دولة الكويت
وزارة التربية
إجابة امتحان المنهج الكامل للصف الثاني عشر علمي العام الدراسي 2017 ، 2018 م (الأسئلة في 11 صفحة)
الزمن :ساعتان و45 دقيقة
المجال الدراسي الرياضيات

القسم الأول – أسئلة المقال
(تراعى الحلول الاخرى في جميع اسئلة المقال)

14

السؤال الأول :

(a) ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$ حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

(9 درجات)

الحل:

$\frac{1}{2}$ درجة

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 3x}{x} & : x > 0 \\ -3 & : x = 0 \\ \dfrac{x^2 - 3x}{-x} & : x < 0 \end{cases}$$

$\frac{1}{2}$ درجة

$$f(0) = -3 \quad \cdots \rightarrow (1)$$

1 درجة

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} \left(\frac{(x^2 - 3x)}{x} \right)$$

1 درجة

$$= \lim_{x \to 0^+} \left(\frac{x(x - 3)}{x} \right)$$

1 درجة

$$= \lim_{x \to 0^+} (x - 3) = -3 \quad \cdots \rightarrow (2)$$

1 درجة

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} \left(\frac{(x^2 - 3x)}{-x} \right)$$

1 درجة

$$= \lim_{x \to 0^-} \left(\frac{x(x - 3)}{-x} \right)$$

1 درجة

$$= \lim_{x \to 0^-} (-x + 3) = 3 \quad \cdots \rightarrow (3)$$

1 درجة

من (3) ، (2) نجد أن $\lim_{x \to 0^+} f(x) \neq \lim_{x \to 0^-} f(x)$

$\therefore \lim_{x \to 0} f(x)$ غير موجودة

1 درجة

الدالة f غير متصلة عند $x = 0$

تابع السؤال الأول :

(h) حدد نوع القطع المخروطي ثم اوجد معادلته اذا علمت ان اختلافه المركزي $e = \frac{4}{5}$
وبؤرتاه $F_1(4\sqrt{2}, 0), F_2(-4\sqrt{2}, 0)$.

(5 درجات)

الحل :

البؤرتان على محور السينات ، $e = \frac{4}{5} < 1$ — $\frac{1}{2}$ درجة

القطع هو قطع ناقص معادلته هي :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$ — $\frac{1}{2}$ درجة

$$F_2(-4\sqrt{2}, 0)$$ — $\frac{1}{2}$ درجة

المحور الأكبر ينطبق على المحور السيني $c = 4\sqrt{2}$ — $\frac{1}{2}$ درجة

$$e = \frac{c}{a} \implies \frac{4}{5} = \frac{4\sqrt{2}}{a}$$ — $\frac{1}{2}$ درجة

$$a = 5\sqrt{2}$$ — $\frac{1}{2}$ درجة

$$a^2 = 50$$ — $\frac{1}{2}$ درجة

$$c^2 = 32 \qquad \implies b^2 = a^2 - c^2$$ — $\frac{1}{2}$ درجة

$$b^2 = 50 - 32 = 18$$ — $\frac{1}{2}$ درجة

معادلة القطع الناقص هي :

$$\frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{18} = 1$$ — $\frac{1}{2}$ درجة

14

السؤال الثاني :

(a) **أوجد مشتقة الدالة f إذا علمت أنها متصلة حيث :**

$$f(x)=\begin{cases}x^2+1 : x\le 2\\ 4x-3 : x>2\end{cases}$$

(8 درجات)

