بند (1 – 6) المساحات في المستوى

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = a \;,\; x = b$ هي: $\int_a^b f(x)\,dx$

(a) **(b)**

لم يحدد هل الدالة بأكبر أو أصغر من الصفر

$$A = \int_a^b f(x)dx, \forall f(x) \geq 0$$

$$A = -\int_a^b f(x)dx, \forall f(x) \leq 0$$

$$A = \left| \int_a^b f(x)dx \right|$$

****

(2) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f: $f(x) = 4 - x^2$ ومحور السينات في $[-2,2]$ هي: $2\int_0^2 f(x)\,dx$

(a) (b)

آله حاسبة

$$A = \left| \int_{-2}^{2} 4 - x^2 dx \right|$$

$$A = \left| 2\int_0^2 4 - x^2 dx \right|$$

منحنى دالة تربيعية
متماثل حول محور السينات
ويقطعه عند x= 2 , x=-2
وفتحته للأسفل

****

(3) إذا كانت: $\forall x \in [a,b] \quad f(x) \leq 0$ فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في $[a,b]$ هي: $\int_b^a f(x)\,dx$

(a) (b)

$$A = -\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx$$

****

(4) إذا كان منحنى الدالة f : $f(x)=x^2-2x-3$ يقطع محور السينات عند $x=-1$ ، $x=3$.

فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات هي: $A=\int_{-1}^{3} f(x)\,dx$

a b

$$x^2-2x-3=0 \Rightarrow (x-3)(x+1)=0$$
$$x=3, x=-1 \Rightarrow f(0)=-3<0$$
$$A=-\int_{-1}^{3} f(x)dx$$

****

(5) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=|x|$

في الفترة $[-2,2]$ هي: 2 وحدة مساحة

a b

طريقة 1

$$f(x)\geq 0$$

آله حاسبة

$$A=\int_{-2}^{2}|x|dx=4$$

طريقة 2

$$|x|=0 \Rightarrow x=0, 0\in(-2,2)$$
$$A=\left|\int_{-2}^{0}xdx\right|+\left|\int_{0}^{2}xdx\right|=4$$

****

في التمارين (6–10)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=\sqrt{9-x^2}$ ومحور السينات هي:

a 9π units^2

b 6π units^2

c 3π units^2

d $\frac{9}{2}\pi$ units^2

مساحة نصف دائرة مركزها (0 , 0) ونصف قطرها 3

$$A=\frac{1}{2}(\pi\cdot r^2)=\frac{1}{2}\pi\cdot 3^2=\frac{9}{2}\pi$$

(7) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة g : $g(x) = (x-2)^3$ ومحور السينات في الفترة $[0,4]$ بالوحدات المربعة هي:

(a) $2\int_0^2 g(x)dx$ $\boxed{= -8}$ (b) $-2\int_0^2 g(x)dx$ $\boxed{= 8}$

(c) $\int_0^4 g(x)dx$ $\boxed{= 0}$ (d) $-2\int_2^4 g(x)dx$ $\boxed{= -8}$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 2 \in (0,4)$$

$$A = \left|\int_0^2 (x-2)^3 dx\right| + \left|\int_2^4 (x-2)^3 dx\right| = |-4| + |4| = 8$$

آله حاسبة

****

(8) مساحة المنطقة المحددة بين منحنى الدالة $f(x) = 2$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = -\sqrt{x}$ والمستقيمين $x = 0$ ، $x = 4$ هي:

(a) 20 units^2 (b) $\frac{8}{3} \text{ units}^2$

(c) $\frac{40}{3} \text{ units}^2$ (d) 8 units^2

$$-\sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow 4 \notin (0,4)$$

$$A = \left|\int_0^4 (2 + \sqrt{x})dx\right| = 13.333$$

****

(9) مساحة المنطقة المحددة بين منحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = x + 2$ هي:

