



الفصل الدراسي الثاني

كراسة متابعة

(القطوع المخروطية)

٢٠١٨/٢٠١٧

KuwaitMath.com

الثاني عشر علمي

محمد هادي القصار

القطوع المخروطية - القطع المكافئ

7-1

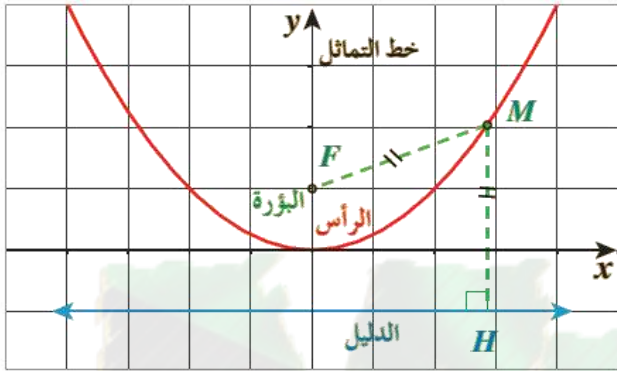
السطح المخروطي :

القطوع المخروطية : القطع المكافئ - القطع الناقص - القطع الزائد .

تعريف القطع المكافئ : هو مجموعة كل النقاط في المستوى

المتساوية البعدين عن نقطة ثابتة معطاة (البؤرة)

و عن مستقيم ثابت معطى (الدليل) .



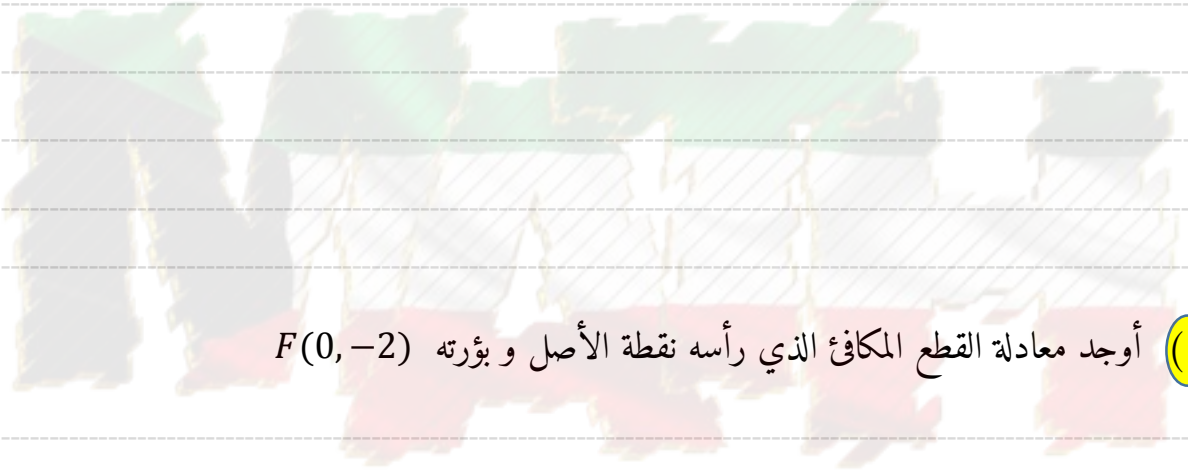
معادلة القطع المكافئ

$y^2 = 4px$	$x^2 = 4py$	الصورة العامة
		الشكل
		الفتحة
		البؤرة
		الدليل
		محور التناظر
		المسافة من الرأس إلى البؤرة
		المسافة من الرأس إلى الدليل
		إشارة p

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

مثال (1) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل و بؤرته $F(-4,0)$

Handwriting practice lines for the first problem.



تطبيق (1) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل و بؤرته $F(0,-2)$

Handwriting practice lines for the second problem.

