

المتغيرات العشوائية المتقطعة Discrete Random Variables

المجموعة A تمارين مقالية

- (1) في تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين، إذا كان المتغيّر العشوائي X يعبر عن عدد الصور فأو جد.
 - n(S) فضاء العينة (S) وعدد عناصره (a)
 - (b) مدى المتغير العشوائي X
 - $f(x_i) = P(X = x_i) : (S)$ احتمال وقوع كل عنصر من عناصر فضاء العينة (c)
 - X دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X
- (2) في تجربة إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية، أوجد مجموعة القيم للمتغيرات العشوائية التالية وحدد فيما إذا كانت متغيرات عشوائية متقطعة أم لا:
 - (a) المتغير العشوائي X الذي يمثل عدد الكتابات.
 - (b) المتغير العشوائي Y الذي يمثل ربع عدد الكتابات.
 - (c) المتغير العشوائي Z الذي يمثل عدد الكتابات مضافًا له 1.
 - (3) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي:

x	/-1_	0	1	2	3
f(x)	0.1	0.3	K	0.2	0.3

K فأو جد قيمة

- f(4) = 0.2 ، f(3) = 0.4 ، f(1) = 0.1 و كان f(1) = 0.1 ، ثم اكتب دالة التوزيع الاحتمالي f(3) للمتغير العشوائي f(2) .
- (5) صندوق يحوي 10 كرات متماثلة منها 6 كرات حمراء و4 كرات بيضاء سحبت 5 كرات عشوائيًّا معًا من الصندوق. إذا كان المتغير العشوائي X يمثل عدد الكرات البيضاء.
 - فأو جد ما يلي.
 - n(S) عدد عناصر فضاء العينة (a)
 - X مدى المتغير العشوائي X
 - X عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي (c)
 - X دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي (d)

(6) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي:

х	0	1	2	3
f(x)	0.2	0.3	0.4	0.1

فأوجد التوقع μ للمتغير العشوائي X.

(7) الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع X.

x		7	8	9	10
f(x))	<u>1</u> 8	<u>3</u>	<u>3</u>	1/8

أوجد:

- (a) التوقع (µ).
- $.\sigma^2$ التباين (b)
- (c) الانحراف المعياري (σ).

X الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X

x	0	1	2	3	4
f(x)	0.2	0.15	0.1	0.25	0.3

X إذا كانت F دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي

F(0), F(1), F(2), F(3), F(3.5), F(4), F(5) فأو جد:

(9) الجدول التالي يبيّن بعض قيم دالة التوزيع التراكمي F للمتغير العشوائي المتقطع X.

x	-1	3	5	7
F(x)	0.1	0.45	0.7	1

أوجد:

- (a) P(-1 < X < 5)
- **(b)** $P(3 \le X < 7)$
- (c) P(X > 3)

n=8 , P=0.3 ! [10] إذا كان X متغيرًا عشوائيًا ذو حدين ومعلمتيه هما: X=0.3 فأو جد:

- **(a)** P(X=0)
- **(b)** $P(2 < X \le 5)$

فأو جد.
(a) $P(X=0)$
(b) $P(2 < X \le 4)$
(12) عند إلقاء حجر نرد منتظم 7 مرات متتالية، أوجد:
(a) احتمال ظهور العدد 2 خمس مرات.
(b) احتمال ظهور العدد 2 مرة واحدة على الأقل.
(c) احتمال ظهور العدد 2 مرة واحدة على الأكثر.
(13) ينتج مصنع 100 وحدة يوميًّا، إذا كانت نسبة إنتاج الوحدات المعيبة 0.03، فأوجد التوقع والتباين
والانحراف المعياري لعدد الوحدات المعيبة في يوم واحد.
(14) إذا رمينا قطعة نقود معدنية 12 مرّة، أوجد التوقّع والتباين إذا كان المتغير العشوائي X هو ظهور صورة.
المجموعة B تمارين موضوعية
في التمارين (9 -1)، ظلّل $facta$ إذا كانت العبارة صحيحة، و $facta$ إذا كانت العبارة خاطئة.
(1) التوقع هو القيمة التي تقيس تشتت قيم المتغير العشوائي المتقطع عن قيمته المتوسطة. (a) (a)
(2) التباين هو القيمة التي تتجمع حولها القيم الممكنة للمتغير العشوائي المتقطع.
(2) دالة التوزيع التراكمي F للمتغير العشوائي المتقطع عند القيمة a هي احتمال
(3) a (b) a (b) a (b) a (c) a (b) a (c) a (c) a (d) a (e) a (e) a (f)
ر رئے X التوزيع التالي يمثل دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير X .
(a) (b) $f(x) = 0.1 = 0.05 = 0.4 = 0.4$
f قيمة K التي تجعل التوقع μ للمتغير العشوائي X يساوي 1 لدالة التوزيع الاحتمالي μ
x 2 1 0
x 2 1 0 $f(x)$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ K
(6) Let F is F that F is F that F is F that F is F that F is F is F is F .
(a) (b) $P(a < X \le b) = F(b) - F(a)$
(7) لدالة توزيع تراكمي F للمتغير العشوائي X يكون؛