الحل :-

$$f'(x)=\begin{cases}2x : x<2\\ \text{نبحث} : x=2\\ 4 : x>2\end{cases}$$ $\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة

$$f(2)=4+1=5$$

$$f'_{-}(2)=\lim_{x\to 2^-}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$$ إن وجدت — $\frac{1}{2}$ درجة

$$=\lim_{x\to 2^-}\frac{x^2+1-5}{x-2}=\lim_{x\to 2^-}\frac{x^2-4}{x-2}$$ $\frac{1}{2}$ درجة

$$=\lim_{x\to 2^-}\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)}$$ $\frac{1}{2}$ درجة

$$=\lim_{x\to 2^-}(x+2)=4$$ $\frac{1}{2}$ درجة

$$f'_{-}(2)=4 \qquad \longrightarrow (1)$$ $\frac{1}{2}$ درجة

$$f'_{+}(2)=\lim_{x\to 2^+}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$$ إن وجدت — $\frac{1}{2}$ درجة

$$f'_{+}(2)=\lim_{x\to 2^+}\frac{4x-3-5}{x-2}$$ $\frac{1}{2}$ درجة

$$=\lim_{x\to 2^+}\frac{4x-8}{x-2}$$ $\frac{1}{2}$ درجة

$$=\lim_{x\to 2^+}\frac{4(x-2)}{(x-2)}$$ $\frac{1}{2}$ درجة

$$=\lim_{x\to 2^+}4=4$$ $\frac{1}{2}$ درجة

$$\therefore f'_{+}(2)=4 \qquad \longrightarrow (2)$$ $\frac{1}{2}$ درجة

من (2) ، (1)

$$\because f'_{-}(2)=f'_{+}(2)=4$$ $\frac{1}{2}$ درجة

$$\therefore f'(2)=4$$ $\frac{1}{2}$ درجة

$$\therefore\ f'(x)=\begin{cases}2x : x<2\\ 4 : x=2\\ 4 : x>2\end{cases}$$ $\frac{1}{2}$ درجة

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد :

$$\int x\, e^x \quad dx$$

الحل :- (6 درجات)

$u = x \qquad dv = e^x\, dx$	$\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة
$du = dx \longleftarrow v = e^x$	$\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة
$\int u\, dv = u\, v - \int v \; du$	$\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة
$\therefore \int x\, e^x \quad dx = x\, e^x - \int e^x\, dx$	$\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة
$= x\, e^x - e^x + C$	1 درجة + $\frac{1}{2}$ درجة

اجابة السؤال الثالث :

(a) اوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند اي نقطة عليه (x, y) هو $sin\ 3x$ ويمر بالنقطة $A\left(\frac{2\pi}{9}, \frac{7}{9}\right)$ (8 درجات)

الحل :

$$f'(x) = sin\ 3x$$ 1 درجة

$$f(x) = \int (sin\ 3x)dx$$ 1 درجة

$$f(x) = -\frac{1}{3}cos3x + C$$ 1 درجة + 1 درجة

$$\left(\frac{2\pi}{9}, \frac{7}{9}\right) \in f$$

$$f\left(\frac{2\pi}{9}\right) = -\frac{1}{3}cos\left(3 \times \frac{2\pi}{9}\right) + C$$ $\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة

$$-\frac{1}{3}cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + C = \frac{7}{9}$$ $\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة

$$\therefore -\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right) + C = \frac{7}{9}$$

$$C = \frac{11}{18}$$ 1 درجة

$$f(x) = -\frac{1}{3}cos3x + \frac{11}{18}$$ 1 درجة

تابع اجابة السؤال الثالث :-

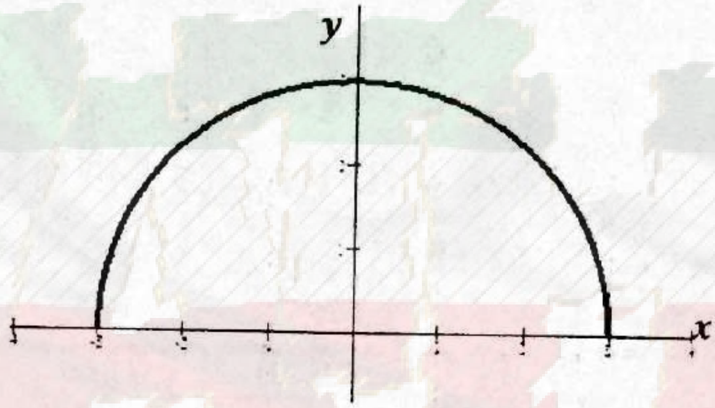
(b) أوجد :

$$\int_{-3}^{3}\left(\sqrt{9-x^2}\right)\,dx$$

(6 درجات)

