الوحدة الثامنة

هندسة المضلّعات
The Geometry of Polygon

طرق ومدن
Roads and Cities

إنّ أيّ زائر لدولة الكويت ليعجب من شبكة الطرق وتنظيم المدن فيها ، والتي تضاهي أحسن وأفضل الطرق في العالم من حيث التصميم والإنشاء والتنظيم ومعدّات السلامة ، إذ أولتها الدولة اهتمامًا خاصًّا . فالمدن والطرق عنوان لنهضة البلاد وتقدّمها ، لذلك تمتلك الكويت شبكة هندسية ممتازة من الطرق السريعة والجسور الطويلة التي تربط جميع مناطق البلاد ببعضها وبالدول المجاورة ، والتي تُعَدّ الشريان الرئيسي الذي تنساب من خلاله حركة المرور التي تؤثّر على البلاد اقتصاديًّا واجتماعيًّا وأمنيًّا .

KuwaitMath.com

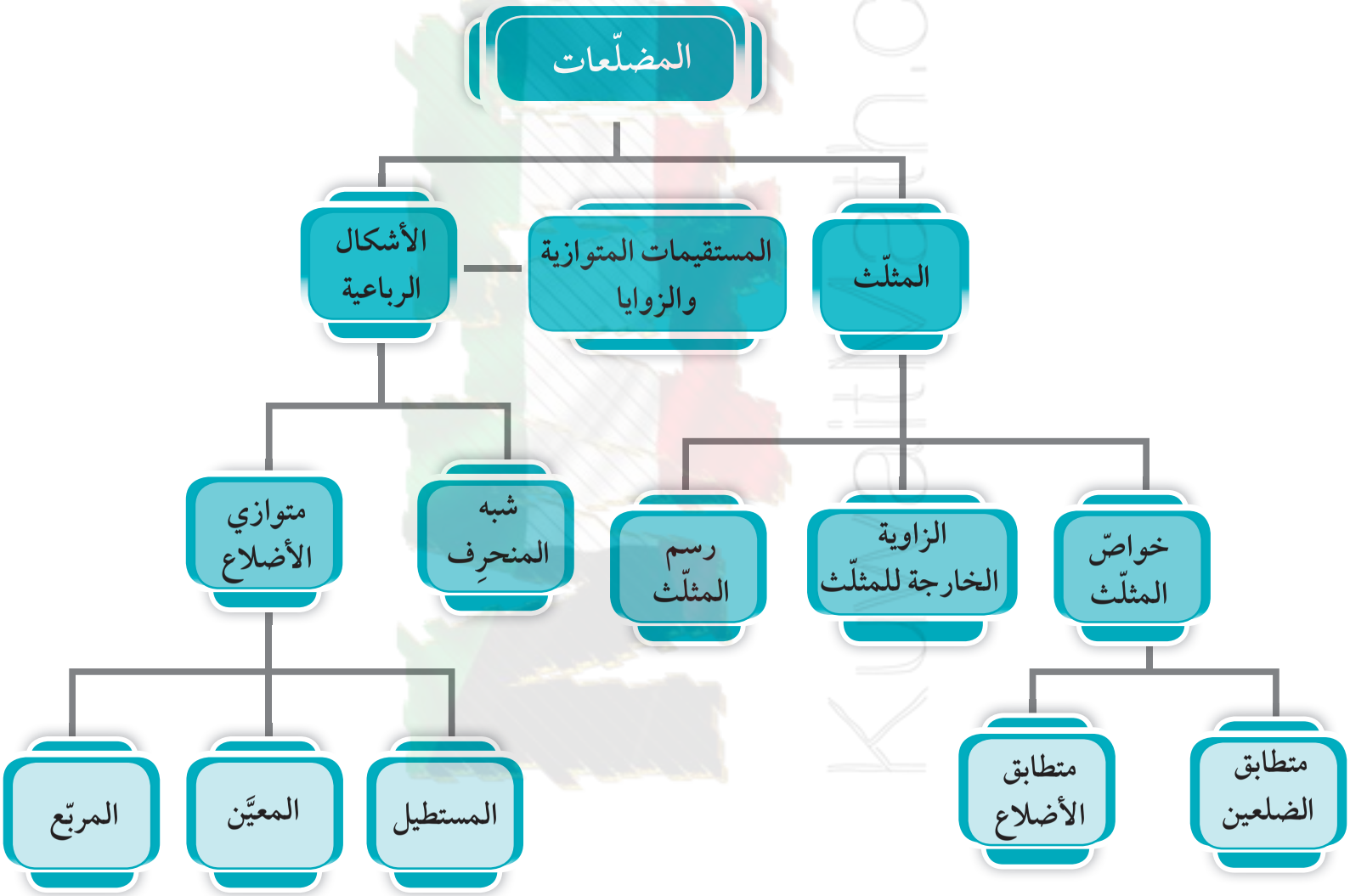
مشروع الوحدة : (تزيين الجسور)

يرتبط الفنّ دومًا بالحضارة العمرانية ، لذلك تفسح دولة الكويت لمبدعيها المجال للابتكار .
كُنْ مواطنًا مبدعًا ، وحاول ابتكار رسوم هندسية إبداعية ، لرسمها على جدران الجسور الحديثة لتزيينها وإعطائها لمسة فَنّية جمالية .

خطّة العمل :

- اِستخدِم ما تعلّمته من إنشاءات هندسية .
- وظِّف خواصّ الأشكال الهندسية ، كالمثلّث والأشكال الرباعية في ابتكارك .

مخطَّط تنظيمي للوحدة الثامنة



١-٨ المثلّث
Triangle

سوف تتعلّم : المزيد عن خواصّ المثلّثات .

العبارات والمفردات :
مثلّث
Triangle
متباينة المثلّث
Triangle Inequality
التطابق
Congruent

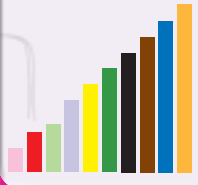
نشاط

١ لكلّ مجموعة من أعواد كويزنير ، **حدِّد ما إذا كان بالإمكان وضعها معًا لتكوّن مثلّثًا** . ولكي تعتبر الشكل مثلّثًا يجب أن تتلامس العيدان ركنًا بركن .

معلومات مفيدة :
تُستخدَم دعامات مثلّثة الشكل في بناء الجسور .

٢ **جرِّب أيّ ثلاثة أعواد ، وتحقّقْ من إمكانية تكوين مثلّث ، ثمّ سجِّل ملاحظاتك .**
الوحدة المستخدَمة في قياس الأطوال (سنتيمتر) .

اللوازم :
أعواد كويزنير



طول العود الأوّل	طول العود الثاني	طول العود الثالث	مجموع / طولي العودين الأوّل والثاني	مجموع / طولي العودين الأوّل والثالث	مجموع / طولي العودين الثاني والثالث	يصلح أن يكون مثلّثًا	
						نعم	لا
٢ سم	٥ سم	٩ سم	٢ + ٥ = ٧ سم	٢ + ٩ = ١١ سم	٥ + ٩ = ١٤ سم		

٣ **كيف تبيّن ما إذا كانت ثلاثة عيدان كوّنت مثلّثًا أم لا دون وضعها معًا بالفعل .**

ممّا سبق نستنتج أنّ :

في أيّ مثلّث مجموع طولي أيّ ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث (متباينة المثلّث) .

تذكَّرْ أنّ :
مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلّث يساوي ١٨٠°

تدرّب (١) :

أيّ من الأطوال المعطاة التالية تصلح أن تكون أطوالًا لأضلاع مثلّث ؟ فسّر إجابتك .

أ ٦ سم ، ٩ سم ، ١٣ سم

٦ + ٩ ☐ ١٣ ، ☐ = >

..... + ... ☐ ..... ، ☐ = >

..... + ... ☐ ..... ، ☐ = >

إذًا ، ..... أن تكون

أطوال أضلاع مثلّث .

السبب :

مجموع طولي أيّ ضلعين في مثلث

..... من طول الضلع الثالث .

ب ١٠ دسم ، ١٤ دسم ، ٢٥ دسم

..... + ... ☐ ..... ، ☐ = >

إذًا ،

.....

.....

السبب :

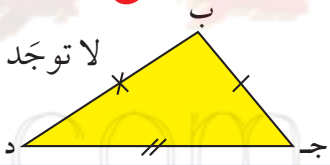
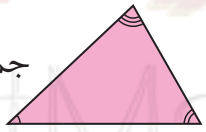
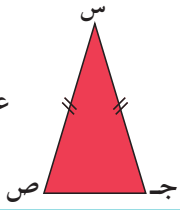
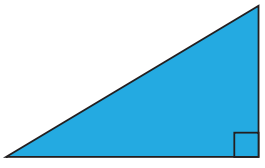
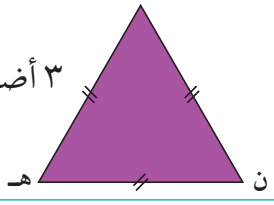
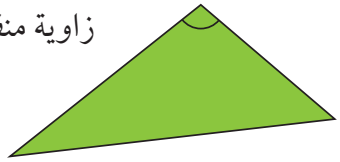
.....

.....

معلومات مفيدة :

يقوم النحّاتون ، وهم صانعو التماثيل ، بتصنيف المثلّثات عند تصميم أيّ تمثال .

بالإمكان تصنيف المثلّث :

من حيث أضلاعه	من حيث زواياه
مختلف الأضلاع لا توجَد أضلاع متطابقة 	**حادّ الزوايا** جميع الزوايا حادّة 
متطابق الضلعين على الأقلّ ضلعان متطابقان 	**قائم الزاوية** زاوية قائمة واحدة 
متطابق الأضلاع ٣ أضلاع متطابقة 	**منفرج الزاوية** زاوية منفرجة واحدة 

KuwaitMath.com

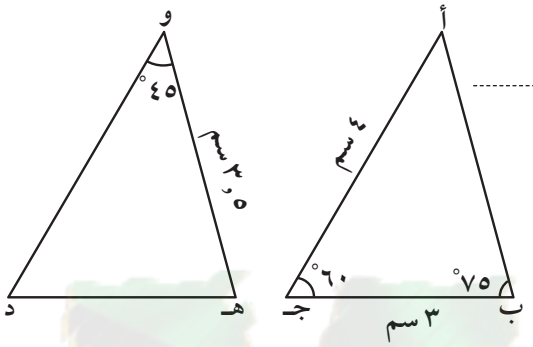
تعلّمت أنّه :

إذا تطابق مثلّثان فإنّ أضلاعهما المتناظرة تتطابق ، وزواياهما المتناظرة تتطابق .

