الوحدة الأولي

KuwaitMath.com

تمرّنْ
1–1

الجذور والتعبيرات الجذرية
Roots and Radical Expressions

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\sqrt[3]{-64x^3} + 4x = 0$ (a) (b)

السبب :

$$\sqrt[3]{(-4x^3)^3} + 4x = -4x + 4x = 0$$

(2) $\frac{8-\sqrt{7}}{3} + \frac{3}{4-\sqrt{7}} \in \mathbb{Z}$ (a) (b)

السبب :

$$\frac{8-\sqrt{7}}{3} + \frac{3}{4-\sqrt{7}} = 4 \in \mathbb{Z}$$

(3) $(3-2\sqrt{2})^{27} \times (3+2\sqrt{2})^{27} = 1$ (a) (b)

السبب :

$$(3-2\sqrt{2})^{27} \times (3+2\sqrt{2})^{27} = \left((3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})\right)^{27}$$
$$= (9-4\times 2)^{27} = (9-8)^{27} = 1$$

(4) $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{5}$ (a) (b)

$$\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} = 2.702 \neq \sqrt[3]{5}$$

السبب :

(5) $|m| \times \sqrt{m^2} = m^2, \forall m \in \mathbb{R}$ (a) (b)

السبب :

$$|m| \times \sqrt{x^2} = |m| \times |x| = m^2$$

مع التمنيات بالتوفيق ـ رئيس قسم الرياضيات ــ أ . فرج مبروك فرج ــ ت. 99716213

في التمارين (12–6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) التعبير الجذري الذي في أبسط صورة هو:

(a) $\sqrt[3]{216}$ (b) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$ (c) $\sqrt[3]{9}$ (d) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

السبب : حسب التعريف

(7) لوضع التعبير الجذري $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}}$ في أبسط صورة نضرب كلًّا من البسط والمقام في:

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) 2 (d) 4

السبب:

$$\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{10}}{2}$$

(8) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ يساوي:

(a) $2-\sqrt{3}$ (b) $2+\sqrt{3}$ (c) $3-\sqrt{2}$ (d) $3+\sqrt{2}$

السبب : باستخدام الآلة الحاسبة

$$\sqrt{7+4\sqrt{2}} = 3.732$$

$$\sqrt{7+4\sqrt{2}} = 3.732$$

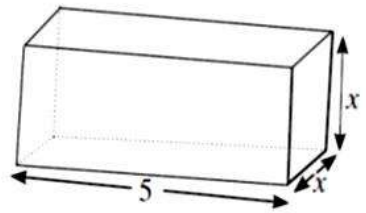
$$2-\sqrt{2} \approx 0.586 \qquad 2+\sqrt{3} = 3.732$$

$$3-\sqrt{3} = 1.586 \qquad 3+\sqrt{3} = 4.414$$

(10) إذا كان $x \in \mathbb{R}^-$ فإن $\frac{1}{x} \cdot |x|$ يساوي:

(a) -1 (b) $-x$ (c) 1 (d) x

(11) إذا كان حجم شبه المكعب المقابل يساوي $40\,cm^3$، فإن x تساوي:



(a) 2 cm (b) $2\sqrt{2}$ cm (c) $-2\sqrt{2}$ cm (d) 4 cm

$$V = 5x.x \quad , \; 40 = 5x^2 \implies x^2 = 40 \div 5 = 8 \implies x = 2\sqrt{2}\,cm$$

مع التمنيات بالتوفيق ـ رئيس قسم الرياضيات ــ أ . فرج مبروك فرج ــ ت. 99716213

تمرّنْ
1–2

الأسس النسبية
Rational Exponents

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $16^{-\frac{3}{4}} = 32^{-\frac{3}{5}}$ (a) (b)

السبب : استخدام الآلة حاسبة

$16^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{8}$, $32^{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{8}$

(2) $x^{\frac{1}{2}} \div x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{2}{3}}$ (a) (b)

السبب :

$$x^{\frac{1}{2}} \div x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{1}{2}-\frac{3}{4}} = x^{-\frac{1}{4}}$$

(3) $x^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{6}}$ (a) (b)

السبب :

$$x^{-\frac{1}{2}} . x^{\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{6}}$$

(4) $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = x \ , \ x > 0$ (a) (b)

السبب :

$$\sqrt[4]{\sqrt{x}} = \sqrt[8]{x} = x^{\frac{1}{8}}$$

(5) $\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = 4$ (a) (b)

السبب : استخدام الآلة الحاسبة

$\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = \sqrt{32 \times 16^{-1}} = \sqrt{2}$