الحل :

$y^2 = 9 - x^2$	$\frac{1}{2}$ درجة
$x^2 + y^2 = 9$	$\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة
وهي معادلة دائرة مركزها نقطة الاصل $(0, 0)$	$\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة
وطول نصف قطرها 3 وحدات طول	
$y = \left(\sqrt{9-x^2}\right)$	$\frac{1}{2}$ درجة
الدالة تمثل معادلة النصف العلوي للدائرة	$\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة



$$\int_{-3}^{3}\left(\sqrt{9-x^2}\right)\,dx = \frac{1}{2}\left(\pi(3)^2\right)$$ $\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة

$$= \frac{9\pi}{2}$$ $\frac{1}{2}$ درجة + $\frac{1}{2}$ درجة

14

اجابة السؤال الرابع :-

(a) ادرس تغير الدالة f ثم ارسم بيانها حيث

$$f(x) = 1 + 3x^2 - x^3$$

(9 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$ درجة

f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$\frac{1}{2}$ درجة

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} - x^3 = -\infty$$
$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} - x^3 = \infty$$

نوجد النقاط الحرجة حيث f دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها .

$\frac{1}{2}$ درجة

$$f'(x) = 6x - 3x^2$$

نضع $f'(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ درجة

$$6x - 3x^2 = 0$$
$$3x(2 - x) = 0$$

$\frac{1}{2}$ درجة

$x = 0$ أو $x = 2$

$$f(0) = 1, f(2) = 5$$

$\frac{1}{2}$ درجة

النقاط الحرجة هي $(0,1), (2,5)$

-∞ 0 2 ∞

الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0, 2)$	$(2, \infty)$
إشارة f'	--------	++++++	--------
سلوك الدالة f	متناقصة∞ ↘	متزايدة ↗	متناقصة ↘ -∞

$\frac{1}{2}$ درجة

$\frac{1}{2}$ درجة

$\frac{1}{2}$ درجة

الدالة f متناقصة على كلا من الفترتين $(-\infty, 0)$, $(2, \infty)$. f متزايدة على الفترة $(0, 2)$

$\frac{1}{2}$ درجة

نكون الجدول لدراسة إشارة f'' $\quad f''(x) = 6 - 6x$

نضع $f''(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ درجة

$$6 - 6x = 0 \Rightarrow 6x = 6 \Rightarrow x = 1$$

$$, f(1) = 3$$

$\frac{1}{2}$ درجة

الجدول $1\frac{1}{2}$ درجة

1

الفترات	$(-\infty, 1)$	$(1, \infty)$
إشارة f''	+ + + + + + + + + + + + + +	− − − − − − − − − − − − − − −
التقعر	تقعر لأعلى	تقعر لأسفل