تذكَّرْ أنّ :
≅ رمز التطابق
$\hat{جـ} \cong \hat{د}$ تُقرَأ
الزاوية جـ تطابق
الزاوية د

تدرّب (٢) :

إذا كان Δ أ ب جـ ≅ Δ و هـ د ،
فأكمِل ما يلي :



$\hat{جـ} \cong \hat{د}$ ، ق ($\hat{جـ}$) = ق ($\hat{د}$) = ...

$\hat{أ} \cong$ ..... ، ق ($\hat{أ}$) = ...

$\hat{ب} \cong$ ..... ، ق ($\hat{هـ}$) = ...

$\overline{جـ أ} \cong$ ..... ، طول $\overline{د و}$ = ... سم

$\overline{ب جـ} \cong$ ..... ، طول $\overline{هـ د}$ = ... سم

$\overline{أ ب} \cong$ ..... ، طول $\overline{أ ب}$ = ... سم

فكِّر وناقِش

هل جميع المثلّثات التي قياسات زواياها الداخلة ٩٠° ، ٥٠° ، ٤٠° متطابقة ؟
وضِّح بمثال .

تمـــرَّنْ :

١ أكمِل الجدول التالي :

المثلّث / النوع	٥ سم، ٥ سم، ٥ سم		
من حيث الأضلاع			
من حيث الزوايا			

KuwaitMath.com

٢ في كلّ ممّا يلي ، حدِّد ما إذا كانت الأطوال المعطاة تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلّث ، ثمّ فسِّر إجابتك .

أ ٥ سم ، ٣ سم ، ٢ سم	ب ٧,٥ دسم ، ٣,٥ دسم ، ٩ دسم
جـ ١٥ سم ، ٦ سم ، ٦ سم	د ١٠ مم ، ١٠ مم ، ١٠ مم

٣ في الشكل المجاور Δ أ ب جـ ≅ Δ أ م ل

أ أُذكر العناصر المتناظرة المتطابقة :

ب أوجِد قياس كلٍّ من :

ق (ل أ م) = ... ، ق (م) = ...

طول $\overline{ل م}$ = ... ، طول $\overline{أ ب}$ = ...

٤ أعواد خشبية أطوالها ٢ ، ٩ ، ١١ ، ١٩ بالسنتيمتر ، أيّ ثلاثة منها تصلح لأن تكون أطوال أضلاع مثلّث ؟ أُذكر السبب .

٥ أحضر مهندس قطعتين معدنيتين لصنع دعامة مثلّثة الشكل لجسر ، طول الأولى ١٠٠ سم ، والثانية ٩٠ سم . إذا كان عليه استخدام إحدى القطعتين كاملة كقاعدة وقصّ الثانية إلى جزءين ليشكّلا الضلعين الآخرين للمثلّث ، فأيّ القطعتين تنصح بتقسيمها ذات الطول ١٠٠ سم أم ٩٠ سم ؟ اِدعم رأيك بتفسير منطقي .

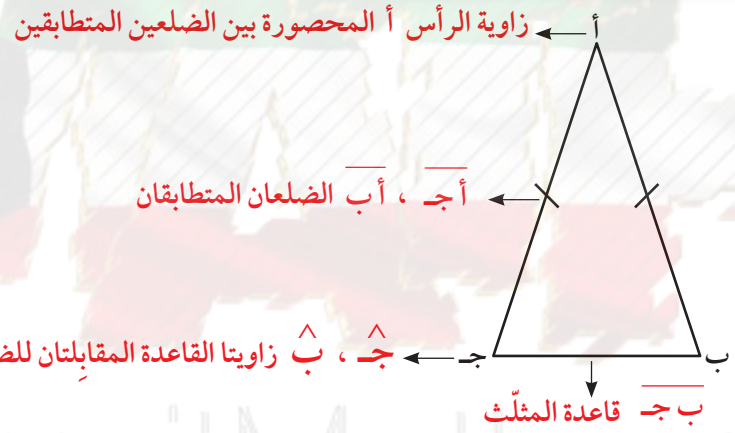
kuwaitvalley.com

٢-٨ اِستكشاف خواصّ المثلث
Exploring Triangle Properties

سوف تتعلّم : خواصّ كلّ من المثلّث المتطابق الضلعين والمثلّث المتطابق الأضلاع .

تُعَدّ أبراج الكويت من أبرز المعالم الحضارية في مدينة الكويت والتي تظهر فيها استخدامات المثلّث المتطابق الأضلاع في الحياة كدعامة حديدية تحمي الكرات الدوّارة في الأبراج ، بالإضافة إلى إعطاء لمسة جمالية ساحرة للشكل الخارجي للأبراج كما في الصورة المقابِلة .

المثلّث المتطابق الضلعين



أ : زاوية الرأس أ المحصورة بين الضلعين المتطابقين

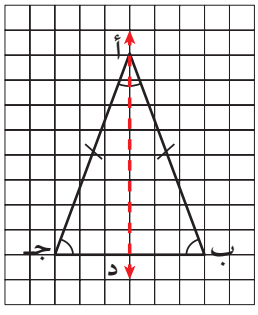
$\overline{أجـ}$ ، $\overline{أب}$: الضلعان المتطابقان

$\hat{جـ}$ ، $\hat{ب}$: زاويتا القاعدة المقابِلتان للضلعين المتطابقين

$\overline{ب جـ}$: قاعدة المثلّث

نشاط (١) :

Δ أ ب جـ متطابق الضلعين حيث $\overline{أب} \cong \overline{أجـ}$ ، اِنسخ المثلّث على ورق شفّاف كما هو مبيَّن في الرسم .



- اطوِ المثلّث أ ب جـ من زاوية الرأس أ بحيث ينطبق $\overline{أب}$ على $\overline{أجـ}$ ، وحدِّد خطّ التناظر $\overleftrightarrow{أد}$.
- نلاحظ أنّ : Δ أ ب د ≅ Δ .....

ومنه $\hat{ب} \cong$ ..... ، $ب\hat{أ}د \cong$ ..... ، $أ\hat{د}ب \cong$ .....

$\overline{أب} \cong$ ..... ، $\overline{ب د} \cong$ .....

ق (أ د ب) = ق (أ د جـ) = ... ؛ $\overline{أد} \perp \overline{ب جـ}$

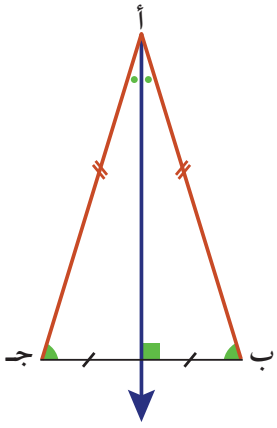
العبارات والمفردات :
مثلّث متطابق الضلعين
Isoceles Triangle
مثلّث متطابق الأضلاع
Equilateral Triangle

اللوازم :
- ورق مربّعات .
- ورق شفّاف .

تذكَّرْ أنّ :
خطّ التناظر هو الخطّ الذي يمكن طي الشكل حوله بحيث يتطابق النصفان تطابقًا تامًّا .

تذكَّرْ أنّ :
عندما يتطابق مثلّثان فإنّ :
- أضلاعهما المتناظرة تتطابق .
- زواياهما المتناظرة تتطابق .

KuwaitMath.com



ممّا سبق نجد أنّ :

خواصّ المثلّث متطابق الضلعين :

١ منصِّف زاوية الرأس هو عمودي على القاعدة وينصّفها .

٢ منصِّف زاوية الرأس هو خطّ تناظر للمثلّث المتطابق الضلعين .

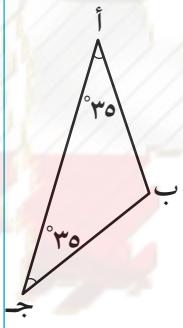
٣ زاويتا القاعدة متطابقتان .

لاحظ أنّ :

في أي مثلث إذا كانت القطعة المستقيمة المرسومة من أحد الرؤوس عمودية على القاعدة المناظرة وتنصفها ، فإنّ المثلث متطابق الضلعين .

تدرّب (١) :

حدِّد المثلّث المتطابق الضلعين في كلٍّ مما يلي مع ذكر السبب .

تذكَّرْ أنّ :

المستقيمين المتعامدين هما مستقيمان يتقاطعان ويشكّلان زاوية قائمة عند نقطة تقاطعهما .

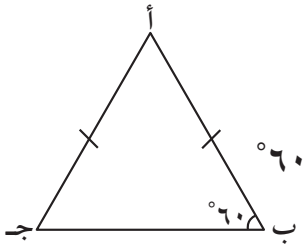
KuwaitMath.com

فكِّر وناقِش

إذا قمت بطي المثلّث المتطابق الضلعين من جهة الرأس ، فما نوع المثلّثين الناتجين ؟ وضِّح إجابتك .

تذكَّرْ أنّ :
مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلّث يساوي ١٨٠° .

نشاط (٢) :



Δ أ ب جـ متطابق الضلعين حيث $\overline{أب} \cong \overline{أجـ}$ ، ق(∠ب) = ٦٠°

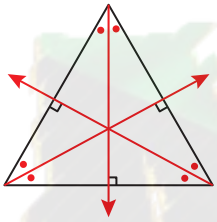
أوجِد :

ق(∠جـ) = ق(∠ .....) = ... السبب : من خواصّ المثلّث المتطابق الضلعين

ق(∠أ) = ... السبب .....

.....

إذًا $\overline{أب} \cong$ ..... ≅ .....



إذًا نستنتج خواصّ المثلّث المتطابق الأضلاع :

١ تتساوى قياسات الزوايا الثلاث وكلّ منها يساوي ٦٠° .

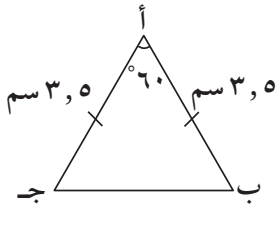
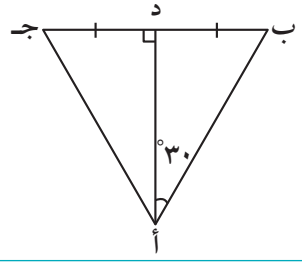
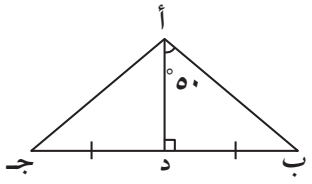
٢ منصِّف كلّ زاوية هو عمودي على القاعدة المقابِلة وينصّفها ، وهو أيضًا خطّ تناظر .

٣ للمثلّث متطابق الأضلاع ٣ خطوط تناظر .