KuwaitMath.com

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

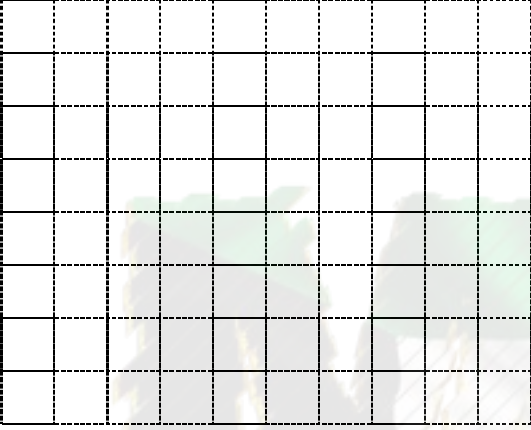
مثال (2) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل و بؤرته $F(0,2)$ ودليله المستقيم $y = -2$

تطبيق (2) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل و بؤرته $F(0,-3)$ ودليله المستقيم $y = 3$

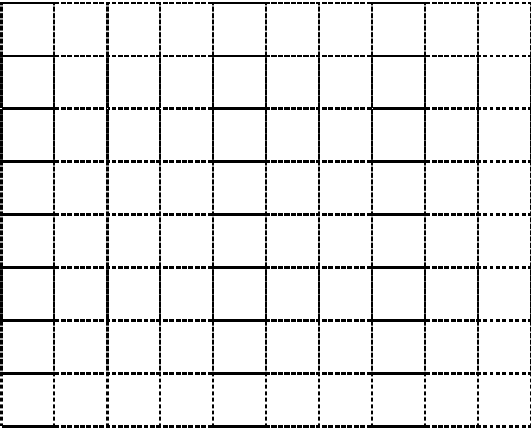
KuwaitMath.com

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

مثال (3) أوجد البؤرة و معادلة الدليل لقطع مكافئ رأسه نقطة الأصل و معادلته $y = \frac{x^2}{4}$
ثم ارسم شكلاً تقريبياً لهذا القطع.



تطبيق (3) أوجد البؤرة و معادلة الدليل لقطع مكافئ رأسه نقطة الأصل و معادلته $x = -8y^2$
ثم ارسم شكلاً تقريبياً لهذا القطع.



أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

مثال (4) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطة $A(1,1)$ وخط تماثله $x - axis$

تطبيق (4) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطة $A(-1,2)$ وخط تماثله $x - axis$

KuwaitMath.com

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

مثال (5) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين $A(-1,4), B(1,4)$

تطبيق (5) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين $A(-3,4), B(3,4)$

KuwaitMath.com

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

مثال (6) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل و معادلة دليبه $x = -5$

تطبيق (6) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل و معادلة دليبه $y = 1$

KuwaitMath.com

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

مثال (7)

تُستخدم ميكروفونات مكافئة على جانبي ملعب لالتقاط الأصوات من داخل الملعب. إذا كان قد تولد ميكروفون مكافئ من تدوير قطع مكافئ معادلته: $y^2 = 15x$ ، فحدّد موضع البؤرة (جهاز الاستقبال الإلكتروني) لهذا القطع المكافئ.

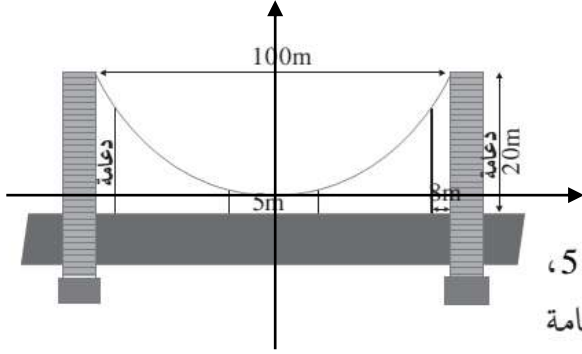
مثال (8)

تصنع إحدى الشركات مصابيح أمامية للسيارات. إذا كان أحد المصابيح على شكل سطح مكافئ متولد من تدوير قطع مكافئ معادلته $y^2 = 12x$ ، فأين يجب وضع لمبة المصباح؟