n=10 , P=0.5 إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا ذو حدين ومعلمتيه هما: (11)

P(X < a) = 1 - F(a)

(a) (b)	.0 فإن التوقع	ب فإذا كانت نسبة النجاح 6 الماء			
$\begin{array}{ccc} (\mathbf{a}) & (\mathbf{b}) \\ \hline (\mathbf{a}) & (\mathbf{b}) \end{array}$		n(S) = 6 متتالية فإن	حين هو 150 ط نو د ثلاث مرات		
		لدال على الإجابة الصحيحة.			
		للمتغير العشوائي X هي:	لتوزيع الاحتمالي	إذا كانت دالة ا	(10)
		x -1	0 1	2	
		$f(x) \qquad 0.2$	0.2 K	0.2	
			:,	فإن قيمة K هي	
a 0.2	b 0	© 0.4	$\overline{\mathbf{d}}$	0.3	
		للمتغير العشوائي X هي:	لتوزيع الاحتمالي	إذا كانت دالة ا	(11)
		x	1 2	3	
		f(x)	K 21	K 2K	
			اوي:	فإن قيمة K تسا	
a 0.5	b 0.2	© 1	\bigcirc d	0.4	
		التالي:	استخدم الجدول	ارين (14–12)،	في التم
		x 0	1	2 3	
		f(x) = 0.2	0.4	0.3	-
	:X	ي للمتغير العشوائي المتقطع ^ع	التوزيع الاحتمالي	حيث f هي دالة	-
(12) $F(-1)$				#	
a 0	b 0.2	© 0.4	\bigcirc d	0.6	
(13) <i>F</i> (1.5)		_			
a 0.4	b 0.2	c 0	\bigcirc d	0.6	
(14) F(4)					
(a) 0.2	(b) 0.1	(c) 0.4	(d) 1	

		fي f	بع الاحتمال	مًا دالة توزي	وائيًّا متقط	متغيرًا عش	X إذا كان	(15)
				x	0	1	2	
				f(x)	0.25	0.50	0.25	
					:	له يساوي.	فإن التوقع	
(a 1	b 1.25	\bigcirc	1.5		\bigcirc 0	0.5	
$\sqrt{\sum}$	$x^2 f(x) = 4.25 \cdot 0.$	مالي f وكان التوقع = 5	زيع الاحت	مًا لدالة التو				
,					ري هو:		فإن الانحر	
(a) 4	(b) 2		3.75		(d) 1		
	جدول التالي:	العشوائي X معطاة في ال	F للمتغير	التراكمي	الة التوزيع	عض قيم د	إذا كانت ب	(17)
			х	0	1	2	3	
			F(x)	0.1	0.3	0.7	1	
						j	f(2) = فإن	
(a 0.7	b 0.3	C	0.4		d 1		
		المتقطع X هي:	العشوائي	للمتغير f	الاحتمالي	الة التوزيع	إذا كانت د	(18)
				x	0	1	2	
				f(x)	1/3	<u>5</u>	1/9	
			/1	X يساوي:	العشوائي	μ للمتغير	فإن التوقع	
(a 1	(b) $\frac{2}{3}$	c	$\frac{7}{9}$		d 0		
بسا <i>وي</i> .	ي X «ظهور صورة» ي	نباين σ^2 للمتغير العشوائ	نالية فإن الت	ع مرات مت	ىنتظمة أرب	طعة نقود .	عند إلقاء قد	(19)
(a 2	(b) 1	\bigcirc	$\frac{1}{2}$		d 4	ļ.	
P(X =	= 1) = 0.3, $P(X = -1)$	(-1) = 0.6 = 0.6 - 1 ,	بم 1.5 , 1	مًا يأخذ القب	وائيًّا متقطعً	متغيرًا عشا	X إذا كان	(20)
						`	فإن=(0	
((a) 0.6	(b) 0.9	(c)	0.4		(d) 0).7	
ع لعدد	عيبة 0.02 فإن التوق	نت نسبة السيارات الم						(21)
(<u>a</u> 2	(b) 4	ي: (c)		تجة في ال	لمعيبة المن 4 (d)	السيارات ا م	
	a) 2	4		20		u 4	ŧU	