KuwaitMath.com

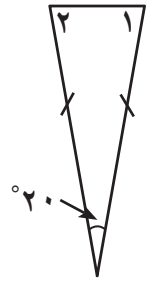
تدرّب (٢) :

حدِّد المثلّث المتطابق الأضلاع في كلٍّ مما يلي :

تدرّب (٣) :

أكمل ما يلي مع ذكر السبب :



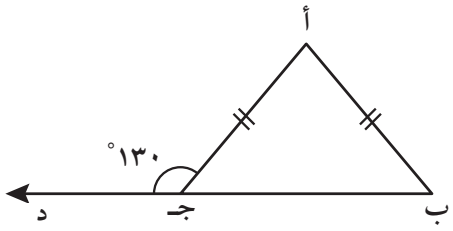
ق($\hat{١}$) + ق($\hat{٢}$)

= ١٨٠° – ..... = ...

السبب : .....

ق($\hat{١}$) = ق($\hat{٢}$) = ... = ...

السبب : من خواصّ المثلّث المتطابق الضلعين



ق(أ $\hat{جـ}$ ب) = ...

السبب : .....

.....

ق($\hat{ب}$) = ق($\hat{ب}$) = ... = ...

السبب : .....

فكِّر وناقِش

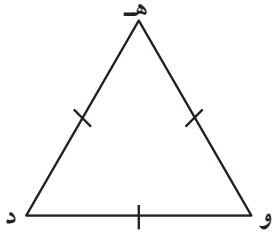
ما رأيك في صحّة العبارة التالية ؟

يمكن أن يكون المثلّث القائم الزاوية متطابق الضلعين أيضًا . فسِّر إجابتك .

تمـــرَّنْ :

١ أوجِد قياسات الزوايا وأطوال الأضلاع المحدَّدة في كلٍّ مما يلي مع ذكر السبب :

أ

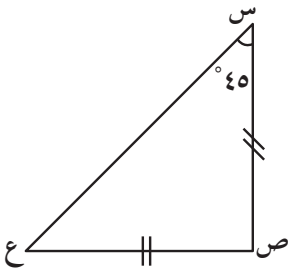


ق($\hat{هـ}$) = ...

السبب : .....

.....

ب



ق($\hat{ع}$) = ...

السبب : .....

.....

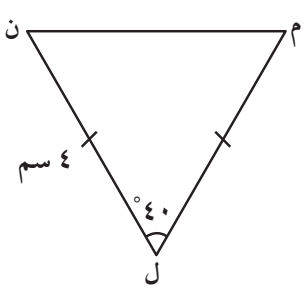
ق($\hat{ص}$) = ...

السبب : .....

.....

KuwaitMath.com

جـ



ق (ن̂) = ...

.....

.....

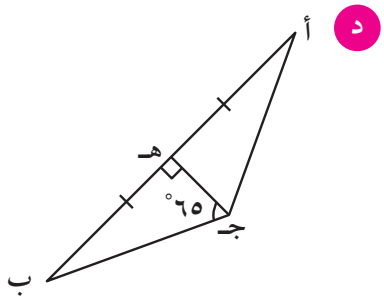
السبب : .....

.....

.....

طول ل م = ... سم

د



ق (أ جـ̂ هـ) = ...

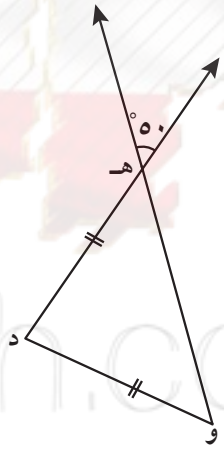
.....

.....

السبب : .....

.....

هـ



ق (و هـ̂ د) = ...

السبب : .....

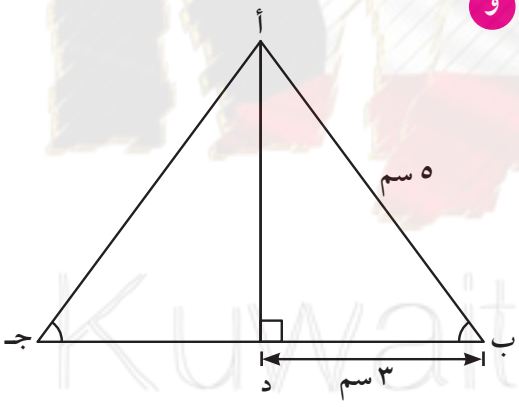
.....

ق (د و̂ هـ) = ...

السبب : .....

.....

و



أ جـ = ...

السبب : .....

.....

طول ب جـ = ...

السبب : .....

.....

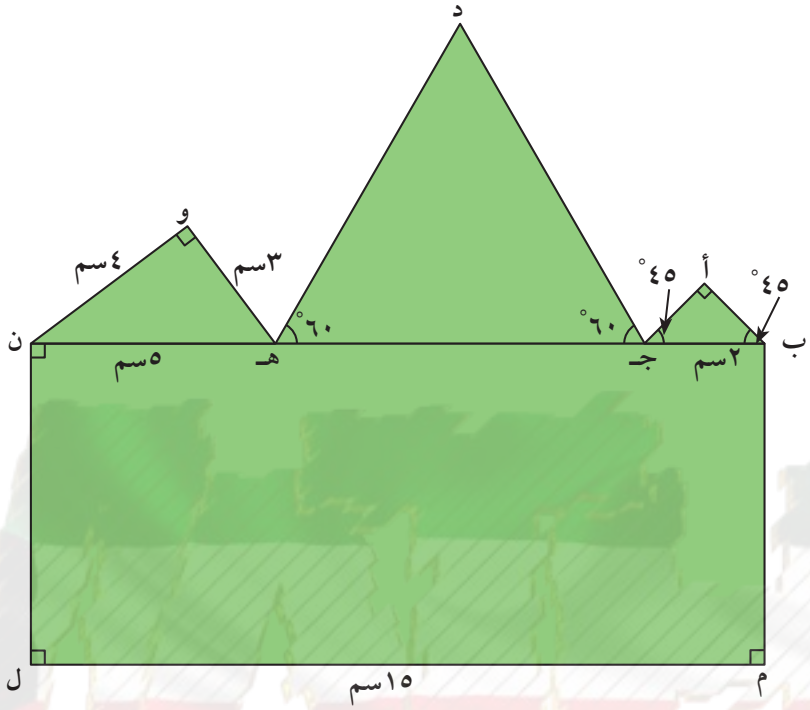
٢ Δ هـ و ن متطابق الضلعين ، فيه :
طول و ن = ٤ سم ، وطول هـ ن = ٢ سم ، فما هي الأطوال الممكنة للضلع هـ و ثمّ فسّر إجابتك .

.....

.....

KuwaitMath.com

٣ صنع راشد تاجًا من خلال نسخ الشكل المرسوم ليكتب عليه أسماء المتعلّمين الحاصلين على المراكز الثلاثة الأولى في مسابقة أولمبياد الرياضيات . أُنظر إلى اللوحة التالية :



أ أكمل الجدول التالي :

المثلّث	نوعه من حيث أضلاعه	نوعه من حيث زواياه
Δ أ ب جـ		
Δ جـ د هـ		
Δ هـ و ن		

ب أوجِد طول $\overline{\text{د جـ}}$ مع ذكر السبب .

.....

.....

KuwaitMath.com

٨-٣ الزاوية الخارجة للمثلّث
The Exterior Angle of a Triangle

العبارات والمفردات :
الزاوية الخارجة للمثلّث
Exterior angle of a triangle

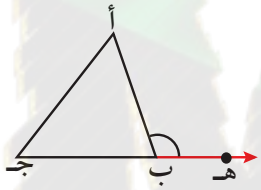
سوف تتعلّم : إيجاد قياس الزاوية الخارجة للمثلّث وعلاقته بالزوايا الداخلة له .

يصمّم مهندسو المباني والمرافق العامّة في المدن مظلّات مواقف السيّارات باستخدام الزاوية الخارجة للمثلّث ، لإعطاء المظلّة التدعيم المناسِب كما في الصورة المقابِلة .

معلومات مفيدة :
يستخدم مهندسو الطرق مفهوم الزاوية الخارجة للمثلّث لتصميم تقاطعات الطرق والجسور .

نشاط (١) :

أمامك مثلّث مرسوم (Δ أ ب جـ) :

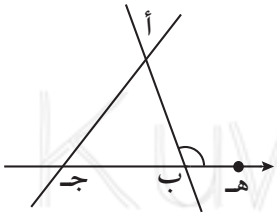


- باستخدام المسطرة والقلم مدّ $\overleftarrow{جـ ب}$ باتّجاه ب .
- لاحِظ الزاوية الناتجة عن امتداد الضلع جـ ب خارج المثلّث .

تُسمّى (أ$\hat{ب}$ هـ) زاوية خارجة للمثلّث أ ب جـ وتكون مكمِّلة للزاوية أ ب جـ .

للمثلّث أكثر من زاوية خارجة .

أُنظر إلى الرسم المقابِل ، وحدِّد عدد الزوايا الخارجة .



.....

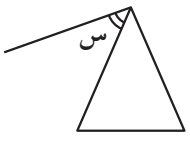
.....

اللوازم :
- مسطرة .
- قلم تلوين خشبي .
- مقصّ .
- ورق ملوَّن .

تدرّب (١) :

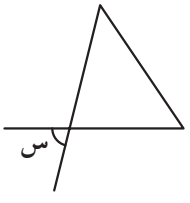
حدِّد الشكل الذي فيه الزاوية (س) زاوية خارجة للمثلّث في كلّ ممّا يلي :

أ

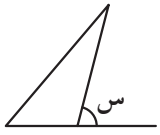


ب

جـ

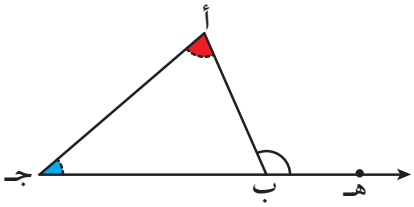


د



KuwaitMath.com

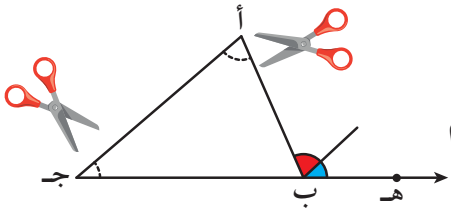
نشاط (٢) :



في Δ أ ب جـ المقابل :

ما العلاقة بين أ$\hat{ب}$ هـ الخارجة للمثلّث والزوايا الداخلة له ؟

قم بما يلي :



- اِنسخ المثلّث أ ب جـ على ورق شفّاف .
- حدِّد (ب أ$\hat{جـ}$) ، (ب جـ$\hat{أ}$) الداخلتين كما في الرسم المقابل .
- قُصَّ الزاويتين .
- اِجعل رأس كلّ من الزاويتين على رأس أ$\hat{ب}$ هـ (الخارجة للمثلّث) بشكل متجاور .