في البنود (12–6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان $n > 0$ ، فإن التعبير الذي **لا يكافئ** $\sqrt[4]{4n^2}$ هو:

(a) $(4n^2)^{\frac{1}{4}}$ (b) $2n^{\frac{1}{2}}$ (c) $(2n)^{\frac{1}{2}}$ (d) $\sqrt{2n}$

السبب :

$$\sqrt[4]{4x^2} = \sqrt[4]{(2x)^2} = \sqrt{2x} = (2n)^{\frac{1}{2}}$$

مع التمنيات بالتوفيق ـ رئيس قسم الرياضيات ــ أ . فرج مبروك فرج ــ ت. 99716213

KuwaitMath.com

(7) إذا كان: $y > 0$ ، فإن التعبير $\frac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}}$ يساوي:

(a) $14y$ (b) $\frac{1}{7}y$ (c) $2y$ (d) $\frac{8}{7}y$

السبب :

$$\frac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}} = \left(\frac{56 \times y^5}{7y^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{8 \times y^5}{y^2}\right)^{\frac{1}{3}} = (8\,y^3)^{\frac{1}{3}} = (2^3\,y^3)^{\frac{1}{3}} = 2y$$

(8) $\left(\sqrt[4]{x^{-2}y^4}\right)^{-2} =$: $x \neq 0$, $y \neq 0$

(a) $|x^{-1}|y^2$ (b) $|x|y^{-2}$ (c) xy^2 (d) $x^{-2}y^2$

السبب :

$$\left(\sqrt[4]{x^{-2}\,y^4}\right)^{-2} = \left((x^{-2}\,y^4)^{\frac{1}{4}}\right)^{-2} = (x^{-2}\,y^4)^{-\frac{1}{2}} = (x^{-2}\,y^4)^{-\frac{1}{2}}$$

(9) $\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} =$

(a) $5^{-\frac{1}{2}}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $5^{\frac{1}{2}}$ (d) $5^{\frac{2}{3}}$

السبب :

$$\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} = \sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5 \times 5^2}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt[3]{5^3}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{5}}$$

(10) إذا كان $x + y = 2$, $x^2 - xy + y^2 = 4$ فإن $\sqrt[6]{x^3 + y^3}$ يساوي:

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) $\sqrt[3]{6}$ (d) 2

السبب :

$$\sqrt[6]{x^3 + x^3} = \sqrt[6]{(x+y)(x^2 - xy + y^2)} = \sqrt[6]{2 \times 4} = \sqrt[6]{8}$$
$$= \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$$

(11) في التعبير $P.V^{\frac{7}{5}}$ حيث P يمثل الضغط، V يمثل حجم عينة من غاز فإن قيمته عندما $P = \frac{32}{27}$, $V = \frac{243}{32}$ يساوي:

(a) $\frac{4}{81}$ (b) 4 (c) $\frac{81}{4}$ (d) $\frac{243}{4}$

السبب :

$$p.v^{\frac{7}{5}} = \frac{32}{27} \cdot \left(\frac{243}{32}\right)^{\frac{7}{5}} = \frac{2^5}{3^3} \cdot \left(\frac{3^5}{2^5}\right)^{\frac{7}{5}} = \frac{2^5}{3^3} \cdot \frac{3^7}{2^7} = \frac{3^4}{2^2} = \frac{81}{4}$$

(12) إن قيمة التعبير $x > 0$, $\frac{\sqrt[3]{x^6} \bullet \sqrt[4]{x^5}}{x^3 \bullet \sqrt[8]{x^2}}$ تساوي:

(a) x (b) $\frac{1}{x}$ (c) 1 (d) $\sqrt{x}$

السبب :

$$\frac{\sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[4]{x^5}}{x^3 \cdot \sqrt[8]{x^2}} = \frac{x^{\frac{6}{3}} \cdot x^{\frac{5}{4}}}{x^3 \cdot x^{\frac{2}{8}}} = x^{\frac{6}{3}+\frac{5}{4}-3-\frac{2}{8}} = x^0 = 1$$

مع التمنيات بالتوفيق ـ رئيس قسم الرياضيات ــ أ . فرج مبروك فرج ــ ت. 99716213

تمرّنْ
1–3

حل المعادلات

Solving Equations

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجموعة حل $7^{3-x} = 1$ هي $\{3\}$

(a) (b)

السبب بالتعويض عن $x = 3$ $\quad 7^{3-3} = 7^0 = 1$

(2) مجموعة حل $\sqrt{x-1} = \sqrt{1-x}$ هي $\{0\}$

(a) (b)