المتغيرات العشوائية المتصلة (المستمرة) **Continuous Random Variables**

المجموعة A تمارين مقالية

(1) إذا كان X متغيّرًا عشو ائيًّا متصلًا و دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} : & 0 \le x \le 5 \\ 0 : & \text{id} \end{cases}$$
في ما عدا ذلك

فأو جد:

(a)
$$P(0 \le X \le 5)$$

(b)
$$P(X = 3)$$

(c)
$$P(X \le 2)$$

(d)
$$P(X > 2)$$

(2) إذا كان X متغيّرًا عشو ائيًّا متصلًا و دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} : & 2 \le x \le 4 \\ 0 : & \text{i.i.} \end{cases}$$

فأو جد:

(a)
$$P(2 \le X \le 4)$$

(b)
$$P(X \ge 2.5)$$

(3) إذا كان X متغيّرًا عشوائيًّا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي: $0 \le x \le 3$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}x : & 0 \le x \le 3\\ 0 & \text{: idd} \end{cases}$$

(a)
$$P(0 \le X \le 3)$$

(b)
$$P(X < 1)$$

(c)
$$P(X \ge 1)$$

(4) لتكن الدالة f:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} : & -1 \le x \le 5 \\ 0 : & \text{it is all } \end{cases}$$

. اثبت أن الدالة f هي دالة كثافة احتمال (a)

(b) أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

 $P(0 < X \le 3)$ أو جد (c)

f أوجد التوقّع والتباين للدالة f

الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم وهي معرّفة كما يلي:	معرّفة كما يلي.	المنتظم وهي	الاحتمالي	التو زيع	الدالة f تتبع	(5)
---	-----------------	-------------	-----------	----------	-----------------	-----

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{7} : & 0 \le x \le 7 \\ 0 : & \text{id} \end{cases}$$

(a) أثبت أن الدالة
$$f$$
 هي دالة كثافة احتمال.

(b) أو جد
$$(0 \le X \le \frac{7}{8})$$
 .

$$f$$
 أو جد التوقّع و التباين للدالة (c)

(6) إذا كان
$$z$$
 يتبع التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي X فأو جد.

(a)
$$P(z \le 2.16)$$

(b)
$$P(z \ge 2.51)$$

(c)
$$P(1.5 \le z \le 2.4)$$

(a)
$$P(z \le -0.64)$$

(b)
$$(-1.7 \le z \le 2.85)$$

(c)
$$P(-1.23 \le z \le 0.68)$$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-7)، ظلّل $fantarrow{a}$ إذا كانت العبارة صحيحة، و $fantarrow{b}$ إذا كانت العبارة خاطئة.

$$(a)$$
 (b)

(3) إذا كانت الدالة f معرفة كالتالي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} : & 0 \le x \le 1 \\ 0 : & \text{otherwise} \end{cases}$$
في ما عدا ذلك :

فإن الدالة f هي دالة كثافة احتمال.

(4) إذا كانت X متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي.

$$f(x) = \begin{cases} 2 : 0 \le x \le \frac{1}{2} \\ 0 : \text{it is a point } \end{cases}$$

$$P(X \ge 2) = 1$$
 فإن

(5) إذا كانت الدالة f هي دالة كثافة احتمال تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم معرّفة كما يلي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : \quad 0 \le x \le 3 \\ 0 & : \text{ it is all } \end{cases}$$

$$\sigma^2 = \frac{3}{4}$$
فإن التباين للدالة f هو

$$(a)$$
 (b)

$$x = \mu$$
 من خواص التوزيع الطبيعي أنه متماثل حول (6)

