الوحدة الثالثة

KuwaitMath.com

تمرّنْ
3–1

دوال القوى ومعكوساتها

Power Functions and their Inverses

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $y = \sqrt{x^4}$ دالة قوى (a) (b)

السبب :

$$y = \sqrt{x^4} = x^2$$

(2) $f : [-3,3] \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^5$ دالة فردية (a) (b)

السبب :

لأن الجزء المرسوم في الربع الأول هو الربع الثالث ، ونقطة الأصل هي نقطة التماثل .

(3) $y = x\sqrt{x}$ دالة زوجية (a) (b)

السبب : الدالة ليست فردية ولا زوجية $x \in \mathbb{R}^+$ غيرمعرفة $f(-x) = -x\sqrt{-x}$

(4) $y = (x+4)^2$ دالة زوجية (a) (b)

السبب :

$$y = (x+4)^4 \implies f(x) = (x+4)^4$$

$$f(-x) = (-x+4)^4 = f(x) = (-(x-4))^4 = f(x) = (x-4)^4$$

أي أن الدالة f الدالة ليست فردية ولا زوجية

(5) المستقيم الذي معادلته $y = x$ هو خط تناظر بين النقاط التي تمثل العلاقة r والنقاط التي تمثل معكوسها. (a) (b)

السبب :

عند إيجاد معكوس العلاقة و، نستبدل النقاط (a , b) التي تمثل العلاقةو، بالنقاط (b , a) والتي تمثل معكوسها .

KuwaitMath.com

مع التمنيات بالتوفيق ـ رئيس قسم الرياضيات ــ أ . فرج مبروك فرج ــ ت. 99716213

في التمارين (10–6)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) معكوس دالة القوى $y = 0.2x^4$ هو:

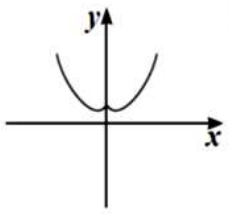
(a) $y = \sqrt[4]{\frac{x}{0.2}}$ (b) $y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{0.2}}$ (c) $y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{2}}$ (d) $y = -\sqrt[4]{5x}$

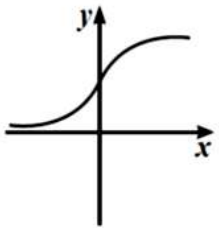
السبب :

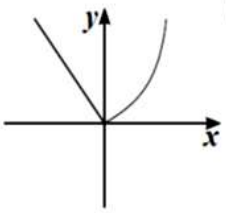
نقوم بتبديل x بالـ y $\qquad y = 0.2\,x^4$

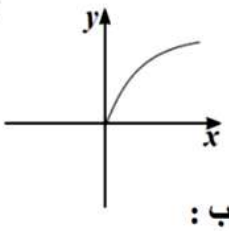
$$x = 0.2\,y^4 \implies y^4 = \frac{x}{0.2} \implies y^4 = 5x \implies y = \pm\sqrt[4]{5x}$$

(7) أي مما يلي تمثل دالة زوجية.

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

السبب :

الدالة الزوجية هي الدالة التي محور تماثلها محور الصادات

(8) الدالة $y = 4.9t^2$ دالة زوجية إذا كان مجالها:

(a) $[-4,4)$ (b) $[-4,2)$ (c) $[-2,2]$ (d) $[0,\infty)$

السبب :

الدالة $y = 4.9\,t^2$ دالة زوجية إذا كان مجالها $[-2,2]$ لانها يكون محور التماثل محور الصادات

(9) إذا كانت $f:[-4,4] \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3}{64}$ فإن مجال f^{-1} هو:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}^+$ (c) $[-4,4]$ (d) $[-1,1]$

السبب :

$f:[-4,4] \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3}{64}$ مدي الدالة f

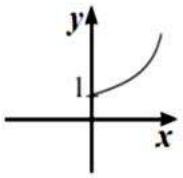
$f(4) = \frac{(4)^3}{64} = 1$ ، $f(-4) = \frac{(-4)^3}{64} = -1$ مدي الدالة f يساوي مجال المعكوس

