الوحدة
الثامنة
حساب المثلثات

أعداد وتجميع : أ/ صبحي عطية السيد أحمد
حل الأسئلة الموضوعية الصف الحادي عشر الفصل الدراسي الثاني
حل الأسئلة الموضوعية الصف الحادي عشر الفصل الدراسي الثاني
أعداد وتجميع : أ/ صبحي عطية السيد أحمد

تمرّنْ
8−1

التمثيل البياني للدوال المثلثية (الجيب، جيب التمام، الظل)

Graphs of Trigonometric Functions (Sine, Cosine and Tangent)

المجموعة B تمارين موضوعيّة

في التمارين (7—1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و(b) إذا كانت العبارة خاطئة.

في التمارين (7—1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و(b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) معادلة الدالة المثلثية $y = a\sin(b\theta)$ حيث السعة 5 والدورة 3π هي $y = 5\sin\left(\frac{2}{3}\theta\right)$ — a **b**

السبب:

يوجد أكثر من دالة لها نفس السعة والدورة $y = \pm a \sin(\pm b x)$

(2) الدالة التي دورتها $\frac{\pi}{2}$ وسعتها 3 يمكن أن تكون $y = 3\sin\left(\frac{\pi\theta}{2}\right)$ — a **b**

السبب:

الدورة $= \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|\frac{\pi}{2}|} = 4$

(3) الدالة $y = 3\tan\left(\frac{3}{4}x\right)$ دورتها $\frac{4}{3}\pi$ — **a** b

السبب:

دورة دالة الظل $= \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{|\frac{3}{4}|} = \frac{4\pi}{3}$

(4) الدالة التي دورتها $\frac{\pi}{3}$ وسعتها 4 يمكن أن تكون $y = -4\cos(6x)$ — **a** b

الدورة $= \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|6|} = \frac{\pi}{3}$

ملاحظة :

الفرق بين السؤال الأول والسؤال الرابع حدد الدالة أما في السؤال الرابع كتب يمكن أن يكون

(5) سعة الدالة $y = -5\cos 2x$ هي -5

a b

السبب:

لا يمكن أن تكون السعة سالبة السعة $= |a| = 5$

(6) في الدالة f حيث $f(x) = a\cos bx$ يكون: $2|a| = \max f + \min f$

a b

السبب:

$$2|a| = \max f - \min f$$

(7) الدالتان f, g حيث $g(x) = \tan 4x$ ، $f(x) = \cos 8x$ لهما نفس الدورة.

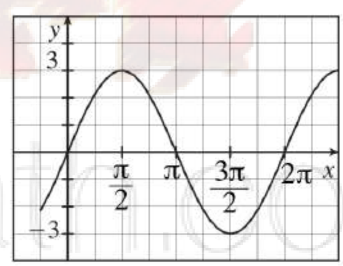
a b

السبب:

دورة الظل $= \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4}$ ، دورة جيب التمام $= \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$

في التمارين (8—17)، ظلّل رمز الدائرة الدالّ على الإجابة الصحيحة.

(8) البيان التالي يمثل بيان الدالة:



a $f(x) = 3\cos x$ a $f(x) = 3\sin x$

c $f(x) = -3\sin x$ d $f(x) = \sin 3x$

السبب:

(a) لا تنفع لان المنحني يمر بالنقطة الأصل .

(b) تنفع لان المنحني يمر بالنقطة الأصل والسعة تساوي 3 والدورة هي $\frac{2\pi}{1}$

(b) لا تنفع لان أشارة الدالة سالب منحناها يبدأ من الأسفل وليس من الأعلي

(d) لا تنفع لان سعة 1 وادورة $\frac{2\pi}{1}$ وليست $\frac{2\pi}{3}$

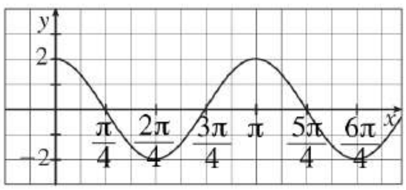
(9) لتكن $f(x) = 3\tan 2x$ فإن:

(a) السعة $= 1$ (b) السعة $= 2$ (c) السعة $= 3$ (**d**) f ليس لها سعة

السبب:

دالة الظل " tan " ليس لها سعة

(10) ليكن بيان f كما في الشكل التالي:



فإن f يمكن أن تكون:

(**a**) $2\cos 2x$ (b) $\cos 2x$ (c) $\cos \frac{x}{2}$ (d) $\sin 2x$

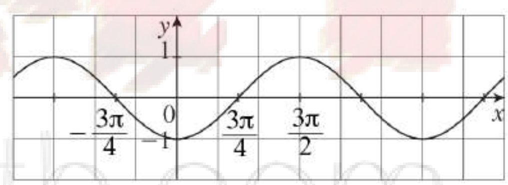
السبب:

من خلال الرسم نلاحظ أن السعة 2 الأجابة حتما (a)

ملحوظة :

يمكن التعويض بنقطة من الخط البياني أو أكثر من نقطة في كل أجابة للتحقق مثل النقط (0,2)

(11) ليكن g دالة دورية بيانها كما في الشكل التالي فإن الدورة تساوي:



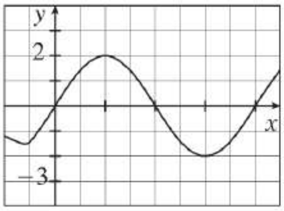
(a) π (b) 2π (**c**) 3π (d) $\frac{6\pi}{4}$

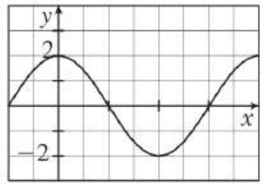
السبب:

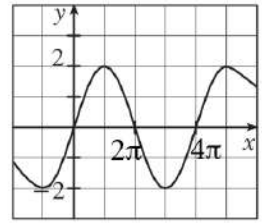
نحسب نصف الدورة :
- بين قمة وقاع " من 0 إلي $\frac{3\pi}{2}$ " $= \frac{3\pi}{2}$
- بين نقطتي تقاطع مع محور الأفقي متتاليتين " من $\frac{-3\pi}{4}$ إلي $\frac{3\pi}{4}$ "

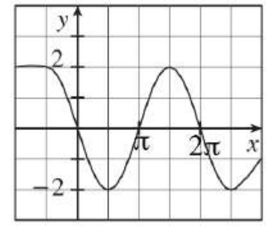
نضرب نصف الدورة بـ (2) الدورة $= 2 \times \frac{3\pi}{2} = 3\pi$

(12) لتكن الدالة g حيث: $g(x) = a \sin bx$ فإن بيان g لا يمكن أن يكون:

(a)


(b)


(c)


(d)


السبب:

الدالة $y = a \sin b\, x$ يجب أن تمر من نقطة الأصل

$\therefore$ المنحني b لا ينفع أن يكون منحني للدالة ،

(13) معادلة الدالة المثلثية $y = a\cos(bx)$ حيث السعة 4 والدورة 6 يمكن أن تكون:

(a) $y = \frac{1}{4}\cos\left(\frac{x}{3}\right)$ (b) $y = -4\cos\left(\frac{\pi}{3}x\right)$

(c) $y = -4\cos\left(\frac{3}{\pi}x\right)$ (d) $y = 4\cos\left(\frac{x}{3}\right)$

السبب:

$$\frac{2\pi}{|b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{2\pi}{6} \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{3}$$

(14) الدالة $y = a\cos(bx)$ حيث $a = 2$ ودورتها $\frac{\pi}{4}$ يمكن أن تكون:

(a) $y = 2\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ (b) $y = 8\cos(8x)$

(c) $y = 2\cos(8x)$ (d) $y = 8\cos\left(\frac{x}{4}\right)$

السبب:

الإجابة (b) , (d) لا تنفع سعتهما مختلفة الأجابة أ م (c) , (a) لان السعة متساوية

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |b| = \frac{8\pi}{\pi} \Rightarrow |b| = 8$$