في التمارين (17-8)، ظلَّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(8) إذا كان X متغيّرًا عشو ائيًّا متصلًا و دالة كثافة الاحتمال له هي:

 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x : & 0 \le x \le 2\\ 0 : & \text{id} \end{cases}$

P(X=1) = ... فإن

 $\left(\mathbf{a}\right) \frac{1}{2}$

 (\mathbf{b}) 0

(c) 1

- ليس أيًّا مما سبق (d)
- (9) إذا كان X متغيّرًا عشوائيًّا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}x : & -2 \le x \le 3\\ 0 : & \text{identity} \end{cases}$

 $P(X \le -2.5) = \dots$ فان

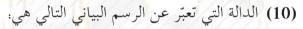
 (\mathbf{a}) 0

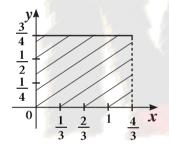
(b) 1

 $\left(c\right)\frac{1}{5}$

 $\left(\mathbf{d}\right) \frac{1}{10}$

في التمارين (16-10)، أجب عن الأسئلة من خلال الرسم البياني في الشكل المقابل:





- (a) $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} : 0 < x < \frac{3}{4} \\ 0 : \text{ id all } \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{3} : 0 < x < \frac{4}{3} \\ 0 : \text{def} \end{cases}$
- **b** $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} & : & 0 < x < \frac{4}{3} \\ 0 & : & \text{i.i.} \end{cases}$
- - (11) الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي:
- b ذات الحدين

(a) الطبيعي

- (d) المنتظم
- (c) الطبيعي المعياري
 - (12) التوقّع هو:

 $\bigcirc \frac{4}{3}$

- $\frac{3}{4}$
- (13) التباين هو:

- $\frac{108}{16}$

$$P(X < \frac{4}{6}) = \dots$$
 (14)

- $\bigcirc a \quad \frac{1}{3}$
- $\bigcirc b \quad \frac{1}{4}$
- $\bigcirc \frac{1}{6}$

 $\bigcirc d) \ \frac{1}{2}$

$$P(X > \frac{4}{12}) = \dots$$
 (15)

- $\bigcirc a \quad \frac{2}{6}$
- $\bigcirc b \quad \frac{6}{2}$
- $\bigcirc \frac{3}{4}$
- $\begin{array}{c}
 \mathbf{d} & 1 \\
 P(0 < X < 1) = \dots & \mathbf{(16)}
 \end{array}$

- $\bigcirc b \quad \frac{1}{3}$

(c) 1

$$P(0 \le z \le 2.35) = \dots$$
 إذا كان z يتبع التوزيع الطبيعي فإن: (17)

- **a** 0.9906
- **b** 0.5
- (c) 0.4906
- (d) 0.218

KuwaitMath.com

اختبار الوحدة الثامنة

- f(4) = 0.1 , f(3) = 0.2 , f(2) = 0.3 و كان f(2) = 0.3 متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا مداه هو f(3) = 0.2 , f(3) = 0.2 ,
- (2) يحتوي صندوق على 8 كرات متماثلة منها: 5 كرات حمراء و3 كرات صفراء سحبت 4 كرات عشوائيًا معًا من الصندوق. إذا كان المتغير العشوائي X يمثل عدد الكرات الصفراء، فأوجد ما يلي:
 - n(S) عدد عناصر فضاء العينة (a)
 - X مدى المتغير العشوائى X.
 - X عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائى X
 - X دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X
 - (3) يبيّن الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع X.

x	3	4	5	6
f(x)	2 11	<u>5</u> 11	3 11	111

أو جد:

- (a) التوقع (µ).
- (σ^2) التباين (b)
- (c) الانحراف المعياري (c)
- (4) يبيّن الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X.

-x	2	-3	4	5	6
f(x)	0.14	0.16	0.35	0.15	0.2

F(1) , F(2) , F(3) , F(3.5) , F(4) , F(5) , F(6) , F(7) .F كمى التوزيع التراكمي ال

- (5) ينتج مصنع أجبان 250 1 علبة يوميًّا، إذا كانت نسبة إنتاج العلب الفاسدة 0.04، فأوجد ما يلي لمعرفة عدد العلب الفاسدة في أحد الأيام:
 - (a) التوقع (a)
 - $.(\sigma^2)$ التباين (b)
 - (c) الانحراف المعياري (c).