$[-1,1]$

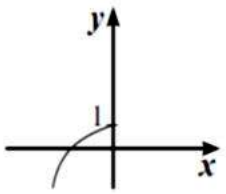
KuwaitMath.com

مع التمنيات بالتوفيق ـ رئيس قسم الرياضيات ــ أ . فرج مبروك فرج ــ ت. 99716213

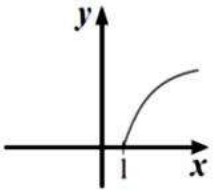
(10) ليكن بيان f^{-1} كما هو موضح في الشكل المقابل. بيان f يمكن أن يكون:



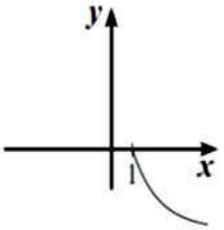
a



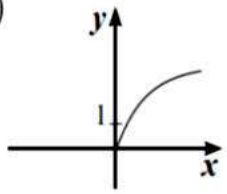
b



c



d



السبب :

بيان الدالة f^{-1} هو صورة بيان الدالة f بالأنعكاس في المستقيم $y = x$

في التمرينين (12–11)، لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب السؤال في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
(11) بيان دالة زوجية متماثل حول: a	(a) المستقيم الذي معادلته $x = 0$
(12) بيان دالة فردية متماثل حول: d	(b) المستقيم الذي معادلته $y = 0$
	(c) المستقيم الذي معادلته $y = x$
	(d) نقطة الأصل

السبب :

(11) بيان الدالة الزوجية متماثل حول المستقيم الذى معادلته $x = 0$ (محور الصادات)

(12) بيان الدالة الفردية متماثل حول نقطة الأصل .

KuwaitMath.com

تمرّن
3–2

الدوال الحدودية

Polynomial Functions

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) كثيرة الحدود، $f(x) = ax^3 + (a+2)x^2 + 5 \ , \ \forall a \in \mathbb{R}$ هي من الدرجة الثالثة. (a) (b)

السبب :

$f(x) = a\,x^3 + (a+2)x^2 + 5 \qquad \forall\, x \in \mathbb{R}$

فتكون $f(x)$ من الدرجة الثالثة .

وعندما $a = 0$ فأن $\forall\, x \in \mathbb{R} \qquad f(x) = 2x^2 + 5$

أي تكون $f(x)$ من الدرجة الثانية

(2) المعامل الرئيسي لكثيرة الحدود $f(x) = 2x^5 - 3x^3(1-x^2)$ هو 2 (a) (b)

السبب :

$$f(x) = 2\,x^5 - 3x^3(1-x^2) \Longrightarrow f(x) = 2\,x^5 - 3x^3 + 3\,x^5$$

$$f(x) = 5\,x^5 - 3x^3$$

معامل الحد الرئسي 5 وليس 2

(3) كثيرة الحدود $(x+1)(1-x^2)^3$ هي من الدرجة السابعة. (a) (b)

السبب :

بفك كثيرة الحدود $(1-x^2)^3(x+1) = (1-3\,x^2+3\,x^4-x^6)(x+1)$

$$= x - 3\,x^3 + 3\,x^5 - x^7 + 1 - 3\,x^2 + 3\,x^4 - x^6$$

كثيرة حدود من الدرجة السابعة

(4) إذا كانت الدالة الحدودية من الدرجة n فإن لها n حدًّا. (a) (b)

ليس من الضروري أن عدد الحدود يساوي درجة الحدودية

مع التمنيات بالتوفيق ـ رئيس قسم الرياضيات ــ أ . فرج مبروك فرج ــ ت. 99716213

في التمارين (7–5)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) $(x+1)^3$ يساوي:

(a) x^3+1 (b) $(x+1)(x^2+x+1)$

(c) x^3+3x^2+3x+1 (d) x^3+x^2+x+1

السبب:

$$(x+1)^3=(x+1)(x+1)^2=(x+1)(x^2+2x+1)$$
$$=x^3+3x^2+3x+1$$

(6) أي مما يلي يساوي $2x^4-3x+6$ ؟

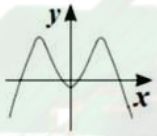
(a) $(x^4-2x^2+3)-(x^4-x^2-9)$ (b) $2x^4-3(x+6)$

(c) $(3x^4-x+3)+(3-2x-x^4)$ (d) $x(2x^3-3x)+6$

السبب :

$$f(x)=(3x^4-x+3)+(3-2x-x^4)=2x^4-3x+6$$

(7) سلوك نهاية الدالة هو:



(a) (↖,↗) (b) (↙,↘) (c) (↙,↗) (d) (↖,↘)

