الرؤية :
جيل بالعلم واع
بالقيم راق ناهض بالوطن

مدرسة قرطبة الثانوية بنات
QURTOBA HIGH SCHOOL

وزارة التربية
منطقة العاصمة التعليمية
مدرسة قرطبة الثانوية - بنات

قسم الرياضيات

# الصف الحادي عشر علمي

"هذا الدفتر لايغني عن كتاب الطالب وكراسة التمارين"

(الأعداد المركبة-حساب المثلثات- تطبيقات علي حساب المثلثات)

## الفصل الدراسي الثاني

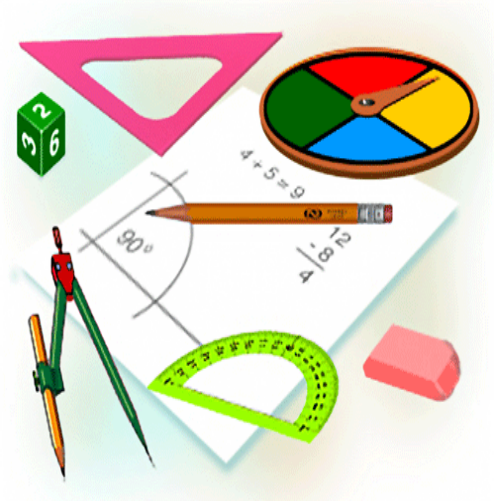
# كراسة متابعة المتعلمة

## 2017/2018

KuwaitMath.com

اسم المتعلمة: ----------

الصف :----------




اعداد المعلمة/ عـــزة عبدالغني
رئيسة القسم أ/ منال الشمري
الموجه الفني أ/ عبدالوهاب نور الدين
مديرة المدرسة أ/ هـــدي الســـعيد

| التاريخ | متابعة الأعمال الصفية | | | توقيع ولي الأمر |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

KuwaitMath.com

# مواعيد الاختبـــــــارات

| الاختبار | اليوم | التاريخ | الكمية | توقيع ولي الأمر |
|---|---|---|---|---|
| اختبار تقويمي | | | | |
| اختبار منتصف الفصل | | | | |

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (7-1) الأعدد المركبة | | |

الوحدة التخيلية : هي العدد الذي مربعه (-1) و يرمز له بالرمز $i$

Imaginary Unit

$$i = \sqrt{-1} \ , \ i^2 = -1$$

- الأعداد التخيلية : لأي عدد حقيقي موجب $m$ ، $\sqrt{-m} = \sqrt{m}\,i$ ⟸
- تسمى الأعداد التي على الصورة $bi$ حيث $b \in R^*$ أعداد تخيلية

مجموعة الجذور التربيعية الموجبة و السالبة للأعداد الحقيقية السالبة تكون مجموعة الاعداد التخيلية

مثال (١) بسط كلا مما يلى مستخدما الوحدة التخيلية $i$

ⓐ $\sqrt{-4}$

$= \sqrt{4}\,i \quad = 2\,i$

ⓑ $\sqrt{-8}$

$= \sqrt{8}\,i \quad = 2\sqrt{2}\,i$

حاول أن تحل (١) بسط كلا مما يلي مستخدما الوحدة التخيلية $i$

ⓐ $\sqrt{-2}$

ⓑ $-\sqrt{-8}$

ⓒ $\sqrt{-36}$

KuwaitMath.com

تعريف العدد المركب : هو عدد على الصورة $a + b\,i$ حيث $a, b$ عددان حقيقيان ، $i$ الوحدة التخيلية

و يمكن كتابة أي عدد مركب على الصورة $z = a + b\,i$ و تسمى الصورة الجبرية للعدد المركب

حيث $a$ الجذء الحقيقي Real Part ، حيث $b$ الجذء الحقيقي Imaginary Part

و يرمز لمجموعة الأعداد المركبة بالرمز $\mathbb{C}$

$$z = a + b\,i$$

$a$ الجذء الحقيقي ، $b\,i$ الجذء التخيلي

و إذا كان $b=0$ فإن $z = a$ يسمى عددا حقيقيا

و إذا كان $b \neq 0$ ، $a=0$ فإن $z = b\,i$ يسمى عددا تخيليا

أكمل الجدول :

| العدد المركب | الجذء الحقيقي | الجذء التخيلي |
|---|---|---|
| $2+3i$ | 2 | 3 |
| | 4 | -5 |
| $i-1$ | | |
| 7 | | |
| | 0 | -1 |

**حاول أن تحل (٢)** أكتب كلا من الأعداد المركبة التالية على الصورة الجبرية :

ⓐ $\sqrt{-18}+7$ ⓑ $\frac{10-\sqrt{-100}}{5}$ ⓒ $\frac{\sqrt{-9}+5}{7}$

---

- كل عدد حقيقي هو عدد مركب . $a = a+0\,i$
- مجموعة الأعداد الحقيقية و مجموعة الأعدا التخيلية هما مجموعتان جزئيتان من مجموعة الأعداد المركبة .

المخطط التالي يوضح ذلك

**الأعداد المركبة**

الأعداد الحقيقية

الأعداد النسبية
$0.3$، $\frac{٤}{٧}$

الأعداد الصحيحة
-1,2,-3

الأعداد الكلية
0,1,2,3,7

الأعداد الغير النسبية
$-\sqrt{2}\ ,e\ ,\pi$

الأعداد التخيلية
$2\,i$
$-\sqrt{3}\,i$

KuwaitMath.com

## تساوي عددين مركبين

يتساوي عددان مركبان إذا و فقط إذا تساوى جزءاهما الحقيقيان و تساوى جزءاهما التخيليان

و ليكن : $z_1 = a_1 + b_1 i\ , z_2 = a_2 + b_2\,i$

$z_1 = z_2 \iff a_1 = a_2\ ,\ b_1 = b_2$

حاول أن تحل (٣) أوجد قيم كل من $x, y \in R$ في كل مما يأتي

ⓐ $x + 5i = 7 - 3y\,i$

ⓑ $(x+3) - y^2 i = 5 - y\,i$

ⓒ $3i = 2x - 5y\,i$

ملحوظة : إذا ساوى عدد مركب الصفر فإن جزءه الحقيقي يساوي الصفر و جزءه التخيلي يساوي الصفر

$$x + y\,i = 0 \longrightarrow x = 0 \ , \ y = 0$$

## التمثيل البياني لعدد مركب

يمكن وضع العدد المركب $z = a + b\,i$ على صورة الزوج المرتب $(a,b)$

حيث : الإحداثي السيني هو الجزء الحقيقي و الإحداثي الصادي هو الجزء التخيلي

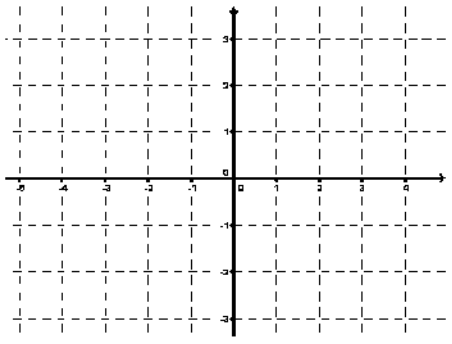
$$z = a + b\,i \longleftrightarrow (a,b)$$

الصورة الجبرية — الصورة الديكارتية

كل نقطة في المستوى الإحداثي تمثل عدد مركبا ، و كل عدد مركب يناظر (تمثله) نقطة في المستوى الإحداثي

في هذه الحالة يسمى المستوى الإحداثي المستوى المركب ( مستوى أرجاند )

و يسمى محور السينات بالمحور الحقيقي ، و يسمى محور الصادات بالمحور التخيلي .



حاول أن تحل (٤) مثل كلا مما يلي في المستوى المركب :

ⓐ $z_1 = 4 - i$ ⓑ $z_2 = -3i$

ⓒ $z_3 = -4 - 3\,i$ ⓓ $z_4 = 2$

حاول أن تحل (٥) أكتب العدد المركب المناظر لكل من النقاط التالية : k(-7, 0) , H(1 ,-2 ) , N( -4 , 1 )

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (7-1) العمليات علي الأعداد المركبة | | |

**أولا جمع و طرح الأعداد المركبة :** نجمع جزءيهما الحقيقين معا و نجمع جزءيهما التخيلين معا

كذلك نطرح جزءيهما الحقيقين معا و نطرح جزءيهما التخيلين معا

إذا كان $z_1 = a_1 + b_1 i$ , $z_2 = a_2 + b_2 i$ عددين مركبين فإن

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$$

$$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$$

خواص عملية الجمع على الأعداد الحقيقية تستمر مع عملية الجمع على الأعداد المركبة كما يلي :

| الخاصية | |
|---|---|
| الإبدالية | $z_{1+} z_2 = z_{2+} z_1$ |
| التجميعية | $z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3$ |

- الصفر هو العنصر المحايد لعملية الجمع على مجموعة الأعداد المركبة $0 = 0 + 0i$
- المعكوس الجمعي للعدد المكب $z = a + b\,i$ هو العدد المركب $-z = -a - b\,i$

إذا كان $z = 2 + 5\,i$ فإن $-z = -2 - 5\,i$

- إذا كان مجموع عددين مركبين يساوي صفرا فإن كلا منهما معكوس جمعي للأخر و العكس صحيح

$$z_1 + z_2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad z_1 = -z_2$$

لإيجاد ناتج طرح $z_1 - z_2$ يمكن إضافة المعكوس الجمعي لـ $z_2$ إلى $z_1$ أي أن

$$z_1 - z_2 = z_1 + (-z_2)$$

---

**حاول أن تحل (٦)** إذا كان $z_1 = -2 + 5i$ , $z_2 = 3.4 - 1.2i$ ,$z_3 = -0.3i$ فأوجد :

(a) $z_1 + z_2$

(b) $z_2 - z_1$

(c) $z_3 - z_2 - z_1$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (7-1) ت/ العمليات علي الأعداد المركبة | | |

## ثانيا ضرب ضرب الأعداد المركبة

خواص عملية ضرب الأعداد المركبة :

| | |
|---|---|
| الخاصية | $\forall z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ |
| الإبدالية | $z_1 \times z_2 = z_2 \times z_1$ |
| التجميعية | $z_1 \times (z_2 \times z_3) = (z_1 \times z_2) \times z_3$ |
| التوزيعية | $z_1 \times (z_2 + z_3) = z_1 \times z_2 + z_1 \times z_3$<br>$z_1 \times (z_2 - z_3) = z_1 \times z_2 - z_1 \times z_3$ |