ماذا تلاحظ ؟

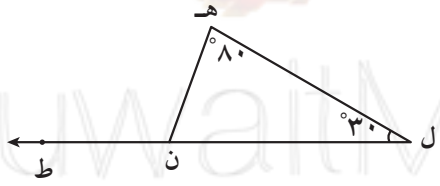
أكمِل : ق (أ$\hat{ب}$ هـ) = ق ..... + ق .....

إذًا نستنتج أنّ :

قياس كلّ زاوية خارجة للمثلّث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها .

لاحظ أنّ :
بإمكانك إيجاد قياس الزاوية الخارجة من خلال طرح قياس الزاوية المكمِّلة لها من ١٨٠° .

تدرّب (٢) :



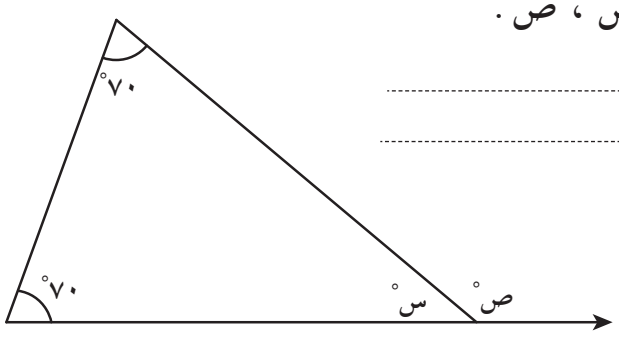
أكمِل :

ق (هـ$\hat{ن}$ ط) = ٣٠° + ... = ...

السبب : قياس الزاوية الخارجة للمثلّث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها .

تدرّب (٣) :

اِستعِن بالرسم لإيجاد قيمة كلّ من س ، ص .



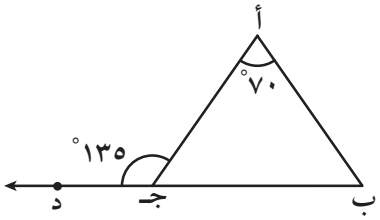
س = ...

ص = ...

KuwaitMath.com

تدرّب (٤) :

في الشكل المقابِل :

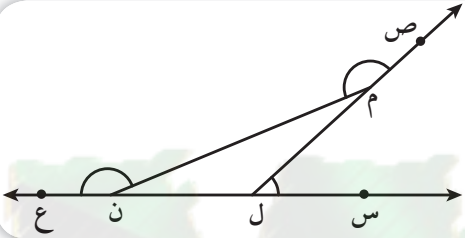


ق (أ $\hat{ب}$ جـ) = ...

السبب : .....

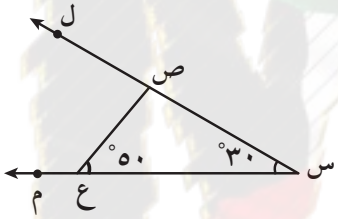
.....

فكّر وناقِش



هل الزوايا الخارجة المحدَّدة في المثلّث المقابِل المرسوم متطابقة ؟ فسِّر إجابتك .

تمـــرَّنْ :



في التمارين من (١ – ٥) أوجِد المطلوب مع ذكر السبب :

١ ق (ل ص$\hat{ع}$) = ...

السبب : .....

.....

ق (س ص$\hat{ع}$) = ...

السبب : .....

.....

---

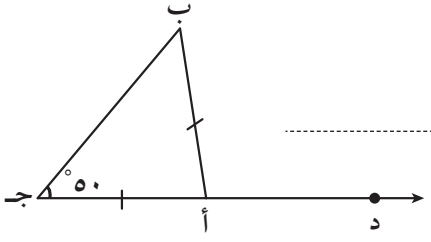
٢ ق (أ $\hat{ب}$ جـ) = ...

السبب : .....

ق (ب $\hat{أ}$ د) = ...

السبب : .....

.....



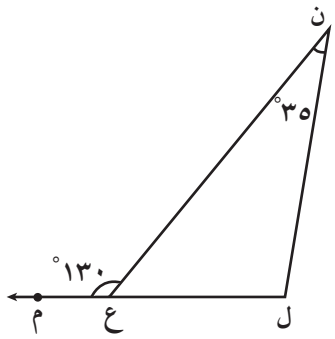
KuwaitMath.com

٣ قياس (ن $\hat{ل}$ ع) = ...

السبب : .....

.....

.....



---

٤ ق ($\hat{١}$) = ...

السبب : .....

ق ($\hat{٢}$) = ...

السبب : .....

.....

.....

.....

---

٥ ق (ب $\hat{د}$ جـ) = ...

السبب : .....

.....

.....

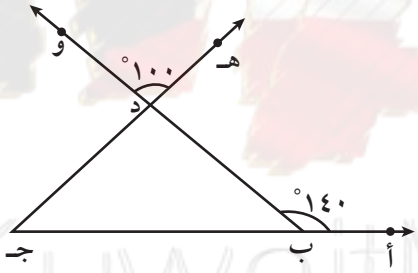
ق (ب $\hat{جـ}$ د) = ...

السبب : .....

.....

.....

.....



---

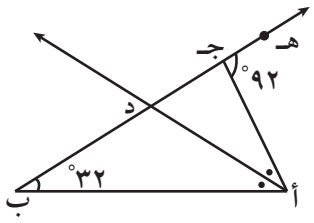
٦ في الشكل المجاور $\overleftarrow{أد}$ يُنصِّف (جـ $\hat{أ}$ ب) ،
أوجِد مع ذكر السبب ق (أ $\hat{د}$ جـ) .

.....

.....

.....

.....



KuwaitMath.com

٨-٤ رسم مثلّث بمعلومية أطوال أضلاعه الثلاثة
Drawing a Triangle Knowing the Lengths of Its Three Sides

سوف تتعلّم : رسم مثلّث إذا علمت أطوال أضلاعه .

تُعتبَر علامة التحذير من علامات المرور للدلالة على وجود ظروف خطرة في الشارع . أراد خالد أن يصمّم مثلّث تحذير لاستخدامه عند تعطّل سيّارته .

اِقترِح أطوال أضلاع مثلّث يستطيع خالد رسمه .

نشاط :

اللوازم :
- فرجار .
- مسطرة .

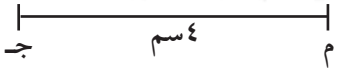
أُرسم المثلّث م جـ د حيث م جـ = ٤ سم ، م د = ٣ سم ، د جـ = ٢ سم

الخطوة (١) :

نرسم رسمًا تخطيطيًّا للمثلّث م جـ د .

الخطوة (٢) :

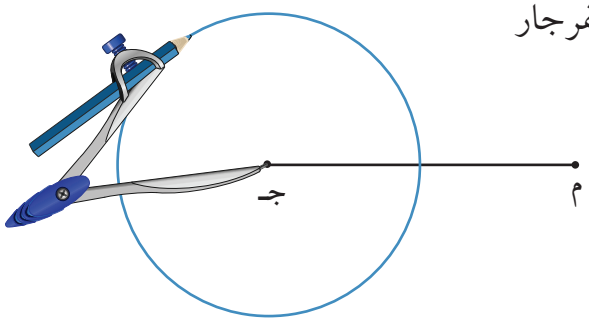
اِستخدِم المسطرة وارسم قطعة مستقيمة طولها ٤ سم ، ولتكن $\overline{\text{م جـ}}$ هذه القطعة .



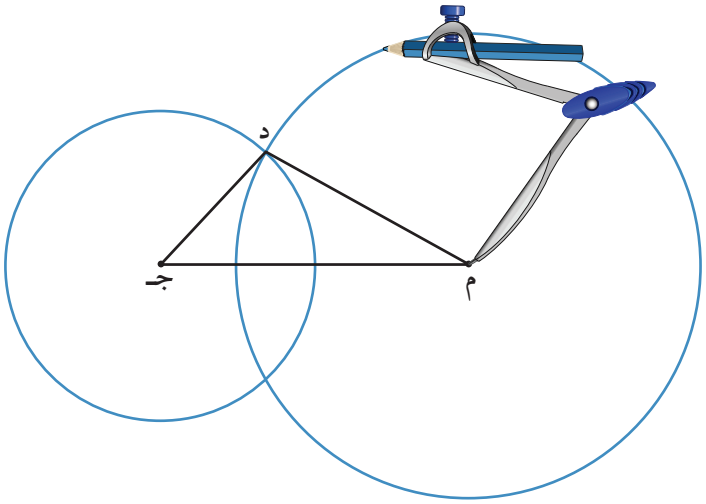
تذكَّرْ أنّ :
لرسم دائرة مركزها معلوم ، نحتاج إلى معرفة طول نصف قطرها (نق) .

الخطوة (٣) :

اِفتح الفرجار إلى ٢ سم ، وثبِّت إبرة الفرجار على النقطة جـ ، ثمّ ارسم دائرة طول نصف قطرها ٢ سم .



KuwaitMath.com



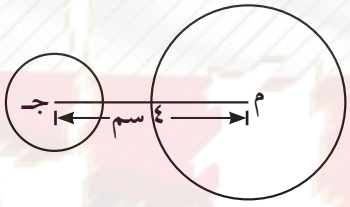
الخطوة (٤) :

اِفتح الفرجار إلى ٣ سم ، وثبِّت إبرة الفرجار على النقطة م ، ثمّ ارسم دائرة طول نصف قطرها ٣ سم تتقاطع مع الدائرة الأولى ، ولتكن د إحدى نقطتي التقاطع . بعدها ، صِلْ بين م ، د ثمّ بين جـ ، د وهكذا نحصل على المثلّث م جـ د .

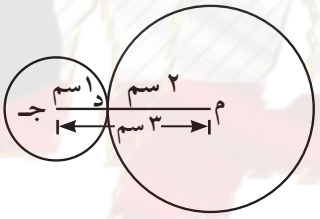
فكِّر وناقِش

لترى ماذا يحدث إذا كانت الأطوال هي :

م جـ = ٤ سم ، م د = ٢ سم ، د جـ = ١ سم



م جـ = ٣ سم ، م د = ٢ سم ، د جـ = ١ سم

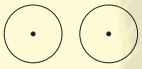


ناقِش ما تراه في الرسم .

اِنتبِه :

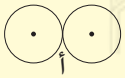
علاقة دائرة بأخرى منها :

١ – متباعدتان .



٢ – متقاطعتان .

٣ – متماسّتان من الخارج .



تدرّب (١) :

اُرسم المثلّث س ص ع متطابق الأضلاع وطول ضلعه ٣ سم .

KuwaitMath.com

تمـــرَّنْ :

١ أُرسم المثلّث أ ب جـ حيث أب = ٦ سم ، أ جـ = ٤ سم ، ب جـ = ٣ سم .

٢ أُرسم المثلّث س ص ع الذي فيه س ص = س ع = ٣ سم ، ص ع = ٤ سم .

KuwaitMath.com

٣ أُرسم المثلّث ل هـ ن متطابق الأضلاع وطول ضلعه ٣,٥ سم .