السبب :

من الرسم من اليمن إلي أسفل من اليسار إلي أسفل

في التمارين (11–8) لديك قائمتان، اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في من القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
سلوك نهاية الدالة:	(a) (↖,↗)
(8) $f(x)=x^4-2x^5$ d	(b) (↙,↘)
(9) $g(x)=2x+x^3+5$ c	(c) (↙,↗)
	(d) (↖,↘)
سلوك نهاية الدالة:	(a) (↖,↗)
(10) $f(x)=-x^6+7x$ b	(b) (↙,↘)
(11) $g(x)=\frac{1}{2}x^4-2$ a	(c) (↙,↗)
	(d) (↖,↘)

(8) $f(x)=x^4-2x^5 \Rightarrow f(x)=-2x^5+x^4$

المعامل الرئيسي هو -2 (عدد سالب) سلوك النهاية من جهة اليمين هو لأسفل

كثيرة الحدود من الدرجة الخامسة (فردي) سلوك النهاية من جهة اليسار معاكس اليمين أي لأعلي

$$g(x) = 2x + x^3 + 5 \Rightarrow g(x) = x^3 + 2x + 5 \quad (9)$$

المعامل الرئيسي هو 1 (عدد موجب) سلوك النهاية من جهة اليمين هو لأعلي

كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة (فردي) سلوك النهاية من جهة اليسار معاكس اليمين أي لأسفل

$$f(x) = -x^6 + 7x \quad (10)$$

المعامل الرئيسي هو -1 (عدد سالب) سلوك النهاية من جهة اليمين هو لأسفل

كثيرة الحدود من الدرجة السادسة (زوجي) سلوك النهاية من جهة اليسار نفس اليمين أي لأسفل

$$g(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2 \quad (11)$$

المعامل الرئيسي هو $\frac{1}{2}$ (عدد موجب) سلوك النهاية من جهة اليمين هو لأعلي

كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة (زوجي) سلوك النهاية من جهة اليسار نفس اليمين أي لأعلي

KuwaitMath.com

تمرّن
3–3

العوامل الخطية لكثيرات الحدود

Linear Factors of Polynomials

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f تقبل القسمة على $(2x+3)$ فإن $f\left(\frac{3}{2}\right)=0$ (a) (b)

السبب :

تقبل الدالة f القسمة على $(2x+3)$ إذا كان $f\left(-\frac{3}{2}\right)=0$ وليس $f\left(\frac{3}{2}\right)=0$

(2) إذا كانت $(x+2)$ عامل من عوامل الحدودية g فإن $g(-2)=0$ (a) (b)

السبب :

عندما يكون $(x+2)$ عامل من عوامل الحدودية ل فإن -2 صفر من الأصفار أي $f(-2)=0$

(3) إذا قبلت $f(x)=x^4-2x^2+k+1$ القسمة على x فإن $k=-1$ (a) (b)

السبب :

لان عندما تكون k = -1 تكون $f(x)=x^4-2x^2$ وهي تقبل القسمة على x

(4) باقي قسمة حدودية من الدرجة n على حدودية من الدرجة الأولى هو عدد ثابت. (a) (b)

السبب :

لان درجة باقي القسمة تكون دائما أقل من درجة المقسوم عليه ٠

(5) $(x+1)$ عامل من عوامل الحدودية: $p(x)=x^3-x^2-2x$ (a) (b)

السبب :

عندما يكون (x+1) عامل من عوامل الحدودية فإن x = -1 صفراً لها أي أن

$$p(-1)=(-1)^3-(-1)^2-2(-1)=-1-1+2=0$$

KuwaitMath.com

مع التمنيات بالتوفيق ـ رئيس قسم الرياضيات ــ أ . فرج مبروك فرج ــ ت. 99716213

في التمارين (13–6)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان $x = -2a$ صفر من أصفار كثيرة حدود فإن أحد عواملها هو:

(a) $(x-2a)$ (b) $(2x+a)$ (c) $(2x-a)$ (d) $(x+2a)$

السبب :

عندما يكون $x = -2a$ صفراً من الأصفار فإن $(x+2a)$ عامل من العوامل

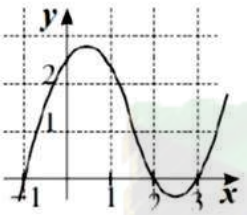
(7) أي من المقادير التالية إذا ضرب في $(x-1)$ يصبح الناتج كثيرة حدود تكعيبية ثلاثية:

(a) $(x-1)^2$ (b) x^2-x (c) x^2-1 (d) x^2+1

السبب:

عندما $(x-1)(x-1)^2 = (x-1)(x^2-2x+1) = x^3-3x^2+3x-1$

(8) ليكن بيان f كما في الشكل المرسوم فإن مجموعة حل المعادلة $f(x)=0$ هي:



(a) $\{-1,2,3\}$ (b) $\{1,-2,-3\}$

(c) $\{-1,0,2,3\}$ (d) $\{0\}$

السبب :

محور السينات يتقاطع مع المنحني f عند كلاً من $x=-1, x=2, x=3$

(9) شبه مكعب أبعاده $3x$, $2x-3$, $2x+3$ فتكون دالة الحجم $f(x)$ تساوي:

(a) $4x^2-9$ (b) $3x(4x^2+9)$ (c) $12x^2-9x$ (d) $12x^3-27x$

السبب :

حجم شبه المكعب V = حاصل ضرب أبعاده الثلاثة = الطول × العرض × الأرتفاع

$$V = f(x) = 3x(2x+3)(2x-3) = 3x(4x^2-9) = 12x^3-27x$$

(10) قيمة k التي تجعل $(x-1)$ عاملًا من عوامل $f(x) = (x^2+x-2)+2k$ هي:

(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

السبب :

عندما يكون $x-1$ عامل من العوامل الحدودية فإن $x=1$ فإن $f(1)=0$

$$(1+1-2)+2k = 0 \Rightarrow 2k = 0 \Rightarrow k = 0$$

KuwaitMath.com

تمرّنْ
3–5

حل معادلات كثيرات الحدود

Solving Polynomial Equations

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجموعة حل المعادلة $9x^2 + 16 = 0$ هي $\left\{-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right\}$ (a) (b)

السبب :

بالتعويض المباشر عن قيمة x لا تحقق حل المعادلة

(2) مجموعة حل المعادلة $2x^3 + 2 = 0$، $x \in \mathbb{R}$ هي مجموعة أحادية. (a) (b)

السبب :

$$2x^3 + 2 = 0 \Rightarrow 2(x^3 + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x + 1 = 0 \quad or \quad x^2 - x + 1 = 0$$

$x = -1$ $\qquad$ $x^2 - x + 1 = 0$ ليس لها حل في $\mathbb{R}$

(3) إذا كانت $2k$ تنتمي إلى مجموعة حل المعادلة $(4x^2 + 1)\left(\frac{x^2}{4} - 1\right) = 0$ فإن $k \in \{-1, 1\}$ (a) (b)

السبب :

$$(4x^2 + 1)\left(\frac{x^2}{4} - 1\right) = 0$$

$\frac{x^2}{4} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{4} = 1$ $\qquad$ $4x^2 + 1$ لا توجد جذور حقيقية

$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

$\pm 2 = 2k \Rightarrow k = \pm\frac{2}{2} = \pm 1$ $\qquad$ بالتعويض $x = 2k$

(4) إن $\{1\}$ هي مجموعة حل المعادلة $3x^4 + 12x^2 - 15 = 0$ (a) (b)

السبب :

لحل المعادلة $3x^4 + 12x^2 - 15 = 0 \Rightarrow x^4 + 4x^2 - 5 = 0$

$(x^2 + 5)(x^2 - 1) = 0$

$x^2 + 5 = 0$ ليس لها حل في $\mathbb{R}$ $\qquad$ $x^2 - 1 = 0$

$x = \pm 1$

مجموعة الحل = { -1 , 1 }

مع التمنيات بالتوفيق ـ رئيس قسم الرياضيات ــ أ . فرج مبروك فرج ــ ت. 99716213

(5) $\frac{2}{3}$ يمكن أن يكون صفرًا للحدودية $f(x)=2x^3+bx^2+cx-3$ حيث $b,c\in\mathbb{R}$ (b) (b)

السبب :

$$f(x)=2x^2+b\,x^2+cx-3$$

نوجد الأصفار النسبية الممكنة لمعرفة الأجابة الصحيحة

الحد الثابت ٣- عوامل الحد الثابت هي : $\pm 1,\pm 3$

الحد الرئيسى ٢ عوامل الحد الرئيسي هي : $\pm 1,\pm 2$

قسمة عوامل الحد الثابت علي عوامل الحد الرئيسي هي : $\pm\frac{3}{2},\pm\frac{1}{2},\pm 3,\pm 1$

