اثبت أن ϕ مجموعة وحيدة :

نفرض أن ϕ_1 ، ϕ_2 مجموعتان خاليتان

∵ ϕ_1 خالية ∴ $\phi_1 \subseteq \phi_2 \longleftarrow (1)$

∵ ϕ_2 خالية ∴ $\phi_2 \subseteq \phi_1 \longleftarrow (2)$

من (1) ، (2)

∴ $\phi_1 = \phi_2$

∴ ϕ وحيدة

محمد لبيد الجبوع

إذا كانت س مجموعة عدد عناصرها ن عنصر اثبت أن عدد المجموعات الجزئية من س = $2^{ن}$

من نظرية ذات الحدين

$$(أ+ب)^{ن} = {}^{ن}ق_{0}\,أ^{ن} + {}^{ن}ق_{1}\,أ^{ن-1}ب + {}^{ن}ق_{2}\,أ^{ن-2}ب^{2} + \dots\dots + {}^{ن}ق_{ن}\,ب^{ن}$$

بوضع أ = ب = ١

$$\therefore\ 2^{ن} = {}^{ن}ق_{0} + {}^{ن}ق_{1} + {}^{ن}ق_{2} + \dots\dots + {}^{ن}ق_{ن}$$

محمد لبيد الجبوع

اثبت أن $س \cap (ص \cup ع) = (س \cap ص) \cup (س \cap ع)$

الطرف الأيمن : نفرض أن $أ \in س \cap (ص \cup ع)$

∴ $أ \in س$ و $أ \in (ص \cup ع)$

$أ \in س$ و $(أ \in ص$ أو $أ \in ع)$

$(أ \in س$ و $أ \in ص)$ أو $(أ \in س$ و $أ \in ع)$

$أ \in س \cap ص$ أو $أ \in س \cap ع$

∴ $أ \in (س \cap ص) \cup (س \cap ع)$ = الطرف الأيسر

إذا كان $٣^{س} = ٤^{ص} = ١٢$

أثبت أن $س + ص = س ص$.

الحل

∵ $٣^{س} = ١٢$ ∴ $٣^{س} = ٣ \times ٤$ بالقسمة على ٣

∴ $٣^{س-١} = ٤$ برفع الطرفين للقوة ص

∴ $(٣^{س-١})^{ص} = ٤^{ص}$

∵ $٤^{ص} = ٣^{س}$

∴ $(٣^{س-١})^{ص} = ٣^{س}$

∴ $(س-١) ص = س$

∴ $س ص = س + ص$

إذا كان $س ، ص \in ح$ ، $٢^{س} = ٥$ ، $٣^{ص} = ٨$

أثبت أن $س > ص$

الحل

∵ $٢^{س} = ٥$

∴ $٢^{٢} < ٢^{س} < ٢^{٣}$

∴ $٢ < س < ٣$ ⟵ ①

∵ $٣^{ص} = ٨$

∴ $٣^{١} < ٣^{ص} < ٣^{٢}$

∴ $١ < ص < ٢$ ⟵ ②

∴ $١ < ص < ٢ < س < ٣$

∴ $س > ص$.

اثبت أن

$$\text{جتا}\frac{\pi}{7}\times\text{جتا}\frac{2\pi}{7}\times\text{جتا}\frac{4\pi}{7}=-\frac{1}{8}$$

حل

$$\text{جتا}\frac{\pi}{7}\times\text{جتا}\frac{2\pi}{7}\times\text{جتا}\frac{4\pi}{7}\times\frac{\text{جا}\frac{\pi}{7}}{\text{جا}\frac{\pi}{7}}$$

$$=\frac{\text{جا}\frac{\pi}{7}\,\text{جتا}\frac{\pi}{7}\,\text{جتا}\frac{2\pi}{7}\,\text{جتا}\frac{4\pi}{7}}{\text{جا}\frac{\pi}{7}}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}\,\text{جا}\frac{2\pi}{7}\,\text{جتا}\frac{2\pi}{7}\,\text{جتا}\frac{4\pi}{7}}{\text{جا}\frac{\pi}{7}}$$

$$=\frac{\frac{1}{4}\,\text{جا}\frac{4\pi}{7}\,\text{جتا}\frac{4\pi}{7}}{\text{جا}\frac{\pi}{7}}=\frac{\frac{1}{8}\,\text{جا}\frac{8\pi}{7}}{\text{جا}\frac{\pi}{7}}$$

$$=\frac{\frac{1}{8}\,\text{جا}\left(\pi+\frac{\pi}{7}\right)}{\text{جا}\frac{\pi}{7}}=\frac{\frac{1}{8}\times-\cancel{\text{جا}\frac{\pi}{7}}}{\cancel{\text{جا}\frac{\pi}{7}}}=-\frac{1}{8}$$

أوجد قيمة س ، ص اذا كان

$$3^{\text{س}^{\text{ص}}}=1$$

حل

$$3^{\text{س}^{\text{ص}}}=3^{0}$$

$$\therefore\ \text{س}^{\text{ص}}=0$$

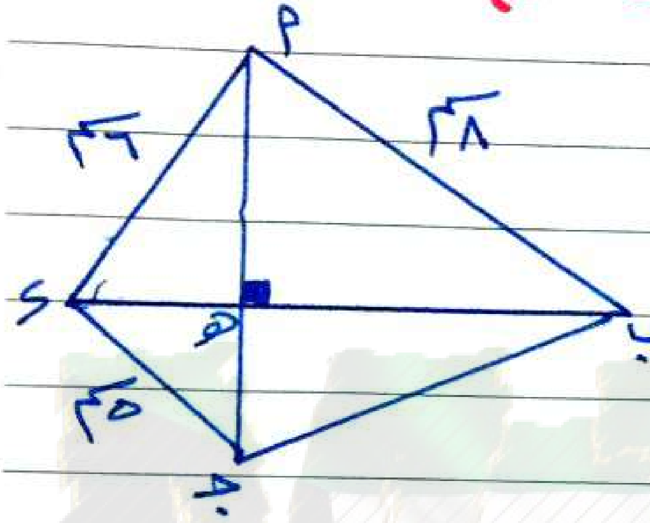
$$\therefore\ \text{س}=\text{صفر}$$

$$،\ \text{ص}\in\text{ح}^{+}$$

M.A.M

موضوع الدرس .... اليوم .... التاريخ / / م

شكل رباعي أقطاره متعامدة وأضلاعه ٨سم ، ٦سم ، ٥سم
أوجد طول الضلع الرابع



الحل: المطلوب طول بجـ

من فيثاغورث

$(\text{أهـ})^2 + (\text{بهـ})^2 = ٦٤$

$(\text{أهـ})^2 + (\text{هـد})^2 = ٣٦$

$(\text{جـهـ})^2 + (\text{هـد})^2 = ٢٥$

بالجمع $٢(\text{أهـ})^2 + ٢(\text{هـد})^2 + (\text{بهـ})^2 + (\text{جـهـ})^2 = ١٢٥$

$٢\left((\text{أهـ})^2 + (\text{هـد})^2\right) + (\text{بهـ})^2 + (\text{جـهـ})^2 = ١٢٥$

$٢ \times ٣٦ + (\text{بهـ})^2 + (\text{جـهـ})^2 = ١٢٥$

$٧٢ + (\text{بهـ})^2 + (\text{جـهـ})^2 = ١٢٥$

$\therefore (\text{بهـ})^2 + (\text{جـهـ})^2 = ٥٣$

$\therefore (\text{بجـ})^2 = (\text{بهـ})^2 + (\text{جـهـ})^2$

$\therefore \text{بجـ} = \sqrt{٥٣}$ سم

محمد السيد الحلاج

اذا كان $\frac{\text{م} - ١}{\text{م} - \text{ب}} = \frac{١}{\text{م} + \text{ب}}$ ، $\text{م} \neq \text{ب}$

اثبت أن $\text{م} + \text{ب} = ٢$

الحل

$$\text{م} - ١ = \frac{\text{م} - \text{ب}}{\text{م} + \text{ب}}$$

$$\text{م} - ١ + ١ = \frac{\text{م} - \text{ب}}{\text{م} + \text{ب}} + ١$$

$$\text{م} = \frac{\text{م} - \text{ب}}{\text{م} + \text{ب}} + \frac{\text{م} + \text{ب}}{\text{م} + \text{ب}}$$

$$\text{م} = \frac{\text{م} - \text{ب} + \text{م} + \text{ب}}{\text{م} + \text{ب}}$$

$$\cancel{\text{م}} = \frac{٢\cancel{\text{م}}}{\text{م} + \text{ب}}$$

محمد السيد الحلاج

$$\therefore \text{م} + \text{ب} = ٢$$

موضوع الدرس .... اليوم .... التاريخ / / م

ضع في أبسط صورة $\frac{1 + س^{-1}}{(1 - س^{-1})^{-1}}$ حيث $س \neq 1$

الحل

$$\frac{1 + س^{-1}}{(1 - س^{-1})^{-1}} = (1 + س^{-1})(1 - س^{-1})$$

$$= (1 + س^{-1})(1 - س^{-1})$$

$$= 1 - (س^{-1})^{2}$$

$$= 1 - س^{-2} = 1 - \frac{1}{س^{2}}$$

$$= \frac{س^{2} - 1}{س^{2}}$$

محمد السيد الحلاج

إذا كانت أ، ب، جـ، د $\in$ ص$^+$ اثبت أن

$$\frac{(\text{أ}^2+١)(\text{ب}^2+١)(\text{جـ}^2+١)(\text{د}^2+١)}{\text{أ ب جـ د}} \geq ١٦$$

الحل

$\because$ أ، ب، جـ، د $\in$ ص$^+$

$\therefore$ أ ≥ ١ ، ب ≥ ١ ، جـ ≥ ١ ، د ≥ ١

$\therefore$ أ$^2 + ١ \geq ٢$ ، ب$^2 + ١ \geq ٢$

، جـ$^2 + ١ \geq ٢$ ، د$^2 + ١ \geq ٢$

$$\therefore \frac{(\text{أ}^2+١)(\text{ب}^2+١)(\text{جـ}^2+١)(\text{د}^2+١)}{\text{أ ب جـ د}} \geq \frac{٢\times٢\times٢\times٢}{١\times١\times١\times١}$$

$$\therefore \frac{(\text{أ}^2+١)(\text{ب}^2+١)(\text{جـ}^2+١)(\text{د}^2+١)}{\text{أ ب جـ د}} \geq ١٦$$

محمد السيد الحلاج

بدون استخدام حاسبة الجيب اثبت أن

$$\sqrt{(١١١\ ١١١\ ١١١)(١٠٠\ldots\ldots٠٠٥)+١} = ٣٣٣\ ٣٣٣\ ٣٣٤$$

الطرف الأيمن = $\sqrt{\frac{١}{٩}\left[(٩٩٩\ ٩٩٩\ ٩٩٩)(١٠٠\ldots\ldots٠٠٥)+٩\right]}$

$= \frac{١}{٣}\sqrt{(١٠٠\ldots\ldots٠٠٢-٣)(١٠٠\ldots\ldots٠٠٢+٣)+٩}$

$= \frac{١}{٣}\sqrt{(١٠٠\ldots\ldots٠٠٢)^2-٩+٩} = \frac{١}{٣}\times١٠٠\ldots\ldots٠٠٢$

$= ٣٣٣\ ٣٣٣\ ٣٣٤$

محمد السيد الحلاج

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة

$$\text{جتا}^4 \frac{\pi}{24} - \text{جا}^4 \frac{\pi}{24}$$

حل

$$= \left(\text{جتا}^2 \frac{\pi}{24} - \text{جا}^2 \frac{\pi}{24}\right)\left(\text{جتا}^2 \frac{\pi}{24} + \text{جا}^2 \frac{\pi}{24}\right)$$

$$= \text{جتا} \frac{\pi}{12} \times 1 = \text{جتا } 15$$

$$= \text{جتا}(45 - 30) = \text{جتا } 45 \text{ جتا } 30 + \text{جا } 45 \text{ جا } 30$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

محمد السيد الحلاج

ما قيم س التي تجعل المصفوفة $\begin{bmatrix} لو_{٢}\,س & هـ^{س+١} \\ ٢ & لو_{س}\,٤ \end{bmatrix}$ منفردة ؟

حل: لكي تكون المصفوفة منفردة لابد أن المحددة = صفر

$\therefore \begin{vmatrix} لو_{٢}\,س & هـ^{س+١} \\ ٢ & لو_{س}\,٤ \end{vmatrix} = ٠$

$\therefore لو_{٢}\,س \times لو_{س}\,٤ - ٢ \times هـ^{س+١} = ٠$

$\frac{\cancel{لو\,س}}{لو\,٢} \times \frac{لو\,٤}{\cancel{لو\,س}} - ٢\,هـ^{س+١} = ٠$

$لو_{٢}\,٤ - ٢\,هـ^{س+١} = ٠$

$٢ - ٢\,هـ^{س+١} = ٠$

$هـ^{س+١} = ١$

$هـ^{س+١} = هـ^{صفر}$

$\therefore س + ١ = صفر$

$س = -١$ وهذا غير مقبول

$\therefore$ لا توجد قيم لـ س تحقق ذلك

محمد السيد الحلاج

أوجد قيمة

بدون الآلة الحاسبة

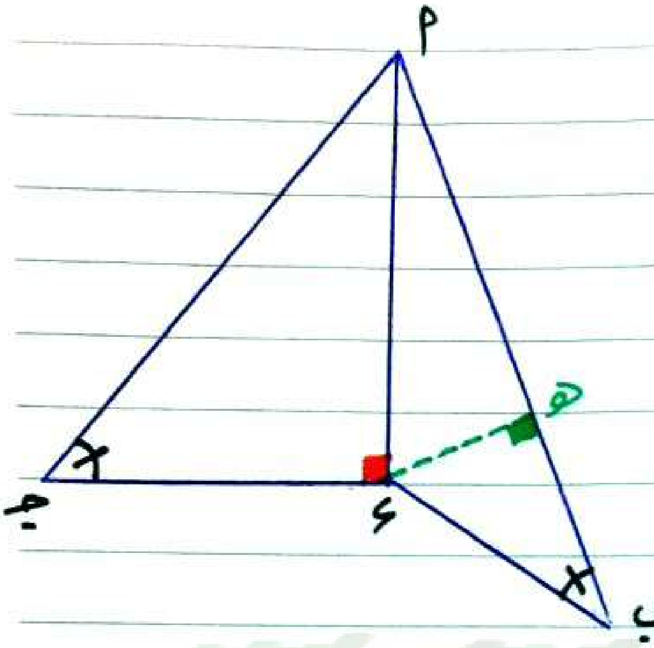
$\sqrt{(\text{أب})^{12}}$ ، $\sqrt[3]{\sqrt{8}}$ ، $\sqrt[4]{4}$

✱ $\sqrt{(\text{أب})^{12}} = \sqrt{(\text{أب})^{2\times 6}} = (\text{أب})^{6}$

محمد السيد الحلاج

✱ $\sqrt[3]{\sqrt{8}} \times \sqrt[4]{4} = \left(8^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} \times (4)^{\frac{1}{4}}$