العدد 1 هو العنصر المحايد لعملية ضرب الأعداد المركبة ( $1 = 1 - 0i$ )

لضرب عددين يمكن إستخدام $i^2 = -1$

قاعدة الضرب : $\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C} \ , \ c \in R$

حيث $z_1 = a_1 + b_1 i \ , \ z_2 = a_2 + b_2 i$

١ $cz_1 = ca_1 + cb_1 i \ ,$

٢ $z_1 \times z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1) i$

KuwaitMath.com

**حاول أن تحل(7) :** أوجد ناتج

ⓐ $(6-5i)(4-3i)$

ⓑ $(9+4i)(4-9i)$

ⓒ $(12i)(7i)(i+1)$

**حاول أن تحل (8) :**

إذا كان $z_1 = 2 - 3i$ , $z_2 = 1 + 4i$ فأوجد

ⓐ $\frac{1}{2} z_1$

ⓑ $z_1 \cdot z_2$

---

قوى العدد المركب $(i)$ كما يلي :

إذا كان P عدد كلي فإن : $i^{4P} = 1$ , $i^{4P+1} = i$ , $i^{4P+2} = -1$ , $i^{4P+3} = -i$

تدريب :

$i^{444} =$

$i^{59} =$

$i^{82} =$

$i^{101} =$

KuwaitMath.com

---

**حاول أن تحل (9) :** أوجد

ⓐ $5(i)^{73}$

ⓑ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i\right)^3$

ⓒ $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i\right)^4$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (7-1) ت/ العمليات علي الأعداد المركبة | | |

لإيجاد مرافق العدد المركب يجب أن يكون العدد المركب على الصورة الجبرية $z = a + b\,i$ حيث $\forall\, a, b \in R$

خواص مرافق العدد المركب :

إذا كان $z_1 = a_1 + b_1 i\ ,\ z_2 = a_2 + b_2 i$

فإن

- $z_1 + \overline{z}_1 = 2a_1$
- $z_1 - \overline{z}_1 = 2b_1$
- $z_1 \cdot \overline{z}_1 = a_1^{\,2} + b_1^{\,2}$
- $\overline{z_1 \pm z_2} = \overline{z}_1 \pm \overline{z}_2$
- $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$
- $\overline{(\overline{z}_1)} = z_1$

المعكوس الضربي لعدد مركب غير صفري $z = a + b\,i$ هو $z^{-1}$

أي أن :

$$z^{-1} = \frac{1}{a+b\,i} \times \frac{a-b\,i}{a-b\,i} \Longrightarrow z^{-1} = \frac{a}{a^2+b^2} - \frac{b}{a^2+b^2}\,i$$

حاول أن تحل (11) : إذا كان $z_1 = 2 - 7i\ , z_2 = 3 + 5i$ فأوجد :

ⓐ $\overline{z_1} + \overline{z_2}$

ⓑ $\overline{(z_1 - z_2)}$

ⓒ $\overline{(z_1 \cdot z_2)}$

ⓓ $\overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$

KuwaitMath.com

**حاول أن (11) صـ 23** أوجد المعكوس الضربي لكل من :

ⓐ $z_1 = -3i - 7$

ⓑ $z_2 = 5 + 11i$

ⓒ $z_3 = 6i$

**حاول أن تحل ( 12) صـ 24**

أوجد ناتج قسمة $6i - 3$ على $1 + 2i$

**حاول أن تحل ( 13) صـ 24** أكتب كلا من مما يلي في الصورة الجبرية للعدد المركب :

ⓐ $\frac{3+i}{2+5i}$

ⓑ $\frac{2-i}{2+i}$

ⓒ $\frac{\overline{5+i}}{2-3i}$

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (7-2) الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية لعدد مركب | | |

حاول أن تحل (1): صـ 26 أوجد

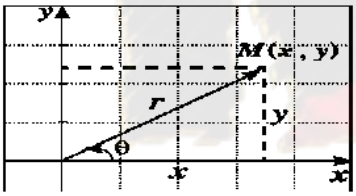
ⓐ $|-2+5\,i|$

ⓐ $|6-4\,i|$

**الإحداثيات القطبية :**

يمثل الزوج المرتب $(r,\theta)$ الإحداثيات القطبية للنقطة M على المستوى الإحداثي المركب

و يمكن التحويل بين الإحداثيات القطبية و الإحداثيات الديكارتية باستخدام




$$r=\sqrt{x^2+y^2}$$
$$x=r\cos\theta$$
$$y=r\sin\theta$$

حيث $\theta$ هي الزاوية الموجهة في الوضع القياسي التي يمر ضلعها النهائي بالنقطة M

حاول أن تحل (2) : صـ 27

أوجد الزوج المرتب $(x,y)$ الذي يمثل الإحداثيات الديكارتية لكل من النقطتين :

ⓐ $B\left(2,\frac{2\pi}{3}\right)$

ⓐ $A(5,300)$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (7-2) ت /الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية لعدد مركب | | |

حاول أن تحل (3) :

أوجد الزوج المرتب $(r, \theta)$ لكل من نقطة مما يلي حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

(a) $D(3\sqrt{3}, 3)$

(b) $C(4, -2\sqrt{5})$

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (7-2) ت/ الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية لعدد مركب | | |

**الصورة المثلثية**

يمكن كتابة العدد المركب $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ على الصورة :

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ و تعرف بالصورة المثلثية للعدد المركب z

و يسمى r مقياس العدد أو القيمة المطلقة و يرمز له $|z|$ و يتعين بالعلاقة $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

، $\theta$ سعة العدد المركب و تتعين من $\cos\theta = \frac{x}{r}$ ، $\sin\theta = \frac{y}{r}$

و تحديد الربع أو من $x \neq 0$ ، $\tan\theta = \frac{y}{x}$

ملاحظة : الصورة المثلثية للعدد المركب ليسة وحيدة ، لأنه إذا كانت $\theta$ سعة العدد المركب $x + yi$

فإن كلا مما يلي سعة للعدد نفسه : $k \in Z$ : $\theta + 2\pi$ , $\theta + 4\pi$ , ... ... , $\theta + 2\pi k$

و إذا كانت $\theta \in [0, 2\pi)$ أو $0 \leq \theta < 360$ فتسمى السعة في هذه الحالة بالسعة الأساسية .

---

**حاول أن تحل (4) : صـ 30**

ضع كلا مما يلي في الصورة المثلثية :

(a) $z_1 = \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{2}}i$ ---------- (b) $z_2 = -1 - i$ ---------- (c) $z_3 = -2 + 2\sqrt{3}\,i$ ----

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (7-2) ت/ الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية لعدد مركب | | |

حاول أن تحل (5) : صـ 31

(a) $3\left(-\cos\frac{\pi}{3}+i\ \sin\frac{\pi}{3}\right)$

(b) $2\left(\sin\frac{\pi}{4}+i\ \cos\frac{\pi}{4}\right)$

(c) $-\sqrt{3}\left(-\cos\frac{\pi}{4}+i\ \sin\frac{\pi}{4}\right)$

(d) $3\left(\cos 50-i\ \sin(-130)\right)$

KuwaitMath.com

حاول أن تحل (6): صـ 31

ضع كلا مما يلي في الصورة الجبرية :

(a) $z_1 = 4\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\ \sin\frac{\pi}{4}\right)$

(b) $z_2 = \left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\ \sin\frac{5\pi}{3}\right)$

الصورة المثلثية في حلات خاصة :

كل عدد حقيقي يمثل بنقطة على خط الأعداد على المحور الأفقي ( محور السينات ) .

وكل عدد تخيلي يمثل بنقطة على على المحور التخيلي ( محور الصادات )

| العدد | المقياس | سعة ( الراديان ) |
|---|---|---|
| $a$ | $a$ | $0$ |
| $-a$ | $\|-a\| = a$ | $\pi$ |
| $bi$ | $b$ | $\frac{\pi}{2}$ |
| $-bi$ | $\|-b\| = b$ | $\frac{3\pi}{2}$ |

ملاحظة : إذا كان $Z = 0$ فإن : غير معينة $\theta$ ، $r = 0$ ، $y = 0$ ، $x = 0$

حاول أن تحل (7): صـ 32

ضع في الصورة المثلثية كلا من الأعداد التالية

(a) $z_1 = 2i$

(b) $z_2 = 5$

(c) $z_2 = \frac{-3}{4}$

(d) $z_4 = -\frac{3}{4}i$

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (7-3) حـــــــــــــل المعـــــــــــادلات | | |

حل معادلات الدرجة الأولى :

نحل معادلات الدرجة الأولي في الأعداد المركبة بنفس الطريقة التي نحل بها في الأعداد الحقيقية

حاول أن تحل (1) صـ 33

أوجد مجموعة حل المعادلة : $2z + i = 3 + 2i$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$

---

---

---

---

---

حاول أن تحل (2): صـ 34

أوجد مجموعة حل المعادلة : $z + i = 2\bar{z} + 1$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$

KuwaitMath.com

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

أوجد مجموعة حل المعادلة: $2z + i\overline{z} = 5 - 2i$ في $\mathbb{C}$.

**كراسة التمارين صـــ 15 رقم 4**

أوجد مجموعة حل المعادلة:

$$z + 3(1+i)z - 8(2-i) = 0$$

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (7-3) تـــ /حـــــــــــــل المعـــــــــــادلات | | |

حاول أن تحل (3) : صـ 35

أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي حيث $x \in \mathbb{C}$

(a) $3x^2 + 48 = 0$

(b) $-5x^2 - 150 = 0$

(c) $8x^2 + 2 = 0$

حاول أن تحل (4) صـ 35

أوجد مجموعة حل المعادلة : $z^2 - 2z + 2 = 0$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (7-3) تـــ /حـــــــــــــل المعـــــــــــادلات | | |

**مثال (5) : محلول بالكتاب صـ 35**

لتكن المعادلة: $z^2+z+1=0$

a) بدون حل المعادلة ؛ أثبت أن العدد المركب $z_1=\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ هو جذر لهذه المعادلة.

b) أوجد الجذر الثاني.