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي

الفصل الدراسي الثاني

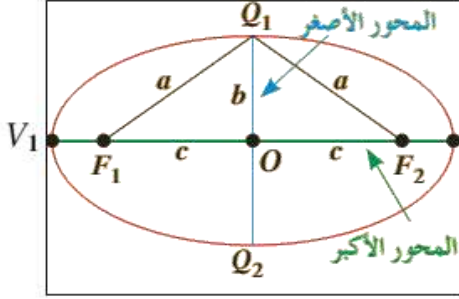
تطبيق (8)



يصل سلك معدني متدلٍ بين رأسي عمودي جسر. السلك المعدني هو على صورة قطع مكافئ حيث يبعد العمودان عن بعضهما مسافة 100 m ويبلغ ارتفاع كل منهما 20 m. يبلغ أصغر ارتفاع للسلك عن الطريق العام 5 m، وضعت على الطريق دعائم للسلك المتدلي، أوجد طول الدعامة التي تبعد 8 m عن أي من العمودين.

KuwaitMath.com

7-2 القطع الناقص



تعريف القطع الناقص : هو مجموعة كل النقاط في المستوى التي

يكون مجموع بعدي كل نقطة منها عن نقطتين ثابتتين في المستوى ثابتاً $2a$.

ملاحظة : مجموع هذين البعدين يساوي $2a$

معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل

$a > b > 0$	$a > b > 0$	المعادلة
		بيان القطع
		المحور الأكبر
		الرأسان طرفا
		المحور الأكبر
		طول المحور الأكبر
		طرفا المحور الأصغر
		طول المحور الأصغر
		البؤرتان
		المسافة بين البؤرتين
		العلاقة الأساسية
		معادلتا الدليلين
		التناظر

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

مثال (1) إذا كانت $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ معادلة قطع ناقص فأوجد :

البؤرتين (b)

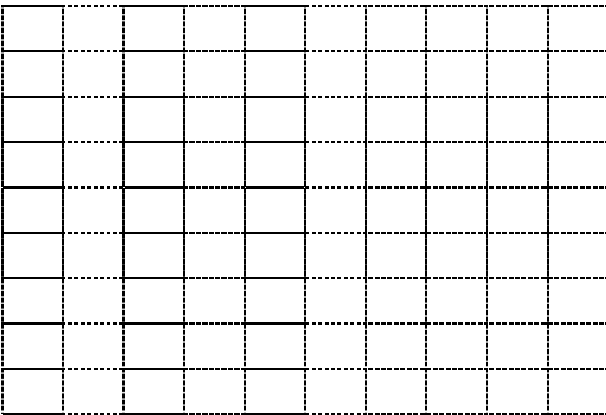
رأسي القطع و طرفي المحور الأصغر . (a)

طول كل من المحورين ثم ارسم شكلاً تقريبياً للقطع . (d)

معادلة دليبي للقطع . (c)



KuwaitMath.com



أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

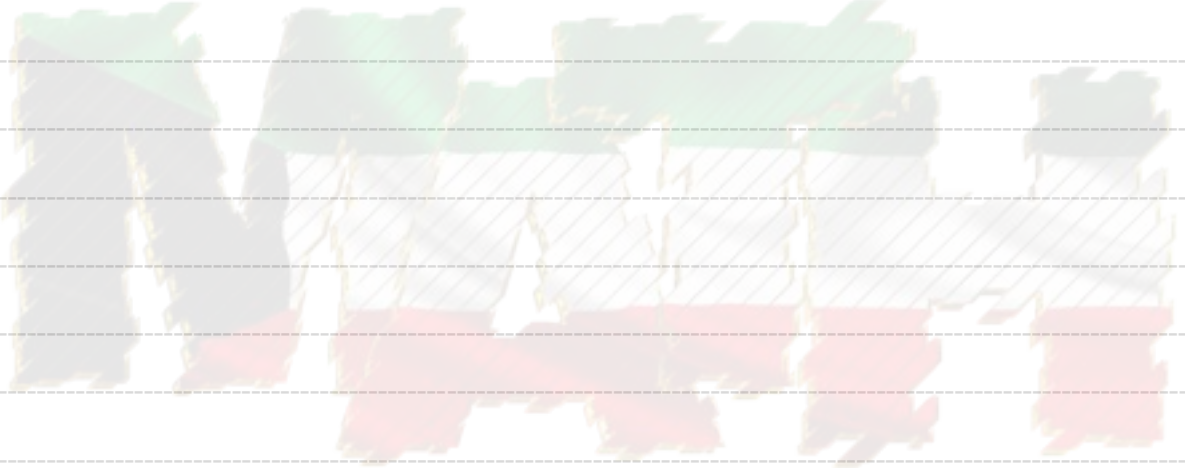
تطبيق (1) إذا كانت $\frac{x^2}{8^2} + \frac{y^2}{6^2} = 1$ معادلة قطع ناقص فأوجد :