(a) $\pi - 2 \text{ units}^2$ (b) $\pi \text{ units}^2$

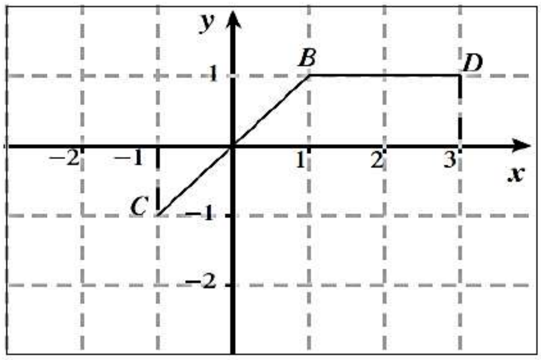
(c) $\pi + 2 \text{ units}^2$ (d) 2 units^2

$$\sqrt{4-x^2} = x + 2 \Rightarrow 4 - x^2 = (x+2)^2 \Rightarrow 4 - x^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$0 = 2x^2 + 4x \Rightarrow 2x(x+2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -2$$

$$A = \left|\int_{-2}^0 (x+2) - \sqrt{4-x^2}\, dx\right| = 1.142$$

(10) إذا كان بيان الدالة f يمثله $\overline{CB} \cup \overline{BD}$ كما هو موضح بالشكل فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = 3$, $x = -1$ هي:



a) 3 units^2 b) 4 units^2 c) 2 units^2 d) 5 units^2

المساحة

$$A = 2.5 + 0.5 = 3$$

لاحظ أن

$$\int_{-1}^{3} f(x)dx = 2.5 + (-0.5) = 2$$

بند (2 – 6) حجوم الأجسام الدوارنية

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=\sqrt[3]{x}$ في الفترة $[1,8]$ هو: $V=\pi\int_8^1(\sqrt[3]{x})^2dx$

(a) **(b)**

$$V=\pi\int_1^8(\sqrt[3]{x})^2dx$$

****

(2) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=2\sqrt{x}$ في الفترة $[1,4]$ هو: $V=\pi\int_0^4 4xdx-\pi\int_0^1 4xdx$

(a) (b)

$$V=\pi\int_1^4(2\sqrt{x})^2dx\pi=\int_1^4 4xdx$$

$$V=\pi\int_0^4 4xdx-\pi\int_0^1 4xdx$$

$$=\pi\int_0^1 4xdx+\pi\int_1^4 4xdx-\pi\int_0^1 4xdx=\pi\int_1^4 4xdx$$

****

(3) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=x$ ومنحنى الدالة g : $g(x)=\frac{1}{2}x^2$ هو: $V=\pi\int_0^2\left(x-\frac{1}{2}x^2\right)dx$

(a) **(b)**

$$\frac{1}{2}x^2=x\Rightarrow\frac{1}{2}x^2-x=0\Rightarrow x(\frac{1}{2}x-1)=0$$

$$x=0,\frac{1}{2}x-1=0\Rightarrow\frac{1}{2}x=1\Rightarrow x=2$$

$$V=\pi\int_0^2(x)^2-\left(\frac{1}{2}x^2\right)^2dx=\pi\int_0^2x^2-\frac{1}{4}x^4dx$$

(4) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^3$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = 8$, $x = 0$ يساوي حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات لمنحنى الدالة f ومنحنى الدالة h : $h(x) = -8$, $x = 0$

ⓑ ⓐ

$$x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$$

$$g(x) \geq f(x) \geq 0 \forall x \in (0,2)$$

$$V = \pi\int_0^2 (8)^2 - (x^3)^2\,dx = \pi\int_0^2 64 - x^6\,dx = \frac{768}{7}\pi$$

$$x^3 = -8 \Rightarrow x = -2$$

$$h(x) \leq f(x) \leq 0 \forall x \in (-2,0)$$

$$V = \pi\int_{-2}^0 (-8)^2 - (x^3)^2\,dx = \pi\int_{-2}^0 64 - x^6\,dx = \frac{768}{7}\pi$$