$= 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = 2$



في الشكل المرسوم

ق($\hat{ب}$) = ق($\hat{جـ}$) ، $\overline{أد} \perp \overline{دجـ}$

، ٢ ب د = $\sqrt{3}$ أ جـ

أوجد بالبرهان ق(ب $\hat{أ}$ د)

العمل : نرسم $\overline{دهـ} \perp \overline{أب}$ يقطعه في هـ

البرهان : △△ د ب هـ ، أ جـ د

فيهما ① ق($\hat{ب}$) = ق($\hat{جـ}$) معطى

② ق(د $\hat{هـ}$ ب) = ق(أ $\hat{د}$ جـ) = ٩٠° عملاً

∴ △ د ب هـ ~ △ أ جـ د

∴ $\frac{دهـ}{أد} = \frac{بد}{أجـ}$ ⟸ ∵ ٢ ب د = $\sqrt{3}$ أ جـ

∴ $\frac{بد}{أجـ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ $\frac{دهـ}{أد} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

في △ أ د هـ جا(ب $\hat{أ}$ د) = $\frac{دهـ}{أد} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ ق(ب $\hat{أ}$ د) = ٦٠° أو ١٢٠°

محمد السيد الحلاج

موضوع الدرس .... اليوم .... التاريخ / / م

ف ح

أوجد مجموعة حل المعادلتين $س^2 + 3س ص + 2ص^2 = 3$ ← ①

$س^2 + 5س ص + 6ص^2 = 15$

بالتحليل

الحل

$(س + ص)(س + 2ص) = 3$

$(س + 2ص)(س + 3ص) = 15$ بالقسمة

$\therefore \frac{س + ص}{س + 3ص} = \frac{1}{5}$

$\therefore 5س + 5ص = س + 3ص$

$4س = -2ص \Leftarrow \boxed{ص = -2س}$

بالتعويض في ①

$س^2 + 3س(-2س) + 2(-2س)^2 = 3$

$س^2 - 6س^2 + 8س^2 = 3$

$3س^2 = 3$

$س^2 = 1$

$\therefore س = \pm 1 \Leftarrow ص = \mp 2$

$\therefore$ مجموعة الحل $\{(1 ، -2) ، (-1 ، 2)\}$

محمد السيد الحلاج

موضوع الدرس .... اليوم .... التاريخ / / م

اذا كانت $س + س^{-١} = ٣$

فأوجد قيمة المقدار $\sqrt{س} - (\sqrt{س})^{-١}$

الحل: $\because$ $س + \frac{١}{س} = ٣$

$\therefore$ $س - ٢ + \frac{١}{س} = ٣ - ٢$

$(\sqrt{س})^{٢} - ٢ \times \sqrt{س} \times \frac{١}{\sqrt{س}} + \frac{١}{(\sqrt{س})^{٢}} = ١$

$(\sqrt{س})^{٢} - ٢\sqrt{س} \times \frac{١}{\sqrt{س}} + \left(\frac{١}{\sqrt{س}}\right)^{٢} = ١$

$\therefore$ $\left(\sqrt{س} - \frac{١}{\sqrt{س}}\right)^{٢} = ١$

$\therefore$ $\left(\sqrt{س} - \frac{١}{\sqrt{س}}\right)^{٢} = ١$

$\therefore$ $\sqrt{س} - \frac{١}{\sqrt{س}} = \pm ١$

محمد البنا الحلاج

موضوع الدرس .... اليوم .... التاريخ / / م

حل المعادلة $\frac{1}{س} + \frac{1}{ص} = \frac{1}{٣}$ ، س ، ص ∈ ص$^{+}$

الحل $\frac{س + ص}{س ص} = \frac{1}{٣}$

∴ س ص = ٣س + ٣ص

س ص − ٣س − ٣ص = ٠

س ص − ٣س − ٣ص + ٩ = ٩

(س ص − ٣س) − (٣ص − ٩) = ٩

س (ص − ٣) − ٣ (ص − ٣) = ٩

(س − ٣) (ص − ٣) = ٩

الاحتمالات الممكنة حيث س ∈ ص$^{+}$ ، ص ∈ ص$^{+}$ هي :

٩ =
- ٩ × ١
- ١ × ٩
- ٣ × ٣
- −٣ × −٣
- −٩ × −١
- −١ × −٩

محمد السيد الحلاج

بالتالي مجموعة الحل هي

{ (٤ ، ١٢) ، (١٢ ، ٤) ، (٦ ، ٦) }

احسب عدد حلول المعادلة

$٣س + ٥ص = ١٠٠٨$

حيث $س، ص \in ص^+$

حل

$٣س + ٥ص = ١٠٠٨$

$٥ص = ١٠٠٨ - ٣س \Leftarrow ص = \frac{١٠٠٨ - ٣س}{٥}$

$\therefore ص = \frac{٣(٣٣٦ - س)}{٥}$

الحلول الصحيحة الموجبة عندما تكون $س = ١، ٦، ١١، ١٦، ... ، ٣٣١$

وهي تكون متتالية حسابية

$ح_١ = أ = ١$ ، $ء = ٥$ ، $ل = ٣٣١ = ح_ن$

$\therefore ح_ن = ح_١ + (ن-١) ء$

$٣٣١ = ١ + (ن-١) ٥$

$\therefore ن = \frac{٣٣١ - ١}{٥} + ١ = ٦٦ + ١ = ٦٧$

$\therefore$ عدد الحلول يكون ٦٧ حل

محمد السيد الحلاج

M.A.M

إذا كانت $د(س) = ٤^{س}$
أوجد قيمة س التي تحقق $د(س+١) + د(س-١) = ٦٨$

الحل $\because د(س) = ٤^{س}$ ، $\because د(س+١) + د(س-١) = ٦٨$

$\therefore ٤^{س+١} + ٤^{س-١} = ٦٨$

$\therefore ٤ \times ٤^{س} + \frac{١}{٤} \times ٤^{س} = ٦٨$

$٤^{س}\left(٤ + \frac{١}{٤}\right) = ٦٨$

$٤^{س}\left(\frac{١٧}{٤}\right) = ٦٨ \Rightarrow ٤^{س} = \cancel{٦٨}^{\,٤} \times \frac{٤}{\cancel{١٧}_{\,١}}$

$\therefore ٤^{س} = ٤^{٢}$ $\therefore$ $س = ٢$

محمد السيد الحلاج

أوجد قيمة ن حيث

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{ن+٥} = \left(٣\frac{٣}{٨}\right)^{-٢}$

حل $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{ن+٥} = \left(\frac{٢٧}{٨}\right)^{-٢}$

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{ن+٥} = \left(\frac{٨}{٢٧}\right)^{٢}$

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{ن+٥} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٦}$

$\therefore ن + ٥ = ٦$

$\therefore ن = ١$

محمد السيد الحلاج

إذا كان $١^{٣} + ٢^{٣} + ٣^{٣} + ... + ٢٠^{٣} =$ س

فأوجد بدلالة س قيمة $١^{٣} + ٥^{٣} + ١٠^{٣} + ١٥^{٣} + ... + ١٠٠^{٣}$.

حل

$\because$ $١^{٣} + ٢^{٣} + ٣^{٣} + ... + ٢٠^{٣} =$ س

$\therefore$ $١^{٣} + ٥^{٣} + ١٠^{٣} + ١٥^{٣} + ... + ١٠٠^{٣}$

$= ١^{٣} + ٥^{٣} \, (١ + ٢^{٣} + ٣^{٣} + ... + ٢٠^{٣})$

$= ١^{٣} + ٥^{٣}$ (س) $=$ ١ + ١٢٥ س

محمد السيد الحديج

إذا كان د(٣س) = س + د(٣س − ٣) ما قيمة المقدار

د(٣س + ٣) − د(٣س − ٣)

الحل

∴ د(٣س) = س + د(٣س − ٣)

∴ د(٣س − ٣) = د(٣س) − س ← ①

نعوض عن س = س + ١

∴ د(٣(س + ١) − ٣) = د(٣(س + ١)) − (س + ١)

∴ د(٣س) = د(٣س + ٣) − (س + ١)

∴ د(٣س + ٣) = د(٣س) + (س + ١) ← ②

من ①، ②

∴ د(٣س + ٣) − د(٣س − ٣) = ~~د(٣س)~~ + س + ١ − ~~د(٣س)~~ + س

= ٢س + ١

محمد السيد الحلاج

حلل المقدار (أ − ب)^{٣} + (ب − ج)^{٣} + (ج − أ)^{٣}

الحل نضع س = أ − ب

ص = ب − ج

بالجمع

س + ص = أ − ج

∴ المقدار = س^{٣} + ص^{٣} − (س + ص)^{٣}

= (س + ص)(س^{٢} − س ص + ص^{٢}) − (س + ص)^{٣}

= (س + ص) (س^{٢} − س ص + ص^{٢} − (س + ص)^{٢})

= (س + ص) (~~س^{٢}~~ − س ص + ~~ص^{٢}~~ − ~~س^{٢}~~ − ٢ س ص − ~~ص^{٢}~~)

= (س + ص) (−٣ س ص)

= −٣ س ص (س + ص)

= −٣ (أ − ب)(ب − ج)(أ − ج)

= ٣ (أ − ب)(ب − ج)(ج − أ)

محمد السيد الحلاج

ضع العدد النسبي $٠,\overline{٣}$ على صورة $\frac{أ}{ب}$ ، ب $\neq$ ٠

الحل

$\because$ $٠,\overline{٣}$ = ٠,٣٣٣٣....

بفرض س = ٠,٣٣٣٣.... ← ١

نضرب الطرفين في ١٠

$\therefore$ ١٠ س = ٣,٣٣٣٣.... ← ٢

نطرح ١ من ٢

١٠ س − س = ٣

٩ س = ٣

س = $\frac{١}{٣}$

$\therefore$ $٠,\overline{٣}$ = $\frac{١}{٣}$

حل المعادلة في ح

$$(\text{٢س} - ٧)(\text{س}^{٢} - ٩)(\text{٢س} + ٥) = ٩١$$

الحل

$$(\text{٢س} - ٧)(\text{س} + ٣)(\text{س} - ٣)(\text{٢س} + ٥) = ٩١$$

$$(\text{٢س}^{٢} - \text{س} - ٢١)(\text{٢س}^{٢} - \text{س} - ١٥) = ٩١$$

نفرض $\text{٢س}^{٢} - \text{س} = \text{ص}$

$$\therefore (\text{ص} - ٢١)(\text{ص} - ١٥) = ٩١$$

$$\text{ص}^{٢} - \text{٣٦ص} + ٣١٥ - ٩١ = ٠$$

$$\text{ص}^{٢} - \text{٣٦ص} + ٢٢٤ = ٠$$

محمد البدالحلاج

$$(\text{ص} - ٨)(\text{ص} - ٢٨) = ٠$$

$\text{ص} = ٨$ ، $\text{ص} = ٢٨$

$\therefore \text{٢س}^{٢} - \text{س} = ٨$

$\text{٢س}^{٢} - \text{س} - ٨ = ٠$

باستخدام القانون

$$\text{س} = \frac{١ + \sqrt{٦٥}}{٤} \text{ ، } \frac{١ - \sqrt{٦٥}}{٤}$$

$\text{٢س}^{٢} - \text{س} = ٢٨$

$\text{٢س}^{٢} - \text{س} - ٢٨ = ٠$

$$(\text{س} - ٤)(\text{٢س} + ٧) = ٠$$

$\text{س} = ٤$ ، $\text{س} = -\frac{٧}{٢}$

$$\text{م.ح} = \left\{ -\frac{٧}{٢} \text{ ، } ٤ \text{ ، } \frac{١ + \sqrt{٦٥}}{٤} \text{ ، } \frac{١ - \sqrt{٦٥}}{٤} \right\}$$

أوجد مجموعة حل المعادلة

$$\text{س}^{2} = ٥|\text{س}| + ٦$$

حل

نعلم أن $|\text{س}| = \begin{cases} \text{س} & : \text{س} \geq ٠ \\ -\text{س} & : \text{س} < ٠ \end{cases}$

∴ إما $\text{س}^{2} = ٥\text{س} + ٦ \text{ ، } \text{س} \geq ٠$ أو $\text{س}^{2} = -٥\text{س} + ٦ \text{ ، } \text{س} < ٠$

$\text{س}^{2} - ٥\text{س} - ٦ = ٠$ أو $\text{س}^{2} + ٥\text{س} - ٦ = ٠$

$(\text{س} - ٦)(\text{س} + ١) = ٠$ ، $(\text{س} + ٦)(\text{س} - ١) = ٠$

$\text{س} = ٦$ مقبول ، $\text{س} = -٦$ مقبول

$\text{س} = -١$ مرفوض ، $\text{س} = ١$ مرفوض

∴ $\text{م.ح} = \{٦ \text{ ، } -٦\}$

محمد السيد الحلاج

اثبت أن حاصل ضرب عددين سالبين يُعطي عدداً موجباً .

إثبات : نفرض أن أ ، ب $\in$ ح$^{+}$

∴ أ + -أ = صفر

بضرب الطرفين في -ب

∴ -ب × أ + -ب × -أ = صفر × -ب

-ب أ + -ب × -أ = صفر

بإضافة + ب أ للطرفين

∴ ~~-ب أ + ب أ~~ + -ب × -أ = صفر + ب أ

∴ -ب × -أ = ب أ #

محمد السيد الحلاج

حل المعادلة $\text{س}^{٢} - \sqrt{\text{س}} = ١٤$ في ح

حل

$$\text{س}^{٢} - \sqrt{\text{س}} - ١٤ - ٢ + ٢ = ٠$$

$$\text{س}^{٢} - ١٦ - \sqrt{\text{س}} + ٢ = ٠$$

$$(\text{س} - ٤)(\text{س} + ٤) - (\sqrt{\text{س}} - ٢) = ٠$$

$$(\sqrt{\text{س}} - ٢)(\sqrt{\text{س}} + ٢)(\text{س} + ٤) - (\sqrt{\text{س}} - ٢) = ٠$$

$$(\sqrt{\text{س}} - ٢)\Big((\sqrt{\text{س}} + ٢)(\text{س} + ٤) - ١\Big) = ٠$$

إما $\sqrt{\text{س}} = ٢$ أو $(\sqrt{\text{س}} + ٢)(\text{س} + ٤) - ١ = ٠$

$\text{س} = ٤$ $\qquad \phi$

$\therefore$ م.ح $= \{٤\}$

محمد البدر الحلاج

ما عدد حدود المتتالية الحسابية التي مجموع أول ن حداً الأولى منها يساوي ٤ن٢ - ٢ن وحدها الأخير ٩٨ ؟

حل أول

ح~ن~ = جـ~ن~ - جـ~ن-١~ = (٤ن٢ - ٢ن) - (٤(ن-١)٢ - ٢(ن-١))