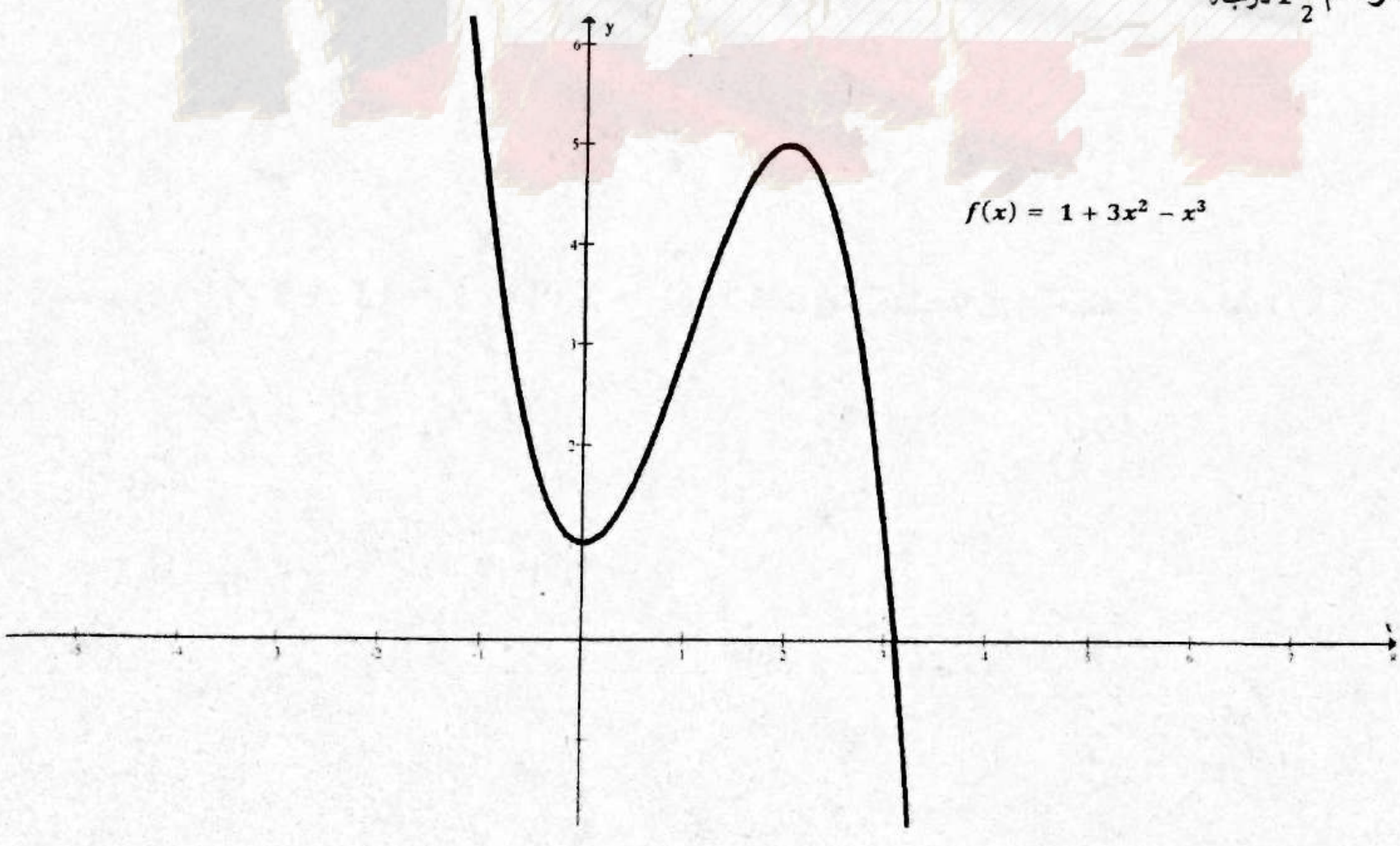
منحنى الدالة مقعر للأعلى على الفترة $(-\infty, 1)$ ومقعر للأسفل على الفترة $(1, \infty)$.

$(1,3)$ نقطة انعطاف

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	5	1	3	5	1
	نقطة إضافية	نقطة صغرى محلية	نقطة انعطاف	نقطة عظمى محلية	نقطة إضافية

صفحة الرسم البياني

الرسم $1\frac{1}{2}$ درجة



تابع اجابة السؤال الرابع :-

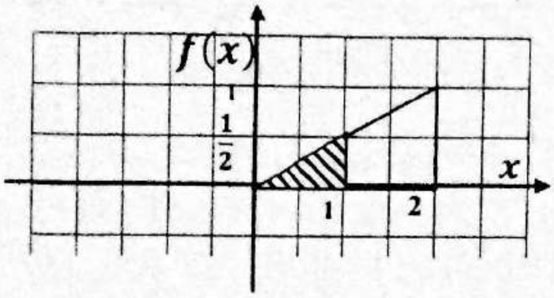
(b) إذا كان X متغير عشوائي متصل و دالة كثافة الاحتمال له هي :-