****

في التمارين (5–12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 3$ ومحور السينات في الفترة $[-1,1]$ بالوحدات المكعبة هو:

ⓐ 6π ⓑ 18 ⓒ 18π ⓓ 81π

30

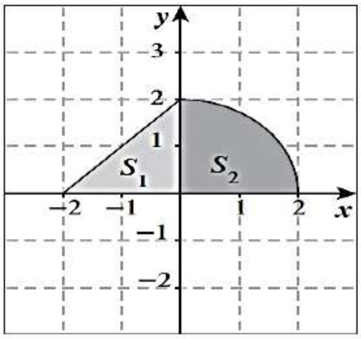
$$V = \pi\int_{-1}^1 (3)^2\,dx = 18\pi$$

****

(6) المنطقة المظللة $S = S_1 \cup S_2$ حيث S_1 منطقة مثلثة، S_2 منطقة ربع دائرة كما هو موضح بالشكل.

حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة S بالوحدات المكعبة يساوي:

(a) $\frac{40}{3}\pi$ (b) $4+2\pi$ (c) $\frac{16}{3}\pi$ (d) 8π



الحجم = حجم نصف كرة (نصف قطرها 2)
+ حجم مخروط (نصف قطر قاعدته 2 و ارتفاعه 2)

$$V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi (r)^3 + \frac{1}{3} \times \pi (r)^2 (h)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi (2)^3 + \frac{1}{3} \times \pi (2)^2 (2) = 8\pi$$

****

(7) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $y = -\sqrt{4-x^2}$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 4π (b) 6π (c) $\frac{16}{3}\pi$ (d) $\frac{32}{3}\pi$

الحجم = حجم كرة (نصف قطرها 2)

$$V = \frac{4}{3}\pi (r)^3 = \frac{4}{3}\pi (2)^3 = \frac{32}{3}\pi$$

****

(8) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى الدالة $f : f(x) = \frac{1}{x}$ والمستقيمات $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$ هو:

(a) π units^3 (b) $\frac{\pi}{3}$ units^3 (c) $\frac{\pi}{2}$ units^3 (d) $\frac{\pi}{4}$ units^3

$$V = \pi \int_1^2 (\frac{1}{x})^2 \, dx = \frac{1}{2}\pi$$

(9) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى الدالة f : $f(x)=\sqrt{x+1}$ والمستقيمين $x=3$, $x=-1$ بالوحدات المكعبة هو:

- (a) 8π
- (b) 7π
- (c) 8
- (d) $\frac{5}{2}\pi$

$$V=\pi\int_{-1}^{3}(\sqrt{x+1})^2\,dx=8\pi$$

****

(10) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بالمستقيمات $y=-2$, $x=0$ ومنحنى الدالة f : $f(x)=-\sqrt{x}$ بالوحدات المكعبة هو:

- (a) 4π
- (b) 16π
- (c) 8π
- (d) 2π

$$-\sqrt{x}=-2\Rightarrow x=4$$
$$y(1)=-2,\ f(1)=-\sqrt{1}=-1\Rightarrow y\le f(x)\le 0$$
$$V=\pi\int_0^4(-2)^2-(-\sqrt{x})^2\,dx=8\pi$$

****

(11) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين المنحنيين $x=2y$, $y=\sqrt{x}$ هو:

- (a) $\int_0^4\left(x-\frac{x}{2}\right)^2dx$
- (b) $\pi\int_0^4\left(\frac{x^2}{4}-x\right)dx$
- (c) $\int_0^4\left(x-\frac{x^2}{4}\right)dx$
- (d) $\pi\int_0^4\left(x-\frac{x^2}{4}\right)dx$

$$y_1=\frac{x}{2},\ y_2=\sqrt{x}$$
$$\frac{x}{2}=\sqrt{x}\Rightarrow x=2\sqrt{x}\Rightarrow x^2=4x\Rightarrow x^2-4x=0$$
$$x(x-4)=0\Rightarrow x=0,\ x=4$$
$$y_1(1)=\frac{1}{2},\ y_2(1)=1\Rightarrow y_2\ge y_1\ge 0$$
$$V=\pi\int_0^4(\sqrt{x})^2-\left(\frac{x}{2}\right)^2dx=\pi\int_0^4\left(x-\frac{x^2}{4}\right)dx=\frac{8}{3}\pi$$