∴ ٩٨ = ٤ن٢ - ٢ن - ٤ن٢ + ٨ن - ٤ + ٢ن - ٢

٩٨ = ٨ن - ٦

∴ ٨ن = ٩٨ + ٦

٨ن = ١٠٤

∴ ن = ١٣

حل ثاني

ح~١~ = جـ~١~ = ٢

ح~٢~ = جـ~٢~ - جـ~١~ = ١٢ - ٢ = ١٠

∴ ء = ح~٢~ - ح~١~ = ٨

∴ ح~ن~ = ٢ + (ن-١) × ٨ = ٩٨

∴ ٨ن - ٨ = ٩٦

٨ن = ١٠٤

∴ ن = ١٣

محمد السيد الحلاج

إثبات قانون دي مورجان بطريقة أدق

أثبت أن $(\text{س} \cup \text{ص})' = \text{س}' \cap \text{ص}'$

نفرض

$\text{س} \in (\text{س} \cup \text{ص})'$

$\therefore \text{س} \notin \text{س} \cup \text{ص}$

$\therefore \text{س} \notin \text{س}$ و $\text{س} \notin \text{ص}$

$\therefore \text{س} \in \text{س}'$ و $\text{س} \in \text{ص}'$

$\therefore \text{س} \in \text{س}' \cap \text{ص}'$

$\therefore (\text{س} \cup \text{ص})' \subset \text{س}' \cap \text{ص}' \rightarrow (1)$

نفرض

$\text{س} \in \text{س}' \cap \text{ص}'$

$\therefore \text{س} \in \text{س}'$ و $\text{س} \in \text{ص}'$

$\therefore \text{س} \notin \text{س}$ و $\text{س} \notin \text{ص}$

$\therefore \text{س} \notin \text{س} \cup \text{ص}$

$\therefore \text{س} \in (\text{س} \cup \text{ص})'$

$\therefore \text{س}' \cap \text{ص}' \subset (\text{س} \cup \text{ص})' \rightarrow (2)$

من (1)، (2)

$\therefore (\text{س} \cup \text{ص})' = \text{س}' \cap \text{ص}'$

ويمكن إثبات ذلك أيضاً من جداول الانتماء

محمد السيد الحلاج

سؤال سيتم عرضه لكم مع التعديل

اذا كان

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots$$

أوجد على شكل كثيرة حدود $\frac{1}{(1+x)^2}$

الحل

$$\because \frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots$$

بالاشتقاق بالنسبة لـ x

$$\frac{-1}{(1+x)^2} = 0 - 1 + 2x - 3x^2 + 4x^3 - \dots$$

$$\therefore \frac{1}{(1+x)^2} = 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + \dots$$

إذا كانت س ص + س + ص = ٣٤

حيث س ، ص ∈ ص+

أوجد قيمة س + ص

حل

س ص + س + ص + ١ = ٣٥

س(ص + ١) + (ص + ١) = ٣٥

(س + ١)(ص + ١) = ٣٥

إما

∴ ص + ١ = ٥ و س + ١ = ٧

ص = ٤ س = ٦

(س ، ص) = (٦ ، ٤)

أو

ص + ١ = ٣٥ ، س + ١ = ١

ص = ٣٤ س = ٠

مرفوض

∴ س + ص = ٦ + ٤ = ١٠

محمد السيد الحلاج

ارسم دائرة ثم اذكر بكم طريقة يمكنه تحديد مركز هذه الدائرة باستخدام الأدوات الهندسية

الحل

١) نرسم زاوية محيطية قائمة فيكون منتصف الضلع المقابل لها هو المركز

٢) نرسم مماس ثم نرسم وتر عمودي عليه من نقطة التماس فيكون منتصف هذا الوتر هو مركز الدائرة

٣) نرسم مثلث داخل للدائرة فيكون نقطة تلاقي محاور أضلاعه مركز الدائرة

٤) نرسم مثلث خارج الدائرة فيكون نقطة تلاقي منصفات زواياه الداخلة هي مركز الدائرة

٥) نرسم وتر ثم نرسم عمودي عليه من منتصفه فيكون منتصف الوتر العمودي هو نقطة مركز الدائرة

محمد السيد الحلاج

أوجد القيمة العددية للمقدار في ح

$$\sqrt[٣]{٧+٥\sqrt{٢}} + \sqrt[٣]{٧-٥\sqrt{٢}}$$

نفرض أن $ل = م + ب$ حيث $م = \sqrt[٣]{٧+٥\sqrt{٢}}$

$ب = \sqrt[٣]{٧-٥\sqrt{٢}}$

$\therefore م^٣ + ب^٣ = ١٤$

، $م ب = -١$

$\therefore ل^٣ = م^٣ + ب^٣ + ٣م^٢ب + ٣م ب^٢$

$ل^٣ = م^٣ + ب^٣ + ٣م ب(م+ب)$

$ل^٣ = ١٤ + ٣ \times -١ \times ل$

$ل^٣ + ٣ل - ١٤ = ٠$

$\underline{ل^٣ - ٨} + \underline{٣ل - ٦} = ٠$

$(ل-٢)(ل^٢+٢ل+٤) + ٣(ل-٢) = ٠$

$(ل-٢)(ل^٢+٢ل+٤+٣) = ٠$

$(ل-٢)(ل^٢+٢ل+٧) = ٠$

إما $ل = ٢$ أو $ل = -١ \pm \sqrt{٦}\,ت$

$\therefore م + ب = ٢$

محمد السيد الحلاج

عنوان الدرس ________ اليوم ________ التاريخ / / ١٤
Subject ________ Day ________ Date / / الموافق / /

اثبت أن المجموعة الخالية $\emptyset$ جزئية من أي مجموعة

الاثبات : أي أنه $\emptyset \subset$ س مثلاً

بفرض أن $\emptyset$ ليست خالية إذاً تحتوي على عنصر

أ $\in \emptyset$ حيث $\emptyset \not\subset$ س

ولكن $\emptyset$ خالية $\therefore$ أ $\notin \emptyset$ $\therefore$ $\emptyset \subset$ س

محمد السيد الحلاج

أوجد النتيجة العددية للمقدار $\dfrac{\sqrt{٢٧+\sqrt{٢٠٠}}+\sqrt{٢٧-\sqrt{٢٠٠}}}{١٠}$

حل

$$= \frac{\sqrt{٢٥+١٠\sqrt{٢}+٢}+\sqrt{٢٥-١٠\sqrt{٢}+٢}}{١٠}$$

$$= \frac{\sqrt{(٥+\sqrt{٢})^{٢}}+\sqrt{(٥-\sqrt{٢})^{٢}}}{١٠} = \frac{٥+\sqrt{٢}+٥-\sqrt{٢}}{٢}$$

$$= \frac{١٠}{١٠} = ١$$

محمد السيد الحلاج

أوجد النتيجة العددية للمقدار

$$\sqrt{٦}-\sqrt{٧-\sqrt{٢٤}}$$

حل

$$= \sqrt{٦}-\sqrt{٦-٢\sqrt{٦}+١}$$

$$= \sqrt{٦}-\sqrt{(\sqrt{٦}-١)^{٢}} = \sqrt{٦}-(\sqrt{٦}-١)$$

$$= \cancel{\sqrt{٦}}-\cancel{\sqrt{٦}}+١ = ١$$

محمد السيد الحلاج

عنوان الدرس ________ اليوم ________ التاريخ / / ١٤

Subject ________ Day ________ Date / / الموافق / /

متى يقبل عدد ما القسمة على ١١ ؟

اذا كان ص – س يقبل القسمة على ١١

مثال ٤٤٨ ← ٤٤ – ٨ = ٣٦ لا يقبل القسمة على ١١ ⇐ ٤٤٨ لا يقبل

متى يقبل عدد ما القسمة على ١٣ ؟

اذا كان ص + ٤س يقبل القسمة على ١٣

متى يقبل عدد ما القسمة على ١٧ ؟

اذا كان ص – ٥س يقبل القسمة على ١٧

متى يقبل عدد ما القسمة على ١٩ ؟

اذا كان ص + ٢س يقبل القسمة على ١٩

متى يقبل عدد ما القسمة على ٢٣ ؟

محمد البدا الحلاج

اذا كان ص + ٧س يقبل القسمة على ٢٣

انشاءات هندسية

① ارسم △ أ ب جـ فيه ق(جـ^) = ٥٠° ، ب جـ = ٧سم ، أ جـ = أ ب + ٢

② ارسم △ أ ب جـ فيه ق(جـ^) = ٦٠° ، ق(ب^) = ٧٠° ، أ ب + أ جـ = ٨سم

③ ارسم △ أ ب جـ فيه أ ب + أ جـ = ١٠سم ، ب جـ = ٦سم ، ق(ب^) = ٦٠°

④ ارسم مثلث اذا علم أن أطوال متوسطاته ٢سم ، ٩سم ، ٦سم

⑤ ارسم مثلث أ ب جـ فيه أ ب = ٦سم ، أ جـ = ٨سم ، طول المتوسط أ ء = ٣سم

⑥ انشئ △ أ ب جـ الذي محيطه = ٢٠سم ، ق(ب^) = ٦٠° ، ق(جـ^) = ٧٠°

محمد السيد الحلاج

ارسم باستخدام الأدوات الهندسية

$\triangle$ أ ب جـ الذي فيه أ ب + ب جـ = ١٢ سم ، ق($\hat{ب}$) = ٧٠° ، ق($\hat{جـ}$) = ٦٠°

الحل خطوات الرسم

① نرسم قطعة مستقيمة طولها ١٢ سم ولتكن ء جـ = ١٢ سم

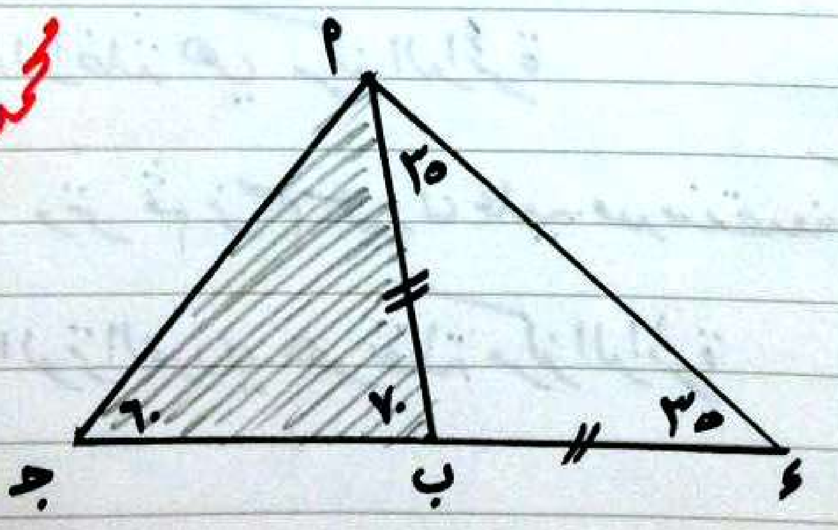
② عند جـ نرسم زاوية قياسها ٦٠°

③ عند ء نرسم زاوية قياسها = $\frac{1}{2}$ ق($\hat{ب}$) = ٣٥°

④ عند أ نرسم زاوية مطابقة للزاوية $\hat{ء}$ يقطع ء جـ في ب

فينتج $\triangle$ أ ب جـ المطلوب .

محمد البنا الحلاج



ارسم △ أ ب جـ محيطه = ١٥ سم ، ق(ب̂) = ٧٠° ، ق(جـ̂) = ٦٠°

الحل

خطوات الرسم

① نرسم ءهـ طولها = ١٥ سم

② عند ء نرسم زاوية قياسها = ½ ق(ب̂) = ٣٥°

③ عند هـ نرسم زاوية قياسها = ½ ق(جـ̂) = ٣٠°

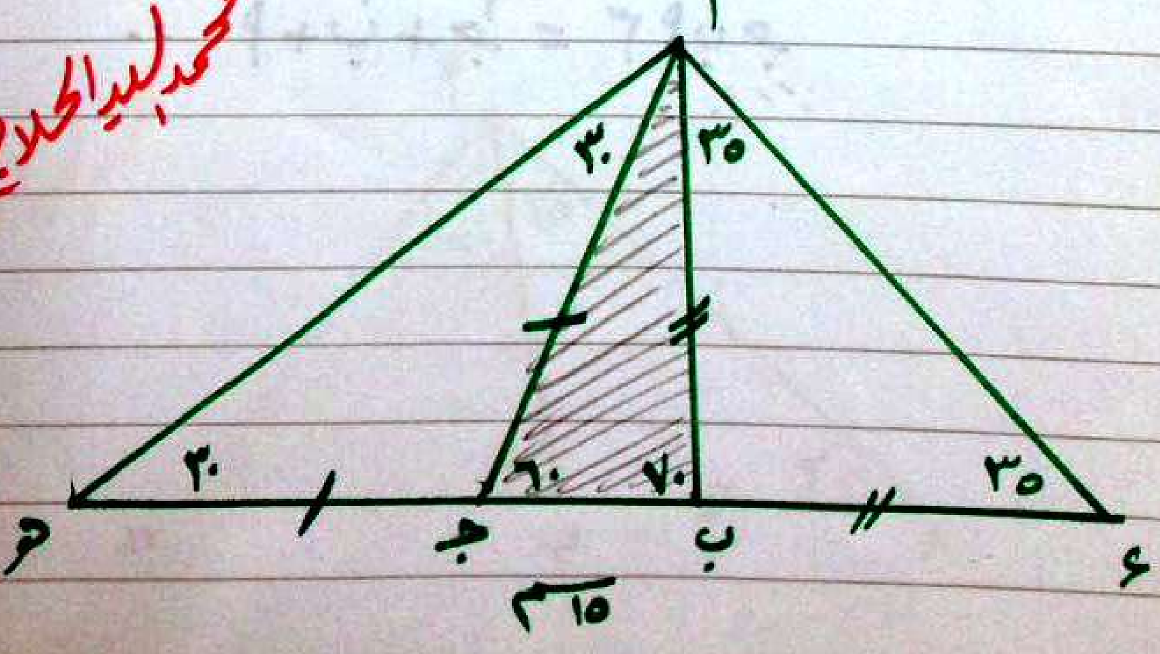
ينتج △ أ ء هـ

④ عند أ نرسم زاوية مطابقة لزاوية ء̂ ويقطع ضلعها ءهـ في ب

⑤ عند أ نرسم زاوية مطابقة لزاوية هـ̂ ويقطع ضلعها ءهـ في جـ

فينتج △ أ ب جـ المطلوب

محمد السيد الحلاج



إذا كان أ + ب + جـ = ٠ اثبت أن

$أ^{٣} + ب^{٢} + جـ^{٢} = ٣ أ ب جـ$

الحل

$\because$ أ + ب + جـ = ٠

$\therefore$ أ + ب = − جـ بتكعيب الطرفين

$\therefore (أ + ب)^{٣} = − جـ^{٣}$

$(أ + ب)^{٢} (أ + ب) = − جـ^{٣}$

$(أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢}) (أ + ب) = − جـ^{٣}$

$أ^{٣} + ب^{٣} + جـ^{٣} + أ^{٢} ب + ٢ أ^{٢} ب + ٢ أ ب^{٢} + أ ب^{٢} = ٠$

$أ^{٣} + ب^{٣} + جـ^{٣} + ٣ أ^{٢} ب + ٣ أ ب^{٢} = ٠$

$أ^{٣} + ب^{٣} + جـ^{٣} + ٣ أ ب \overset{(أ + ب)}{(− جـ)} = ٠$

$\therefore أ^{٣} + ب^{٣} + جـ^{٣} − ٣ أ ب جـ = ٠$

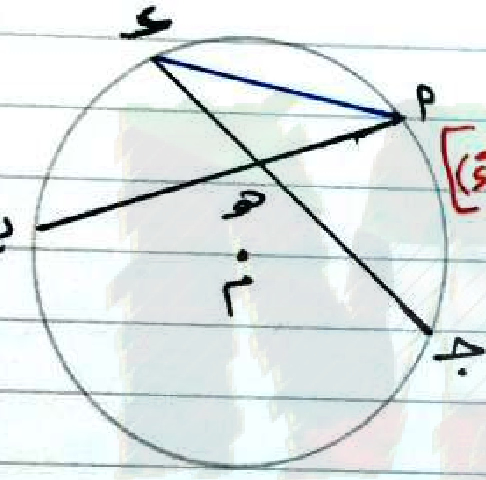
$\therefore أ^{٣} + ب^{٣} + جـ^{٣} = ٣ أ ب جـ$