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & : 0 \le x \le 2 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد :

(1) $P(X < 1)$ (2) $P(X \ge 1)$ (3) $P(X = 1)$ **(5 درجات)**

الرسم درجة



(1) مساحة المنطقة المظللة $P(X < 1) =$ $\frac{1}{2}$ درجة

مساحة المنطقة المثلثية $= \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ درجة

$= \frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ درجة

(2) مساحة المنطقة غير المظللة من المثلث $P(X \ge 1) = 1 - P(X < 1)$ 1 درجة

$= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$ درجة

(3) $P(X = 1) = 0$ 1 درجة

القسم الثاني :البنود الموضوعية

في البنود من (1 ـ 2) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة (لكل بند درجة واحدة):

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x-5}{\sqrt{x^2-5x-5}} = 3$

---

(2) المعادلة التفاضلية التالية : $(y')^2 + 2xy = 0$ من الرتبة الثانية و الدرجة الأولى

في البنود من (3 – 10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدالة على الإجابة الصحيحة (لكل بند درجة ونصف):

---

(3) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan 2x}{\sin x}$ تساوي :

(a) 2 (b) -2

(c) 0 (d) ∞

---

(4) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = 2$ فان $f(x)$ يمكن ان تكون

(a) $\dfrac{1}{|x-2|}$ (b) $\sqrt{x-2}$

(c) $\dfrac{|x-2|}{x-2}$ (d) $\begin{cases} \sqrt{x^2-3} & : x > 2 \\ 3x-5 & : x \le 2 \end{cases}$

---

(5) اذا كانت f : $y = \dfrac{1}{\sin x}$ فإن y' تساوى :

(a) $\cot x \csc x$ (b) $\cos x$

(c) $-\cot x \csc x$ (d) $-\cos x$

---

(6) للدالة f : $f(x) = (x^2-3)^2$ نقاط انعطاف عددها :

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) 4

---

(7)

$$\int \left(\frac{csc^2 x}{\sqrt[3]{2 + cotx}} \right) \; dx =$$

(a) $\frac{3}{2}(2 + cotx)^{\frac{2}{3}} + c$

(b) $\frac{4}{3}(2 + cotx)^{\frac{4}{3}} + c$

(c) $-\sqrt{2 + cotx} + c$

(d) $-\frac{3}{2}(2 + cotx)^{\frac{2}{3}} + c$

---

(8) الدالة النسبية f : $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$ على صورة كسور جزنية هي $f(x)$ تساوي

(a) $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2}$

(b) $\frac{1}{2(x-2)} + \frac{1}{2(x+2)}$

(c) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}$

(d) $\frac{1}{2(x-2)} - \frac{1}{2(x+2)}$

---

(9) ان حجم العينة المطلوبة لتقدير المتوسط الحسابي للمجتمع مع هامش خطأ وحدتين و

درجة ثقة 95% وانحراف معياري $\sigma = 8$ يساوي :

(a) 62

(b) 65

(c) 8

(d) 26

---

(10) في دارسة لمجتمع احصائي وجد ان $\bar{x} = 130, \mu = 125, n = 36$
وكان المقياس الاحصائي $\mathbb{Z} = 3.125$ فإن الانحراف المعياري σ هو :

(a) -9.6

(b) 6.9

(c) 9.6

(d) -6.9

•انتهت الأسئلة•

إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(2)	(a)	**(b)**	(c)	(d)

.... = 1 × ......

(3)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(5)	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(6)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(8)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(9)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	**(c)**	(d)

14

.... $= 1\frac{1}{2} \times$ ......

توقيع المصحح　　　　توقيع المراجع

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2017-2018
الفترة الدراسية الثانية نسخة التوجيه