(15) معادلة الدالة المثلثية $y = a\sin(bx)$ حيث السعة 3 والدورة $\frac{\pi}{2}$ يمكن أن تكون:

(a) $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

(b) $y = 3\sin\left(\frac{2}{\pi}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{2}{\pi}x\right)$

(c) $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$

(d) $y = 3\sin(4x)$ أو $y = -3\sin(4x)$

السبب:

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \Longrightarrow |b| = \frac{4\pi}{\pi} = 4$$

$y = 3\ \sin 4x$. $y = -3\ \sin 4x$

(16) معادلة الدالة المثلثية $y = \tan(bx)$ حيث الدورة $\frac{3}{4}$ يمكن أن تكون:

(a) $y = \tan\left(\frac{4}{3}\pi x\right)$

(b) $y = \tan\left(\frac{3}{4}x\right)$

(c) $y = \tan\left(\frac{4}{3}x\right)$

(d) $y = \tan\left(\frac{3}{4}\pi x\right)$

السبب:

$$\frac{\pi}{|b|} = \frac{3}{4} \Longrightarrow |b| = \frac{4\pi}{3}$$

(17) في الدالة المثلثية $y = -2\sin\left(\frac{3}{5}x\right)$ السعة والدورة هما:

(a) $-2\ ,\ \frac{3\pi}{5}$

(b) $2\ ,\ \frac{10\pi}{3}$

(c) $2\ ,\ \frac{3\pi}{5}$

(d) $2\ ,\ \frac{2\pi}{15}$

السبب:

الدورة هي $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{10\pi}{3}$, السعة $= |a| = |-2| = 2$

تمرَّنْ
8-3

قانون الجيب

Law of Sine

المجموعة B تمارين موضوعيّة

في التمارين (3—1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 100^\circ$, $m(\widehat{B}) = 30^\circ$, $BC = 20$ cm فإنّ: $AC = 10.154$ cm (b) (a)

السبب:

من قانون الجيب :
$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$
$$\frac{AC}{\sin\beta} = \frac{BC}{\sin\alpha}$$
$$AC = BC \cdot \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$$
$$AC = 10 \cdot \frac{\sin 30^\circ}{\sin 40^\circ} = 10.1542\,6612$$

(2) في المثلث ABC: $m(\widehat{B}) = 80^\circ$, $AB = 12$ cm , $AC = 16$ cm فإنّ: $m(\widehat{C}) = 50^\circ$ (b) (a)

السبب:

من قانون الجيب :
$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$
$$\frac{AC}{\sin\beta} = \frac{16}{\sin 80^\circ} = 16.2$$
$$\frac{AB}{\sin\gamma} = \frac{12}{\sin 50^\circ} = 15.6$$
$$\frac{AC}{\sin\beta} \neq \frac{AB}{\sin\gamma}$$

(3) في كل مثلث ABC يكون: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{\sin\gamma}{c}$

(a) (b)

السبب:

القانون خطأ : القانون الصحيحة هي : $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$

في التمارين (9–4)، ظلّل رمز الدائرة الدالّ على الإجابة الصحيحة.

(4) في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 80^\circ$, $m(\widehat{B}) = 40^\circ$, $AC = 10\,cm$ فإنّ طولي $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ يساويان:

(a) 7.43 cm , 15.32 cm

(b) 6.53 cm , 13.47 cm

(c) 13.47 cm , 15.32 cm

(d) 7.43 cm , 6.53 cm

السبب:

$\alpha = 80^\circ \;.\beta = 40^\circ.\gamma = 60^\circ$

$b = 10\ cm$

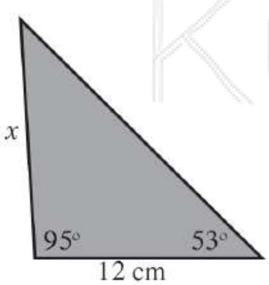
∵ الزاوية β هي أصغر زاوية ∴ الضلع b هو أصغر ضلع