محمد السيد الحلاج

لماذا قياس الزاوية المركزية يساوي قياس القوس المقابل ؟

لأن قياس الدائرة = مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة المركز
= 360°

بالتالي قياس أي قوس في الدائرة يساوي قياس زاويته المركزية



في الشكل المقابل
اثبت أن

ق(∠أهـجـ) = $\frac{1}{2}$ [ق(⌒أجـ) + ق(⌒ب ء)]

العمل : نرسم $\overline{\text{أء}}$

البرهان :

∵ ق(∠أهـجـ) = ق(∠ء) + ق(∠أ)

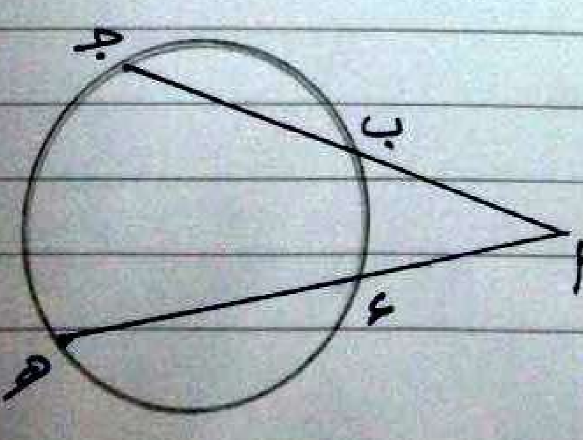
لأنها خارجة عن △ أهـء

∵ ق(∠ء) = $\frac{1}{2}$ ق(⌒أجـ) ، ق(∠أ) = $\frac{1}{2}$ ق(⌒ب ء)

∴ ق(∠أهـجـ) = $\frac{1}{2}$ ق(⌒أجـ) + $\frac{1}{2}$ ق(⌒ب ء)

= $\frac{1}{2}$ [ق(⌒أجـ) + ق(⌒ب ء)]

محمد البيد الحلاج



بنفس الفكرة
اثبت أن

ق(∠أ) = $\frac{1}{2}$ [ق(⌒جـهـ) − ق(⌒ب ء)]

العمل : نصل $\overline{\text{ب هـ}}$ وتكمل الحل

① أوجد مجموعة الحل المشترك بيانياً للمتباينتين

٢س + ٣ص ≥ ٥ ، س + ٢ص > ٣

② أوجد مجموعة حل النظام
{ س − ص = ٢
{ ٢س − ٢ص = ٤

محمد السيد الحلاج

③ إذا كانت س ، ص ∈ ص+
أوجد قيمة كلاً منهما التي تحقق
س² − ص² = ٥

④ إذا كانت س = √٥ + √٣ ، ص = √٥ − √٣
فأوجد قيمة س² + ص²

⑤ اختصر لأبسط صورة

$$\frac{(\sqrt{٧})^{٣} \times (-٢\sqrt{٧})^{٢} \times (-\sqrt{٧})^{٤}}{(-\sqrt{٧})^{٥}}$$

⑥ اختصر لأبسط صورة

$$\frac{(٤)^{٢ن} \times (٢٨)^{٣ن-٣}}{(١٤)^{ن-١} \times (٤٩)^{ن-١}}$$

محمد السيد الحلاج

⑦ أوجد مجموعة حل المعادلة

$٣^{٢ن} - ١٠ \times ٣^{ن} + ٩ = ٠$ ، ن ∈ ص

٨) عدد مكون من رقمين رقم عشراته ضعف رقم آحاده ، اذا تم عكس وضع رقميه كان العدد الناتج ينقص عن العدد الأصلي بمقدار ٢٧ فما هو العدد الأصلي ؟

٩) اذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة $س^2 - 7س + 5 = 0$
فأوجد نتيجة $\left(1 - \frac{1}{ل}\right)\left(1 - \frac{1}{م}\right)$

١٠) حل المعادلة $\sqrt{2س} = \sqrt{س + 7} - 1$ في ح

حل المعادلة $\sqrt{4س + 1} = \sqrt{س - 1} + 2$ في ح

حل المعادلة $|4 - 3ص| = |7 + 2ص|$

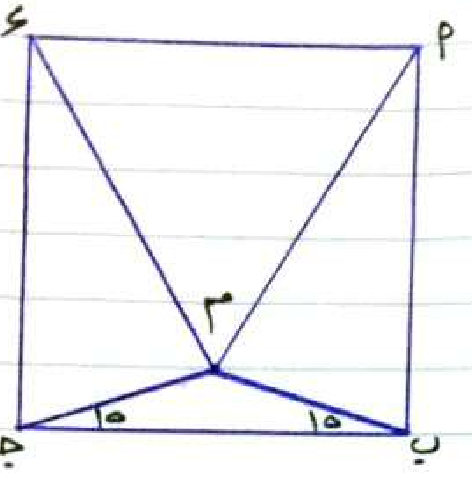
حل المعادلة $\left|\frac{2س - 1}{5}\right| = 4$

١١) حل المتباينة $\frac{1}{2} \le \frac{3}{س + 5} \le 2$

حل المتباينة $\frac{س^2 + س - 2}{س^2 + 1} > 0$

(تمارين هندسية) ①

① في الشكل المقابل



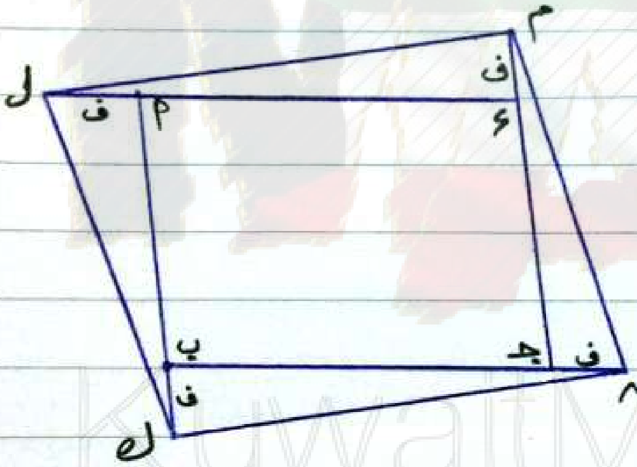
أ ب جـ د مربع ، م نقطة داخله

حيث ق(م ب̂ جـ) = ق(م جـ̂ ب) = ١٥°

اثبت أن Δ م أ د متطابق الأضلاع

محمد السيد الحلاج

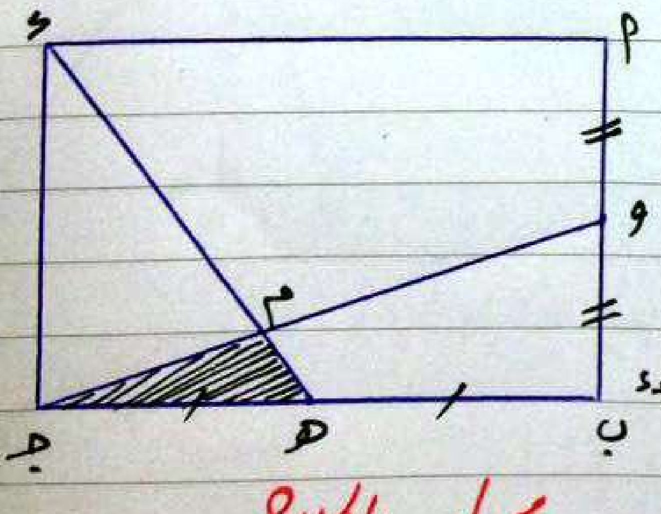
② في الشكل المقابل



أ ب جـ د متوازي أضلاع
تم مد كل ضلع من أضلاعه
بمسافة ف كما بالشكل
برهن أن
الشكل م ن ك ل متوازي أضلاع

محمد السيد الحلاج

③ في الشكل المقابل

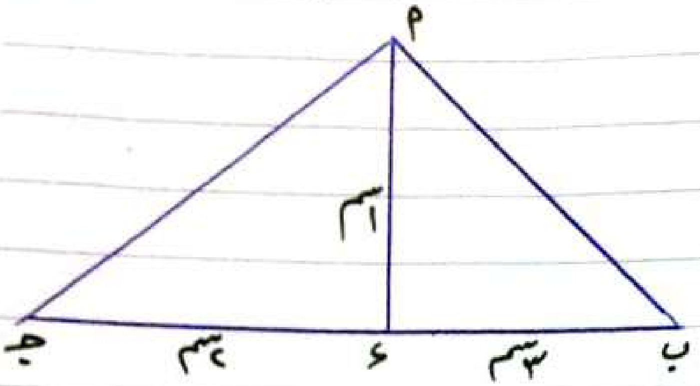


أ ب جـ د مستطيل
و منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$
اثبت أن
مساحة Δ م هـ جـ = ١/٢٠ مساحة المستطيل أ ب جـ د

محمد السيد الحلاج

(تمارين هندسية) ②

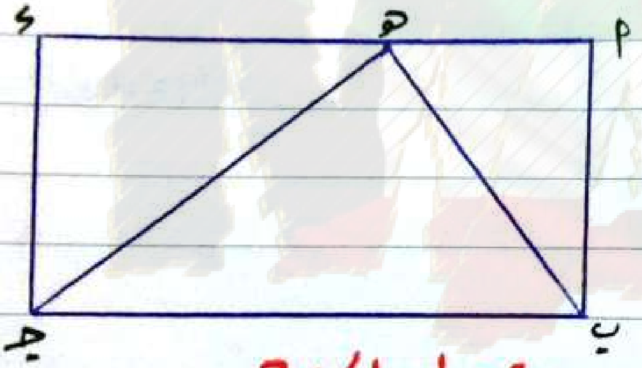
④ في الشكل المقابل



أ ب جـ مثلث فيه
أ ء = ١سم ، ب ء = ٣سم
ء جـ = ٢سم
أ ء ⊥ ب جـ
أوجد بالبرهان ق(ب أ̂ جـ)

محمد السيد الحلاج

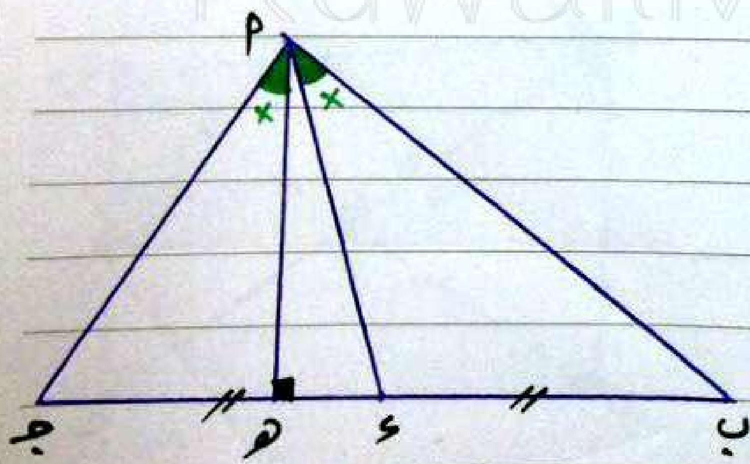
⑤ في الشكل المقابل



أ ب جـ ء مستطيل
أ ب = ٢سم ، ب جـ = ١٠سم
، أ هـ = ٤سم
أوجد بالبرهان
ق(ب هـ̂ جـ)

محمد السيد الحلاج

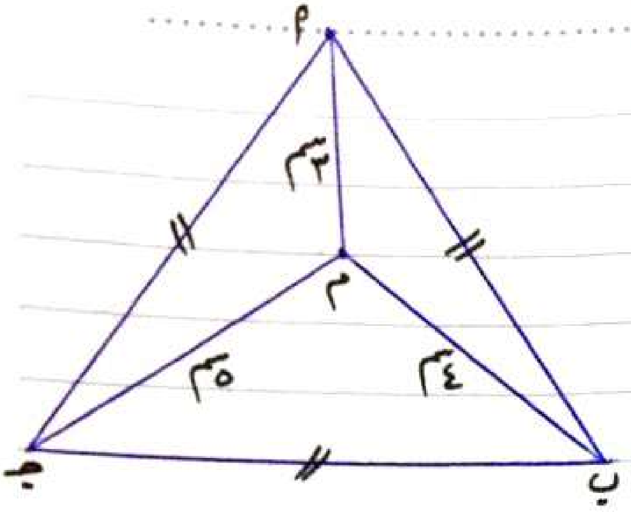
⑥ في الشكل المقابل



أ ب جـ مثلث فيه ء منتصف ب جـ
أ هـ ⊥ ب جـ
، ق(ب أ̂ ء) = ق(هـ أ̂ جـ)
أوجد بالبرهان ق(ب أ̂ جـ)

محمد السيد الحلاج

(تمارين هندسية) ③



⑦ في الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث متطابق الأضلاع

فيه أ م = ٣سم ، ب م = ٤سم

جـ م = ٥سم

أوجد بالبرهان

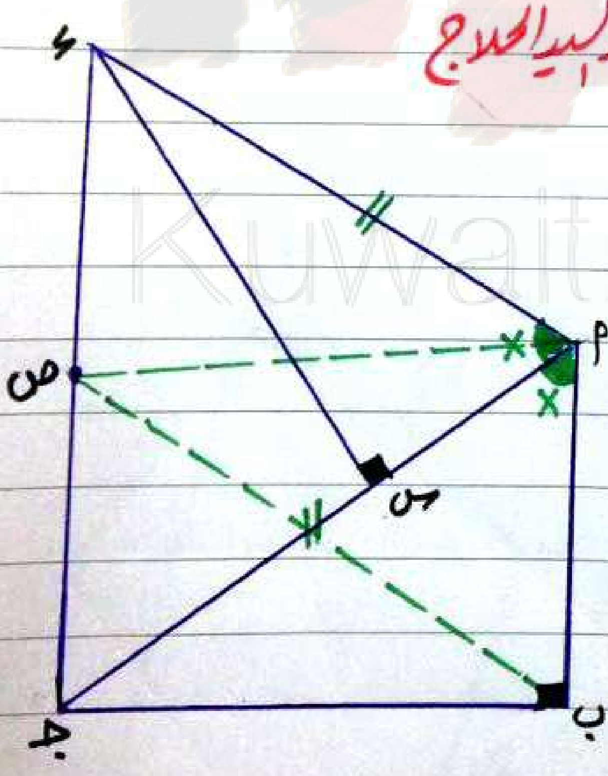
ق(أ م̂ ب) .