(12) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى $y=\sqrt{x}$ ومنحنى $x=2y$، هو:

- (a) $\frac{64\pi}{15}$ units^3
- (b) $\frac{32\pi}{15}$ units^3
- (c) $\frac{64\pi}{5}$ units^3
- (d) $\frac{8\pi}{3}$ units^3

بند (3 – 6) طول قوس ومعادلة منحنى دالة

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x)=\frac{1}{3}(1+4x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[0,1]$ هو $L=\frac{2}{3}$ وحدة طول.

a b

$$f'(x)=\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2}(1+4x)^{\frac{1}{2}}\cdot 4=2(1+4x)^{\frac{1}{2}}$$

$$(f'(x))^2=(2(1+4x)^{\frac{1}{2}})^2=4(1+4x)=4+16x$$

$$L=\int_0^1\sqrt{1+4+16x}\ dx=3.454$$

****

(2) منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x,y) هو: x^3+2 ويمر بالنقطة $A(2,6)$ معادلته: $f(x)=\frac{x^4}{4}+2x+2$

a b

$$f'(x)=x^3+2$$

$$f(x)=\frac{x^4}{4}+2x+c$$

$$f(2)=\frac{2^4}{4}+2(2)+c=6\Rightarrow c=-2$$

****

(3) منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x,y) هو: $-\sqrt{x}+x$ ويمر بالنقطة $A(1,1)$ معادلته: $f(x)=-\frac{2}{3}x\sqrt{x}+x^2+\frac{2}{3}$

a b

$$f'(x)=-(x)^{\frac{1}{2}}+x$$

$$f(x)=-\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+\frac{x^2}{2}+c=-\frac{2}{3}x\sqrt{x}+\frac{x^2}{2}+c$$

(4) لتكن $A(1,3)$ نقطة على منحنى الدالة f : $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ فإن

معادلة الدالة f هي $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

(a) (b)

$$f(x) = \frac{3x^3}{3} - 12 \cdot \frac{x^2}{2} + 9x + c = x^3 - 6x^2 + 9x + c$$

$$f(1) = 1^3 - 6(1)^2 + 9(1) + c = 3 \Rightarrow 4 + c = 3 \Rightarrow c = -1$$

****

في التمارين (5–9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x) = \frac{1}{3}$ في الفترة $[-2, 3]$ هو:

(a) 7 units (b) 6 units (c) 5 units (d) 1 unit

$$f'(x) = 0 \Rightarrow [f'(x)]^2 = 0$$

$$L = \int_{-2}^{3} \sqrt{1}\ dx = 5$$

****

(6) طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x) = x - 3$ في الفترة $[0, 2]$ هو:

(a) $\sqrt{2}$ units (b) $2\sqrt{2}$ units (c) $3\sqrt{2}$ units (d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ units

$$f'(x) = 1 \Rightarrow [f'(x)]^2 = 1$$

$$L = \int_{0}^{2} \sqrt{1+1}\ dx = 2\sqrt{2}$$

****

(7) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة (x,y) هو: $-x+3$ ويمر بالنقطة $A(2,3)$ هي y تساوي:

a $-\frac{x^2}{2}+3x-4$ b $\ln|3-x|+3$ c $-\frac{x^2}{2}+3x+4$ d $3-\ln|3-x|$

$$f'(x)=\frac{-1}{-x+3}=\frac{1}{x-3}$$
$$f(x)=\int\frac{1}{x-3}dx=\ln|x-3|+c$$
$$f(2)=\ln|2-3|+c=3\Rightarrow c=3$$