$BC > 0\ .\ AB > 10$

الإجابة الوحيد التي تصلح هي الإجابة (c)

ملاحظة : ترتيب الأضلاع يشبه ترتيب قياسات الزوايا الضلع الأطوال يقابل الزاوية الأكبر ٠

(5) في المثلث المقابل، x تساوي حوالى:



(a) 8.6 cm

(b) 15 cm

(c) 18.1 cm

(d) 19.2 cm

السبب:

$$\vartheta = 180^\circ - (95^\circ + 53^\circ) = 32^\circ$$

$$\frac{x}{\sin 53^\circ} = \frac{12}{\sin 32^\circ} \Longrightarrow x = \frac{12 \cdot \sin 53^\circ}{\sin 32^\circ} = 18.1$$

(6) مثلث قياسات زواياه: $50^{\circ}, 60^{\circ}, 70^{\circ}$، طول أصغر ضلع فيه هو $9\ \text{cm}$
طول أطول ضلع حوالي:

(a) 11 cm　(b) 11.5 cm　(c) 12 cm　(d) 12.5 cm

السبب:

الضلع المقابل لأصغر زاوية 50° هو أصغر ضلع

إذا كان x أكبر ضلع فهو مقابل لأكبر زاوية 70°

$$\frac{9}{\sin 50^{\circ}} = \frac{x}{\sin 70^{\circ}}$$

$$x = \frac{9 \cdot \sin 70^{\circ}}{\sin 50^{\circ}} = 11.04$$

(7) القياسات المعطاة في المثلث ABC: $AB = 19\ \text{cm}\ ,\ AC = 23\ \text{cm}\ ,\ m(\widehat{A}) = 56^{\circ}$، طول $\overline{BC}$ يساوي:

(a) 12 cm　(b) 18 cm

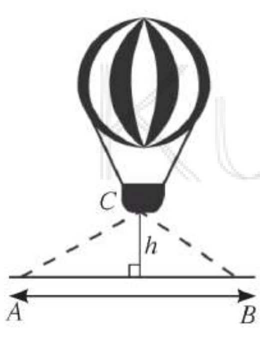
(c) 19 cm　(d) لا يمكن استخدام قانون الجيب

السبب:

المعلوم ضلعين وزاوية محصورة بينهما $\therefore$ لا يمكن استخدام قانون الجيب

ملحوظة : لا ستخدام قانون الجيب نحن بحاجة الي ضلع وزاوية مقابلة

(8) رأى شخصان، أحدهما يقف عند النقطة A والثاني عند النقطة B، منطادًا، حيث المسافة بينهما $3\ \text{km}$. إذا كان قياس زاوية الارتفاع عند النقطة A هي 28° وقياس زاوية الارتفاع عند النقطة B هي 37°، فإنّ ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض هو:



(a) $h \approx 1200\ \text{m}$　(b) $h \approx 2\,500\ \text{m}$

(c) $h \approx 940\ \text{m}$　(d) $h \approx 880\ \text{m}$

نوجد الزاوية الثالثة

$$\gamma = 180^{\circ} - (28^{\circ} + 37^{\circ}) = 118^{\circ}$$

نوجد احد الضلعين a أو b

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} \Longrightarrow \frac{b}{\sin 37^{\circ}} = \frac{3}{\sin 115^{\circ}}$$

$$b = \frac{3 \cdot \sin 37^{\circ}}{\sin 115^{\circ}} \approx 2$$

في المثلث القائم $CC'A$:

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

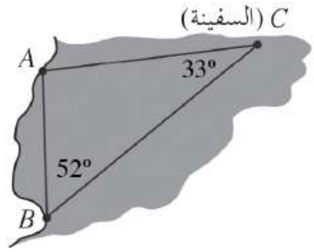
$$\sin 28^\circ = \frac{h}{2} \Rightarrow h = 2 \cdot \sin 28^\circ \approx 940\ cm$$

(9) تقع منارتان A , B على خط واحد من الشمال إلى الجنوب وتساوي المسافة بينهما 20 km،