البؤرتين (b)

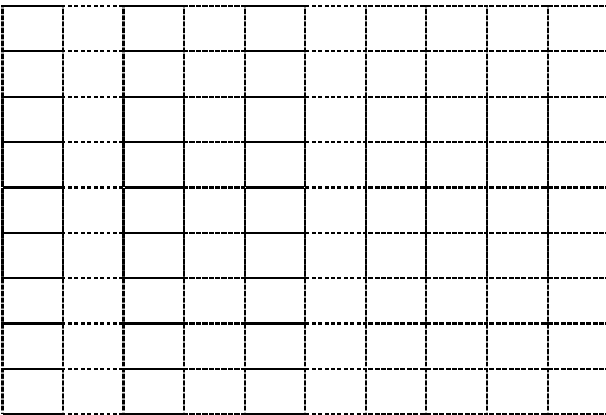
رأسي القطع و طرفي المحور الأصغر . (a)

طول كل من المحورين ثم ارسم شكلاً تقريبياً للقطع . (d)

معادلة دليبي القطع . (c)

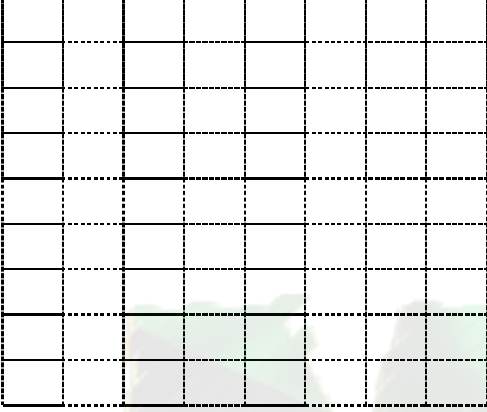


KuwaitMath.com

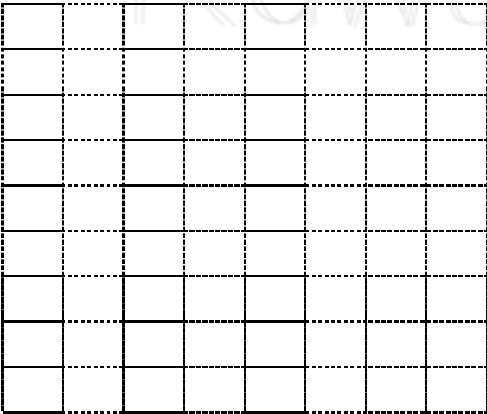


أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

مثال (2) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل و بؤرتاه : $F_1(0, -3), F_2(0,3)$ و طول محوره الأصغر 4 ثم ارسم شكلاً تقريبياً لهذا القطع .



تطبيق (2) أوجد معادلة القطع الناقص مركزه نقطة الأصل و الذي بؤرتاه : $F_1(-2.0)$ و $F_2(2.0)$ و طول محوره الأكبر 6 ثم ارسم شكلاً تقريبياً لهذا القطع .



أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

مثال (3) أوجد البؤرتين و الرأسين و طول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي معادلته: $x^2 + 4y^2 = 16$

تطبيق (3) أوجد البؤرتين و الرأسين و طول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي معادلته: $4x^2 + y^2 - 28 = 0$

KuwaitMath.com

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

مثال (4) أوجد معادلة قطع ناقص وإذا كان محوره الأكبر ينطبق على محور الصادات وطوله 16 cm والمسافة بين البؤرتين 10 cm ومركزه نقطة الأصل .