٤ هل يمكن رسم مثلّث أطوال أضلاعه ٥,٥ سم ، ٤ سم ، ٩,٥ سم ؟
فسِّر إجابتك .

KuwaitMath.com

٥ أ ر ن مثلّث حيث أ ر = ١٤ سم ، رن = ٥ سم . اعطِ قيم ممكنة لطول $\overline{أن}$ ؟

٨ـ٥ رسم مثلّث بمعلومية قياس زاويتين وطول الضلع الواصل بين رأسيهما

Drawing a Triangle knowing the Measure of Two Angles and the Length of their Adjacent Side

سوف تتعلّم : رسم مثلّث إذا علمت قياس زاويتين وطول الضلع الواصل بين رأسيهما .

نشاط :

اللوازم :
- فرجار .
- مسطرة .
- منقلة .

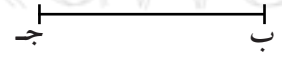
أُرسم المثلّث أ ب جـ حيث ب جـ = ٣ سم ، ق (أ $\hat{ب}$ جـ) = ٥٥° ،
ق (أ $\hat{جـ}$ ب) = ٦٠°

الخطوة (١) :

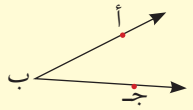
أُرسم رسمًا تخطيطيًّا للمثلّث أ ب جـ .

الخطوة (٢) :

اِستخدِم المسطرة ، وارسم قطعة مستقيمة طولها ٣ سم . ولتكن $\overline{ب جـ}$.



تذكَّرْ أنّ :

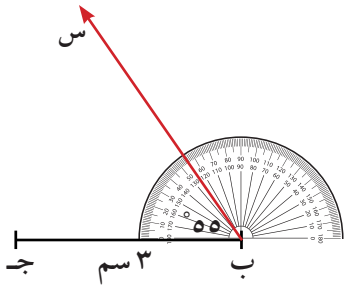


يُرمَز إلى الزاوية أ ب جـ بعدّة طرق :
< أ ب جـ
(جـ $\hat{ب}$ أ) ، ($\hat{ب}$)

الخطوة (٣) :

ضَع المنقلة بحيث يكون مركز المنقلة فوق النقطة ب وخط بدء القياس ينطبق على $\overline{ب جـ}$.

أُرسم الشعاع $\overleftarrow{ب س}$ بحيث يكون ق (جـ $\hat{ب}$ س) يساوي ٥٥° .

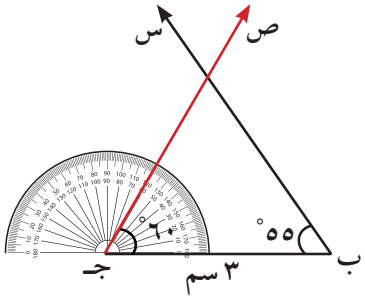


KuwaitMath.com

الخطوة (٤) :

ضَع المنقلة بحيث يكون مركز المنقلة فوقَ النقطة جـ وخط بدء القياس ينطبق على $\overline{\text{ب جـ}}$.

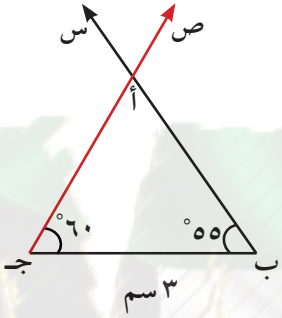
أُرسم الشعاع $\overleftarrow{\text{جـ ص}}$ بحيث يكون ق (ب $\hat{\text{جـ}}$ ص) يساوي ٦٠°



الخطوة (٥) :

يتقاطع الشعاعان في نقطة سَمِّها أ .

وهكذا تحصل على المثلّث أ ب جـ .



فكِّر وناقِش

هل تستطيع رسم مثلّث ك ل م إذا علمت أنّ قياس ق (ك $\hat{\text{ل}}$ م) = ٧٠° ، ق (ل $\hat{\text{م}}$ ك) = ١٢٠° ، م ل = ٥ سم ؟ فسِّر إجابتك .

تمـــرَّنْ :

١ أُرسم المثلّث أ ب جـ حيث جـ ب = ٧ سم ، ق ($\hat{\text{جـ}}$) = ٤٠° ، ق ($\hat{\text{ب}}$) = ٦٥°

KuwaitMath.com

٢ أُرسم المثلّث د هـ و قائم الزاوية في هـ حيث هـ د = ٣ سم ،
ق (هـ $\hat{د}$ و) = ٥٠°

٣ أُرسم المثلّث أ ب جـ حيث أ ب = ٥ سم ، ق ($\hat{جـ}$) = ١١٠° ،
ق ($\hat{ب}$) = ٣٠°

KuwaitMath.com

٤ أُرسم المثلّث ص ع س متطابق الضلعين رأسه ص ، ع س = ٦ سم ،
ق (س̂) = ٣٥°

٥ أُرسم المثلّث أ ب جـ متطابق الضلعين ، ورأسه أ ، حيث أ ب = ٤ سم ،
ق (أ̂ ب جـ) = ٧٠° (يمكنك استخدام المثلث المرسوم لمشروع الوحدة).

KuwaitMath.com

٦-٨ رسم مثلّث بمعلومية طولي ضلعين وقياس الزاوية المحدَّدة بهما

Drawing a Triangle knowing the Length of Two Sides and the Measure of the Angle Between Them

سوف تتعلّم : رسم مثلّث إذا علمت طولي ضلعين فيه وقياس الزاوية المحدَّدة بهما .

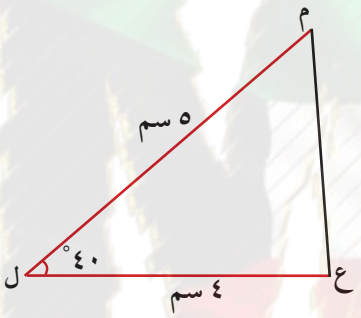
نشاط :

أُرسم المثلّث ع ل م حيث ل ع = ٤ سم ، ل م = ٥ سم ، ق (ع $\hat{ل}$ م) = ٤٠°

اللوازم :
- فرجار .
- مسطرة .
- منقلة .

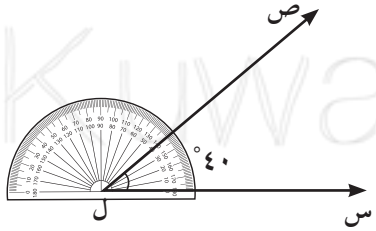
الخطوة (١) :

أُرسم رسمًا تخطيطيًّا للمثلّث ع ل م .



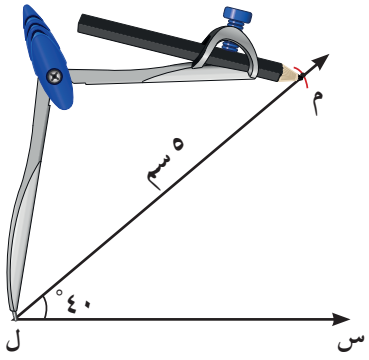
الخطوة (٢) :

اِستخدِم المنقلة ،
وارسم زاوية قياسها ٤٠° ، رأسها ل .



الخطوة (٣) :

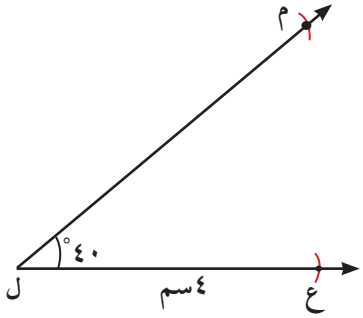
اِفتح الفرجار إلى ٥ سم ،
وثبِّت إبرة الفرجار على النقطة ل ،
ثمّ ارسم قوسًا يقطع أحد الشعاعين في النقطة م .



KuwaitMath.com

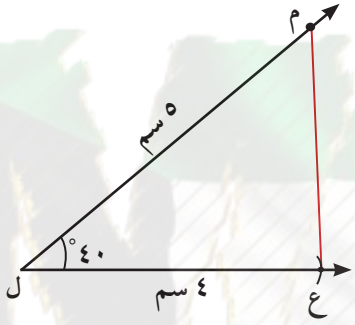
الخطوة (٤) :

اِفتح الفرجار إلى ٤ سم ، وثبِّت إبرة الفرجار على النقطة ل ، ثمّ ارسم قوسًا يقطع الشعاع الآخر في النقطة ع .



الخطوة (٥) :

صِلْ بين النقطتين ع ، م ، وهكذا تحصل على المثلّث ع ل م .



تدرّب (١) :

أُرسم مثلّث أ ب جـ حيث أ ب = أ جـ = ٣ سم ، ق (ب $\hat{أ}$ جـ) = ١٢٠°

KuwaitMath.com

فكِّر وناقِش

هل يمكن رسم مثلّث قائم الزاوية ومتطابق الضلعين ؟ وضِّح إجابتك .

تمـــرَّنْ :

١ أُرسم المثلّث ب ع د حيث ب ع = ٦ سم ، ع د = ٤ سم ، ق ($\hat{ع}$) = ٤٥°

٢ أُرسم المثلّث أ ب جـ قائم الزاوية في ب حيث أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم .

KuwaitMath.com

٣ أُرسم المثلّث س ص ع متطابق الضلعين ، رأسه س ، حيث س ص = ٥ سم ،
ق(س) = ١٠٠°

٤ أُرسم المثلّث أ ب جـ قائم الزاوية في ب حيث أ ب = ب جـ = ٣ سم .

KuwaitMath.com

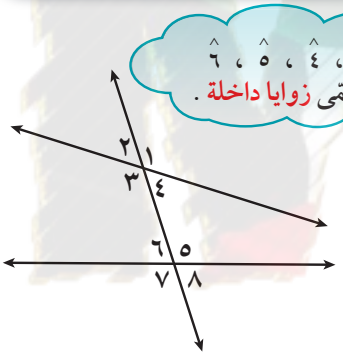
٧-٨ المستقيمات المتوازية والزوايا
Angles and Parallel Lines

سوف تتعلّم : الخطوط المستقيمة المتوازية وخواصّها والعلاقة بين الزوايا الناتجة عن قطع مستقيم لمستقيمات متوازية .

إذا نظرت حولك ، فستجد أمثلة متعدّدة للمستقيمات المتوازية .

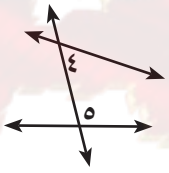
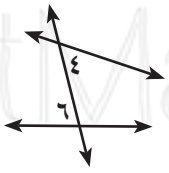
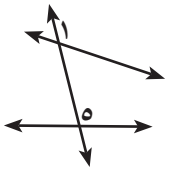
أُذكر أمثلة لمستقيمات متوازية في البيئة من حولك .