---

---

---

---

---

---

---

---

**حاول أن تحل (5) : صـ 36**

لتكن المعادلة : $2z^2-6z+5=0$

a) إثبت أن العدد المركب $z_1=\frac{3-i}{2}$ هو جذر لهذه المعادلة

b) أوجد الجذر الثاني

---

---

---

---

---

---

---

---

---

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (7-3) الجذر التربيعي لعدد مركب | | |

حاول أن تحل (6): صـ 37

أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $Z = -3 - 4i$

حاول أن تحل (7) : صـ 38

أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $Z = 5 + 12i$

KuwaitMath.com

**حاول أن تحل (8) :**

أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $Z = 7 + 24i$

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (8-1) التمثيل البياني للدوال المثلثية (الجيب ،جيب التمام،الظل) | | |

- تسمى $|a|$ سعة الدالة الجيبية.
- $|b|$ تمثل عدد الدورات في الفترة $[0\ ,\ 2\pi]$
- $\frac{2\pi}{|b|}$ تمثل دورة الدالة.

**حاول ان تحل**

أوجد الدورة والسعة لكل دالة مما يلي:

a $y=-2\cos 5x$

b $y=\frac{1}{2}\cos(-x)$

**حاول ان تحل**

اكتب معادلة الدالة على الصورة $y=a\cos bx$ إذا كانت:

a الدورة هي $\frac{\pi}{3}$ ، $a=-2$

b الدورة هي $\pi$ ، $a=0.25$

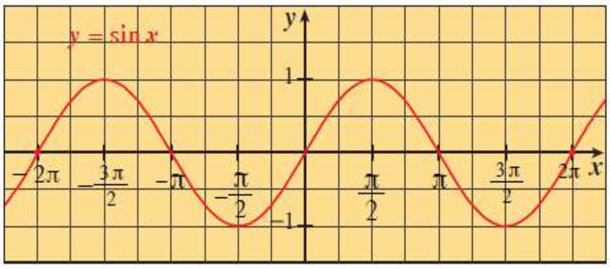
c الدورة هي $2$ ، $a=1$

KuwaitMath.com

| الصف | الحصة | التاريخ | اليوم |
|---|---|---|---|
| | | / / 201م | ---------------------------------------- |
| | | (8-1) التمثيل البياني لدالة الجيـــــــــب | الموضوع |

من بيان دالة الجيب نلاحظ:

1. لأي عدد صحيح $n$ فإن $\sin(n\pi) = 0$
2. لأي عدد صحيح $n$ فإن للدالة $f(x) = \sin x$ قيمة عظمى عند $x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$ وقيمة صغرى عند $x = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi$
3. دالة الجيب دالة فردية لأن $\sin(-x) = -\sin x$
4. منحنى الدالة متناظر حول نقطة الأصل.
5. سعة الدالة هي: $a = \frac{\max f - \min f}{2}$



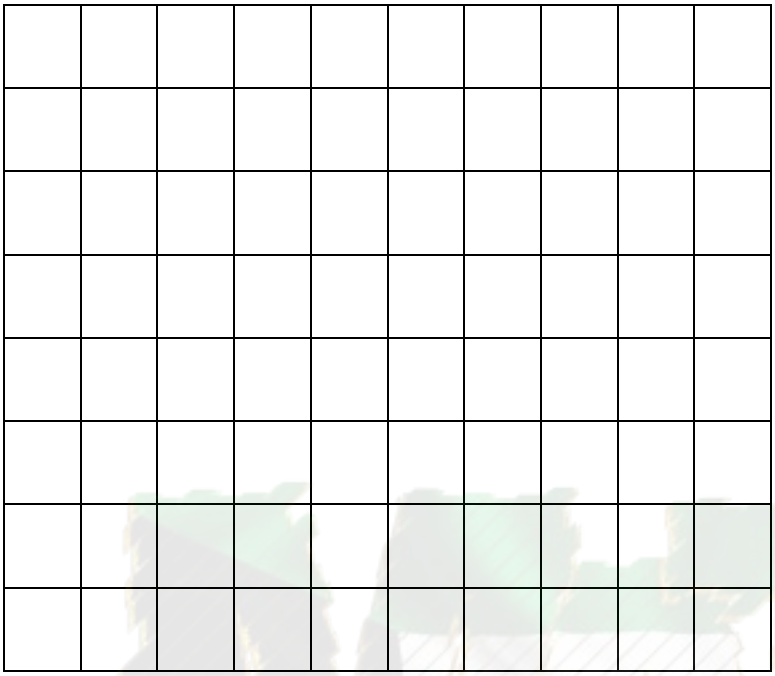

**حاول ان تحل**

أوجد السعة والدورة ثم ارسم بيان كل من:

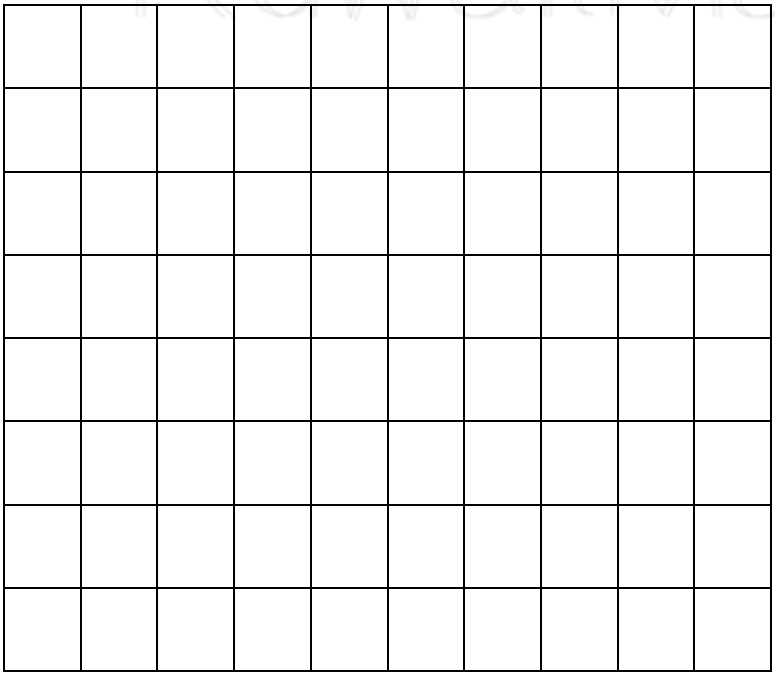
(a) $y = \frac{1}{2}\sin 4x$

KuwaitMath.com

**b** $y = -4\sin x \ , \ x \in [-\pi \ , \ 2\pi]$



$y = -2\sin\left(\frac{1}{2}x\right) \ , \ -4\pi \leq x \leq 4\pi$

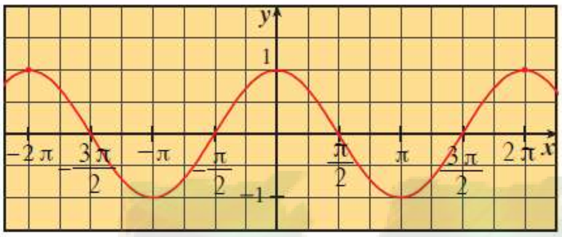


KuwaitMath.com

| الصف | الحصة | التاريخ | اليوم |
| --- | --- | --- | --- |
| | | / / 201م | ------------------------------------ |
| (8-1) ت / التمثيل البياني لدالة جيب التمـــــــــــــــام | | | الموضوع |

من بيان دالة جيب التمام نلاحظ أن:

1. لأي عدد صحيح $n$ فإن $\cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)=0$
2. لأي عدد صحيح $n$ فإن للدالة $f(x)=\cos x$ قيمة عظمى عند $x=2n\pi$ وقيمة صغرى عند $x=\pi+2n\pi$
3. دالة جيب التمام دالة زوجية لأن: $x\in\mathbb{R}$ , $\cos(-x)=\cos x$
4. محور الصادات هو خط تناظر لمنحنى الدالة.
5. سعة الدالة هي: $a=\frac{\max f-\min f}{2}$

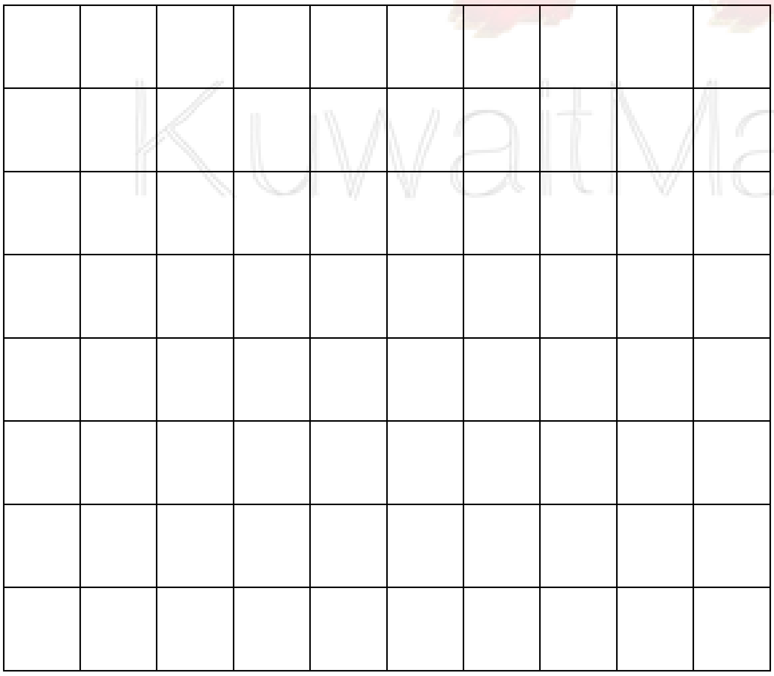



**حاول أن تحل**

● أوجد السعة والدورة ثم ارسم بيان الدالة:

**a** $y=3\cos 2x$

| | | | | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| | | | | | | | | | |



**b** $y = -2\cos\left(\frac{3}{4}x\right)$ , $0 \le x \le 2\pi$

KuwaitMath.com

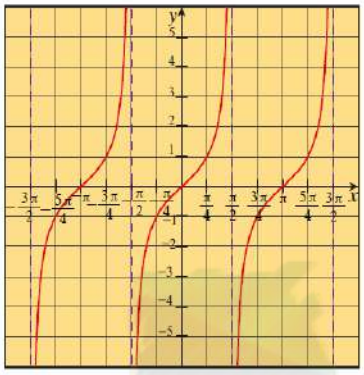
| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (8-1) ت / التمثيل البياني لدالة الظـــــــــل | | |

هي دالة مثلثية على الصورة: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} : \cos x \neq 0$

مجالها: $\mathbb{R} - \left\{x : x = \frac{\pi}{2} + n\pi , n \in \mathbb{Z}\right\}$

ومداها: $\mathbb{R}$

وهي دالة دورية ذات دورة $\pi$



من بيان دالة الظل نلاحظ أن دالة الظل:

1. ليس لها سعة.
2. لأي عدد صحيح $n$ فإن $\tan(n\pi) = 0$
3. لأي عدد صحيح $n$ فإن $\tan\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right)$ غير معرف.
   وتسمى المستقيمات $x = \frac{\pi}{2} + n\pi$ محاذيات رأسية لبيان الدالة $y = \tan x$
4. دالة فردية لأن: $\tan(-x) = -\tan x \ , \ x \in D$
5. منحناها متناظر حول نقطة الأصل.