محمد السيد الحلاج

⑧ اثبت باستخدام مفاهيم الهندسة التحليلية أن :

المستقيم الواصل بين منتصفي ضلعين في مثلث يوازي الضلع الثالث

محمد السيد الحلاج



⑨ في الشكل المرسوم

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب

، أ د = أ جـ

، ق(د أ̂ جـ) = ق(ب أ̂ جـ)

، $\overline{\text{د س}}$ ⊥ أ جـ

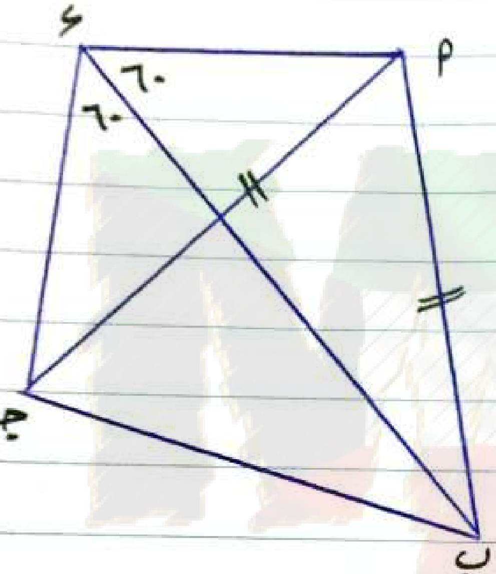
اثبت أن ص منتصف $\overline{\text{د جـ}}$

محمد السيد الحلاج

(تمارين هندسية) ٤

١٠) اذا كانت أطوال أضلاع شكل رباعي أ ب جـ د هي ٣ سم ، ٥ سم ، س سم ، ١٢ سم فأوجد مدى س .

١١) في الشكل المرسوم



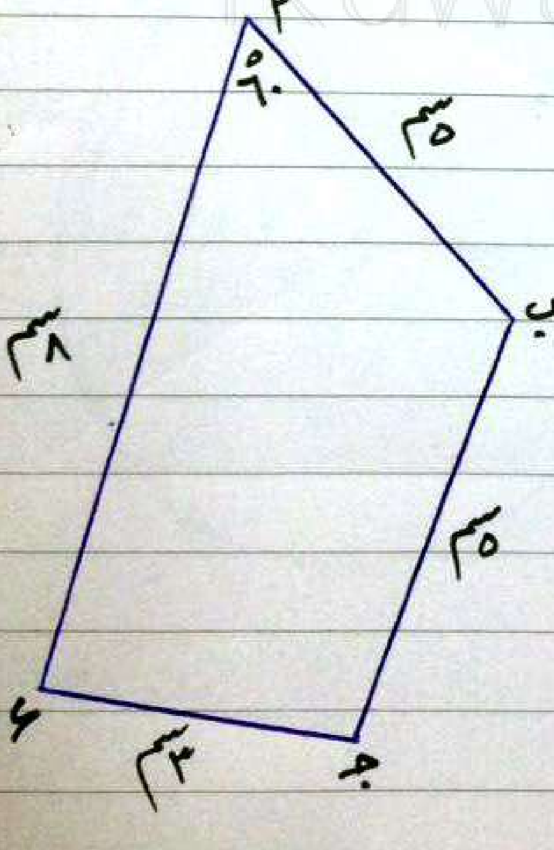
أ ب جـ مثلث متساوي الساقين

ق(∠أ د ب) = ق(∠ب د جـ) = ٦٠°

اثبت بالبرهان أن الشكل أ ب جـ د رباعي دائري

محمد السيد الحلاج

١٢) في الشكل المقابل



أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ٥ سم ، جـ د = ٣ سم

، أ د = ٨ سم

محمد السيد الحلاج

، ق(∠أ) = ٦٠°

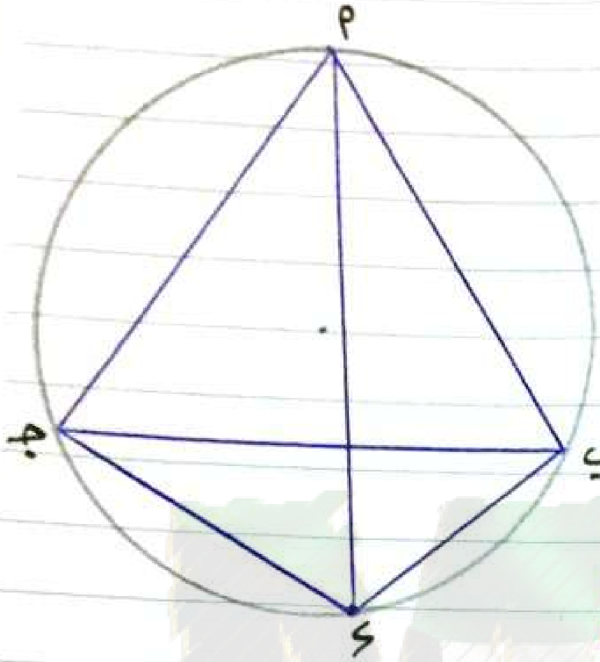
اثبت أن الشكل أ ب جـ د رباعي دائري

(تمارين هندسية ⑤)

⑬ أ ب جـ مثلث متطابق الأضلاع
مرسوم داخل دائرة

، د ∈ $\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$ الأصغر

اثبت أن أ د = ب د + د جـ

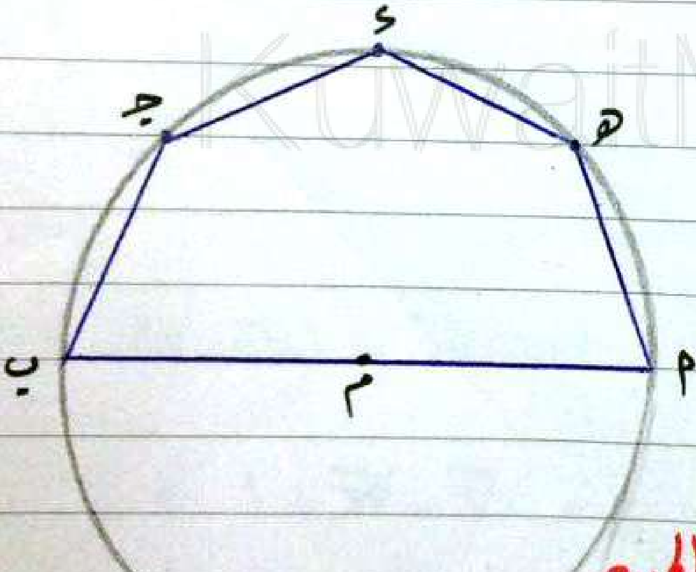


محمد السيد الحلاج

⑭ في الشكل المرسوم

أ ب جـ د هـ شكل خماسي
مرسوم في نصف دائرة

أوجد بالبرهان
ق($\hat{\text{جـ}}$) + ق($\hat{\text{هـ}}$)



محمد السيد الحلاج

حل المعادلة التالية في R

$$x = 12 - \sqrt{12 - \sqrt{x}}$$

الحل : من المعادلة يتضح لنا أنه

$$x = 12 - \sqrt{x}$$

$$\therefore x + \sqrt{x} - 12 = 0$$

$$(\sqrt{x})^2 + \sqrt{x} - 12 = 0$$

$$(\sqrt{x} + 4)(\sqrt{x} - 3) = 0$$

$$\therefore \sqrt{x} = -4 \quad , \quad \sqrt{x} = 3$$

مرفوض $\qquad x = 9$

التحقق

$$9 \stackrel{?}{=} 12 - \sqrt{12 - \sqrt{9}}$$

$$9 \stackrel{?}{=} 12 - \sqrt{12 - 3}$$

$$9 \stackrel{?}{=} 12 - \sqrt{9}$$

$$9 \stackrel{\checkmark}{=} 12 - 3$$

$$\boxed{\therefore \text{الحل } x = 9}$$

أوجد مجموعة حل المعادلة في ح

$$\text{س}^{٢} + \frac{\text{س}^{٢}}{(\text{س}+١)^{٢}} = ٣$$

الحل

بوضع ص = س + ١ ⟸ س = ص − ١

$$\therefore (\text{ص}-١)^{٢} + \frac{(\text{ص}-١)^{٢}}{\text{ص}^{٢}} = ٣$$

$$(\text{ص}-١)^{٢} + \left(\frac{\text{ص}-١}{\text{ص}}\right)^{٢} - ٣ = ٠$$

$$(\text{ص}-١)^{٢} + \left(١-\frac{١}{\text{ص}}\right)^{٢} - ٣ = ٠$$

$$\text{ص}^{٢} - ٢\text{ص} + ١ + ١ - \frac{٢}{\text{ص}} + \frac{١}{\text{ص}^{٢}} - ٣ = ٠$$

$$\text{ص}^{٢} - ٢\text{ص} + ٢ - \frac{٢}{\text{ص}} + \frac{١}{\text{ص}^{٢}} - ٣ = ٠$$

$$\left(\text{ص}^{٢} + ٢ + \frac{١}{\text{ص}^{٢}}\right) - \left(٢\text{ص} + \frac{٢}{\text{ص}}\right) - ٣ = ٠$$

$$\left(\text{ص} + \frac{١}{\text{ص}}\right)^{٢} - ٢\left(\text{ص} + \frac{١}{\text{ص}}\right) - ٣ = ٠$$

$$\left(\text{ص} + \frac{١}{\text{ص}} - ٣\right)\left(\text{ص} + \frac{١}{\text{ص}} + ١\right) = ٠$$

إما $\text{ص} + \frac{١}{\text{ص}} - ٣ = ٠$ أو $\text{ص} + \frac{١}{\text{ص}} + ١ = ٠$

$\text{ص}^{٢} - ٣\text{ص} + ١ = ٠$ ، $\text{ص}^{٢} + \text{ص} + ١ = ٠$

$\emptyset$

بالقانون

$$\text{ص} = \frac{٣ \pm \sqrt{٥}}{٢}$$

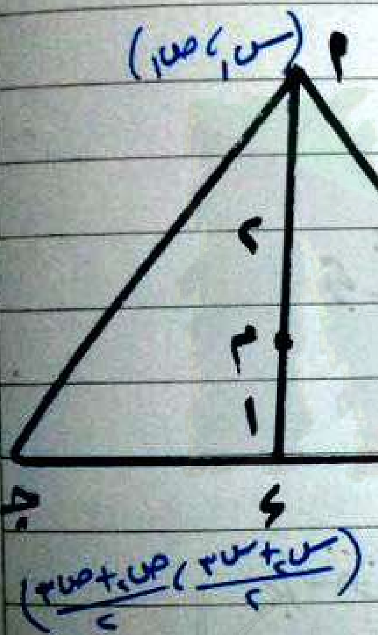
$$\therefore \text{س} = \frac{٣ \pm \sqrt{٥}}{٢} - ١$$

$$\therefore \text{م.ح} = \left\{\frac{١+\sqrt{٥}}{٢} ، \frac{١-\sqrt{٥}}{٢}\right\}$$

إذا كانت أ(س١، ص١) ، ب(س٢، ص٢) ، جـ(س٣، ص٣)

هي رؤوس مثلث أ ب جـ فاثبت أن إحداثيا

نقطة تقاطع متوسطاته هي م $\left(\frac{\text{س}_1+\text{س}_2+\text{س}_3}{3} \text{ ، } \frac{\text{ص}_1+\text{ص}_2+\text{ص}_3}{3}\right)$



الإثبات: نفرض أن ء هي نقطة منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$

$\therefore$ ء $= \left(\frac{\text{س}_2+\text{س}_3}{2} \text{ ، } \frac{\text{ص}_2+\text{ص}_3}{2}\right)$

النقطة م هي نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم المتوسط $\overline{\text{أء}}$ من الداخل من جهة أ بالنسبة ٢ : ١

$\therefore$ نفرض احداثيا م هي (س، ص)

$\therefore$ م(س، ص) $= \left(\frac{\text{س}_1 + \cancel{2} \times \frac{\text{س}_2+\text{س}_3}{\cancel{2}}}{2+1} \text{ ، } \frac{\text{ص}_1 + \cancel{2} \times \frac{\text{ص}_2+\text{ص}_3}{\cancel{2}}}{2+1}\right)$

$\therefore$ م(س، ص) $= \left(\frac{\text{س}_1+\text{س}_2+\text{س}_3}{3} \text{ ، } \frac{\text{ص}_1+\text{ص}_2+\text{ص}_3}{3}\right)$

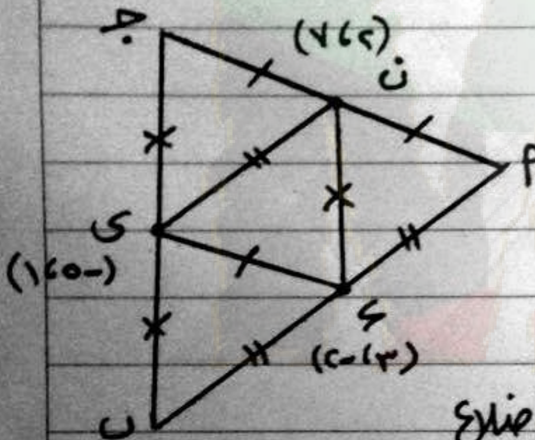
مثلث أ ب جـ فيه ء (٣ ، -٢) منتصف أب ، ى (-٥ ، ١) منتصف ب جـ

، ن (٢ ، ٧) منتصف أ جـ أوجد احداثيات رؤوس المثلث أ ب جـ

قاعدة: اذا كانت النقاط (س١ ، ص١) ، (س٢ ، ص٢) ، (س٣ ، ص٣) هي ثلاثة رؤوس لمتوازي أضلاع فإن احداثي الرأس الرابعة

يكون (س١ - س٢ + س٣ ، ص١ - ص٢ + ص٣)

الحل:



النقاط أ ، ء ، ى ، ن رؤوس متوازي أضلاع

∴ احداثيا أ = (٣ + ٥ + ٢ ، -٢ - ١ + ٧)

= (١٠ ، ٤)

، النقاط ب ، ء ، ن ، ى رؤوس متوازي أضلاع

∴ احداثيا ب = (٣ - ٢ - ٥ ، -٢ - ٧ + ١)

= (-٤ ، -٨)

، النقاط جـ ، ن ، ء ، ى رؤوس متوازي أضلاع

∴ احداثيا جـ = (٢ - ٣ - ٥ ، ٧ + ٢ + ١)

= (-٦ ، ١٠)

محمد السيد الحلاج

٢٧/٤/٢٠١٦م

معلومة على الماشي

إذا كانت أ(س١، ص١) ، ب(س٢، ص٢) ، جـ(س٣، ص٣) هي رؤوس متوازي أضلاع فإن إحداثي الرأس الرابعة يكون

(س١ − س٢ + س٣ ، ص١ − ص٢ + ص٣)

مثال: إذا كانت أ(٠، ١) ، ب(٢، ٤) ، جـ(٦، ٤) هي ثلاث رؤوس لمتوازي أضلاع فأوجد إحداثي ء الرأس الرابعة

الحل

بتطبيق الطريقة (وبدون أي خطوات)