السبب بالتعويض عن $x = 0$ $\quad \sqrt{0-1} \neq \sqrt{1-0}$

(3) إذا كان $\sqrt[3]{9+x^2} = 3$ فإن $x = 3\sqrt{2}$

(a) (b)

السبب : بتكعيب الطرفين

$$\sqrt[3]{9+x^2} = 3$$
$$9 + x^2 = 27$$
$$x^2 = 27 - 9 = 18$$
$$x = \pm\sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2}$$

(4) $x = -1$ حلًّا للمعادلة $2^{x^2-4} = \frac{1}{32}$

(a) (b)

بالتعويض عن $x = -1$ $\quad 2^{(-1)^2-4} = 2^{-3} = \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$

(5) مجموعة حل $25^{|x|+\frac{1}{2}} = 5^{1-2x}$ هي $\mathbb{R}^-$

(a) (b)

$$25^{|x|+\frac{1}{2}} = 5^{1-2x}$$
$$5^{2(|x|+\frac{1}{2})} = 5^{1-2x}$$
$$5^{(2|x|+1)} = 5^{1-2x}$$
$$2|x| + 1 = 1 - 2x$$
$$|x| = -x \implies x \in (-\infty, 0] \implies x = \mathbb{R}^- \cup \{0\}$$

في التمارين (10–6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

(6) مجموعة حل $\left(\sqrt{x^{20}}\right)^{\frac{1}{5}} - x^2 = 0$ هي:

(a) $\{0\}$ (b) $\mathbb{R}^+$ (c) $\mathbb{R}^-$ (d) $\mathbb{R}$

مع التمنيات بالتوفيق ـ رئيس قسم الرياضيات ــ أ . فرج مبروك فرج ــ ت. 99716213

السبب :

$$\left(\sqrt{x^{20}}\right)^{\frac{1}{5}} - x^2 = 0$$

$$\left((x^{20})^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{5}} = x^2$$

$$(x^{10})^{\frac{1}{5}} = x^2$$

$$x^2 = x^2 \qquad x \in \mathbb{R}$$

(7) مجموعة حل $\sqrt[3]{x-2} = \sqrt{x-2}$ هي:

(a) $\{2\}$ (b) $\{1,2\}$ (c) $\{1,2,3\}$ (d) $\{2,3\}$

السبب :

بالتعويض عن

$\sqrt[3]{2-2} = \sqrt{2-2}$ $\quad x = 2$

$\sqrt[3]{1-2} \neq \sqrt{1-2}$ $\quad x = 1$

$\sqrt[3]{3-2} = \sqrt{3-2}$ $\quad x = 3$

(8) مجموعة حل $\sqrt[3]{2x^2+2} = \sqrt[3]{3-x}$ هي:

(a) $\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$ (b) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ (c) $\left\{-1, \frac{-1}{2}\right\}$ (d) $\left\{1, \frac{1}{2}\right\}$

السبب :

بالتعويض عن

$\sqrt[3]{2(-1)^2+2} = \sqrt[3]{3-(-1)}$ $\quad x = -1$

$\sqrt[3]{2\left(\frac{1}{2}\right)^2+2} = \sqrt[3]{3-\left(\frac{1}{2}\right)}$ $\quad x = \frac{1}{2}$

$\sqrt[3]{2\left(-\frac{1}{2}\right)^2+2} \neq \sqrt[3]{3-\left(-\frac{1}{2}\right)}$ $\quad x = -\frac{1}{2}$

$\sqrt[3]{2(1)^2+2} \neq \sqrt[3]{3-(1)}$ $\quad x = 1$

(9) مجموعة حل $x^2 = |x|$ هي:

(a) $\{-1,0,1\}$ (b) $\{0,1\}$ (c) $\{0\}$ (d) $\{1\}$

السبب :

بالتعويض عن

$(-1)^2 = |-1|$ $\quad x = -1$

$(0)^2 = |0|$ $\quad x = 0$

$(1)^2 = |1|$ $\quad x = 1$

(10) إذا كان $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = 3^{2-x}$ فإن x تساوي:

(a) -2 (b) 2 (c) -4 (d) 4

السبب :

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow \left(\frac{1}{3^2}\right)^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow (3^{-2})^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow (3)^{-2x-2} = 3^{2-x}$$

$$-2x-2 = 2-x \Rightarrow -2x+x = 2+2 \Rightarrow -x = 4 \Rightarrow x = -4$$

KuwaitMath.com