تطبيق (4) أوجد معادلة قطع ناقص إذا كان طول محوره الأكبر الذي ينطبق على محور السينات 10 cm والمسافة بين البؤرتين 6 cm ومركزه نقطة الأصل .

KuwaitMath.com

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
 الفصل الدراسي الثاني

مثال (5) أوجد معادلة قطع ناقص الذي مركزه نقطة الأصل ومحوره الأصغر أفقي طوله 10 cm

و يمر بالنقطة $A(2.2\sqrt{6})$

تطبيق (5) أوجد معادلة قطع ناقص الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه $F(4.0)$ و يمر بالنقطة $A(3.\sqrt{15})$

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
 الفصل الدراسي الثاني

مثال (6) أوجد معادلة قطع ناقص الذي فيه $V_1F_1 + V_1F_2 = 10$ حيث أن V_1 هو نقطة على القطع الناقص ،
 F_1, F_2 هما البؤرتين علماً أن $F_1(3.0)$ و $F_2(-3.0)$ ومركزه نقطة الأصل .



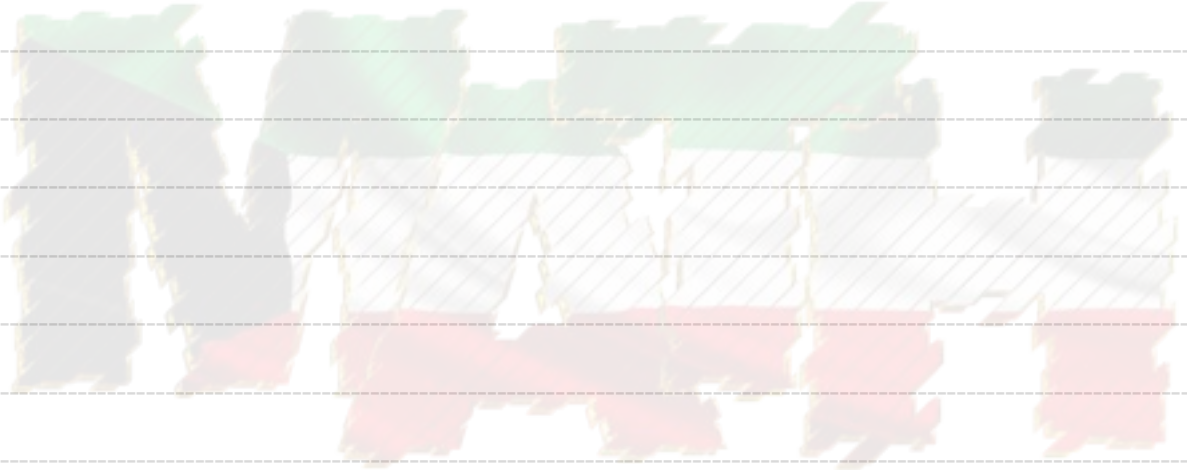
تطبيق (6) أوجد معادلة قطع ناقص الذي فيه نقطتا طرفي المحور الأكبر هما $A_1(0. -5)$ و $A_2(0.5)$
 وطول المحور الأصغر 4 و مركزه نقطة الأصل .

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي

الفصل الدراسي الثاني

تطبيق حياتي

يتولد المجسم الناقص لأحد أجهزة تفتيت الحصوات، من دوران قطع ناقص نقطتا طرفي محوره الأكبر $A_1(-8, 0), A_2(8, 0)$. إذا كانت إحدى نقطتي طرفي محوره الأصغر $B_1(0, 3.5)$ ؛ فأوجد إحداثيات البؤرتين.