ء = (٠ − ٢ + ٦ ، ١ − ٤ + ٤) = (٤، ١)

محمد السيد الحلاج

أوجد $\displaystyle\int \frac{dx}{x(x^9+1)}$

$$I = \int \frac{dx}{x^{10}(1+x^{-9})}$$

Let $y = 1 + x^{-9}$

$$dy = -9x^{-10}\,dx \Rightarrow dx = -\frac{1}{9}x^{10}\,dy$$

$$\therefore I = \int \frac{-\frac{1}{9}\cancel{x^{10}}\,dy}{\cancel{x^{10}}\,y} = -\frac{1}{9}\int \frac{dy}{y}$$

$$I = -\frac{1}{9}\ln|y| + c = -\frac{1}{9}\ln|1+x^{-9}| + c$$

أي الحلين صحيح

$\sqrt{-٤} \times \sqrt{-٩}$

$= \sqrt{٤ت^{٢}} \times \sqrt{٩ت^{٢}}$

$= \sqrt{٣٦ت^{٤}}$

$= \sqrt{٣٦ \times ١}$

$= ٦$

أم

$\sqrt{-٤} \times \sqrt{-٩}$

$\sqrt{٤}\,ت \times \sqrt{٩}\,ت$

$= ٢ت \times ٣ت$

$= ٦ت^{٢}$

$= -٦$

طبعاً الحل -٦ هو الصحيح وذلك لأن شرط تطبيق خواص الجذور التربيعية هو أن يكون المجذور هو عدد حقيقي موجب إتحاد صفر

إذا كان $\frac{1}{ل} + \frac{1}{م} = ٣$ ، $\frac{٢}{ل} + \frac{٣}{م} = ١٠$

فأوجد قيمة كل من ل ، م

الحل

$\because \frac{٢}{ل} + \frac{٣}{م} = ١٠$

$\frac{1}{ل} + \frac{1}{ل} + \frac{1}{م} + \frac{1}{م} + \frac{1}{م} = ١٠$

$٢(\frac{1}{ل} + \frac{1}{م}) + \frac{1}{م} = ١٠$

$٢ \times ٣ + \frac{1}{م} = ١٠$

$٦ + \frac{1}{م} = ١٠ \Leftarrow \frac{1}{م} = ٤ \Leftarrow م = \frac{1}{٤}$

$\therefore \frac{1}{ل} + ٤ = ٣ \Leftarrow \frac{1}{ل} = -١ \Leftarrow ل = -١$

أوجد مجموعة حل المعادلة

$$\log_2(x-1) - \log_2(x+3) = \log_2\left(\frac{1}{x}\right)$$

الحل أولاً نوجد المجال نجد أنه

$x \in (1, \infty)$

$\therefore \log_2 \frac{x-1}{x+3} = \log_2 \frac{1}{x}$

$\therefore \frac{x-1}{x+3} = \frac{1}{x}$

$x(x-1) = x+3$

$x^2 - x - x - 3 = 0$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x-3)(x+1) = 0$

$\therefore x = 3 \in (1, \infty)$ ، $x = -1 \notin (1, \infty)$

$\therefore$ مجموعة الحل هي $\{3\}$

أحد طرق التكامل هو التكامل بالتعويض

$$\int \frac{\text{س}^{٢} - ٦\text{س}}{(\text{س} - ٣)^{٥}} \, \text{ءس}$$

نضع $\text{ص} = \text{س} - ٣ \leftarrow \text{س} = \text{ص} + ٣$

$\text{ءص} = \text{ءس}$ ، $\text{س}^{٢} = \text{ص}^{٢} + ٦\text{ص} + ٩$

$$\therefore \int \frac{\text{س}^{٢} - ٦\text{س}}{(\text{س} - ٣)^{٥}} \, \text{ءس} = \int \frac{\text{ص}^{٢} + ٦\text{ص} + ٩ - ٦(\text{ص} + ٣)}{\text{ص}^{٥}} \, \text{ءص}$$

$$= \int \frac{\text{ص}^{٢} + ٦\text{ص} + ٩ - ٦\text{ص} - ١٨}{\text{ص}^{٥}} \, \text{ءص}$$

$$= \int \frac{\text{ص}^{٢} - ٩}{\text{ص}^{٥}} \, \text{ءص}$$

$$= \int (\text{ص}^{-٣} - ٩\text{ص}^{-٥}) \, \text{ءص}$$

$$= -\frac{١}{٢}\text{ص}^{-٢} + \frac{٩}{٤}\text{ص}^{-٤} + \text{ث}$$

$$= -\frac{١}{٢}(\text{س} - ٣)^{-٢} + \frac{٩}{٤}(\text{س} - ٣)^{-٤} + \text{ث}$$

حل المعادلة

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

باستخدام نظرية الأصفار النسبية الممكنة

عوامل المعامل الرئيسي ± 1

عوامل الحد الثابت $\pm 1 , \pm 6 , \pm 2 , \pm 3$

نفرض أن

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

نختبر 1

$$\therefore f(1) = (1)^3 - 6(1)^2 + 11(1) - 6 = 0$$

$\therefore$ 1 هو صفر من الأصفار

$\therefore$ $(x-1)$ عامل من العوامل

باستخدام القسمة التركيبية نوجد باقي العوامل

$$\begin{array}{r|rrr|r}
1 & 1 & -6 & 11 & -6 \\
 & & 1 & -5 & 6 \\
\hline
 & 1 & -5 & 6 & 0
\end{array}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-3)(x-2) = 0$$

$$x = 3 \quad , \quad x = 2$$

$\therefore$ م.ح $= \{1 , 2 , 3\}$

أوجد قيمة x

$$\sqrt{4+\sqrt{4-\sqrt{4+\sqrt{4-x}}}} = x$$

الحل   بتربيع الطرفين

$$4+\sqrt{4-x} = x^2$$

$$\sqrt{4-x} = x^2-4$$

لابد من وضع شرط الحل وهو

$4-x \geq 0$ و $x^2-4 \geq 0$

$x \leq 4$ و $x^2 \geq 4$

$|x| \geq 2$

$x \geq 2$ أو $x \leq -2$

بالتالي

$$x \in (-\infty,4] \cap [2,\infty) \cup (-\infty,-2]$$

$$\therefore x \in (-\infty,-2] \cup [2,4]$$

الآن نحل المعادلة

$$\therefore \sqrt{4-x} = x^2-4$$

بتربيع الطرفين

$$4-x = x^4-8x^2+16$$

$$\therefore x^4-8x^2+x+12=0$$

بالآلة الحاسبة نجد أن الحل المقبول هو $x = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$

$$\therefore x = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$$

أوجد

$$\int \frac{\ln^3 x + 1}{x\ln x - 2x}\,dx$$

الحل

$$\int \frac{\ln^3 x - 8 + 9}{x\ln x - 2x}\,dx$$

$$= \int \frac{\cancel{(\ln x - 2)}(\ln^2 x + 2\ln x + 4)}{x\,\cancel{(\ln x - 2)}}\,dx + \int \frac{9}{x(\ln x - 2)}\,dx$$

$$= \int \left(\ln^2 x \cdot \frac{1}{x} + 2\ln x \cdot \frac{1}{x} + \frac{4}{x}\right)dx + 9\int \frac{\frac{1}{x}}{\ln x - 2}\,dx$$

$$= \frac{1}{3}\ln^3 x + \ln^2 x + 4\ln|x| + 9\ln|\ln x - 2| + c$$

إذا كان $\frac{١٩}{٨} = \text{م} + \cfrac{١}{\text{م} + \cfrac{١}{\text{ب} + \cfrac{١}{\text{جـ}}}}$

أوجد قيمة كل من م ، ب ، جـ

الحل

$$\frac{١٩}{٨} = \text{م} + \cfrac{١}{\text{م} + \cfrac{١}{\text{ب} + \cfrac{١}{\text{جـ}}}}$$

$$٢ + \frac{٣}{٨} = \text{م} + \cfrac{١}{\text{م} + \cfrac{١}{\text{ب} + \cfrac{١}{\text{جـ}}}}$$

$\therefore \text{م} = ٢$

$$\therefore \frac{٣}{٨} = \cfrac{١}{٢ + \cfrac{١}{\text{ب} + \cfrac{١}{\text{جـ}}}}$$

$$\therefore \frac{٨}{٣} = ٢ + \cfrac{١}{\text{ب} + \cfrac{١}{\text{جـ}}}$$

$$\therefore ٢ + \frac{٢}{٣} = ٢ + \cfrac{١}{\text{ب} + \cfrac{١}{\text{جـ}}}$$

$$\therefore \frac{٢}{٣} = \cfrac{١}{\text{ب} + \cfrac{١}{\text{جـ}}}$$

$$\therefore \frac{٣}{٢} = \text{ب} + \frac{١}{\text{جـ}}$$

$$\therefore ١ + \frac{١}{٢} = \text{ب} + \frac{١}{\text{جـ}}$$

$\therefore \text{ب} = ١$ ، $\text{جـ} = ٢$

أوجد

① $\int \frac{\tan^2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\, dx$

$= \int \frac{\sec^2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}\, dx = \int \left(\frac{\sec^2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$

$= \int \left(\sec^2\sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} - x^{-\frac{1}{2}} \right) dx = \int \left(2\sec^2\sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} - x^{-\frac{1}{2}} \right) dx$

$= 2\tan\sqrt{x} - 2x^{\frac{1}{2}} + c$

② $\int \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}\, dx$

$= \int \tan^2 x\, dx = \int (\sec^2 x - 1)\, dx$

$= \tan x - x + c$

③ $\int \sqrt{e^{2x} + e^{-2x} + 2}\; dx$

$= \int \sqrt{(e^{x})^2 + 2e^{0} + (e^{-x})^2}\; dx = \int \sqrt{(e^{x} + e^{-x})^2}\; dx$

$= \pm \int (e^{x} + e^{-x})\, dx = \pm (e^{x} - e^{-x}) + c$

④ $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\, dx$

$= \int 2e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}\, dx = 2e^{\sqrt{x}} + c$

⑤ $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\, dx = \int e^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{1}{x^2}\, dx = -e^{\frac{1}{x}} + c$

① $\int \tan^3 x\, dx$

$$= \int \tan x \cdot \tan^2 x\, dx = \int \tan x \cdot (\sec^2 x - 1)\, dx$$

$$= \int (\tan x \sec^2 x - \tan x)\, dx = \int \left(\tan x \sec^2 x - \frac{\sin x}{\cos x}\right) dx$$

$$= \frac{1}{2} \tan^2 x + \ln|\cos x| + C$$

② $\int \csc^4 x\, dx$

$$= \int \csc^2 x \cdot \csc^2 x\, dx = \int \csc^2 x (\cot^2 x + 1)\, dx$$

$$= \int (\cot^2 x \csc^2 x + \csc^2 x)\, dx = -\frac{\cot^3 x}{3} - \cot x + C$$

③ $\int \frac{dx}{1 - \cos x}$

$$= \int \frac{1}{1 - \cos x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x}\, dx = \int \frac{1 + \cos x}{1 - \cos^2 x}\, dx$$

$$= \int \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x}\, dx = \int \left(\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{\cos x}{\sin x} \cdot \frac{1}{\sin x}\right) dx$$

$$= \int (\csc^2 x + \csc x \cot x)\, dx = -\cot x - \csc x + C$$

④ $\int \frac{dx}{\sin x \cos x}$

$$= \int \frac{2}{\sin 2x}\, dx = \int \csc 2x \cdot 2\, dx$$

$$= \int \csc 2x \cdot \frac{\csc 2x + \cot 2x}{\csc 2x + \cot 2x} \cdot 2\, dx$$

$$= \int \frac{\csc^2 2x + \csc 2x \cot 2x}{\csc 2x + \cot 2x} \cdot 2\, dx = -\ln|\csc 2x + \cot 2x| + C$$

أوجد معادلة الدائرة التي صورة الدائرة

$س^2 + ص^2 - 12س + 6ص + 20 = 0$

بانتقال (س + 2 ، ص - 2)

الحل مركز الدائرة المعطاة = $(\frac{-ل}{2} ، \frac{-م}{2})$ = (6 ، -3)

وطول نصف قطرها نق = $\frac{1}{2}\sqrt{ل^2 + م^2 - 4ج}$ = 5 وحدة طول

مركز الدائرة الجديدة بعد الانتقال = (6+2 ، -3-2) = (8 ، -5)

وطول نصف قطرها نفس طول نصف قطر الدائرة الأصلية = 5

∴ معادلة الدائرة المطلوبة هي

$(س - 8)^2 + (ص + 5)^2 = 25$

∴ $س^2 - 16س + 64 + ص^2 + 10ص + 25 - 25 = 0$

$\boxed{س^2 + ص^2 - 16س + 10ص + 64 = 0}$

محمد لبيد الحلاج

أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٨ ، ١٤)

وتمس الدائرة التي معادلتها

س^{٢} + ص^{٢} + ٢س − ٤ص = ٢٠

الحل

مركز الدائرة المعطاه = ($\frac{-٢}{٢}$ ، $\frac{٤}{٢}$) = (−١ ، ٢)

نصف قطر الدائرة المعطاه نق$_{١}$ = $\frac{١}{٢}$ $\sqrt{٢^{٢} + (-٤)^{٢} - ٤ \times -٢٠}$ = ٥ وحدة طول

خط المركزين للدائرتين متماستين من الخارج = نق$_{١}$ + نق$_{٢}$

خط المركزين = $\sqrt{(٨+١)^{٢} + (١٤-٢)^{٢}}$ = ١٥ وحدة طول

∴ نق$_{٢}$ = ١٥ − ٥ = ١٠ وحدة طول

معادلة الدائرة المطلوبة هي

(س − ٨)^{٢} + (ص − ١٤)^{٢} = ١٠٠

أوجد مجموعة حل المعادلة

| س - |س + ٢| | = ٩

الحل:

إما س - |س + ٢| = ٩ أو س - |س + ٢| = - ٩

|س + ٢| = س - ٩ |س + ٢| = س + ٩

إما س + ٢ = س - ٩ أو س + ٢ = - س + ٩ إما س + ٢ = س + ٩ أو س + ٢ = - س - ٩

٢ = - ٩ أو ٢ س = ٧ ٢ = ٩ أو ٢ س = - ١١

(مرفوض) س = $\frac{٧}{٢}$ (مرفوض) س = $\frac{-١١}{٢}$

لا تحقق (مرفوض) تحقق

∴ م.ح = { $\frac{-١١}{٢}$ }

محمد السيد الحلاج

أوجد $I = \int \sec^5 x \tan^5 x \, dx$

الحل باستخدام التكامل بالتجزيء

$u = \tan^4 x \qquad dv = \sec^4 x \sec x \tan x \, dx$

$du = 4 \tan^3 x \sec^2 x \qquad v = \frac{1}{5} \sec^5 x$

$$I = \frac{1}{5} \tan^4 x \sec^5 x - \underbrace{\int \frac{4}{5} \tan^3 \sec^7 x \, dx}_{I_1}$$