أُنظر في موضع كلّ زاوية في الشكل الموضَّح ، ولاحظ ما يلي :



$\hat{٣}$ ، $\hat{٤}$ ، $\hat{٥}$ ، $\hat{٦}$
تُسمّى زوايا داخلة .

$\hat{١}$ ، $\hat{٢}$ ، $\hat{٧}$ ، $\hat{٨}$
تُسمّى زوايا خارجة .

$\hat{٤}$ ، $\hat{٥}$	داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع (متحالفتان)	
$\hat{٤}$ ، $\hat{٦}$	متبادلتان	
$\hat{١}$ ، $\hat{٥}$	متناظرتان	

تدرّب (١) :

أُذكر أزواجًا أخرى من الزوايا المتحالفة والمتبادلة والمتناظرة من الشكل السابق .

.....

.....

العبارات والمفردات :

متوازٍ **Parallel**

قاطع **Transversal**

زاوية خارجة **Exterior Angle**

زاوية داخلة **Interior Angle**

زوايا متبادلة **Alternate Angles**

زوايا متناظرة **Corresponding Angles**

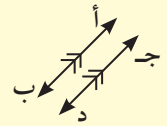
زوايا متحالفة

اللوازم :

- المسطرة .
- المنقلة .

تذكَّرْ أنّ :

توضح المستقيمات المتوازية بوضع أسهم عليها كالتالي :

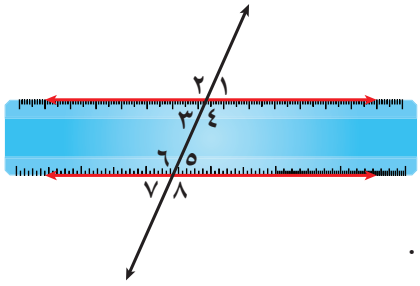


الرمز // يعبّر عن توازي مستقيمين

($\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـد}$)

KuwaitMath.com

نشاط :



١ ضَع المسطرة التي تستخدمها في القياس على ورقة بيضاء .

٢ أُرسم خطّين متوازيين باستخدام حافّتي المسطرة .

٣ أُرسم خطًّا ثالثًا مائلًا ليقطع الخطّين المتوازيين .

٤ رقِّم الزوايا الناتجة من التقاطع .

٥ قِسِ الزوايا الناتجة باستخدام المنقلة .

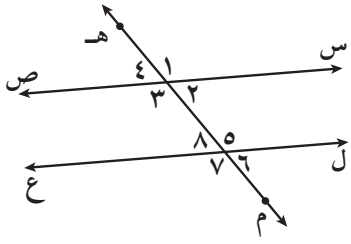
عندما يقطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن:

١	كل زاويتين متبادلتين متطابقتان	$\hat{٤} \cong \hat{٦}$ $\hat{٣} \cong \hat{٥}$
٢	كل زاويتين متناظرتين متطابقتان	$\hat{١} \cong \hat{٥}$ $\hat{٢} \cong \hat{٦}$ $\hat{٤} \cong \hat{٨}$ $\hat{٣} \cong \hat{٧}$
٣	كل زاويتين متحالفتين متكاملتان	$(\hat{٣}، \hat{٦})$ $(\hat{٤}، \hat{٥})$

تذكَّرْ أنّ :
- كلّ زاويتين متقابلتين بالرأس متطابقتان .
- كلّ زاويتين متجاورتين على مستقيم واحد ، متكاملتان (مجموع قياسهما = ١٨٠°)

تدرّب (٢) :

في الشكل المقابل س ص // ل ع ، هـ م قاطع لهما :



١ سَمِّ كلّ زوج من أزواج الزوايا التالية :

أ $\hat{٢}$ ، $\hat{٦}$ ..... زاويتان متناظرتان

ب $\hat{٥}$ ، $\hat{٧}$ .....

جـ $\hat{٣}$ ، $\hat{٥}$ .....

د $\hat{٣}$ ، $\hat{٨}$ .....

٢ إذا كانت ق ($\hat{٤}$) = ٥٠° ، فأوجِد قياس كلٍّ من الزوايا التالية مع ذكر السبب :

أ ق ($\hat{٨}$) = ... السبب : التوازي والتناظر مع ($\hat{٤}$)

ب ق ($\hat{٢}$) = ... السبب : .....

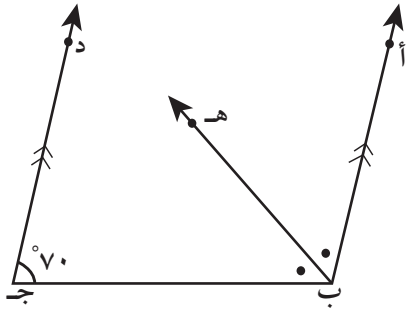
جـ ق ($\hat{٣}$) = ... السبب : .....

تدرّب (٣) :

في الشكل المجاور $\overleftarrow{ب أ}$ // $\overleftarrow{جـ د}$

$\overleftarrow{ب هـ}$ ينصّف (أ$\hat{ب}$ جـ) ، ق (د$\hat{جـ}$ ب) = ٧٠°

أوجِد ق (أ$\hat{ب}$ هـ) مع ذكر السبب .



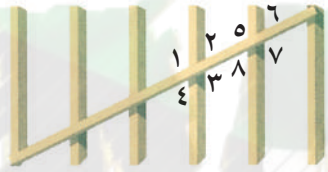
.....

.....

فكِّر وناقِش

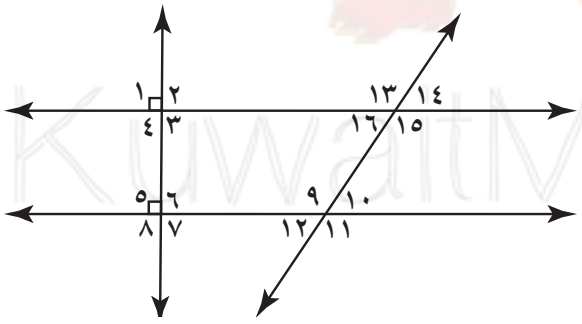
ثبّت نجّار ستّ دعائم خشبية متوازية على حائط مقطوعة بقاطع . إذا كان ق ($\hat{١}$) = ١١٨° ،

فهل يمكن إيجاد ق ($\hat{٧}$) . فسِّر إجابتك .



تمـــرَّنْ :

١ من الشكل المقابِل ، أوجِد :



أ زوج من الزوايا المتحالفة

.....

ب زوج من الزوايا المتناظرة

.....

جـ زوج من الزوايا المتبادلة

.....

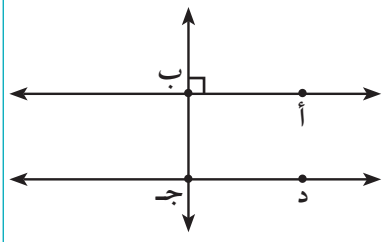
د زوج من الزوايا المتقابلة بالرأس

.....

KuwaitMath.com

٢ في كلّ من الأشكال التالية $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$ ، أوجد مع ذكر السبب
ق (ب $\hat{جـ}$ د) :

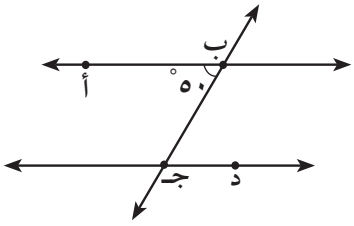
أ



ق (ب $\hat{جـ}$ د) = ...

السبب : .....

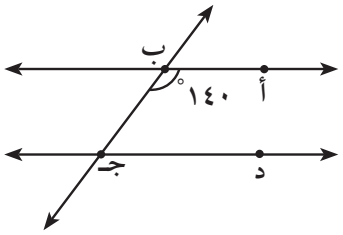
ب



ق (ب $\hat{جـ}$ د) = ...

السبب : .....

جـ



ق (ب $\hat{جـ}$ د) = ...

السبب : .....

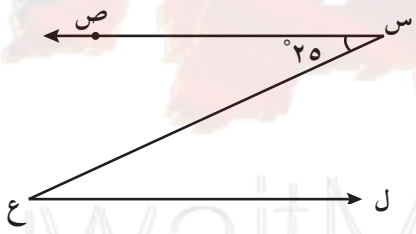
٣ في كلّ شكل من الأشكال التالية $\overleftarrow{س ص}$ // $\overleftarrow{ع ل}$ ، أوجد مع ذكر السبب
ق (س $\hat{ع}$ ل) :

أ

.....

.....

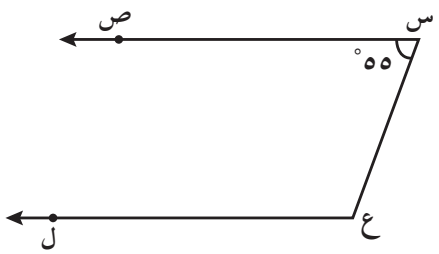
ب



.....

.....

جـ



.....

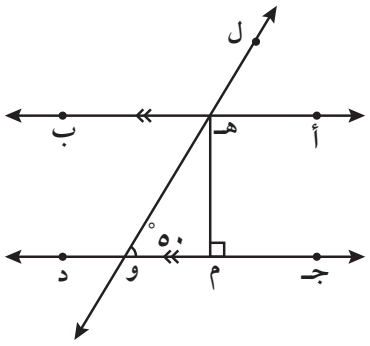
.....

KuwaitMath.com

٤ في الشكل المجاور

$\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـد}$ ، $\overleftrightarrow{هـو}$ قاطع لهما

$\overline{هـم} \perp \overleftrightarrow{جـد}$ ، ق(هـ$\hat{و}$م) = ٥٠°



أوجِد مع ذكرِ السبب :

أ ق(و$\hat{هـ}$ب) = ... السبب : .....

ب ق(أ$\hat{هـ}$و) = ... السبب : .....

جـ ق(م$\hat{هـ}$و) = ... السبب : .....

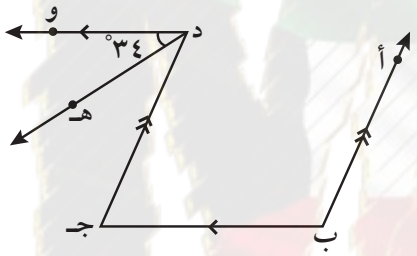
---

٥ في الشكل المجاور $\overleftarrow{ب أ}$ // $\overline{جـد}$ ،

$\overline{ب جـ}$ // $\overleftarrow{د و}$ ،

$\overleftarrow{دهـ}$ ينصّف (و$\hat{د}$جـ) ، ق(و$\hat{د}$هـ) = ٣٤°

أوجِد مع ذكر السبب ق (أ$\hat{ب}$جـ) .



.....

.....