وبصفة عامة: الدالة $y = a\tan bx$،
دورتها: $\frac{\pi}{|b|}$ وتكرر نفسها في الفترة $\left(\frac{-\pi}{2b} , \frac{\pi}{2b}\right)$

## حاول أن تحل

أوجد الدورة ثم ارسم بيان الدالة:

a $y = -\tan x$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

---

---

---

---

---

---

---

---

---

KuwaitMath.com

$y = \tan 2x \ , \ x \in \left( \frac{-\pi}{4} \ , \ \frac{3\pi}{4} \right)$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| **الموضوع** | **(2-8) ت / التحويلات الهندسية للدوال الجيبية** | | |

---

بيان الدالة $y=f(x-c)$ ينتج من إزاحة أفقية لبيان الدالة $y=f(x)$ بمقدار $c$

إذا كان $c$ موجبًا فإن الإزاحة تكون جهة اليمين.

إذا كان $c$ سالبًا فإن الإزاحة تكون جهة اليسار.

بيان الدالة $y=f(x)+k$ ينتج من إزاحة رأسية لبيان الدالة $y=f(x)$ بمقدار $k$

إذا كان $k$ موجبًا فإن الإزاحة تكون إلى الأعلى.

إذا كان $k$ سالبًا فإن الإزاحة تكون إلى الأسفل.

إذا كان $b>1$ : انكماش بمعامل $\frac{1}{b}$ إذا كان $b<1$ : تمدد بمعامل $\frac{1}{b}$

إذا كان $a>1$: تمدد بمعامل $a$ إذا كان $a<1$: انكماش بمعامل $a$

**تكون الدالة جيبية إذا أمكن كتابتها على الشكل التالي:**

$$f(x)=a\sin(bx-h)+k$$

أو $f(x)=a\cos(bx-h)+k$

حيث $a,b,h,k$ ثوابت $a\neq 0$ , $b\neq 0$

**حاول أن تحل**

● صف العلاقة بين التمثيل البياني لكل من الدالتين: $y_1=\sin x$ , $y_2=\frac{1}{3}\sin x$.

**حاول أن تحل**

● صف العلاقة بين التمثيل البياني لكل من الدالتين: $y_1=\cos x$ , $y_2=2\cos\left(-\frac{1}{3}x\right)$

---

---

---

---

---

---

---

---

## حاول أن تحل

صف العلاقة بين التمثيل البياني لكل من الدالتين:

a $y_1 = \cos x \ , \ y_2 = \cos\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$

b $y_1 = \sin 3x \ , \ y_2 = \sin(3x - 7)$

## حاول أن تحل

صف العلاقة بين التمثيل البياني لكل من الدالتين: $y_1 = \frac{3}{4}\sin x \quad , \quad y_2 = \frac{3}{4}\sin x + 2$

## حاول أن تحل

وضّح كيف يمكن الحصول على التمثيل البياني لكل من الدالتين التاليتين عن طريق التمثيلات البيانية للدوال المثلثية: $\sin x$ أو $\cos x$. أوجد أيضًا سعة كل دالة ودورتها.

a $y = \cos(1 - x) + 2$

b $y = 2\sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) - 1$

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (8-3) ت / قانون الجيـــــــــــب | | |

---

قانون الجيب

في أي مثلث $ABC$ :

$$\frac{\sin\alpha}{a}=\frac{\sin\beta}{b}=\frac{\sin\gamma}{c}$$

**حاول أن تحل**

● حل $\Delta ABC$ حيث: $\alpha=36^\circ\ ,\ \beta=48^\circ\ ,\ a=8\,\text{cm}$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**حاول ان تحل**

● حل $\Delta ABC$ حيث: $a=7\,\text{cm}\ ,\ b=6\,\text{cm}\ ,\ \alpha=26.3^\circ$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

KuwaitMath.com

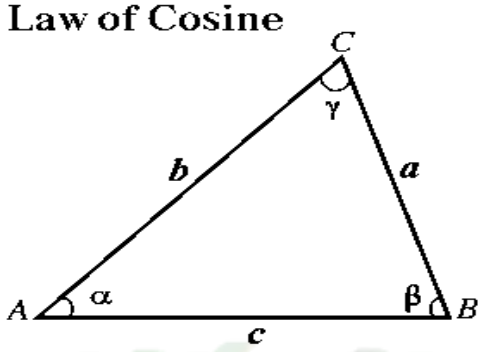
| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (8-4) قانون جيب التمـــــــام | | |

قانون جيب التمام

في $\Delta ABC$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

Law of Cosine




**حاول أن تحل**

● حل $\Delta ABC$ حيث: $a = 11\,\text{cm}$ , $b = 5\,\text{cm}$ , $\gamma = 20^\circ$

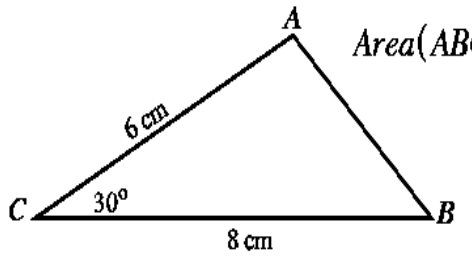
**حاول أن تحل**

● في $\Delta ABC$ حيث: $a = 9\,\text{cm}$ , $b = 7\,\text{cm}$ , $c = 5\,\text{cm}$

أوجد قياس الزاوية الأكبر.

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (8-5) مســـــــاحة المثـــــــلث | | |




$$Area(ABC)=\frac{1}{2}bc\sin\alpha$$
$$=\frac{1}{2}ac\sin\beta$$
$$=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$$

**قاعدة هيرون**

تعطى مساحة مثلث $ABC$ أطوال أضلاعه $a,b,c$ بالقاعدة:

$$\text{Area}(ABC)=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

حيث: (نصف محيط المثلث) $s=\frac{1}{2}(a+b+c)=\text{semiperimeter}$

حاول ان تحل

أوجد مساحة المثلث $ABC$ حيث: $a=5\text{cm}\ ,\ b=6\text{cm}\ ,\ c=8\text{cm}$

حاول أن تحل

أوجد مساحة $ABC$ حيث: $a=4\text{cm}\ ,\ b=4\text{cm}\ ,\ c=3\text{cm}$

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (9-1) المتطابقات المثلثيـــــــــة | | |

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \qquad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}, \quad \csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}, \quad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1, \quad 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta, \quad 1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$$

**حاول أن تحل**

1 - بسط المقادير التالية : -

( a ) $3\cos^2\theta + 3\sin^2\theta$

---

---

---

---

---

( b ) $\cos^2\theta + \tan^2\theta \cos^2\theta$

---

---

---

---

---

**حاول أن تحل**

2 – بسط التعبير المثلثي التالي : $\sec\theta\cot\theta$

---

---

---

---

---

**حاول أن تحل**

3- بسط المقادير التالية : -

( a ) $\cos^2 x \ (1 + \tan^2 x)$

---

---

---

---

---

KuwaitMath.com

**حاول أن تحل**

بسط المقدار : $\tan x \cot x - \sin^2 x$

**كراسة التمارين ص34 رقم 7**

$$\frac{1}{1-\sin x} + \frac{1}{1+\sin x}$$

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (9-1) ت / متطابقات الدوال المثلثيـــــــــة الزوجية والفردية | | |

| الدالة | نوعها | المتطابقة |
|---|---|---|
| دالة الجيب | دالة فردية | $\sin(-\theta) = -\sin\theta$ |
| دالة جيب التمام | دالة زوجية | $\cos(-\theta) = \cos\theta$ |
| دالة الظل | دالة فردية | $\tan(-\theta) = -\tan\theta$ |
| دالة قاطع التمام | دالة فردية | $\csc(-\theta) = -\csc\theta$ |
| دالة القاطع | دالة زوجية | $\sec(-\theta) = \sec\theta$ |
| دالة ظل التمام | دالة فردية | $\cot(-\theta) = -\cot\theta$ |

**حاول أن تحل**

$1+\tan^2\theta = \sec^2\theta$

بسط المقدار التالي :

$$\frac{\sec^2(-\theta) - \tan^2(-\theta)}{\sec(-\theta)}$$

---

---

---

---

---

---

**كراسة التمارين ص34 رقم 14**

$$\sec^2(-x) - \tan^2 x$$

---

---

---

---

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (9-1) تحليل المقادير المثلثية | | |

حاول أن تحل

6 اكتب $\sin^4 x - \sin^2 x$ في صورة ناتج ضرب عوامل.