إذا كان قائد السفينة موجود في الموقع C بحيث إن $m(A\widehat{C}B) = 33^\circ$

وعامل الراديو موجود في الموقع B بحيث إن: $m(A\widehat{B}C) = 52^\circ$،

فإن المسافة بين السفينة وكل من المنارتين تساوي:



(a) $AC \approx 13.8$ km , $BC \approx 10.9$ km

(b) $AC \approx 32.6$ km , $BC \approx 36.6$ km

(c) $AC \approx 28.9$ km , $BC \approx 10.9$ km

(d) $AC \approx 28.9$ km , $BC \approx 36.6$ km

السبب:

$$AC = AB \cdot \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} = 20 \cdot \frac{\sin 52^\circ}{\sin 33^\circ} \approx 28\cdot 9 \quad K\cdot m$$

الإجابة أ ما (c) أو (d)

$$\alpha = 180^\circ - (52^\circ + 33^\circ) = 95^\circ$$

$$\alpha > \beta \qquad \Rightarrow a > b$$

الإجابة (d) يمكن حساب طول الضلع BC بنفس الطريقة السابقة

$$BC = AB \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = 20 \cdot \frac{\sin 95^\circ}{\sin 33^\circ} \approx 36\cdot 6 \quad K\cdot m$$

تمرَّنْ
8−4

قانون جيب التمام

Law of Cosine

المجموعة B تمارين موضوعيّة

في التمارين (4−1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) في المثلث ABC: $AB = 24\,\text{cm}$, $AC = 19\,\text{cm}$, $BC = 27\,\text{cm}$ فإنّ: $m(\widehat{A}) \approx 76.82^{\circ}$ 　(a)　(b)

السبب:

$$\cos(\widehat{A}) = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2 \cdot AC \cdot AB} = \frac{19^2 + 24^2 - 27^2}{2 \times 19 \times 24} = \frac{13}{57}$$

$$\therefore m(\widehat{A}) = \cos^{-1}\frac{13}{57} \approx 76 \cdot 82^{\circ}$$

(2) في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 60^{\circ}$, $BC = 44\,\text{cm}$, $AB = 20\,\text{cm}$ فإنّ: $AC \approx 50.5\,\text{cm}$ 　(a)　(b)

السبب:

معلوم ضلعين وزاوية مقابل أحدهما يجب تطبيق قانون الجيب :

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

$$\frac{44}{\sin(60^{\circ})} = \frac{20}{\sin\gamma} \Rightarrow \sin\gamma = \frac{20\sin(60^{\circ})}{44} = \frac{5\sqrt{3}}{22}$$

$$\therefore \gamma = \sin^{-1}\left(\frac{5\sqrt{3}}{22}\right) = 23^{\circ} \Rightarrow \beta = 180^{\circ} - (60^{\circ} + 23^{\circ}) = 97^{\circ}$$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} \Rightarrow \frac{44}{\sin(60^{\circ})} = \frac{b}{\sin 97^{\circ}} \Rightarrow b = \frac{44\sin 97^{\circ}}{\sin(60^{\circ})} = 50 \cdot 5\ cm$$

(3) في المثلث ABC: $b^2 + c^2 < 2bc\cos A$ 　(a)　(b)

السبب:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c\ \csc A$$

$$\because\ a^2 > 0 \Rightarrow b^2 + c^2 - 2\,b\,c\ \csc A > 0 \Rightarrow b^2 + c^2 > 2\,b\,c\ \csc A$$

(4) إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي 5 cm , 8 cm , 12 cm فإن قياس الزاوية الكبرى في هذا المثلث يساوي حوالى 133.4°

a   b

السبب:

أكبر زاوية تقابل ضلع " 12 cm "

$$\cos\theta = \frac{5^2+8^2-12^2}{2\times5\times8} = -\frac{11}{16}$$

$$\therefore\ \theta = \cos^{-1}\left(-\frac{11}{16}\right) = 133\cdot4^\circ$$

في التمارين (5–10)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) في المثلث ABC : $m(\widehat{C}) = 60^\circ$, $AC = 10\,\text{cm}$, $BC = 20\,\text{cm}$ فإن طول $\overline{AB}$ يساوي:

(a) $AB = 10\sqrt{7}$ cm   (b) $AB = 10\sqrt{3}$ cm   (c) $AB = 12.4$ cm   (d) $AB = 29$ cm

السبب:

$$AB = \sqrt{BC^2 + AC^2 - 2\,BC\cdot AC\ \cos(c)}$$

$$AB = \sqrt{20^2 + 10^2 - 2\times 20\times10\ \cos(60^\circ)} = 10\sqrt{3}\ cm$$

(6) في المثلث ABC : $m(\widehat{A}) = 120^\circ$, $AB = 30\,\text{cm}$, $AC = 40\,\text{cm}$ فإنّ طول $\overline{BC}$ يساوي:

(a) $BC \approx 60.8$ cm   (b) $BC \approx 36$ cm   (c) $BC \approx 68$ cm   (d) $BC \approx 21$ cm

السبب:

$$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2 - 2AC\cdot AB\ \cos(A)}$$

$$AB = \sqrt{40^2 + 30^2 - 2\times 40\times30\ \cos(120^\circ)} = 10\sqrt{37} \approx 60\cdot8\ cm$$

(7) إذا كان $BC = 25\,\text{cm}$, $AC = 17\,\text{cm}$, $AB = 12\,\text{cm}$ فإنّ قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي حوالى:

(a) 118° (b) 110° (c) 125° (d) 100°

السبب:

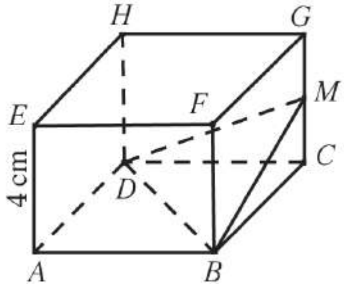
أكبر زاوية تقابل ضلع " 12 cm "

$$\cos\alpha = \frac{17^2+12-25^2}{2\times17\times12} = -\frac{8}{17}$$

$$\therefore\ \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{8}{17}\right) = 118^\circ$$

(8) $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه 4 cm، النقطة M منتصف الضلع $\overline{GC}$

فإن: قياس الزاوية $(D\widehat{M}B)$ يساوي:



(a) 78.46° (b) 86.82° (c) 11.54° (d) 3.2°

في المثلث القائم NCD $\quad MB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5} \quad cm$

في المثلث القائم MCD $\quad MD = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5} \quad cm$

في المثلث القائم DAB القائم في A والمتطابق الضلعين

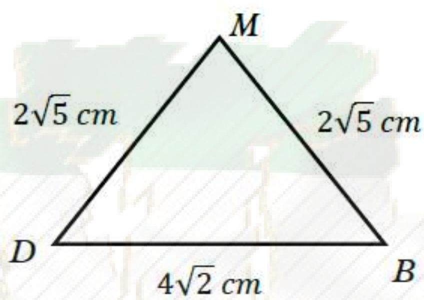
$$DB = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \quad cm$$

DMB مثلث علمت أطوال أضلاعه الثلاثة باستخدام قاعدة جيب التمام نجد

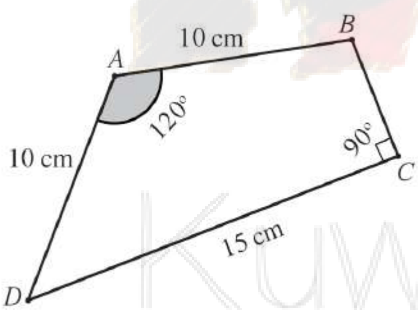
$$\cos(D\widehat{M}B) = \frac{(2\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 - (4\sqrt{2})^2}{2\times 2\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}} = \frac{1}{5}$$

$$m(D\widehat{M}B) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$$

$$\approx 78\cdot 46^{\circ}$$



(9) في الشكل الرباعي $ABCD$ طول $\overline{BC}$ هو:



(a) 12.16 cm (b) 8.66 cm

(c) 11.5 cm (d) 13.7 cm

نرسم القطر BD

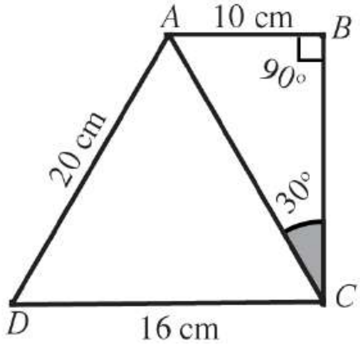
في المثلث ABD

$$BC = \sqrt{AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD\ \cos(B\hat{A}D)}$$

$$AB = \sqrt{10^2 + 10^2 - 2\times 10\times 10\ \cos(120^{\circ})} = 10\sqrt{3} \approx 60\cdot 8 \quad cm$$

في المثلث BCD القائم في C حسب فيثاغورث

$$BC = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 - 15^2} = 5\sqrt{3} \approx 8\cdot 66\ cm$$



(10) في الشكل الرباعي $ABCD$، قياس الزاوية $(B\widehat{A}D)$ يساوي تقريبًا:

(a) 110^{o} (b) 104^{o}

(c) 107^{o} (d) 120^{o}

السبب:

المثلث ABC قائم في B ثلاثيني ستيني

الضلع المقابل للزاوية 30° في المثلث القائم يساوي نصف الوتر

$\because$ $AB = 10\ cm$ $\therefore$ طول الوتر $= AC = 20$

المثلث ADC اطوال اضلاعه معلومة لايجاد قياس الزاوية $D\hat{A}C$ نستخدم قانون الجيب التمام ·

$$\cos(D\hat{A}C) = \frac{(20)^2 + (20)^2 - (16)^2}{2\times 20\times 20} = \frac{17}{25}$$

$$m\left(D\hat{A}C\right) = \cos^{-1}\left(\frac{17}{25}\right)$$

$$\approx 47^{\circ}$$

$$m\left(B\hat{A}D\right) = 60^{\circ} + 47^{\circ}$$

تمرَّنْ
8–5

مساحة المثلث

Area of Triangle

المجموعة B تمارين موضوعيّة

في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

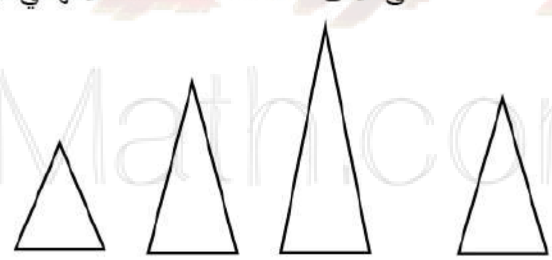
(1) إذا عرفت أطوال أضلاع مثلث فيمكن استخدام قاعدة هيرون لإيجاد مساحته. (a) (b)

السبب:

الإجابة صحيحة لأن قاعدة هيرون تعتمد على الأضلاع والمحيط

(2) لا يمكن إيجاد مساحة مثلث بمعلومية قياسات زواياه الثلاثة. (a) (b)

السبب: الإجابة صحيحة لأن لايجاد مساحة مثلث أو لحل مثلث أو لرسم مثلث نحن نحتاج إلي ضلع واحد على الأقل ... هناك عدد لانهائي من المثلثات يمكن أن تكون لها نفس القياسات الزوايا



.. وهكذا

(3) لا يمكن استخدام قاعدة هيرون إذا كان المثلث قائم الزاوية. (a) (b)

السبب:

خطأ : يمكن أستخدام قاعدة هيرون لأي مثلث علم أطوال أضلاعه

(4) إن معرفة قياس إحدى زوايا مثلث هو شرط ضروري لإيجاد مساحته.

a　**b**

السبب:

يمكن إيجاد المساحة بمعلومية الأضلاع فقط .

