية:

(11) $2y' + 3y = 4$

(12) $y'' + y = 0$

(13) $y'' - y = 0$

(14) نتيجة لحادث نووي، تبيّن أن الجزئيات المشعة $y(t)$ في الزمن t (بالساعات) بواسطة عداد جيجر (Geiger) تعطى بالمعادلة التفاضلية: $(E): y' = a(y-2)$، حيث a ثابت موجب.

(a) أوجد الحل العام للمعادلة (E).

(b) أوجد حل (E) الذي يحقق $y(0) = 170$.

(c) إذا علمنا أن $y(6) = 9$ فما قيمة الثابت a؟

(15) إذا كانت النقطة $A(3, -2)$ نقطة حرجة لمنحنى الدالة f، $f''(x) = 6x - 6$ فأوجد معادلة الدالة f.