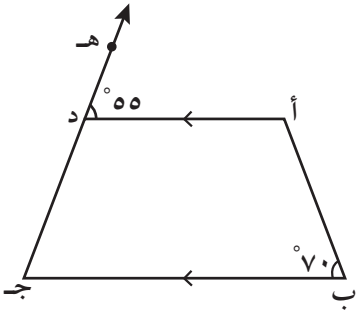
.....

KuwaitMath.com

---

٦ في الشكل المجاور $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ،

ق(أ$\hat{د}$هـ) = ٥٥° ، ق(ب$\hat{}$) = ٧٠°



أوجِد مع ذكرِ السبب :

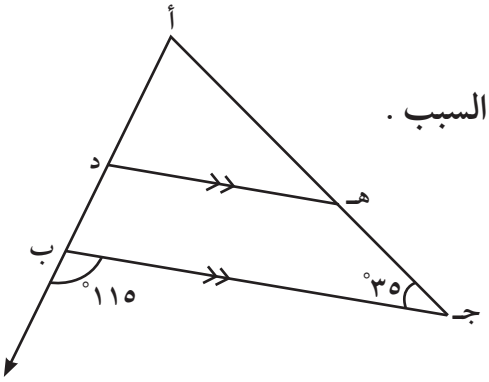
أ ق(أ$\hat{}$) = ... السبب : .....

ب ق(جـ$\hat{}$) = ... السبب : .....

جـ ق(أ$\hat{د}$جـ) = ... السبب : .....

٧ في الشكلِ المقابِل : $\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$.

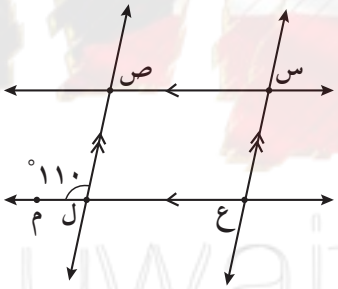
أُحسب قياس زوايا المثلّث أ د هـ مع ذكر السبب .



٨ في الشكلِ المجاوِر :

$\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ع ل}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{س ع}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ص ل}}$ ،

و~ (ص $\hat{\text{ل}}$ م) = ١١٠°

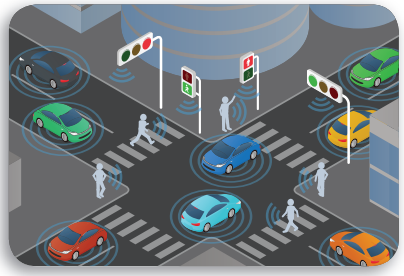


أُحسب قياس كلّ زاوية من زوايا الشكل الرباعي س ع ل ص مع ذكر السبب.

KuwaitMath.com

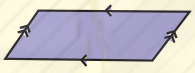
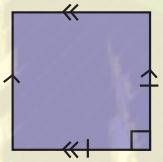
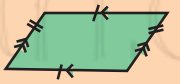
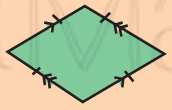
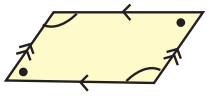
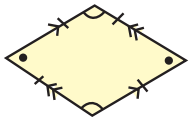
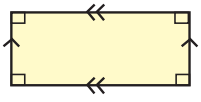
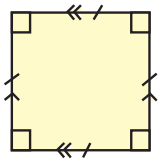
٨-٨ الأشكال الرباعية
Quadrilaterals

سوف تتعلّم : تصنيف الأشكال الرباعية وخواصّها .



يستخدم مهندسو الطرق الأشكال الرباعية عند رسم مخطّطات الطرق .

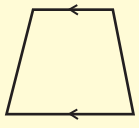
الشكل الرباعي: هو مضلّع له أربعة أضلاع.

الشكل / أوجه المقارنة	متوازي الأضلاع	المعيَّن	المستطيل	المربّع
التعريف	 كلّ ضلعين متقابلين متوازيان .	هو متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان في الطول .	هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة .	 هو مستطيل فيه ضلعان متجاوران متساويان في الطول ، أو معيَّن إحدى زواياه قائمة .
الأضلاع	 كلّ ضلعين متقابلين متساويان في الطول .	 جميع أضلاعه متساوية في الطول .	كلّ ضلعين متقابلين متساويان في الطول .	جميع أضلاعه متساوية في الطول .
الزوايا	 – كلّ زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس . – مجموع قياس كلّ زاويتين متتاليتين = ١٨٠°	 – كلّ زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس . – مجموع قياس كلّ زاويتين متتاليتين = ١٨٠°	 جميع قياسات زواياه متساوية وقياس كلّ منها = ٩٠°	 جميع قياسات زواياه متساوية وقياس كلّ منها = ٩٠°

العبارات والمفردات :

الشكل الرباعي
Quadrilateral
متوازي الأضلاع
Parallelogram
معيَّن
Rhombus
مستطيل
Rectangle
مربّع
Square
شبه المنحرف
Trapezoid

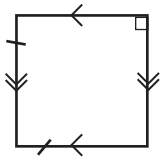
تذكَّرْ أنّ :



شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متقابلان ومتوازيان .

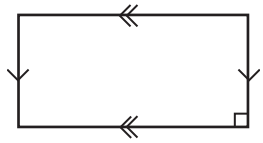
تدرّب (١) :

من الرموز المعطاة على الرسم ، أعطِ اسمين على الأقلّ لكلّ شكل من الأشكال الرباعية التالية :



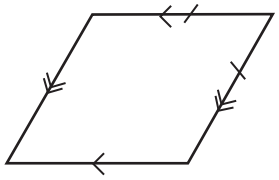
.....

.....



.....

.....

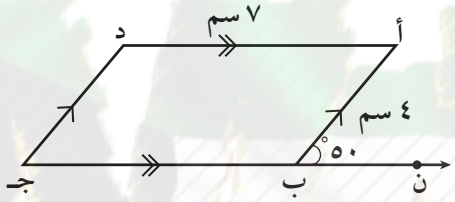


.....

.....

تدرّب (٢) :

في الشكل المقابل أ ب جـ د متوازي أضلاع :



أكمِل :

قياس (ب $\hat{أ}$ د) = ... السبب : .....

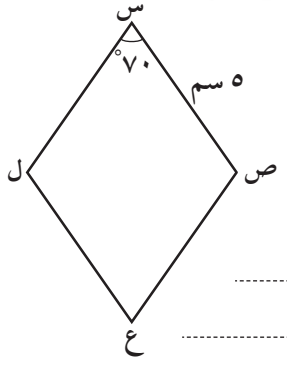
قياس ($\hat{د}$) = ... السبب : .....

قياس (د $\hat{جـ}$ ب) = ... السبب : .....

طول $\overline{د جـ}$ = ... السبب : .....

تدرّب (٣) :

في الشكل س ص ع ل معيَّن . أكمِل :



ق ($\hat{ص}$) = ... السبب : .....

.....

ق ($\hat{ع}$) = ... السبب : .....

.....

ص ع = ... السبب : .....

.....

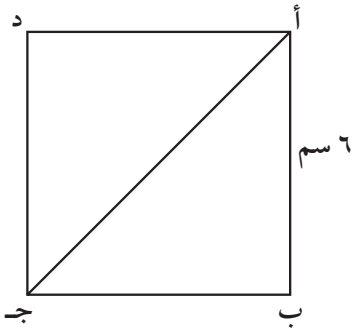
محيط المعيَّن س ص ع ل = ...

.....

KuwaitMath.com

تدرّب (٤) :

في الشكل أ ب جـ د مربّع ، أوجِد مع ذكر السبب :



ب جـ = ...

السبب : .....

ق ($\hat{ب}$) = ...

السبب : .....

ق (ب $\hat{أ}$ جـ) = ...

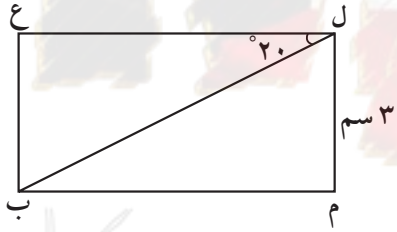
السبب : ..... (وظِّف خواصّ المثلّث متطابق الضلعين)

مساحة المربع أ ب جـ د = ...

.....

تدرّب (٥) :

في الشكل ل م ب ع مستطيل ، أوجِد مع ذكر السبب :



ع ب = ...

السبب : .....

ق($\hat{ع}$) = ...

السبب : .....

ق (م $\hat{ل}$ ب) = ...

السبب : .....

.....

ق (ل $\hat{ب}$ م) = ...

السبب : .....

KuwaitMath.com

فكّر وناقِش

١ تعرّف بعض كتب الهندسة المربّع على أنّه « معيَّن قائم الزاوية » . هل توافق على ذلك ؟ وضِّح إجابتك .

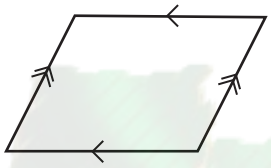
٢ كلّ مربّع مستطيل ، ولكن ليس كلّ مستطيل مربّعًا . فسِّر العبارة .

تمـــرَّنْ :

١ من الرموز المعطاة على الرسم ، سَمِّ كلّ شكل من الأشكال الرباعية التالية :

.....

.....



.....

.....

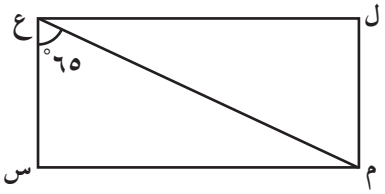
٢ د هـ و ب شبه منحرِف فيه د ب // هـ و

أكمِل كلًّا ممّا يلي :

ق (ب $\hat{و}$ هـ) = ... السبب : .....

ق ($\hat{د}$) = ... السبب : .....

٣ ل م س ع مستطيل . أكمِل كلًّا ممّا يلي :



ق ($\hat{ل}$) = ...

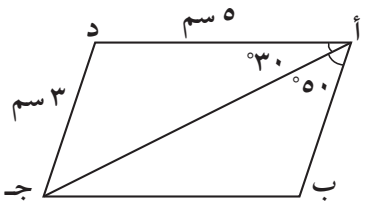
السبب : .....

ق (م $\hat{ع}$ ل) = ...

السبب : .....

KuwaitMath.com

٤ أ ب جـ د متوازي الأضلاعِ . أكمِل كلًّا ممّا يلي :



ق (أ جـ ب) = ...

السبب : .....

ق ($\hat{ب}$) = ...

السبب : .....

ق (د جـ ب) = ...

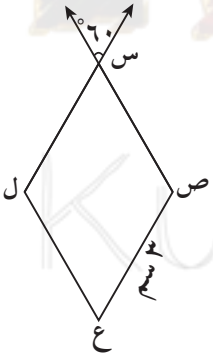
السبب : .....

طول $\overline{ب جـ}$ = ...