كراسة التمارين ص34 رقم 19

استخدم التحليل إلى عوامل

$\cos x - 2\sin^2 x + 1$

كراسة التمارين ص34 رقم 18

استخدم التحليل إلى عوامل

$1 - 2\sin x + (1 - \cos^2 x)$

حاول أن تحل

حلل المقدار : $\sin^2 x - \frac{5}{4}\sin x + \frac{3}{8}$

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (9-2) اثبات صحة متطابقـــات مثلـــثية | | |

**حاول أن تحل**

● أثبت صحة المتطابقة: $\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}+\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}=2\csc\theta$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**حاول ان تحل**

● أثبت صحة المتطابقة: $\frac{1+\sin x}{1-\sin x}-\frac{1-\sin x}{1+\sin x}=4\tan x\cdot\sec x$

Kuwaitmath.com

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**حاول ان تحل**

● أثبت صحة المتطابقة: $\frac{1-\cos x}{1+\cos x} = (\csc x - \cot x)^2$

**حاول ان تحل**

● أثبت أن: $\frac{\sec x + \tan x}{\cot x + \cos x} = \sin x + \sin x \tan^2 x$

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (3-9) حل معادلات مثلثية | | |

**حاول أن تحل**

● حل المعادلة: $\sqrt{2}\cos x = 1$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

حل المعادلة: $2\cos x + \sqrt{3} = 0$

KuwaitMath.com

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**حاول ان تحل**

● حل المعادلة: $5\sin\theta - 3 = \sin\theta$

**حاول ان تحل**

● حل المعادلة: $\sin\theta\cos\theta - \cos\theta = 0$

KuwaitMath.com

حل المعادلة: $4\sin^2 x - 8\sin x + 3 = 0$

KuwaitMath.com

**حاول أن تحل**

● حل المعادلة: $\tan x = 1$

**حاول أن تحل**

● حل المعادلة: $\sin\theta\cos\theta - \cos\theta = 0$

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (3-9) حل معادلات مثلثية تحتوي علي مضاعفات الزاوية | | |

**حاول أن تحل**

● حل المعادلة: $4\cos 2x = 2$ حيث $0° \le x < 360°$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

KuwaitMath.com

**كراسة التمارين ص38 رقم 9**

$\sin 2x = 1$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (9-4) متطابقات المجموع والفرق | | |

**متطابقات الدوال المتكافئة**

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$ $\quad \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$ $\quad \sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \csc\theta$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$ $\quad \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan\theta$ $\quad \csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sec\theta$

**أثبت أن:** $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\theta$

---

---

---

---

**أثبت أن:** $\sec\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \csc\theta$

---

---

---

---

---

---

---

**متطابقات المجموع والفرق . .**

$\therefore \cos(\beta - \alpha) = \cos\beta\cos\alpha + \sin\beta\sin\alpha$

$\therefore \cos(\beta + \alpha) = \cos\beta\cos\alpha - \sin\beta\sin\alpha$

$\therefore \sin(\beta + \alpha) = \sin\beta\cos\alpha + \cos\beta\sin\alpha$

$\therefore \sin(\beta - \alpha) = \sin\beta\cos\alpha - \cos\beta\sin\alpha$

$$\tan(\beta + \alpha) = \frac{\tan\beta + \tan\alpha}{1 - \tan\beta\tan\alpha}$$

$$\tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan\beta - \tan\alpha}{1 + \tan\beta\tan\alpha}$$

KuwaitMath.com

## حاول أن تحل

3 أوجد دون استخدام الآلة الحاسبة كلًّا مما يلي:

a $\sin 15°$ b $\cos 75°$ c $\tan 105°$

إذا كان: $\sin\alpha = \frac{4}{5}\ ,\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

$\cos\beta = \frac{-12}{13}\ ,\ \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$

أوجد كلًّا مما يلي:

a $\sin(\alpha+\beta)$ b $\cos(\alpha-\beta)$ c $\tan(\alpha-\beta)$

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| الموضوع | (9-5) متطابقات ضعف الزاوية ونصفها | | |

$\therefore \sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha$

$\therefore \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\therefore \tan 2\alpha = \dfrac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$

$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$

$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$

حاول أن تحل 1..

أثبت صحة متطابقة جيب تمام ضعف الزاوية $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

حاول أن تحل 2..

إذا كان $\sin x = \dfrac{5}{13}$ استخدم متطابقة جيب تمام ضعف الزاوية لإيجاد $\cos 2x$

---

---

---

---

---

---

---

KuwaitMath.com

**حاول أن تحل 3** إذا كان: $\cos\theta = \frac{3}{5}, 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ، فأوجد $\sin 2\theta$

مثال 4
إذا كان: $\tan\theta = -1 + \sqrt{2}$ استخدم متطابقة ظل ضعف الزاوية لإيجاد $\tan 2\theta$

---

**مثال 5..**
أثبت صحة المتطابقة:

$$\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta}$$

**حاول أن تحل 5..**
أثبت صحة المتطابقة:

$$2\cos 2\theta = 4\cos^2\theta - 2$$

KuwaitMath.com

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ---------- | / / 201م | | |
| **الموضوع** | **(9-5) ت / متطابقات ضعف الزاوية ونصفها** | | |

حاول أن تحل 6..

أثبت صحة المتطابقة: $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$

متطابقات نصف الزاوية

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} \qquad \sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} \qquad \tan\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$$

حاول أن تحل 7.. استخدم متطابقات نصف الزاوية لإيجاد $\cos 15°$

**مثال 8..** إذا كانت: $\sin\theta = -\frac{24}{25}, 180° < \theta < 270°$

فأوجد $\sin\frac{\theta}{2}$ $\tan\frac{\theta}{2}$ $\cos\frac{\theta}{2}$

KuwaitMath.com

# بنـــود موضوعـــــية

**بند 1-7**

**في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.**

**(1)** الصورة الجبرية للعدد: $3+\sqrt{-4}$ هي: $3+2i$ (a) (b)

**(2)** مرافق العدد المركب: $z=3+4i$ هو: $\overline{z}=-3-4i$ (a) (b)

**(3)** المعكوس الجمعي للعدد المركب $z=3-2i$ هو: $-z=3+2i$ (a) (b)

**(4)** الصورة المبسّطة للتعبير: $(12+5i)-(2-i)$ هي: $10+6i$ (a) (b)

**في التمارين (14–5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.**

**(5)** العدد: $32+\sqrt{-225}$ يكتب بالصورة الجبرية كما يلي:

(a) $-15+6i$ (b) $6+15i$ (c) $6-15i$ (d) $32+15i$

**(6)** حل المعادلة: $-10-6i=2x+3yi$ هو:

(a) $x=5\ ,\ y=-2$ (b) $x=-5\ ,\ y=-2$ (c) $x=-5\ ,\ y=2$ (d) $x=5\ ,\ y=2$

**(7)** إذا كان $z_1=5i+2$ ، $z_2=-3-i$ فإنّ $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}$ تساوي:

(a) $\frac{1}{10}+\frac{17}{10}i$ (b) $\frac{-1}{10}-\frac{17}{10}i$ (c) $\frac{-1}{10}+\frac{17}{10}i$ (d) $\frac{1}{10}-\frac{17}{10}i$

**(8)** إذا كان: $x\,i^2+3\,y\,i=5+3\,i^5$، فإن $(x\ ,\ y)$ تساوي

(a) $(5,\ 1)$ (b) $(-5,\ -1)$ (c) $(5,\ -1)$ (d) $(-5,\ 1)$

**(9)** أبسط صورة للتعبير: $(3+\sqrt{-4})(4+\sqrt{-9})$ هي:

(a) $18+17i$ (b) $18+3\sqrt{-9}+4\sqrt{-4}$
(c) $6+17i$ (d) $18$

**(10)** الصورة الجبرية للعدد المركب: $z=(1+2i)^2$ هي:

(a) $z=-3+4i$ (b) $z=5+4i$ (c) $z=-3$ (d) $z=5$

**(11)** الصورة الجبرية للعدد المركب: $z=(2-i)^3$ هي:

(a) $z=14+13i$ (b) $z=14-13i$ (c) $z=2-11i$ (d) $z=2-13i$

**(12)** الصورة الجبرية للعدد المركب: $z=\frac{i}{i+2}$ هي:

(a) $z=\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$ (b) $z=-\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$
(c) $z=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}i$ (d) $z=-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}i$

**(13)** إذا كان $z=i$ فإنّ $z^{250}$ يساوي:

(a) $-i$ (b) $i$ (c) $1$ (d) $-1$

**(14)** ليكن $x\in\mathbb{Z}^+$ فإنّ مجموعة قيم $x$ التي تجعل العدد $(5+i^x)$ عددًا حقيقيًّا هي:

(a) $\mathbb{Z}^+$ (b) $\{0,2,4,6,...\}$ (c) $\{1,3,5,...\}$ (d) $\{2,4,6,...\}$

KuwaitMath.com

## بند 2-7

**في التمارين (6–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و(b) إذا كانت العبارة خاطئة.**

**(1)** الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $A\left(4,\frac{7\pi}{6}\right)$ هي: $A(-2\sqrt{3},2)$ (a) (b)

**(2)** الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $B(\sqrt{2},135°)$ هي: $B(-1,1)$ (a) (b)

**(3)** الإحداثيات القطبية للنقطة: $M\left(\frac{-\sqrt{2}}{2},\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$ هي: $M\left(1,\frac{5\pi}{4}\right)$ (a) (b)

**(4)** العدد المركب: $z=\sqrt{3}-i$ بصورة المثلثية هو: $z=2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ (a) (b)

**(5)** الصورة الجبرية للعدد المركب: $z=\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$ هي: $z=1-i$ (a) (b)

**(6)** السعة الأساسية للعدد $z=\cos 30°+i\cos 240°$ هي $330°$ (a) (b)

**في التمارين (13–7)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.**

**(7)** الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $A\left(4,\frac{5\pi}{3}\right)$ هي:

(a) $A(2,2\sqrt{3})$ (b) $A(-2,2\sqrt{3})$ (c) $A(-2,-2\sqrt{3})$ (d) $A(2,-2\sqrt{3})$

**(8)** الإحداثيات القطبية للنقطة: $B\left(\frac{-\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ هي:

(a) $B\left(1,\frac{-\pi}{4}\right)$ (b) $B\left(1,\frac{\pi}{4}\right)$ (c) $B\left(1,\frac{3\pi}{4}\right)$ (d) $B\left(1,\frac{-3\pi}{4}\right)$

**(9)** الصورة المثلثية للعدد المركب: $z=2-2\sqrt{3}i$ حيث $\theta\in[0,2\pi)$ هي:

(a) $z=4\left(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$ (b) $z=4\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

(c) $z=4\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ (d) $z=4\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

**(10)** الصورة المثلثية للعدد المركب: $z=\frac{-4}{1-i}$ حيث $0\leqslant\theta<2\pi$ هي:

(a) $z=4\left(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$ (b) $z=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$

(c) $z=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ (d) $z=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$

**(11)** الصورة الجبرية للعدد المركب: $z=3\left(\cos\frac{2\pi}{3}-i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ حيث $0\leqslant\theta<2\pi$ هي:

(a) $z=-\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}i$ (b) $z=-\frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{2}i$

(c) $z=-\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i$ (d) $z=\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i$

**(12)** $\forall n\in\mathbb{Z}^+$ فإنّ قيمة $(i^{2n+2}+i^{2n+8})$ تساوي:

(a) $1$ (b) $0$ (c) $-1$ (d) $i^{-2n}$

**(13)** $(6-2i+3i^5)^2$ تساوي:

(a) $35-12i$ (b) $35+12i$ (c) $81-12i$ (d) $81+12i$

**في التمارين (6–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.**

(1) حل المعادلة: $z+2=5-i$ هو: $z=3+i$ (a) (b)