****

(8) معادلة منحنى الدالة الذي ميله عند أي نقطة (x,y) هو: $2x-3\sqrt{x}$ ويمر بالنقطة $A(4,-2)$ هي:

a $x^2+2\sqrt{x^3}-2$ b $x^2-2\sqrt{x^3}$ c $x^2-2\sqrt{x^3}-2$ d $\frac{x^2}{2}-2\sqrt{x^3}+2$

$$f'(x)=2x-3x^{\frac{1}{2}}$$
$$f(x)=\frac{x^2}{2}-3\cdot\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+c=x^2-2x^{\frac{3}{2}}+c=x^2-2\sqrt{x^3}+c$$
$$f(4)=4^2-2(4)^{\frac{3}{2}}+c=-2\Rightarrow c=-2$$

****

(9) إذا كانت النقطة $A(0,2)$ نقطة حرجة لمنحنى الدالة f : $f''(x)=12x-6$ فإن النقطة الحرجة الأخرى للدالة f هي:

a $B(-2,0)$ b $B(0,-2)$ c $B(1,-1)$ d $B(1,1)$

$$f'(x)=12\cdot\frac{x^2}{2}-6x+c_1=6x^2-6x+c_1$$
$$f'(0)=6(0)^2-6(0)+c_1=0\Rightarrow c_1=0$$
$$f'(x)=6x^2-6x\Rightarrow 6x(x-1)=0\Rightarrow x=0,x=$$
$$f(x)=2x^3-3x^2+c_2$$
$$f(0)=2(0)^3-3(0)^2+c=2\Rightarrow c=2$$
$$f(x)=2x^3-3x^2+2$$
$$f(1)=2(1)^3-3(1)^2+2=1$$

لإيجاد النقطة الحرجة الثانية
نوجد المشتقة الأولى ثم نساويها بالصفر
لإيجاد الإحداثيات السينية للنقاط الحرجة
لدينا نقطتان ((0,2) , (1,f(1
نوجد الدالة
ثم نعوض فيها ب x=1

بند (4 – 6) المعادلات التفاضلية

في التمارين (1–7)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) المعادلة التفاضلية التالية: $x^2y''' + (y')^2 + y = 0$ من الرتبة الثالثة و الدرجة الأولى. (a) (b)

****

(2) المعادلة التفاضلية التالية: $(y')^2 + 2xy = 0$ من الرتبة الثانية و الدرجة الأولى. (a) (b)

من الرتبة الأولى و الدرجة الثانية

****

(3) إذا كان $y = \frac{1}{2}$ عند $x = 0$ ، $y' + 2y = 0$ فإن $y = \frac{1}{4}e^{-2x} + \frac{1}{4}$ (a) (b)

$$y' = -2y \Rightarrow y = k\, e^{-2x}$$

$$\frac{1}{2} = k\, e^{-2(0)} \Rightarrow \frac{1}{2} = k \Rightarrow y = \frac{1}{2}\; e^{-2x}$$

****

(4) إذا كان $y = 1$, عند $x = 0$, $y' + y = 2$ فإن $y = 2e^{-x}$ (a) (b)

$$y' = -y \Rightarrow y = k\, e^{-x}$$

$$1 = k\, e^{-(0)} \Rightarrow 1 = k \Rightarrow y = \; e^{-x}$$

****

(5) إذا كان $y'' + 2y' + 2y = 0$ فإن $y = (c_1\cos x + c_2\sin x)e^{-x}$ (a) (b)

$$r = -1 \pm i \Rightarrow \alpha = -1, \beta = 1$$

$$y = e^{-x}(c_1 \cos x + c_2 \sin x)$$

آله حاسبة

معلق

(6) إذا كان $y''+y=0$ فإن $y=c_1\cos x+c_2\sin x$

(a) (b)

معلق

آله حاسبة
a=1 , b=0 ,c= 1

$$r=\pm i\Rightarrow\alpha=0,\beta=1$$
$$y=c_1\cos x+c_2\sin x$$

****

(7) إذا كان $y''-y=0$ فإن $y=c_1e^{x}+c_2e^{-x}$

(a) (b)