السبب : .....

---

٥ س ص ع ل معيَّن . أكمِل كلًّا ممّا يلي :



ق (ص $\hat{س}$ ل) = ...

السبب : .....

ق ($\hat{ع}$) = ...

السبب : .....

طول $\overline{س ص}$ = ...

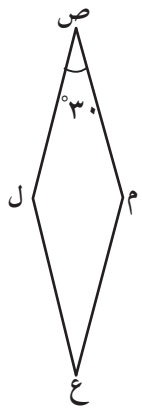
السبب : .....

محيط المعيَّن س ص ع ل = ...

.....

KuwaitMath.com

٦ ص ل ع م معيَّن محيطه يساوي ٢٤ سم ، ق ($\hat{ص}$) = ٣٠° .
أوجِد طول ضلعه ، ق ($\hat{ل}$) ، ق ($\hat{ع}$) مع ذكر السبب .



.....

.....

.....

.....

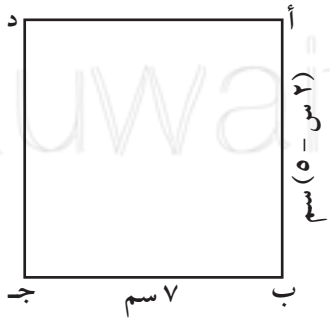
٧ في الشكل المقابِل المنطقة الملوَّنة باللون الأسود في صورة علم دولة الكويت على شكل شبه منحرِف . أُحسب قياس ($\hat{ا}$) مع ذكر السبب .

.....

.....

.....

٨ في الشكل المقابل أ ب جـ د مربّع .أوجِد قيمة س .



.....

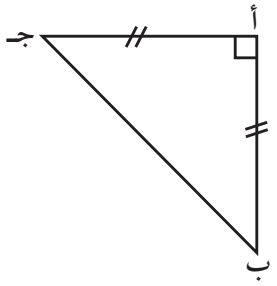
.....

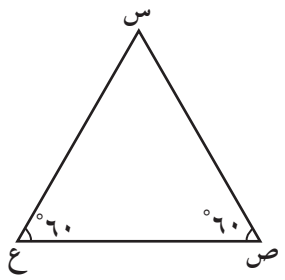
.....

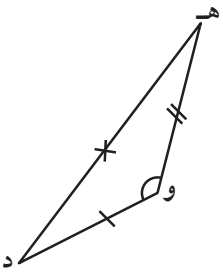
KuwaitMath.com

٨-٩ مراجعة الوحدة الثامنة
Revision Unit Eight

١ صنِّف المثلّثات التالية من حيث الزوايا و من حيث الأضلاع .







النوع / المثلّث	Δ أ ب جـ	Δ س ص ع	Δ هـ و د
من حيث الزوايا			
من حيث الأضلاع			

٢ أيّ من الأطوال التالية تصلح أن تكون أطوالًا لأضلاع مثلّث ؟ فسِّر إجابتك .
أُرسم الحالة الممكنة .

أ ٧ سم ، ٨ سم ، ١٥ سم

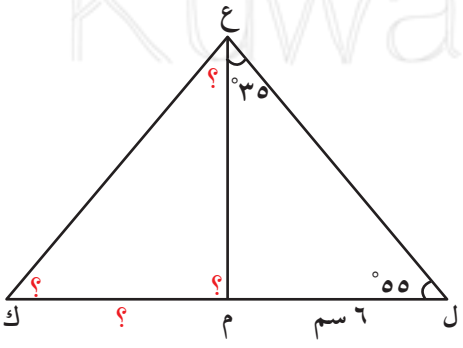
ب ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم

KuwaitMath.com

٣ أُرسم المثلّث س ص ع متطابق الضلعين ورأسه ع ، وفيه س ص = ٤,٥ سم ،
ق (س) = ٥٠°

٤ أراد محمّد صنع إطار مثلّث الشكل لتزيين أحد الجسور ، فاحتاج إلى أن يرسم مخطّطًا له ، وكانت تعليمات المخطّط كالتالي : مثلّث أ ب جـ فيه أ ب = ٥ سم ،
ق (ب) = ق (جـ) = ٦٠° . ساعِد محمّدًا وارسم هذا المخطّط مستخدمًا أدواتك الهندسية .

٥ في الشكل المقابل :
Δ ع ل م ≅ Δ ع ك م ، أوجِد كلًّا ممّا يلي :



طول م ك = ...

ق (ع ك ل) = ...

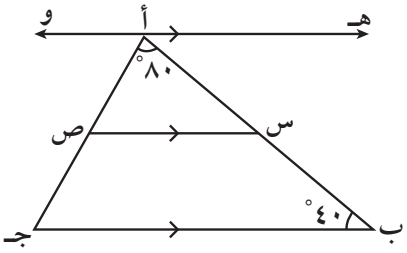
ق (ع م ك) = ...

ق (م ع ك) = ...

KuwaitMath.com

٦ في الشكل المقابِل حيث $\overleftrightarrow{هـ و}$ // $\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$

ق (ب $\hat{أ}$ جـ) = ٨٠° ، ق (أ $\hat{ب}$ جـ) = ٤٠°



أوجِد كلًّا ممّا يلي مع ذكر السبب :

أ ق (هـ $\hat{أ}$ ب) = ... السبب : .....

ب ق (ص $\hat{س}$ ب) = ... السبب : .....

جـ ق (أ $\hat{ص}$ س) = ... السبب : .....

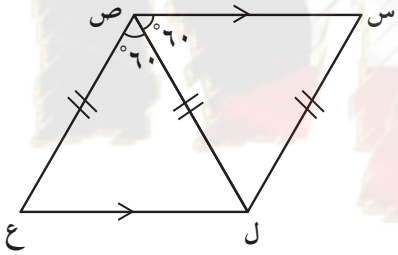
---

٧ في الشكل الرباعي س ص ع ل المقابِل

(س $\hat{ص}$ ل) ≅ (ع $\hat{ص}$ ل)

$\overline{س ص}$ // $\overline{ل ع}$

س ل = ص ل = ص ع



– أوجِد قياسات زوايا الشكل الرباعي س ص ع ل مع ذكر السبب :

.....

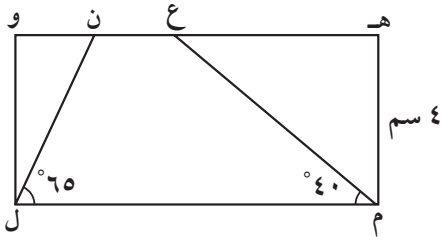
.....

.....

.....

.....

KuwaitMath.com



٨ في الشكل المقابِل ،

هـ و ل م مستطيل فيه هـ م = ٤ سم ،

ق (ن ل̂ م) = ٦٥°

ق (ع م̂ ل) = ٤٠° ، أوجِد مع ذكر السبب كلًّا ممّا يلي :

أ و ل = ...

السبب : .....

.....

ب ق (و ن̂ ل) = ...

السبب : .....

.....

جـ ق (و ل̂ ن) = ...

السبب : .....

.....

د ق (م ع̂ ن) = ...

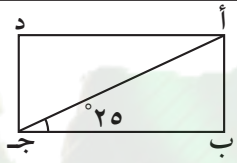
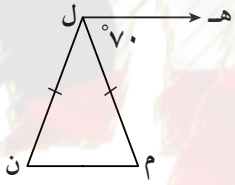
السبب : .....

.....

KuwaitMath.com

اختبار الوحدة الثامنة

أوّلًا : في البنود (١ – ٥) ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ أطوال الأضلاع ٢ سم ، ٦ سم ، ٧ سم تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلّث .	(أ)	(ب)
٢ المربّع هو معيَّن إحدى زواياه قائمة .	(أ)	(ب)
٣ أ ب جـ د مستطيل ، فإنّ قياس (أ $\hat{جـ}$ د) = ٢٥° 	(أ)	(ب)
٤ شبه المنحرِف هو شكل رباعي فيه كلّ ضلعين متقابلين متوازيان .	(أ)	(ب)
٥ في الشكل المرسوم: إذا كان $\overleftarrow{ل هـ}$ // $\overline{م ن}$ ، ق(هـ $\hat{ل}$ م) = ٧٠° ، فإنّ ق ($\hat{ن}$) = ٣٥° 	(أ)	(ب)

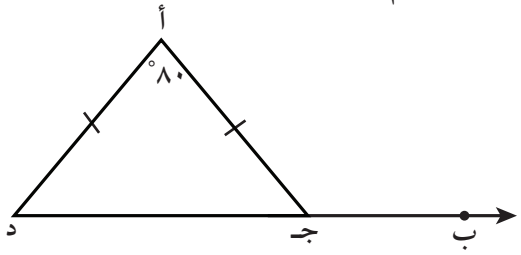
ثانيًا : لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة .

٦ إذا كان أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه قياس ($\hat{جـ}$) = ٨٥° ، فإنّ قياس ($\hat{ب}$) =

(أ) ٨٥° (ب) ٩٠° (جـ) ٩٥° (د) ١٨٠°

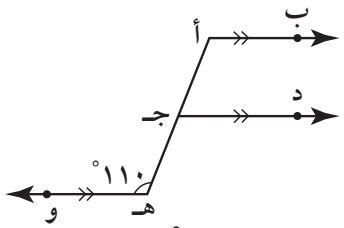
---

٧ في الشكل المقابِل وباستخدام المعطَيات التي على الرسم ،
فإنّ ق (أ $\hat{جـ}$ ب) =



(أ) ٥٠° (ب) ٨٠° (جـ) ١٠٠° (د) ١٣٠°

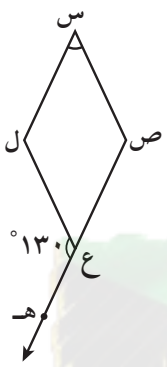
٨ في الشكل المجاور ، إذا كان $\overleftarrow{أب}$ // $\overleftarrow{جـد}$ // $\overleftarrow{هـو}$
ق (أ $\hat{هـ}$ و) = ١١٠° ، فإنَّ ق (ب $\hat{أ}$ جـ) =



(أ) ٥٥° (ب) ٧٠° (جـ) ٩٠° (د) ١١٠°

---

٩ في الشكل المقابل ، إذا كان س ص ع ل معيّنًا ،
ق (ل $\hat{ع}$ هـ) = ١٣٠° ، فإنَّ ق ($\hat{س}$) =



(أ) ٥٠° (ب) ٦٥° (جـ) ٧٠° (د) ١٣٠°

---

١٠ أ ب جـ مثلّث متطابق الأضلاع ، إذا أُسقِط العمود $\overline{أد}$ على قاعدته ، فإنّ
ق(ب $\hat{أ}$ د) =

(أ) ٢٠° (ب) ٣٠° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

KuwaitMath.com