(2) حل المعادلة: $2z+\overline{z}-3-5i=0$ هو: $z=1-5i$ (a) (b)

(3) مجموعة حل المعادلة: $z^2-4z+5=0$ هي: $\{-2-i,2+i\}$ (a) (b)

(4) الجذران التربيعيان للعدد $-1$ هما: $-1,\ 1$ (a) (b)

(5) الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z=16+30i$ هما: $z_1=5+3i,\ z_2=-5-3i$ (a) (b)

(6) إذا كان $z_1, z_2$ جذران تربيعيان لعدد $z$ فإن $z_1+z_2=0$ (a) (b)

**في التمارين (10–7)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.**

(7) حل المعادلة: $2z-5+6i=-3\overline{z}$ هو:

(a) $z=1+6i$ (b) $z=-1+6i$ (c) $z=1-6i$ (d) $z=-1-6i$

(8) مجموعة حل المعادلة: $z^2-4z+20=0$ هي:

(a) $\{2-4i,-2-4i\}$ (b) $\{-2+4i,-2-4i\}$

(c) $\{2-4i,-2+4i\}$ (d) $\{2-4i,2+4i\}$

(9) الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z=33-56i$ هما:

(a) $\begin{cases}z_1=-7-4i\\z_2=7+4i\end{cases}$ (b) $\begin{cases}z_1=7-4i\\z_2=-7+4i\end{cases}$

(c) $\begin{cases}z_1=7+4i\\z_2=7-4i\end{cases}$ (d) $\begin{cases}z_1=-7-4i\\z_2=-7+4i\end{cases}$

(10) حل المعادلة $(3-4i)z=5-2i$ هو:

(a) $\frac{5}{3}+\frac{1}{2}i$ (b) $\frac{5}{3}-\frac{1}{2}i$ (c) $\frac{23}{25}+\frac{14}{25}i$ (d) $\frac{23}{25}-\frac{14}{25}i$

## بند 1-8

**في التمارين (1–7)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.**

**(1)** معادلة الدالة المثلثية $y = a\sin(b\theta)$ حيث السعة 5 والدورة $3\pi$ هي $y = 5\sin\left(\frac{2}{3}\theta\right)$ (a) (b)

**(2)** الدالة التي دورتها $\frac{\pi}{2}$ وسعتها 3 يمكن أن تكون $y = 3\sin\left(\frac{\pi\theta}{2}\right)$ (a) (b)

**(3)** الدالة $y = 3\tan\left(\frac{3}{4}x\right)$ دورتها $\frac{4}{3}\pi$ (a) (b)

**(4)** الدالة التي دورتها $\frac{\pi}{3}$ وسعتها 4 يمكن أن تكون $y = -4\cos(6x)$ (a) (b)

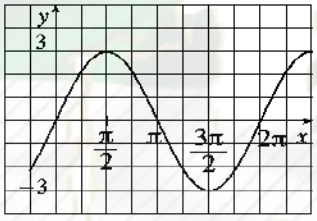
**(5)** سعة الدالة $y = -5\cos 2x$ هي $-5$ (a) (b)

**(6)** في الدالة $f$ حيث $f(x) = a\cos bx$ يكون: $2|a| = \max f + \min f$ (a) (b)

**(7)** الدالتان $f, g$ حيث $g(x) = \tan 4x$ ، $f(x) = \cos 8x$ لهما نفس الدورة. (a) (b)

**في التمارين (8–17)، ظلّل رمز الدائرة الدالّ على الإجابة الصحيحة.**

**(8)** البيان التالي يمثل بيان الدالة:

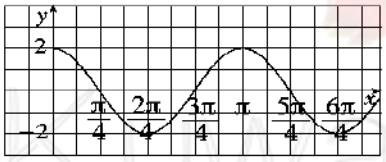



(a) $f(x) = 3\cos x$ (b) $f(x) = 3\sin x$
(c) $f(x) = -3\sin x$ (d) $f(x) = \sin 3x$

**(9)** لتكن $f(x) = 3\tan 2x$ فإن:

(a) السعة $= 1$ (b) السعة $= 2$ (c) السعة $= 3$ (d) $f$ ليس لها سعة

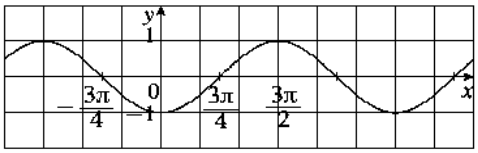
**(10)** ليكن بيان $f$ كما في الشكل التالي:




فإن $f$ يمكن أن تكون:

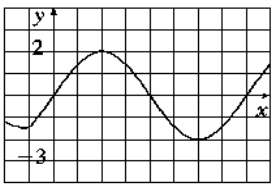
(a) $2\cos 2x$ (b) $\cos 2x$ (c) $\cos\frac{x}{2}$ (d) $\sin 2x$

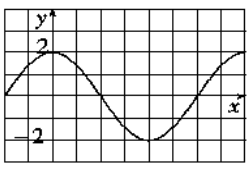
**(11)** ليكن $g$ دالة دورية بيانها كما في الشكل التالي فإن الدورة تساوي:

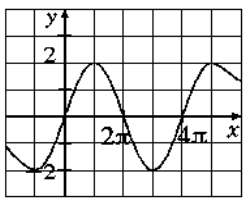


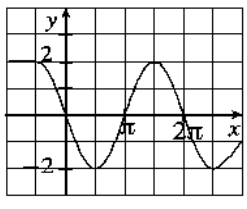

(a) $\pi$ (b) $2\pi$ (c) $3\pi$ (d) $\frac{6\pi}{4}$

**(12)** لتكن الدالة $g$ حيث: $g(x) = a\sin bx$ فإن بيان $g$ لا يمكن أن يكون:

(a)



(b)



(c)



(d)



KuwaitMath.com

**(13)** معادلة الدالة المثلثية $y = a\cos(bx)$ حيث السعة 4 والدورة 6 يمكن أن تكون:

(a) $y = \frac{1}{4}\cos\left(\frac{x}{3}\right)$ (b) $y = -4\cos\left(\frac{\pi}{3}x\right)$

(c) $y = -4\cos\left(\frac{3}{\pi}x\right)$ (d) $y = 4\cos\left(\frac{x}{3}\right)$

**(14)** الدالة $y = a\cos(bx)$ حيث $a = 2$ ودورتها $\frac{\pi}{4}$ يمكن أن تكون:

(a) $y = 2\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ (b) $y = 8\cos(8x)$

(c) $y = 2\cos(8x)$ (d) $y = 8\cos\left(\frac{x}{4}\right)$

**(15)** معادلة الدالة المثلثية $y = a\sin(bx)$ حيث السعة 3 والدورة $\frac{\pi}{2}$ يمكن أن تكون:

(a) $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ (b) $y = 3\sin\left(\frac{2}{\pi}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{2}{\pi}x\right)$

(c) $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ (d) $y = 3\sin(4x)$ أو $y = -3\sin(4x)$

**(16)** معادلة الدالة المثلثية $y = \tan(bx)$ حيث الدورة $\frac{3}{4}$ يمكن أن تكون:

(a) $y = \tan\left(\frac{4}{3}\pi x\right)$ (b) $y = \tan\left(\frac{3}{4}x\right)$

(c) $y = \tan\left(\frac{4}{3}x\right)$ (d) $y = \tan\left(\frac{3}{4}\pi x\right)$

**(17)** في الدالة المثلثية $y = -2\sin\left(\frac{3}{5}x\right)$ السعة والدورة هما:

(a) $-2\ ,\ \frac{3\pi}{5}$ (b) $2\ ,\ \frac{10\pi}{3}$

(c) $2\ ,\ \frac{3\pi}{5}$ (d) $2\ ,\ \frac{2\pi}{15}$

Kuwaitvalley.com

## بند2-8

**في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و(b) إذا كانت العبارة خاطئة.**

**(1)** يمثّل منحنى الدالة $f(x) = 4\sin(3x)$ تمددًا رأسيًّا بمعامل 4 وانكماشًا أفقيًّا بمعامل 3 لمنحنى الدالة: $g(x) = \sin x$ (a) (b)

**(2)** يمثّل منحنى الدالة $f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 4$ إزاحة إلى اليسار $\frac{\pi}{3}$ وحدة وإزاحة إلى الأعلى 4 وحدات لمنحنى الدالة: $g(x) = \cos x$ (a) (b)

**(3)** يمثّل منحنى الدالة $y = 2\cos x$ تمددًا رأسيًّا بمعامل 2 لمنحنى الدالة $y = \cos x$ (a) (b)

**(4)** يمثّل منحنى الدالة $f(x) = 4\cos(x - 3)$ انكماشًا رأسيًّا معامله 4 وإزاحة أفقية مقدارها 3 وحدات إلى اليمين لمنحنى الدالة $g(x) = \cos x$ (a) (b)

**(5)** يمثّل منحنى الدالة $f(x) = 3\sin(x + 4)$ تمددًا رأسيًّا معامله 3 وإزاحة أفقية مقدارها 4 وحدات إلى اليسار لمنحنى الدالة $y = \sin x$ (a) (b)

**في التمارين (10–6)، ظلّل رمز الدائرة الدالّ على الإجابة الصحيحة.**

**(6)** يمثّل منحنى الدالة $f(x) = -\sin(x - 5)$ لمنحنى الدالة $g(x) = \sin x$:

(a) انعكاسًا في محور السينات وإزاحة أفقية مقدارها 5 وحدات إلى اليمين.

(b) انعكاسًا في محور السينات وإزاحة أفقية مقدارها 5 وحدات إلى اليسار.

(c) انعكاسًا في محور الصادات وإزاحة أفقية مقدارها 5 وحدات إلى اليمين.

(d) انعكاسًا في محور الصادات وإزاحة أفقية مقدارها 5 وحدات إلى اليسار.

**(7)** يمثّل منحنى الدالة $f(x) = \sin(2x - 6) - 5$ لمنحنى الدالة $g(x) = \sin x$:

(a) انكماشًا أفقيًّا بمعامل $\frac{1}{2}$، إزاحة أفقية 3 وحدات لجهة اليمين، إزاحة رأسية مقدارها 5 إلى الأسفل.

(b) تمددًا أفقيًّا بمعامل 2، إزاحة أفقية 6 وحدات لجهة اليمين، إزاحة رأسية مقدارها 5 وحدات إلى الأعلى.