(6) إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا متصلًا و دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} : & -2 \le x \le 3 \\ 0 : & \text{id} \end{cases}$$

(a)
$$P(0 \le X \le 3)$$

(b)
$$P(-2 \le X \le 0)$$

فأو جد:

(c)
$$P(X = 2)$$

(d)
$$P(-1 \le X \le 2)$$

(7) إذا كان X متغيرًا عشو ائيًّا متصلًا. دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{9}{2}x & : \quad 0 \le x \le \frac{2}{3} \\ 0 & : \text{ i.i. } \end{cases}$$

(a)
$$P(0 \le X \le \frac{1}{3})$$

(b)
$$P\left(X \ge \frac{1}{3}\right)$$

(8) الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم وهي معرّفة كما يلي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8} & : & -3 \le x \le 5 \\ 0 & : & \text{it is } 1 \end{cases}$$

- اثبت أن f هي دالة كثافة احتمال.
 - $P(-1 \le X \le 3)$ (b)
 - f أو جد التوقع و التباين للدالة f.
- (9) إذا كان z يتبع التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي X، فأوجد.

(a)
$$P(z \le 2.24)$$

(b)
$$P(z \ge 1.52)$$

(b)
$$P(z \ge 1.52)$$
 (c) $P(1.4 \le z \le 2.6)$

(10) يمثّل المتغير X در جات الطلاب في مادة الرياضيات. إذا كان توزيع هذه الدر جات يتبع التوزيع الطبيعي الذي و سطه $\sigma = 8$ و انحر افه المعياري $\mu = 40$ فأو جد:

(a)
$$P(30 < X < 65)$$

(b)
$$P(X \ge 45)$$

(11) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي:

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	0.16	0.24	K	0.15	0.2

K فأو جد قيمة

(12) إذا كان ي يتبع التوزيع الطبيعي المعياري فأوجد.

(a)
$$P(z \le 1.45)$$

(b)
$$P(z > 0.27)$$

(c)
$$P(-1.32 \le z \le 1.75)$$

(d)
$$P(-2.87 \le z \le -1.42)$$

تمارين إثرائية

(1) متغیر عشوائی
$$X$$
 یتبع توزیعًا طبیعیًّا توقعه 55 μ و تباینه μ و تباینه (1)

(a)
$$P(X > 55)$$

(b)
$$P(X < 50)$$

(c)
$$P(30 < X < 40)$$

(2) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي:

X	2	4	6	8	10	12
f(x)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	K	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$

K أو جد (a)

- (b) ارسم دالة التوزيع الاحتمالي f.
- F أو جد دالة التوزيع التراكمي F
- F ارسم دالة التوزيع التراكمي (d)
- (3) م<mark>دفع يتبع م</mark>داه توزيعًا طبيعيًّا توقعه 14 km وتباينه 1 km.
- (a) ما احتمال أن تصل القذيفة إلى مسافة أبعد من 15km؟
- (b) ما احتمال أن تصل القذيفة فقط إلى مسافة أقل من 111 km؟
- (c) ما احتمال أن تصل القذيفة إلى مسافة بين 13 km, 15 km؟
 - (4) إذا كان X متغيرًا عشو ائيًا متصلًا، دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} 2x : 0 \le x \le 2 \\ 0 : \text{ في ما عدا ذلك} : \end{cases}$$

فأو جد:

(a)
$$P(\frac{1}{2} \le X \le \frac{3}{2})$$

(b)
$$P(X \ge \frac{1}{2})$$

(5) إذا كان z يتبع التوزيع الطبيعي المعياري فأوجد.

(a)
$$P(z \le 2.65)$$

(b)
$$P(-2.85 \le z \le -1.96)$$

(c)
$$P(z \ge 1.56)$$

. X يبيّن الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي f لمتغير عشوائي متقطع

х	1	2	3	4	5
f(x)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$

أو جد:

- (a) التوقع (µ).
- (σ^2) التباين (b)
- (c) الانحراف المعياري (c).

. X يبيّن الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X

х	3	4	5	6
f(x)	0.17	0.24	0.23	0.36

F(2) , F(3) , F(4) , F(4.5) , F(5) , F(6) , F(6.5) :F هو جد باستخدام دالة الوزيع التراكمي F(3) ، F(4) ، F(4.5) ، F(5) ، F(6) ، F(6.5) .

KuwaitMath.com