بالتكامل بالتجزيء مرة أخرى

$u = \frac{4}{5} \tan^2 x \qquad dv = \sec^6 x \sec x \tan x \, dx$

$du = \frac{8}{5} \tan x \sec^2 x \qquad v = \frac{1}{7} \sec^7 x$

$$\therefore I_1 = \frac{4}{35} \tan^2 x \sec^7 x - \int \frac{8}{35} \sec^9 x \tan x \, dx$$

$$\therefore I = \frac{1}{5} \tan^4 x \sec^5 x - \frac{4}{35} \tan^2 x \sec^7 x + \int \frac{8}{35} \sec^8 x \sec x \tan x \, dx$$

$$I = \frac{1}{5} \tan^4 x \sec^5 x - \frac{4}{35} \tan^2 x \sec^7 x + \frac{8}{315} \sec^9 x + C$$

محمد السيد الحلاج

$$\int x^8 \left(\frac{3}{x^3}+x\right)^{\frac{1}{3}} dx$$

$$= \int x^8 \left(\frac{3+x^4}{x^3}\right)^{\frac{1}{3}} dx = \int x^7 (3+x^4)^{\frac{1}{3}} dx$$

$$u = 3+x^4 \Rightarrow x^4 = u-3$$

$$du = 4x^3 dx \Rightarrow \frac{1}{4} du = x^3 dx$$

$$\therefore \int x^7 (3+x^4)^{\frac{1}{3}} dx = \int x^4 (3+x^4)^{\frac{1}{3}} x^3 dx$$

$$= \int (u-3)\, u^{\frac{1}{3}} \frac{1}{4} du$$

$$= \frac{1}{4} \int \left(u^{\frac{4}{3}} - 3u^{\frac{1}{3}}\right) du$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{7} u^{\frac{7}{3}} - \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} u^{\frac{4}{3}} + C$$

$$= \frac{3}{28} (3+x^4)^{\frac{7}{3}} - \frac{9}{16} (3+x^4)^{\frac{4}{3}} + C$$

$$= \frac{3}{28} \sqrt[3]{(3+x^4)^7} - \frac{9}{16} \sqrt{(3+x^4)^4} + C$$

محمد السيد الحلاج

كم عدد الأعداد الزوجية المكونة من ثلاثة أرقام مأخوذة من الأرقام (٠، ١، ٢، ٣، ٤) بدون تكرار

حل

نلاحظ هنا أن المشكلة تتلخص في وضع الرقم صفر فسيكون هو محور دراستنا وخطتنا في الحل

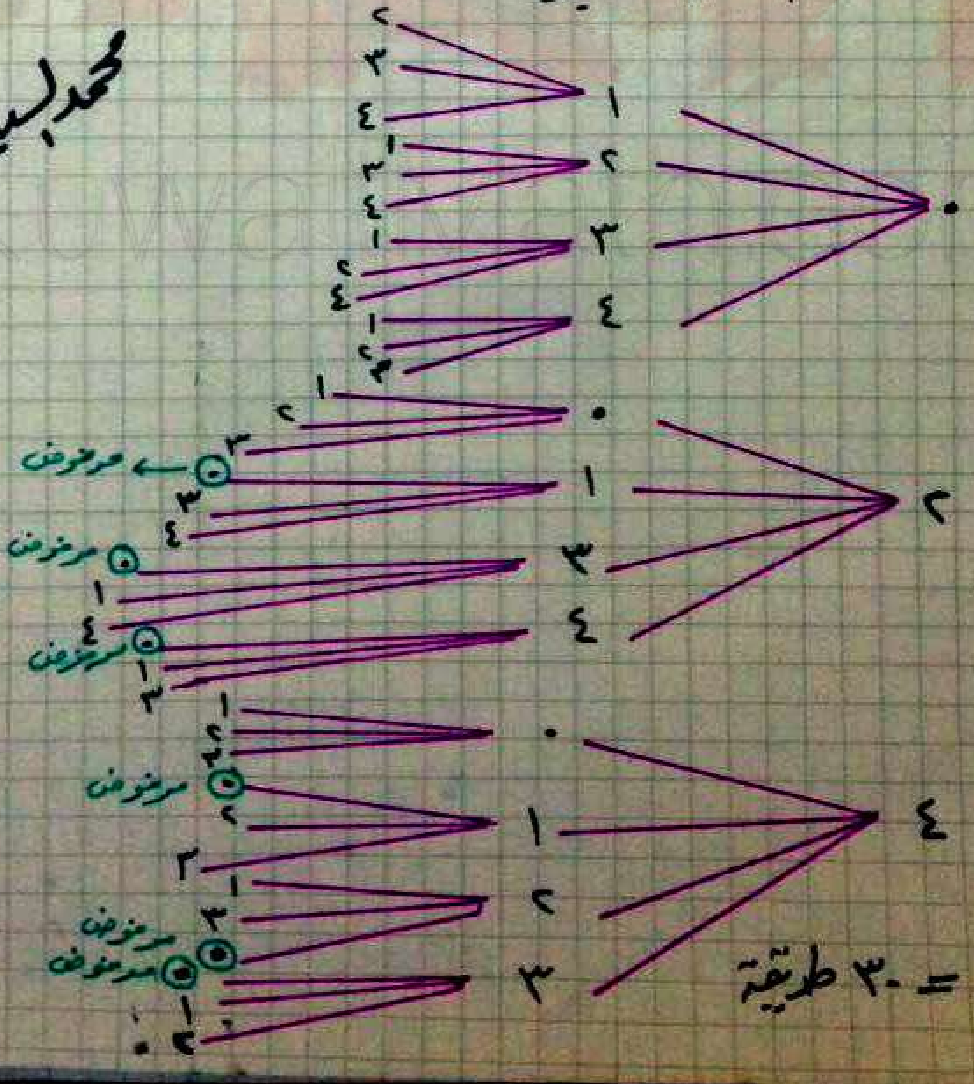
	آحاد	عشرات	مئات	عدد الطرق
عدد الطرق	اذا تم وضع الصفر هنا ١	٤	٣	١٢ = ٣×٤×١
عدد الطرق	٢	اذا تم وضع الصفر هنا ١	٣	٦ = ٣×١×٢
عدد الطرق	٢	٣	لا يمكن وضع الصفر هنا ٢	١٢ = ٢×٣×٢

للتحقق

عدد الطرق الكلية = ١٢ + ٦ + ١٢ = ٣٠ طريقة

حل آخر باستخدام مخطط الشجرة

محمد السيد الحلاج



عدد الطرق = ٣٠ طريقة

ما احتمال جلوس ٣ أشخاص متجاورين في صف به ١٠ مقاعد ؟

حل أول

يوجد ٨ طرق لأخذ ٣ مقاعد متجاورين في الصف

عدد التبديلات في الثلاث مقاعد = ٣! = ٦

عدد الطرق الممكنة لجلوس ٣ أشخاص متجاورين = ٨×٦ = ٤٨

عدد عناصر فضاء العينة = ${}^{١٠}ل_{٣}$ = ١٠×٩×٨ = ٧٢٠

الاحتمال المطلوب = $\frac{٤٨}{٧٢٠} = \frac{١}{١٥}$

حل آخر عن طريق الشجرة البيانية

المقاعد مرقمة

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠

الشخص الأول	الشخص الثاني	الشخص الثالث	عدد الطرق الممكنة
١	٢	٣	طريقتان
	٣	٢	
٢	١	٣	٤ طرق
	٣	١	
	٣	٤	
	٤	٣	
٣	٢	١	٦ طرق
	٢	٤	
	٤	٢	
	٤	٥	
	١	٢	
	٥	٤	

وكذلك إذا جلس الشخص الأول على المقعد رقم ٤ أو ٥ أو ٦ أو ٧ أو ٨
يكون عدد طرق الاختيار ٦ طرق في كل منها (نفس طرق اختيار رقم ٣ أولاً)

وكذلك إذا جلس الشخص الأول على المقعد رقم ٩ يكون عدد الطرق ٤ طرق
(نفس طرق اختيار المقعد رقم ٢ أولاً)

والمقعد رقم ١٠ طرق اختياره أولاً نفس اختيار طرق اختيار المقعد رقم ١ أي طريقتان

يكون عدد الطرق الكلية = ٢×٢ + ٤×٢ + ٦×٦ = ٤٨ طريقة

∴ الاحتمال = $\frac{٤٨}{٧٢٠} = \frac{١}{١٥}$

محمد السيد الحلاج

M.A.M

اختصر لأبسط صورة

$$\frac{٢\sqrt{٦}-١}{\sqrt{٢}+\sqrt{٣}+\sqrt{٦}}$$

$$= \frac{٢\sqrt{٦}-١}{(\sqrt{٢}+\sqrt{٣})+\sqrt{٦}} \times \frac{(\sqrt{٢}+\sqrt{٣})-\sqrt{٦}}{(\sqrt{٢}+\sqrt{٣})-\sqrt{٦}}$$

$$= \frac{(٢\sqrt{٦}-١)\left((\sqrt{٢}+\sqrt{٣})-\sqrt{٦}\right)}{٢+٣+٢\sqrt{٦}-٦} = \frac{\cancel{(٢\sqrt{٦}-١)}(\sqrt{٢}+\sqrt{٣}-\sqrt{٦})}{\cancel{(٢\sqrt{٦}-١)}}$$

$$= \sqrt{٢}+\sqrt{٣}-\sqrt{٦}$$

محمد السيد الحلاج

١٤/٦/٢٠١٧م

أوجد $\int$ جتا^{٣} س ءس

الحل الأول باستخدام التجزئ

ص = جتا^{٢} س ، ءع = جتا س ءس

ءص = -٢ جتا س جا س ءس ، ع = جا س

∴ $\int$ جتا^{٣} س ءس = جا س جتا^{٢} س + $\int$ ٢ جا^{٢} س جتا س ءس

= جا س جتا^{٢} س + $\frac{٢}{٣}$ جا^{٣} س + ث

الحل الثاني

$\int$ جتا^{٣} س ءس = $\int$ جتا^{٢} س جتا س ءس

= $\int$ (١ - جا^{٢} س) جتا س ءس = $\int$ (جتا س - جا^{٢} س جتا س) ءس

= جا س - $\frac{١}{٣}$ جا^{٣} س + ث

الحل الثالث نعلم أن جتا ٣س = ٤ جتا^{٣} س - ٣ جتا س

ومنها

جتا^{٣} س = $\frac{١}{٤}$ (جتا ٣س + ٣ جتا س)

∴ $\int$ جتا^{٣} س ءس = $\frac{١}{٤}$ $\int$ (جتا ٣س + ٣ جتا س) ءس

= $\frac{١}{١٢}$ جا ٣س + $\frac{٣}{٤}$ جا س + ث

محمد السيد الحلاج

٢٠١٦/٧/٢٩م

أوجد $\int$ قتاس ءس

$$= -\int \text{قتاس} \times \frac{-(\text{قتاس} + \text{ظتاس})}{(\text{قتاس} + \text{ظتاس})} \, \text{ءس}$$

$$= -\int \frac{-\text{قتا}^2\text{س} - \text{قتاس ظتاس}}{\text{ظتاس} + \text{قتاس}}$$

(لاحظ البسط مشتقة المقام)

$$= -\,\text{لو}_{\text{هـ}} \left| \text{ظتاس} + \text{قتاس} \right| + \text{ث}$$

محمد البدر الحلاج

١٧/٦/٢٠١٦م

① إذا كانت $\lim\limits_{س \to \infty} \dfrac{أس^{2} + بس + ٣}{٢س + ٥} = ٣$

فأوجد قيمة الثابتين أ ، ب

② إذا كانت $\lim\limits_{س \to \infty} \dfrac{س - ١}{أس^{2} + بس - ٣} = -١$

فأوجد قيمة الثابتين أ ، ب

③ أوجد $\lim\limits_{س \to \infty} (٢س^{2} - ٣س + ١)$

④ أوجد إن أمكن $\lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{١}{|س - ٢|}$

⑤ أوجد $\lim\limits_{س \to -٢} \dfrac{س^{2} - ٤}{\sqrt[٣]{س + ٢}}$

① اثبت أن $\ln(xy) = \ln x + \ln y$

البرهان: لتكن $a>0$ ، $f(x) = \ln(ax)$

$\therefore f'(x) = \frac{a}{ax} = \frac{1}{x}$

، $g(x) = \ln(x)$ $\quad \therefore g'(x) = \frac{1}{x}$

$\therefore f'(x) = g'(x)$

$\therefore f(x) = g(x) + c$

بوضع $x = 1$

$\therefore f(1) = g(1) + c$

$\therefore \ln(a) = \ln(1) + c \Rightarrow c = \ln(a)$

$\therefore \ln(ax) = \ln(x) + \ln(a)$

بوضع $a = y$

$\therefore \ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$

---

② اثبت أن $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$

الاثبات:

$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln\left(x \cdot \frac{1}{y}\right) = \ln(x) + \ln\left(\frac{1}{y}\right)$

$\because \ln\left(\frac{1}{y}\right) = -\ln(y)$

$\therefore \ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) + \ln\left(\frac{1}{y}\right)$

اثبت أن المجموعة الخالية ϕ مجموعة وحيدة ؟

الحل:

بفرض أن ϕ_1 ، ϕ_2 مجموعتان خاليتان

$\because$ ϕ_1 مجموعة خالية $\therefore$ $\phi_1 \subset \phi_2 \leftarrow (1)$

$\because$ ϕ_2 مجموعة خالية $\therefore$ $\phi_2 \subset \phi_1 \leftarrow (2)$

من (1) ، (2)

$\therefore \phi_1 = \phi_2$

$\therefore$ ϕ وحيدة

أسئلة المقابلات الشخصية لمقابلة الوزارة ٢٠١٦ م

س ١. اذا كان $\frac{س - ص}{٢س + ص} = ١$. أوجد س : ص

س ٢. ١٥ مصباح منهم ٦ معيبة سحبت ثلاث مصابيح عشوائياً أوجد احتمال سحب واحد معيب

س ٣ أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه أ(٠،٠) ، ب(٢،٣) ، د(٤،٠) أوجد احداثي جـ

س ٤. اذا كانت النسبة بين مساحتي منطقة مستطيلة طولها (س + ٣) وعرضها (س - ٢) ومنطقة مستطيلة أخرى طولها (س + ٥) وعرضها (س - ٢) تساوي ٩ : ١١ أوجد قيمة س .

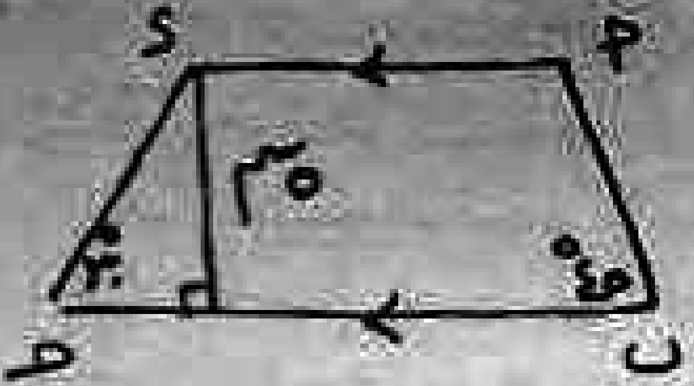
س ٥. مساحة منطقة دائرية = محيطها عددياً أوجد طول قطرها

س ٦ عرف الدالة الزوجية - الدالة الفردية وما الفرق بينهما وايضاً

د(س) = جا س ، د(س) = جتا س

من حيث كونهما زوجية ام فردية ام غير ذلك

س٧: أوجد مساحة شبه المنحرف



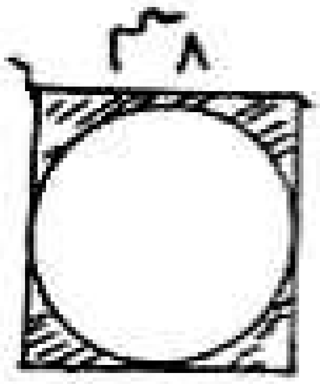
معطى/ بدلالة مجهول

س٨. أثبت أن مجموع قياسي الزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعي الدائري = ١٨٠°

س٩. اذا كانت: $(س + \frac{1}{س})^2 = 100$.