(c) انكماشًا أفقيًّا بمعامل $\frac{1}{2}$، إزاحة أفقية 3 وحدات لجهة اليسار، إزاحة رأسية مقدارها 5 وحدات إلى الأسفل.

(d) تمددًا أفقيًّا بمعامل 2، إزاحة أفقية 6 وحدات لجهة اليسار، إزاحة رأسية مقدارها 5 وحدات إلى الأسفل.

**(8)** يمثّل منحنى الدالة $f(x) = -4\cos\left(\frac{x}{3}\right)$ لمنحنى الدالة $g(x) = -\cos x$:

(a) انكماشًا رأسيًّا معامله $\frac{1}{4}$ وتمددًا أفقيًّا معامله 3.

(b) تمددًا رأسيًّا معامله 4 وتمددًا أفقيًّا معامله 3.

(c) انكماشًا رأسيًّا معامله 4 وانكماشًا أفقيًّا معامله 3.

(d) تمددًا رأسيًّا معامله 3 وانكماشًا أفقيًّا معامله 4.

**(9)** يمثّل منحنى الدالة $f(x) = -2\cos\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{8}\right) + 3$ لمنحنى الدالة $g(x) = -2\cos\left(\frac{x}{4}\right)$:

(a) إزاحة رأسية بمقدار 3 وحدات إلى الأسفل وأفقية بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لجهة اليسار.

(b) إزاحة رأسية بمقدار $\frac{\pi}{8}$ وحدات إلى الأعلى وأفقية بمقدار 3 وحدات لجهة اليمين.

(c) إزاحة رأسية بمقدار 3 وحدات إلى الأعلى وأفقية بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لجهة اليمين.

(d) إزاحة رأسية بمقدار 3 وحدات إلى الأسفل وأفقية بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لجهة اليمين.

## بند3-8

**في التمارين (3–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و(b) إذا كانت العبارة خاطئة.**

**(1)** في المثلث $ABC$: $m(\widehat{A}) = 100^\circ$ , $m(\widehat{B}) = 30^\circ$ , $BC = 20\,\text{cm}$ فإنّ: $AC = 10.154\,\text{cm}$ (a) (b)

**(2)** في المثلث $ABC$: $m(\widehat{B}) = 80^\circ$ , $AB = 12\,\text{cm}$ , $AC = 16\,\text{cm}$ فإنّ: $m(\widehat{C}) = 50^\circ$ (a) (b)

**(3)** في كل مثلث $ABC$ يكون: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{\sin\gamma}{c}$ (a) (b)

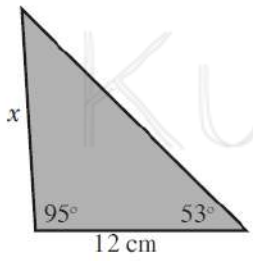
**في التمارين (9–4)، ظلّل رمز الدائرة الدالّ على الإجابة الصحيحة.**

**(4)** في المثلث $ABC$: $m(\widehat{A}) = 80^\circ$ , $m(\widehat{B}) = 40^\circ$ , $AC = 10\,\text{cm}$ فإنّ طولي $\overline{BC}$ , $\overline{AB}$ يساويان:

(a) 7.43 cm , 15.32 cm (b) 6.53 cm , 13.47 cm

(c) 13.47 cm , 15.32 cm (d) 7.43 cm , 6.53 cm

**(5)** في المثلث المقابل، $x$ تساوي حوالى:




(a) 8.6 cm (b) 15 cm

(c) 18.1 cm (d) 19.2 cm

**(6)** مثلث قياسات زواياه: $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$، طول أصغر ضلع فيه هو $9\,\text{cm}$
طول أطول ضلع حوالى:

(a) 11 cm (b) 11.5 cm (c) 12 cm (d) 12.5 cm

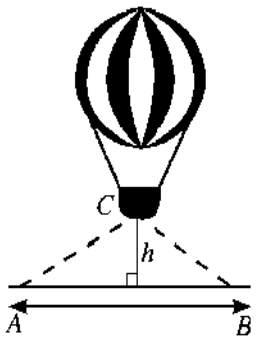
**(7)** القياسات المعطاة في المثلث $ABC$: $m(\widehat{A}) = 56^\circ$ , $AC = 23\,\text{cm}$ , $AB = 19\,\text{cm}$، طول $\overline{BC}$ يساوي:

(a) 12 cm (b) 18 cm

(c) 19 cm (d) لا يمكن استخدام قانون الجيب

KuwaitMath.com

**(8)** رأى شخصان، أحدهما يقف عند النقطة $A$ والثاني عند النقطة $B$ ، منطادًا، حيث المسافة بينهما 3 km. إذا كان قياس زاوية الارتفاع عند النقطة $A$ هي $28^\circ$ وقياس زاوية الارتفاع عند النقطة $B$ هي $37^\circ$، فإنّ ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض هو:



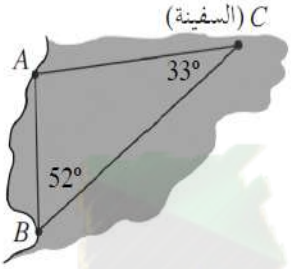

(a) $h \approx 1200\,\text{m}$ (b) $h \approx 2500\,\text{m}$

(c) $h \approx 940\,\text{m}$ (d) $h \approx 880\,\text{m}$

**(9)** تقع منارتان $B$ , $A$ على خط واحد من الشمال إلى الجنوب وتساوي المسافة بينهما 20 km، إذا كان قائد السفينة موجود في الموقع $C$ بحيث إن $m(A\widehat{C}B) = 33^\circ$

وعامل الراديو موجود في الموقع $B$ بحيث إن: $m(A\widehat{B}C) = 52^\circ$،

فإن المسافة بين السفينة وكل من المنارتين تساوي:




(a) $AC \approx 13.8\,\text{km}, BC \approx 10.9\,\text{km}$ (b) $AC \approx 32.6\,\text{km}, BC \approx 36.6\,\text{km}$

(c) $AC \approx 28.9\,\text{km}, BC \approx 10.9\,\text{km}$ (d) $AC \approx 28.9\,\text{km}, BC \approx 36.6\,\text{km}$

## بند4-8

**في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.**

**(1)** في المثلث $ABC$: $AB = 24\,\text{cm}$ , $AC = 19\,\text{cm}$ , $BC = 27\,\text{cm}$ فإنّ: $m(\widehat{A}) \approx 76.82^\circ$ (a) (b)

**(2)** في المثلث $ABC$: $m(\widehat{A}) = 60^\circ$ , $BC = 44\,\text{cm}$ , $AB = 20\,\text{cm}$ فإنّ: $AC \approx 50.5\,\text{cm}$ (a) (b)

**(3)** في المثلث $ABC$: $b^2 + c^2 < 2bc\cos A$ (a) (b)

**(4)** إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي 5 cm, 8 cm, 12 cm فإن قياس الزاوية الكبرى في هذا المثلث يساوي حوالى $133.4^\circ$ (a) (b)

**في التمارين (10–5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.**

**(5)** في المثلث $ABC$ : $m(\widehat{C}) = 60^\circ$ , $AC = 10\,\text{cm}$ , $BC = 20\,\text{cm}$ فإن طول $\overline{AB}$ يساوي:

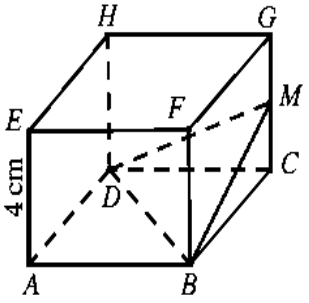
(a) $AB = 10\sqrt{7}\,\text{cm}$ (b) $AB = 10\sqrt{3}\,\text{cm}$ (c) $AB = 12.4\,\text{cm}$ (d) $AB = 29\,\text{cm}$

**(6)** في المثلث $ABC$ : $m(\widehat{A}) = 120^\circ$ , $AB = 30\,\text{cm}$ , $AC = 40\,\text{cm}$ فإنّ طول $\overline{BC}$ يساوي:

(a) $BC \approx 60.8\,\text{cm}$ (b) $BC \approx 36\,\text{cm}$ (c) $BC \approx 68\,\text{cm}$ (d) $BC \approx 21\,\text{cm}$

**(7)** إذا كان $BC = 25\,\text{cm}$ , $AC = 17\,\text{cm}$ , $AB = 12\,\text{cm}$ فإنّ قياس الزاوية الكبرى في المثلث $ABC$ يساوي حوالي:

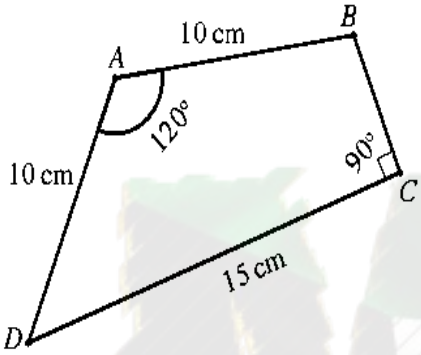
(a) $118^\circ$ (b) $110^\circ$ (c) $125^\circ$ (d) $100^\circ$




**(8)** $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه 4 cm، النقطة $M$ منتصف الضلع $\overline{GC}$

فإن: قياس الزاوية $(D\widehat{M}B)$ يساوي:

(a) $78.46^\circ$ (b) $86.82^\circ$ (c) $11.54^\circ$ (d) $3.2^\circ$

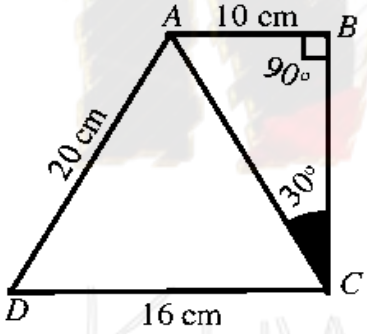



**(9)** في الشكل الرباعي $ABCD$ طول $\overline{BC}$ هو:

(a) 12.16 cm (b) 8.66 cm

(c) 11.5 cm (d) 13.7 cm

**(10)** في الشكل الرباعي $ABCD$، قياس الزاوية $(B\widehat{A}D)$ يساوي تقريبًا:




(a) $110^\circ$ (b) $104^\circ$

(c) $107^\circ$ (d) $120^\circ$

KuwaitMath.com

## بند5-8

**في التمارين (6–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و(b) إذا كانت العبارة خاطئة.**

**(1)** إذا عرفت أطوال أضلاع مثلث فيمكن استخدام قاعدة هيرون لإيجاد مساحته. (a) (b)

**(2)** لا يمكن إيجاد مساحة مثلث بمعلومية قياسات زواياه الثلاثة. (a) (b)

**(3)** لا يمكن استخدام قاعدة هيرون إذا كان المثلث قائم الزاوية. (a) (b)

**(4)** إن معرفة قياس إحدى زوايا مثلث هو شرط ضروري لإيجاد مساحته. (a) (b)

**(5)** إذا كان $a, b$ طولا ضلعين متتاليين في متوازي أضلاع و$\theta$ قياس الزاوية بينهما فإن مساحة متوازي الأضلاع تساوي $ab\sin\theta$ (a) (b)