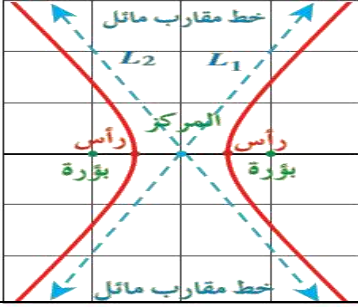


KuwaitMath.com

تطبيق حياتي

لمتابعة الهمس في الصالات البيضاوية الشكل فإن الصوت الذي ينطلق من بؤرة يمكن الاستماع إليه بشكل تام في البؤرة الثانية. على افتراض أن إحدى الصالات الكبرى مبنية على شكل بيضاوي طولي محوريها 98 m و 46 m . على أي مسافة من مصدر الصوت يجب أن يكون موقع شخص ليتمكن من سماعه بشكل واضح؟

7-3 القطع الزائد



تعريف القطع الزائد : هو مجموعة كل النقاط في المستوى التي تكون القيمة المطلقة للفرق بين بعدي كل نقطة منها عن نقطتين ثابتتين ثابتتين في المستوى ثابتاً .

ملاحظة : هذه القيمة المطلقة تساوي $2a$

معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل

المعادلة	
بيان القطع	
الرأسان طرفا المحور القاطع	
المحور القاطع	
طول المحور القاطع	
طرفا المحور المرافق	
طول المحور المرافق	
البؤرتان	
العلاقة الأساسية	
معادلتا الخطين التقاربيين	
معادلتا الدليلين	
التناظر	

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

مثال (1) لتكن $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{16} = 1$ معادلة قطع زائد ، أوجد :

البؤرتين (b)

رأسي القطع الزائد . (a)

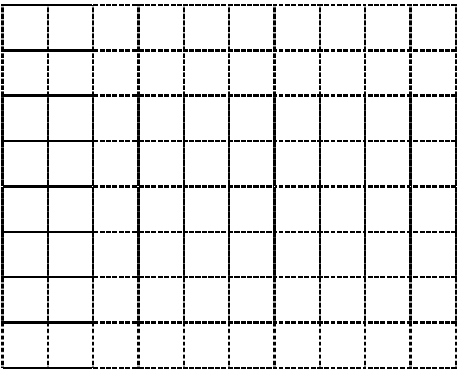
طول كل من المحورين (d)

معادلتى دليلي القطع (c)

معادلة كل من الخطين التقاربيين ثم ارسم شكلاً تخطيطياً للقطع . (e)



KuwaitMath.com



أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

تطبيق (1) لتكن $9y^2 - 25x^2 = 225$ معادلة قطع زائد ، أوجد :

(b) البؤرتين

(a) رأسي القطع الزائد .

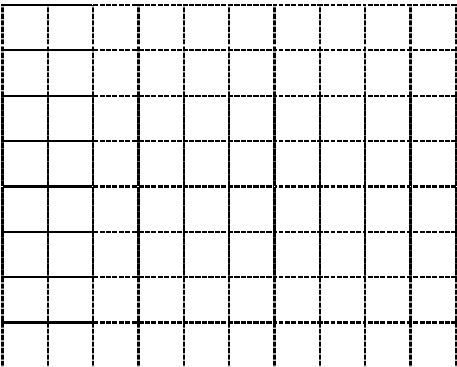
(d) طول كل من المحورين

(c) معادلتى دليلي القطع

(e) معادلة كل من الخطين التقاربيين ثم ارسم شكلاً تخطيطياً للقطع .



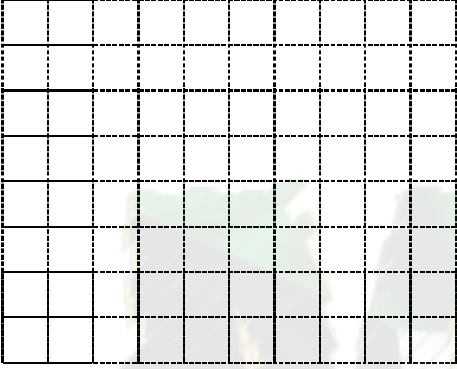
KuwaitMath.com



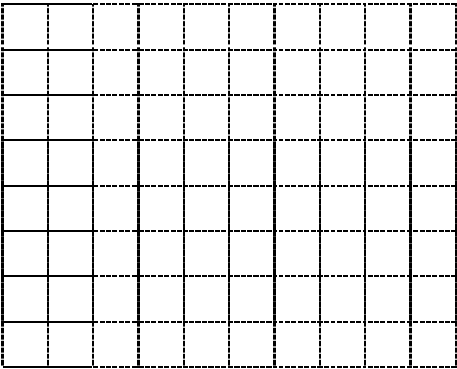
أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي

الفصل الدراسي الثاني

مثال (2) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل و بؤرتاه $F_1(-4.0)$ و $F_2(4.0)$ ورأساه $A_1(-2.0)$ و $A_2(2.0)$ ثم أوجد معادلة كل من خطيه المقاربتين و ارسم شكلاً تقريبياً للقطع .



تطبيق (2) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل و إحدى بؤرتيه $F_1(-5.0)$ و رأساه $A_1(-3.0)$ و $A_2(3.0)$ ثم أوجد معادلة كل من خطيه المقاربتين و ارسم شكلاً تقريبياً للقطع .



أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
 الفصل الدراسي الثاني

مثال (3) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه $F(\sqrt{41}, 0)$

و معادلة أحد خطيه المقاربتين $y = \frac{4}{5}x$



تطبيق (3) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه $F(0, -\sqrt{5})$

و معادلة أحد خطيه المقاربتين $y = 2x$

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

مثال (4) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وأحد رأسيه $(0, \frac{5}{4})$ ويمر بالنقطة $(-\sqrt{3}, -\frac{5}{2})$

تطبيق (4) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وأحد رأسيه $(\frac{2}{3}, 0)$ ويمر بالنقطة (1.1)

KuwaitMath.com

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

مثال (5) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين $A(2.1)$ و $B(4.3)$ ومحوره الأساسي جزء من محور السينات .



KuwaitMath.com

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
 الفصل الدراسي الثاني

تطبيق حياتي

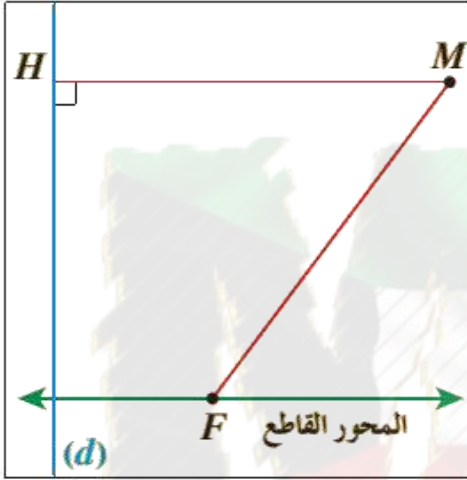
سمع صوت طلق ناري عند النقطة $A(150, 0)$ وبعده بثانيتين سمع الصوت نفسه عند النقطة $B(-150, 0)$.
 أثبت أن مجموعة النقاط $P(x, y)$ التي يمكن أن تكون مصدرًا للصوت تمثل قطعًا زائدًا، ثم أوجد معادلته
 علمًا بأن سرعة الصوت في الهواء 50 units/s



KuwaitMath.com

7-4 الاختلاف المركزي

تعريف: القطع المخروطي هو مجموعة كل النقاط في المستوى الإحداثي حيث تكون نسبة بعد كل منها من نقطة ثابتة (البؤرة) إلى بعدها عن مستقيم ثابت (الدليل) في نفس المستوى تساوي مقداراً ثابتاً. هذا المقدار الثابت يسمى الاختلاف المركزي للقطع المخروطي ويرمز إليه بالرمز e .



$$\frac{MF}{MH} = e$$

وحيث إن M نقطة على قطع مخروطي، F نقطة ثابتة (بؤرة القطع) ولا تقع على المستقيم الثابت d (دليل القطع). MF المسافة بين النقطتين، MH البعد بين M والدليل. فيكون لدينا الحالات التالية:

- a** إذا $e = 1$ يكون القطع المخروطي قطعاً مكافئاً
- b** إذا $e < 1$ يكون القطع المخروطي قطعاً ناقصاً
- c** إذا $e > 1$ يكون القطع المخروطي قطعاً زائداً