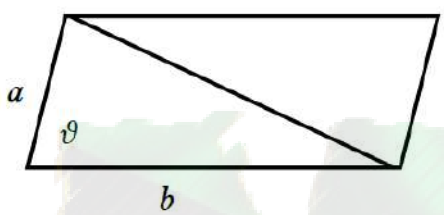
(5) إذا كان a, b طولا ضلعين متتاليين في متوازي أضلاع و θ قياس الزاوية بينهما

فإن مساحة متوازي الأضلاع تساوي $ab\sin\theta$

a　**b**

السبب:

قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلي مثلثين متطابقين مساحة كلاً منهما يساوي $\frac{1}{2}\, ab\, \sin\vartheta$



مساحة متوازي الأضلاع = $ab\, \sin\vartheta$

(6) في المثلث ABC: $AC = 9\text{ cm}$, $AB = 7\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm}$

فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالى 15 cm^2

a　**b**

السبب:

$$s = \frac{1}{2}\,(9+7+5\,) = 10\cdot 5\ \ cm$$

$$Area = \sqrt{10\cdot 5\,(10\cdot 5-9)(10\cdot 5-7)(10\cdot 5-5)}\ \approx 17\cdot 4\ cm^2$$

في التمارين (7—10)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(7) إذا كان: $m(\widehat{C}) = 40^\circ$, $b = 3\text{ cm}$, $a = 2\text{ cm}$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالى:

a) 4.6 cm^2　b) 3.86 cm^2

c) 1.93 cm^2　d) 2.3 cm^2

السبب:

$$Area = \frac{1}{2}\ a\cdot b\ \ \sin c = \frac{1}{2}\ \times 2\times 3\times \sin 40^\circ \approx 1\cdot 93\ cm^2$$

(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 7 cm , 8 cm , 9 cm هي:

(a) $6\sqrt{15}\ \text{cm}^2$ (b) $12\sqrt{5}\ \text{cm}^2$

(c) $16\sqrt{3}\ \text{cm}^2$ (d) $18\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

السبب:

$$s = \frac{1}{2}(7+8+9) = 12\ cm$$

$$Area = \sqrt{12\,(12-7)(12-8)(12-9)} = 12\sqrt{5}\quad Cm^2$$

(9) مساحة مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه a هي:

(a) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\ \text{units}^2$ (b) $a^2\ \text{units}^2$

(c) $\frac{1}{2}a^2\text{units}^2$ (d) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\ \text{units}^2$

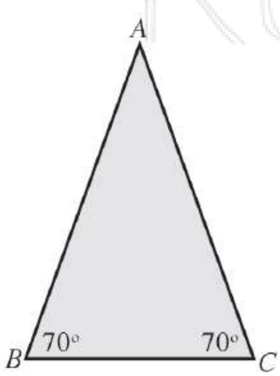
السبب:

$$s = \frac{1}{2}(a+a+a) = \frac{3a}{2}\ cm$$

$$Area = \sqrt{\frac{3a}{2}\left(\frac{3a}{2}-a\right)\left(\frac{3a}{2}-a\right)\left(\frac{3a}{2}-a\right)}\quad Cm^2$$

$$= \sqrt{\frac{3a}{2}\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2}} = \sqrt{\frac{3}{16}\,a^4} = \frac{\sqrt{3}}{4}\,a^4\ \text{units}^2$$

(10) إذا كانت مساحة المثلث ABC تساوي حوالى $8\ \text{cm}^2$ فإن طول $\overline{AB}$ هو حوالى:



(a) 5 cm (b) 8 cm

(c) 4 cm (d) 6 cm

السبب:

$$\alpha = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$$

$$Area = \frac{1}{2}\,a\cdot b\ \sin\alpha$$

$$8 = \frac{1}{2}\cdot x\cdot x\cdot\sin 40^\circ$$

$$\frac{16}{\sin 40^\circ} = x^2 \Rightarrow x^2 = 25 \quad\Rightarrow x = 5\ cm$$