آله حاسبة
a=1 , b=0 ,c= -1

$$r_1=1,r_2=-1,$$
$$y=c_1e^{x}+c_2e^{-x}$$

****

في التمارين (8–14)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(8) المعادلة التفاضلية التالية: $\frac{(2y''+x)^2}{xy}=3$ من:

(a) الرتبة الأولى والدرجة الثانية.
(b) الرتبة الثانية والدرجة الأولى.
(c) الرتبة الثانية والدرجة الثانية.
(d) الرتبة الأولى والدرجة الأولى.

$$\frac{4(y'')^2+4y''x+x^2}{xy}=3$$

****

(9) حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx}=2x$ الذي يحقق $y=-2$ عندما $x=1$ هو:

(a) $y=x^2+3$
(b) $y=x^2-3$
(c) $y=\frac{x^2}{2}-3$
(d) $y=\frac{x^2}{2}+3$

$$dy=2xdx\Rightarrow\int dy=\int 2xdx\Rightarrow y=x^2+c$$
$$-2=1+c\Rightarrow c=-3$$

(10) إذا كان $y'' = 2x^2 + 3x$ فإنّ:

a) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + c$

b) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}$

c) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x + c_2$

d) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x$

$$y' = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + c_1 \Rightarrow y = \frac{2x^4}{3\times4} + \frac{3x^3}{2\times3} + c_1x + c_2$$

****

(11) حل المعادلة التفاضلية $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 5$ هو:

a) $y = 2e^{\frac{5}{2}}$

b) $y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$

c) $y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}\right)} + 1$

d) $y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}\right)} + 1$

$$2y' = -y + 1 \Rightarrow y' = \frac{-1}{2}y + \frac{1}{2}$$

$$y = k\,e^{-\frac{1}{2}x} - \left(\frac{1}{2} \div \frac{-1}{2}\right) \Rightarrow y = k\,e^{-\frac{1}{2}x} + 1$$

$$3 = k\,e^{-\frac{1}{2}(5)} + 1 \Rightarrow 2 = k\,e^{-\frac{5}{2}} \Rightarrow \frac{2}{e^{-\frac{5}{2}}} = k \Rightarrow k = 2e^{\frac{5}{2}}$$

$$y = 2e^{\frac{5}{2}}\,e^{-\frac{1}{2}x} + 1 \Rightarrow y = 2e^{(-\frac{1}{2}+\frac{5}{2})x} + 1$$

****

(12) إذا كان $y'' - 3y' + 2y = 0$ فإنّ:

a) $y = c_1e^{x} + c_2e^{-2x}$

b) $y = c_1e^{-x} + c_2e^{2x}$

c) $y = c_1e^{-x} + c_2e^{-2x}$

d) $y = c_1e^{x} + c_2e^{2x}$

$r_1 = 1, r_2 = 2$

$y = c_1\,e^{x} + c_1\,e^{2x}$

آله حاسبة
a=1 , b=-3 ,c= 2

معلق

(13) إذا كان $y'' + 2y' + y = 0$ فإنّ:

(a) $y = (c_1 x + c_2)e^{-x}$

(b) $y = (c_1 x + c_2)e^{x}$

(c) $y = (c_1 x + c_2)e^{2x}$

(d) $y = (c_1 x + c_2)e^{-2x}$

آله حاسبة
a=1 , b=2 ,c= 1

معلق

$$r = -1$$
$$y = (c_1\ x + c_2)e^{-x}$$

****

(14) إذا كان $y'' - 4y' + 13y = 0$ فإنّ:

(a) $y = e^{x}(c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x)$

(b) $y = e^{-2x}(c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x)$

(c) $y = e^{-x}(c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x)$

(d) $y = e^{2x}(c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x)$

آله حاسبة
a=1 , b=-4 ,c= 13

معلق

$$r = 2 \pm 3i \Rightarrow \alpha = 2, \beta = 3$$
$$y = e^{2x}(c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x)$$