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

مثال (1) حدد نوع القطع في كل مما يلي ثم أوجد معادلته .

a) اختلافه المركزي ($e = 1$) و بؤرته $F(-1,0)$

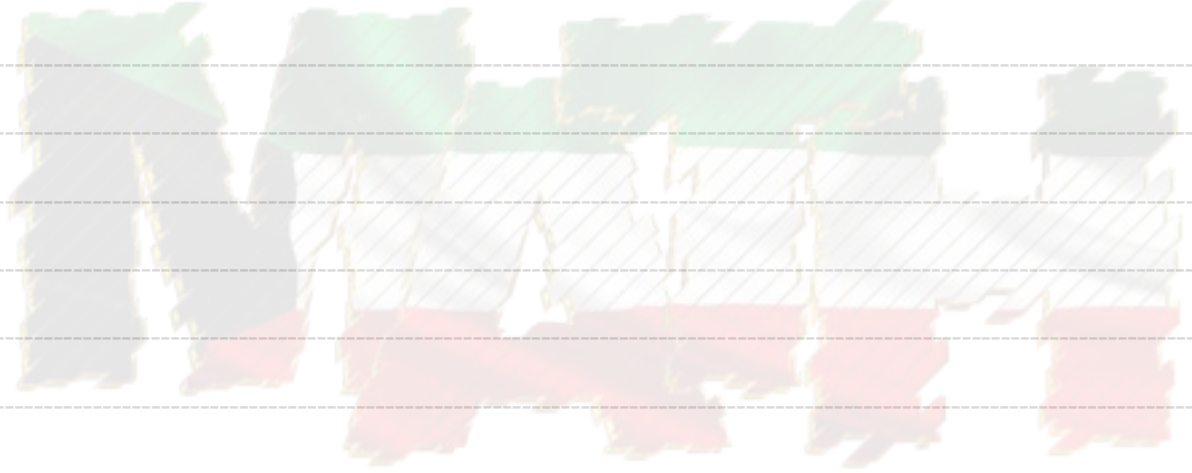
b) اختلافه المركزي ($e = \frac{4}{5}$) و بؤرته $F(-4\sqrt{2}, 0)$

c) اختلافه المركزي ($e = \sqrt{3}$) و معادلة أحد دليليه $x = \frac{1}{3}$

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

تطبيق (1) حدد نوع القطع في كل مما يلي ثم أوجد معادلته .

a) اختلافه المركزي $(e = \frac{3}{2})$ وإحدى بؤرتيه $F(0.3)$



KuwaitMath.com

b) اختلافه المركزي $(e = \frac{3}{4})$ و معادلة أحد دليليه $x = 8$

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

مثال (2) أوجد الاختلاف المركزي لكل قطع ممالي حيث معادلته:

$$x^2 + \frac{y^2}{25} = 1 \quad \text{a}$$



$$24y^2 = 600 + 25x^2 \quad \text{b}$$

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
 الفصل الدراسي الثاني

تطبيق (2) أوجد الاختلاف المركزي لكل قطع مما يلي حيث معادلته:

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \quad \text{a}$$



$$4y^2 - 9x^2 = 36 \quad \text{b}$$

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

مثال (3) أوجد طول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي اختلافه المركزي $(e = \frac{\sqrt{5}}{3})$ و طول محوره الأصغر 4 .

تطبيق (3) أوجد طول المحور القاطع الذي ينطبق على محور السينات للقطع الزائد الذي اختلافه المركزي $(e = 2)$ و طول محوره المرافق 6 .

KuwaitMath.com

أوراق عمل رياضيات للصف الثاني عشر علمي

الفصل الدراسي الثاني

تطبيق حياتي

مسار الأرض حول الشمس هو قطع ناقص، حيث تقع الشمس عند إحدى بؤرتيه. إذا كان طول المحور الأكبر للقطع $300\,000\text{ km}$ واختلافه المركزي $e = 0.017$. فأوجد أكبر وأصغر بُعد للأرض عن الشمس.



KuwaitMath.com

انتهت الوحدة السابعة " القطوع المخروطية "