أوجد: $س^2 + \frac{1}{س^2}$

س١٠. ارسم منطقة حل المتباينة: ص ≥ ٢س - ٤ بيانيًا



س١١. دائرة تمس أضلاع مربع من الداخل

طول ضلع المربع ٨سم.

أوجد مساحة المنطقة المظللة.

س١٢. أوجد صورة المستقيم ل: ٢س + ٣ص - ٥ = ٠.

بعد الدوران بزاوية ١٨٠° حول نقطة الأصل.

س١٣. بسط حدودية كسرية $\frac{س^2 + ٥س - ٦}{س^2 - ١} - \frac{س^2 - ٢س...}{س^2 + ٢س...}$

س١٤. اذا كان أ : ب : جـ = ٣ : ٤ : ٥

أوجد قيمة المقدار $\frac{٥أ + ٢ب}{٣ب + جـ}$

س١٥. مربع زاد طول ضلعه بنسبة ١٠٪ احسب النسبة المئوية للتزايد في المساحة :

س١٦. حل المعادلة $٢^{٢س} - ٢^{س} = ٠$.

س١٧. منشور ثلاثي القاعدة والقاعدة قائمة طولا ضلعي القائمة ١٥سم ، ٢٠سم وارتفاع المنشور ٤٥سم أوجد المساحة السطحية

س١٨. اثبت صحة المتطابقة :

$(جتاس + \sqrt{٣}\, جاس)^{٢} + (جاس - \sqrt{٣}\, جتاس)^{٢} = ٤$

س١٩. أوجد م.ح. $\log(2x+6) - \log(3x) = \log 4$

س٢٠. اذا كان : $١٦^{س - ٧} = (٣٢)^{-٢}$ أوجد س.

س٢١ أوجد م.ح : $\frac{٢}{س^{٢} + ٢س - ٣} > ٠$.

س٢٢ احسب مساحة منطقة مثلث متطابقة الأضلاع

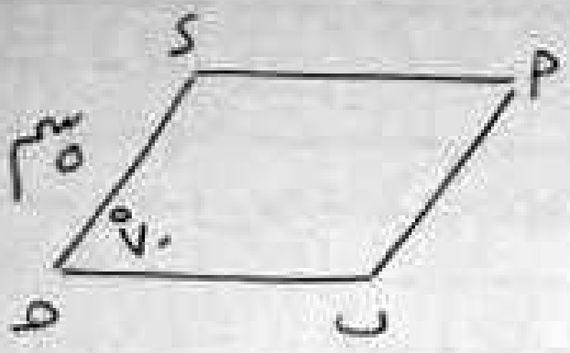
س٢٣ اذا كان مجموع ثلاث زوايا داخل شكل رباعي $= \frac{٧}{٩}$ مجموع قياسات الزوايا للشكل الرباعي أوجد قياس الزاوية الرابعة

س٢٤ أيهما أكبر $\sqrt[٣]{٥}$ ، $\sqrt[٣]{٣}$

س٢٥. أوجد مساحة متوازي الأضلاع أ ب جـ د الذي فيه
أ ب = ٦ سم، محيطه = ٣٠ سم، ق(ب̂) = ٣٠°

س٢٦. $(|س-٣|)^{٢} - ٣|س-٣| = ٢٨$

س٢٧. أ ب جـ د متوازي أضلاع
محيطه ٢٦ سم أوجد مساحته



س٢٨ متتابعة هندسية حدها الأول = ٤ وحدها السادس = ٩٧٢
أوجد حدها العام.

س٢٩. رتب تصاعدياً: $\sqrt[٣]{٢٠٠}$ ، $\sqrt[٥]{٣٠٠}$ ، $\sqrt[٤]{١٠٠}$

س٣٠. حل النظام:
س - ص = ١
س + ص = ٣

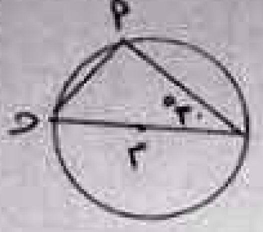
س٣١ عددان مجموعهما = ١٠ وحاصل ضربهما = -٩
أوجد مجموع مكعبيهما.

س٣٢ خمسة أعداد متتالية متوسطها الحسابي = ٨
أوجد أكبر الأعداد.

س٣٣ إذا كان $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٥}$ فأوجد قيمة $\frac{س+ص}{٢س-ص}$

س٣٤ أوجد م.ح : جتا ٣ س = $\frac{١}{٢}$

س٣٥: أوجد م.ح: $س^{٣} + س^{٢} - ٢ = ٠$



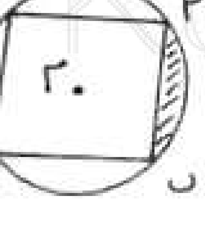
س٣٦: في الشكل المقابل، دائرة مركزها م
طول نصف قطرها تساوي ٣ سم، ق(∠أ ب د) = ٣٠°
أوجد محيط △ أ ب د.

س٣٧: أوجد م.ح: $\sqrt[٣]{٢س^{٢} + ٢} = \sqrt[٣]{٣ - س}$

س٣٨: إذا كانت س = {١، ٢، ٣، ٤، ٥}
وكونت أعدادًا ثلاثية الأرقام من عناصر المجموعة س
فما هو عدد الأعداد الزوجية المختلفة الأرقام
والمحصورة بين ٢٠٠ و ٤٠٠؟

س٣٩: إذا كان: $\binom{١١}{٢س} = \binom{١١}{س-٣}$

أوجد قيم س الممكنة



س٤٠: في الشكل مربع طول ضلعه $٤\sqrt{٢}$ سم
أوجد مساحة المنطقة المظللة.

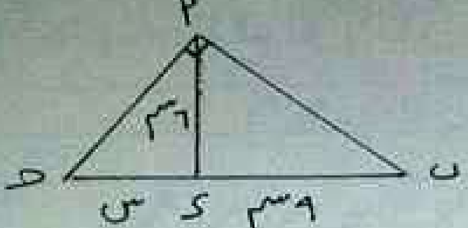
س٤١: حلل: $(ل - ٣)^{٢} - (ل + ١)^{٢}$

س٤٢: $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن} = \left(\frac{٥}{٣}\right)$ ، $٣^{ن+م} = \frac{١}{٢٧}$

أوجد م ، ن

س٤٣. من الشكل المقابل

أوجد قيمة س



س٤٤. اذا كان $^{٦}ل_{ر} = ٣٦٠$ أوجد: قيمة ر

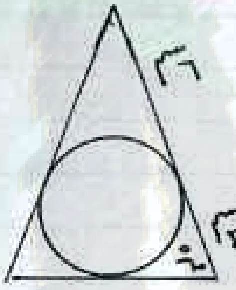
س٤٥. اذا كان: $٢^{س} = ٧$ ، $٨^{س} = ص$

فما قيمة س ، ص

س٤٦. بسط: $\frac{أ ب^{٢} + ب^{٢} جـ}{أ^{٢} ب^{٢} - ب^{٢} جـ^{٢}}$

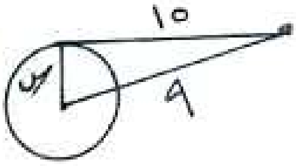
س٤٧. من الشكل المقابل:

أوجد مساحة الدائرة



س٤٨. كرتونة مربعة الشكل طول ضلعها ٣سم نريد عمل منها صندوق بدون غطاء بقص س من الأطراف أوجد الدالة التي تربط الحجم بالمتغير س.

س٤٩. من الشكل المقابل أوجد قيمة س



س٥٠. جهاز كهربائي ثمنه ٨٠ دينارا وفي فترة التنزيلات كان عليه تنزيل ١٢٪ فما ثمن الجهاز بعد التنزيل.

س٥١ أوجد ٣.٢ $س^{٢} - ٤س = ٠$

س ٥٢ صندوق به ١٥ كرة منها ٥ كرات حمراء ، ١٠ سوداء

فما احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان حمراء ،

ما احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان احداهما حمراء والأخرى سوداء علماً بأن الكرتان مسحوبتان معاً.

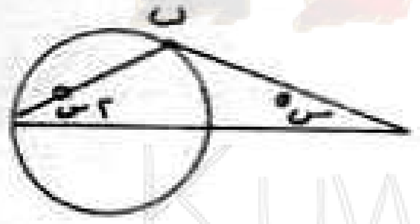
س ٥٣. اثبت أن : $٣^{١٠٠} + ٣^{١٠١} + ٣^{١٠٣}$ يقبل القسمة على ١٩

س ٥٤. صندوق يحوي ١٥ كرة منها (١٠) كرات حمراء ، ٥ بيضاء

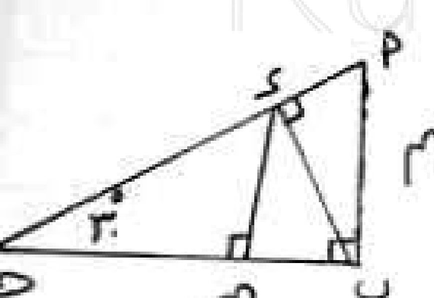
سحبت كرتان عشوائياً معاً أوجد احتمال أن تكون أحد الكرتان المسحوبتان حمراء على الأقل.

س ٥٥. اثبت أنه في أي متتابعة حسابية :

ح الزوجية − ح الفردية = ن د



س ٥٦. في الشكل المقابل أوجد قيمة س.



س ٥٧ في الشكل المقابل :
أوجد طول د هـ

س ٥٨ أوجد م.ح : $\sqrt{س^٤ - ٤} = -\sqrt{س - ٢}$

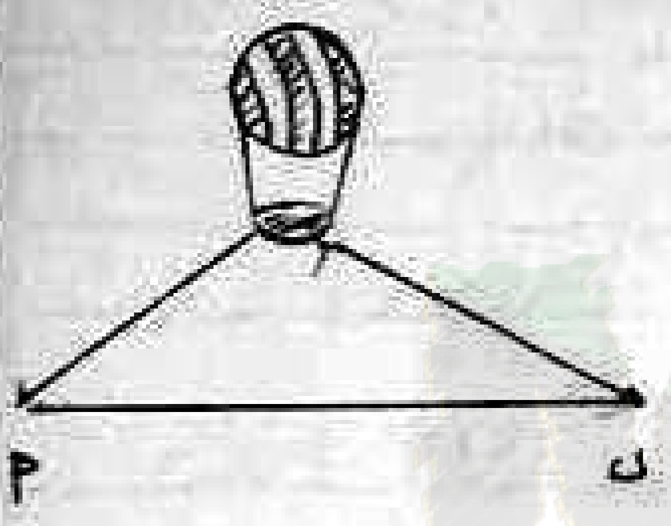
س ٥٩. أوجد قياس كل زاوية من زوايا مثلث اذا علمت أن النسبة بين قياساتها ٥ : ٦ : ١٣

س٦٠. متتالية حسابية عدد حدودها ١٠ مجموع الحدود ذات الرتبة الزوجية يزيد عن مجموع الحدود ذات الرتبة الفردية بمقدار ١٠٠ ؟ أوجد أساس المتتالية

س٦١. أوجد م.ح : $٢^{س^٢-٣} = \frac{٣٢}{\sqrt[٣]{٢}}$

س٦٢. أوجد م.ح : $\frac{٣س - ٥}{-٢س + ٣} \geq ٠$

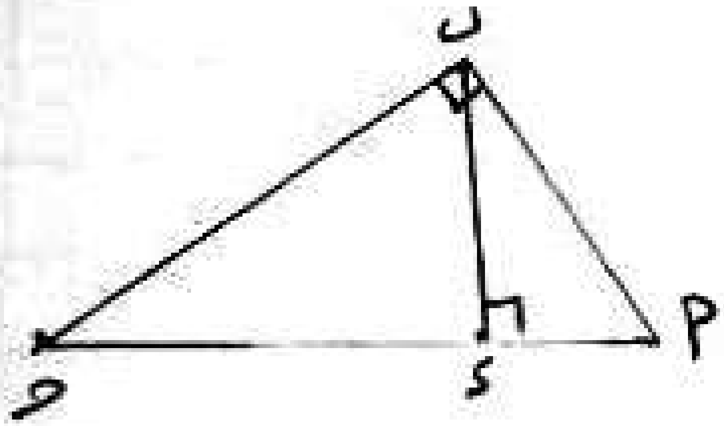
س٦٣. رأى شخصان أحدهما يقف عند م والآخر عند النقطة ب منطادًا حيث المسافة بينهما ٣ كم فإذا كان قياس زاوية الارتفاع عند النقطة م هي ٢٨° وقياس زاوية الارتفاع عند النقطة ب هي ٣٧°. أوجد ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض



س٦٤.

من المعطيات بالشكل المقابل

أوجد كلاً من : م جـ ، ب د



س٦٥. إذا كان : لو ٢ = ٠.٣٠١٠

أوجد لو ٥ . بدون استخدام الآلة الحاسبة

س٦٦. أوجد م.ح : $٥^{س} × ٣^{ص} = ٧٥$ ، $٥^{ص} × ٣^{س} = ٤٥$

س٦٧ اذا كان عمر جاسم $\frac{٤}{٩}$ عمر ابيه أوجد عمر جاسم وعمر أبيه اذا كان مجموع عمريهما ٩١ سنة

س٦٨ جسم يتحرك على شكل رباعي أطوال أضلاعه ص، ٥، ٢٥، ٢١، ١٠ سم أوجد احتمال ان يقف الشخص على الضلع ٥ سم

س٦٩ اجاب طالب ٤ أسئلة من أسئلة اختبار وباقي ٢٠ من الأسئلة فما هو عدد اسئلة الاختبار

س٧٠ اذا كانت س + ص = م ، س ص = ل فأوجد قيمة المقدار $س^٣ + ص^٣$ بدلالة م ، ل

س٧١ أوجد م.ح المتباينة ٠ > |٥ - س| ٢.

س٧٢ بكم طريقة يمكن بها تكوين عدد مكون من ثلاثة أرقام مختلفة من أرقام المجموعة {١، ٢، ٣، ٤}

س٧٣ بكم طريقة يمكن بها تكوين عدد مكون من ثلاثة ارقام مختلفة بشرط كونه فردي من {١، ٢، ٣، ٤}

س٧٤ اذا كان م (٢، ٣) ، ن (٥، ل) وكان ميل م ن صفر ٢ أوجد قيمة ل

س٧٥ أوجد م.ح $\sqrt{س + ١٥} + \sqrt{س} = ٥$