**(6)** في المثلث $ABC$: $AB = 7\,\text{cm}$ , $BC = 5\,\text{cm}$ , $AC = 9\,\text{cm}$
فإن مساحة المثلث $ABC$ تساوي حوالى $15\,\text{cm}^2$ (a) (b)

**في التمارين (10–7)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.**

**(7)** إذا كان: $a = 2\,\text{cm}$ , $b = 3\,\text{cm}$ , $m(\widehat{C}) = 40^\circ$ فإن مساحة المثلث $ABC$ تساوي حوالى:

(a) $4.6\,\text{cm}^2$ (b) $3.86\,\text{cm}^2$

(c) $1.93\,\text{cm}^2$ (d) $2.3\,\text{cm}^2$

**(8)** مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه $9\,\text{cm}$ , $8\,\text{cm}$ , $7\,\text{cm}$ هي:

(a) $6\sqrt{15}\,\text{cm}^2$ (b) $12\sqrt{5}\,\text{cm}^2$

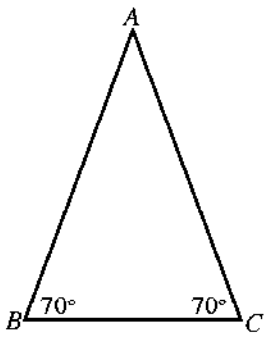
(c) $16\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ (d) $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

**(9)** مساحة مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه $a$ هي:

(a) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\,\text{units}^2$ (b) $a^2\,\text{units}^2$

(c) $\frac{1}{2}a^2\text{units}^2$ (d) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\,\text{units}^2$

**(10)** إذا كانت مساحة المثلث $ABC$ تساوي حوالى $8\,\text{cm}^2$ فإن طول $\overline{AB}$ هو حوالى:




(a) 5 cm (b) 8 cm

(c) 4 cm (d) 6 cm

KuwaitMath.com

## بند2-9

**في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.**

**(1)** $3\sin x = \sin(3x)$ تمثل متطابقة. (a) (b)

**(2)** $\cos 2x = \sin^2 x - \cos^2 x$ تمثل متطابقة. (a) (b)

**(3)** $\sec x - \cos x = \tan x \sin x$ تمثل متطابقة. (a) (b)

**(4)** الصورة المبسّطة للمقدار: $\sqrt{\frac{\csc x}{\sin^3 x} - \frac{\cot x}{\sin^3 x}}$ هي: $\frac{\sqrt{1-\cos x}}{\sin x}$ (a) (b)

**في التمارين (10–5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.**

**(5)** المقدار: $\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x}$ متطابق مع المقدار:

(a) $\sin x \tan x$ (b) $\sin x \sec^2 x$

(c) $\cos x \sec^2 x$ (d) $\sin x \csc x$

**(6)** المقدار: $(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2$ متطابق مع المقدار:

(a) $-4\sin x \cos x$ (b) $2$

(c) $-2$ (d) $4\sin x \cos x$

**(7)** المقدار: $\frac{1}{\tan x} + \tan x$ متطابق مع المقدار:

(a) $\sec x \csc x$ (b) $\sec x \sin x$

(c) $\sec x \cos x$ (d) $\sin x \cos x$

**(8)** المقدار: $\tan^2 x - \sin^2 x$ متطابق مع المقدار:

(a) $\tan^2 x$ (b) $\cot^2 x$

(c) $\tan^2 x \sin^2 x$ (d) $\cot^2 x \cos^2 x$

**(9)** المقدار: $\frac{\sin x}{\csc x} + \frac{\cos x}{\sec x} + 1$ متطابق مع المقدار:

(a) $1$ (b) $-1$

(c) $2$ (d) $-2$

**(10)** المقدار: $\frac{\cos^2 x - 1}{\cos x}$ متطابق مع المقدار:

(a) $-\tan x \sin x$ (b) $-\tan x$

(c) $\tan x \sin x$ (d) $\tan x$

KuwaitMath.com

## بند3-9

**في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.**

**(1)** حل المعادلة $\sin x = \frac{1}{2}$ هو: $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$، حيث $k$ عدد صحيح. (a) (b)

**(2)** حل المعادلة $\cos x = \sqrt{2}$ هو: $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ أو $x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$، حيث $k$ عدد صحيح. (a) (b)

**(3)** حل المعادلة $\tan x = -\sqrt{3}$ هو: $x = +\frac{5\pi}{6} + k\pi$، حيث $k$ عدد صحيح. (a) (b)

**(4)** حلول المعادلة $\sin x \tan^2 x = \sin x$ على الفترة $(0, \pi)$ هي: $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$ (a) (b)

**(5)** حلول المعادلة $2\sin^2 x = 1$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي: $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{5\pi}{4}$ (a) (b)

**في التمارين (11–6)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.**

**(6)** إذا كان $\sin x + \cos x = 0$ فإن $x$ تقع في الربع:

(a) الأول (b) الأول أو الثالث

(c) الثالث (d) الثاني أو الرابع

**(7)** حلول المعادلة: $2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي:

(a) $-\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$ (b) $\frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}$

(c) $\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$ (d) $\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$

**(8)** حلول المعادلة: $2\sqrt{2}\sin x \cos x - \sqrt{2}\cos x - 2\sin x = -1$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي:

(a) $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{4}$

(c) $\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{7\pi}{4}$

**(9)** عدد حلول المعادلة: $2\cos 4x = 1$ حيث $x \in \left[0, \frac{\pi}{8}\right)$ هو:

(a) 0 (b) 1

(c) 2 (d) 3

**(10)** حلول المعادلة: $3\tan 2y = \sqrt{3}$ هي:

(a) $\frac{\pi}{6} + k\pi$، حيث $k$ عدد صحيح.

(b) $\frac{\pi}{12} + 2k\pi$، حيث $k$ عدد صحيح.

(c) $\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$، حيث $k$ عدد صحيح.

(d) $\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ , $\frac{7\pi}{6} + 2k\pi$، حيث $k$ عدد صحيح.

**(11)** مجموعة حل المعادلة $3\tan(3x) = \sqrt{3}$ على الفترة $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ هي:

(a) $\left\{\frac{\pi}{18}, \frac{7\pi}{18}, \frac{13\pi}{18}\right\}$

(b) $\left\{\frac{\pi}{18}, \frac{7\pi}{18}\right\}$

(c) $\left\{\frac{-5\pi}{18}, \frac{\pi}{18}\right\}$

(d) $\left\{\frac{-5\pi}{18}, \frac{\pi}{18}, \frac{7\pi}{18}\right\}$

## بند4-9

**في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.**

**(1)** $\sin 75° = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ (a) (b)

**(2)** $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ (a) (b)

**(3)** $\cos(h + \frac{\pi}{2}) = -\cos h$ (a) (b)

**(4)** $\tan^2\frac{\pi}{12} + \tan^2\frac{5\pi}{12} = 14$ (a) (b)

**في التمارين (11–5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.**

**(5)** $\tan\frac{7\pi}{12}$ تساوي:

(a) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$ (b) $\sqrt{2}+\sqrt{6}$

(c) $2+\sqrt{3}$ (d) $-2-\sqrt{3}$

**(6)** $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$ (b) $\frac{1}{2}(\sin x + \cos x)$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x$

(7) $\tan\left(h+\frac{\pi}{4}\right)$ تساوي:

(a) $1+\tan h$ (b) $\frac{1-\tan h}{1+\tan h}$

(c) $\frac{1+\tan h}{1-\tan h}$ (d) $1-\tan h$

(8) $\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ تساوي:

(a) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x-\sin x)$ (b) $\sqrt{2}(\cos x+\sin x)$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos x+\sin x)$ (d) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x+\sin x)$

(9) $\cos 94°\cos 18°+\sin 94°\sin 18°$ تساوي:

(a) $\cos 112°$ (b) $\cos 76°$

(c) $\sin 112°$ (d) $\sin 76°$

(10) $\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{7}-\sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{\pi}{3}$ تساوي:

(a) $\cos\frac{4\pi}{21}$ (b) $\sin\frac{4\pi}{21}$

(c) $\cos\frac{10\pi}{21}$ (d) $\sin\frac{10\pi}{21}$

(11) $\frac{\tan\frac{\pi}{5}-\tan\frac{\pi}{3}}{1+\tan\frac{\pi}{5}\tan\frac{\pi}{3}}$ تساوي:

(a) $\tan\frac{2\pi}{15}$ (b) $\tan\frac{8\pi}{15}$

(c) $\tan\left(\frac{-8\pi}{15}\right)$ (d) $\tan\left(\frac{-2\pi}{15}\right)$

KuwaitMath.com

## بند5-9

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\sin 4x = 2\sin 2x\cos 2x$ (a) (b)

(2) $\sin 4x = -4\cos x\sin^3 x + 4\cos^3 x\sin x$ (a) (b)

(3) $\sin^2\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$ (a) (b)

(4) $\cos 6x = 2\cos^2 3x - 1$ (a) (b)

(5) $\cos x = 2\cos^2\frac{x}{2} - 1$ (a) (b)

في التمارين (8–6)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) $2\cos^2\frac{x}{2}$ تساوي:

(a) $\frac{1+\cos x}{2}$ (b) $1+\cos x$

(c) $1+\cos 2x$ (d) $\frac{1-\cos 2x}{2}$

(7) $\cos\frac{\pi}{8}$ تساوي:

(a) $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ (b) $\sqrt{2}-1$

(c) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ (d) $\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}}$

(8) إذا كان: $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, $\cos\theta = \frac{-7}{25}$ فإن $\cos\frac{\theta}{2}$ يساوي:

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{-2}{5}$

(c) $\frac{-3}{5}$ (d) $\frac{3}{5}$

KuwaitMath.com