نلاحظ أن $\frac{2}{3}$ ليس ضمن هذه الأصفار النسبية الممكنة

في التمارين (8–6)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) 5 يمكن أن يكون صفرًا من أصفار الحدودية $f(x)$ تساوي:

(a) ax^3+x^4+5 (a) (b) x^5-1 (c) $5x^3+6x-1$ (d) $(x+5)(x^2+25)$

السبب :

(٦) بالتعويض المباشر أو الأصفار النسبية المحتمل لكل معادلة

$$f(5)=a\,(5)^3+5^4+5\ =$$

$f(5)=(5)^5-1\ \neq 0$ ليس

$f(5)=5(5)^3+6(5)-1\ \neq 0$ ليس

$f(5)=(5+5)+(5^2+25)\ \neq 0$ ليس

لا توجد غير (a)

(7) أي قيمة مما يلي ليست حلًّا للمعادلة: $x^4-10x^2+9=0$

(a) -1 (b) -3 (c) 3 (d) 2 (d)

السبب :

بالتعويض المباشر أو الأصفار النسبية المحتمل لكل معادلة

$$f(2)=2^4-10(2)^2+9\ =-15\neq 0$$

$$f(-3)=(-3)^4-10(-3)^2+9\ =0=0$$

$$f(3)=3^4-10(3)^2+9\ =17=0$$

$$f(-1)=(-1)^4-10(-1)^2+9\ =0=0$$

مع التمنيات بالتوفيق ـ رئيس قسم الرياضيات ــ أ . فرج مبروك فرج ــ ت. 99716213

(8) إذا كان $f(m) = f(n) = f(-1) = 0$ فإن f ممكن أن تكون:

(a) $f(x) = (x-1)(x+m)(x+n)$

(b) $f(x) = (x-1)(x-m)^2(x-n)$

(c) $f(x) = (x+1)(x-m)(x-n)^2$

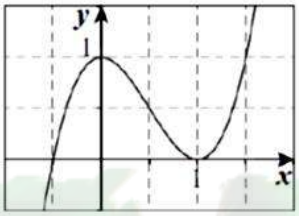
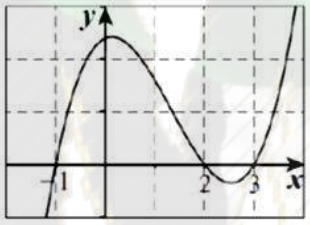
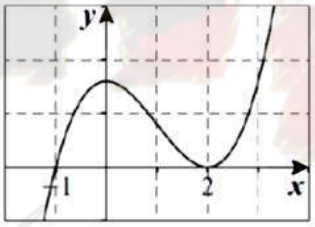
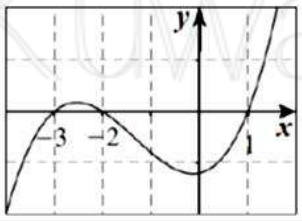
(d) $f(x) = (x+1)(x-mn)$

السبب :

$$f(m) = f(n) = f(-1) = 0$$

$$f(x) = (x-\mathrm{m})\,(x-n)\,(x+1)$$

في التمارين (11–9)، لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
(9) مجموعة حل $f(x) = 0$ هي $\{-1, 2, 3\}$ ∴ بيان الدالة f يمكن أن يكون: (b) لان منحني الدالة $f(x)$ يقطع محور السينات عند كلا من $x = -1 , x = 2 , x = 3$	(a) 
(10) مجموعة حل $f(x) = 0$ هي $\{-1, 2\}$ ∴ بيان الدالة f يمكن أن يكون: (c) لان منحني الدالة $f(x)$ يقطع محور السينات عند كلا من $x = -1 , x = 2$	(b) 
(11) مجموعة حل $f(x) = 0$ هي $\{1, -2, -3\}$ ∴ بيان الدالة f يمكن أن يكون: (d) لان منحني الدالة $f(x)$ يقطع محور السينات عند كلا من $x = 1 , x = -2 , x = -3$	(c) 
	(d) 

KuwaitMath.com

مع التمنيات بالتوفيق ـ رئيس قسم الرياضيات ــ أ . فرج مبروك فرج ــ ت. 99716213